पाठ 13. पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं आयतन

प्रश्नावली 13. 1

Q1. 1.5 m लंबा, 1.25 m चौड़ा और 65 cm गहरा प्लास्टिक का एक डिब्बा बनाया जाना है। इसे ऊपर से खुला रखना है। प्लास्टिक शीट की मोटाई को नगण्य मानते हुए, निर्धरित कीजिएः

(i) डिब्बा बनाने के लिए आवश्यक प्लास्टिक शीट का क्षेत्रफल।

(ii) इस शीट का मूल्य, यदि 1 m^2 शीट का मूल्य 20 रुपए है।

Solution:

प्लास्टिक के डब्बे की लंबाई (l) = 1.5 m

चौड़ाई (d) = 1.25 m

ऊँचाई (h) = 65 cm = 0.65 m

आवश्यक प्लास्टिक शीट का क्षेत्रफल = 2h(l + b) + lb

= 2 × 0.65(1.5 + 1.25) + 1.5 × 1.25

= 1.30(2.75) + 1.875

= 3.575 + 1.875

= 5.45 m^2

शीट का मूल्य = 20 × 5.45

= 108.00 रुपये

Q2. एक कमरे की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 5 m, 4 m और 3 m हैं। 7.50 रुपए प्रति

m^2 की दर से इस कमरे की दीवारों और छत पर सफेदी कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

Solution:

कमरे की लंबाई (l) = 5 m

चौड़ाई (b) = 4 m

ऊँचाई (h) = 3 m

कमरे की दीवारों और छत का क्षेत्रफल = 2h(l + b) + lb

= 2 × 3 (5 + 4) + 5 × 4

= 6 × 9 + 20

= 54 + 20

= 74 m^2

सफेदी कराने का व्यय = 74 × 7.50 = 555 रुपये |

Q3. किसी आयताकार हॉल के फर्श का परिमाप 250 m है। यदि 10 रुपए प्रति m^2 की दर से चारों दीवारों पर पेंट कराने की लागत 15000 रुपए है, तो इस हॉल की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

[संकेत: चारों दीवारों का क्षेत्रफल = पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल]

Solution:

आयताकार हॉल के फर्श का परिमाप = 250 m

पेंट करने की दर = 10 रुपए प्रति m^2

पेंट कराने की लागत = 15000 रुपये |

हम जानते है कि;

क्षेत्रफल × दर = लागत

क्षेत्रफल × 10 = 15000

$$\therefore \text{ क्षेत्रफल} = \frac{15000}{10} = 1500 \text{ m}^2$$

अत: धनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = 1500 m^2

अब, 2(l + b) × h = धनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल

या, आधार का परिमाप × ऊचाई = धनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल

250 × h = 1500

$$h = \frac{1500}{250} = 6 \text{ m}$$

अत: हॉल की ऊँचाई = 6 m

Q4. किसी डिब्बे में भरा हुआ पेंट 9.375 m^2 के क्षेत्रफल पर पेंट करने के लिए पर्याप्त है। इस डिब्बे के पेंट से 22.5 cm × 10 cm × 7.5 cm विमाओं वाली कितनी ईंट पेंट की जा सकती हैं ?

Solution:

ईंट की लम्बाई (l) = 22.5 cm

चौड़ाई (b) = 10 cm

ऊँचाई (h) = 7.5 cm

ईंट का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2 (lb + bh + lh)

= 2(22.5 × 10 + 10 × 7.5 + 22.5 × 7.5)

= 2(225 + 75 + 168.75)

= 2 × 468.75 = 937.5 cm^2

या मीटर में, $\frac{937.5}{100 \times 100}$ m^2

ईंटों की संख्या = $\frac{\text{पेंट का क्षेत्रफल}}{\text{एक ईंट का क्षेत्रफल}}$

$= \frac{9.375}{\frac{937.5}{100 \times 100}}$

$= \frac{9.375}{937.5} \times 100 \times 100$

= 100 ईंट

Q5. एक घनाकार डिब्बे का एक किनारा 10 cm लंबाई का है तथा एक अन्य घनाभाकार डिब्बे की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 12.5 cm, 10 cm और 8 cm हैं।

(i) किस डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल अधिक है और कितना अधिक है?

(ii) किस डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल कम है और कितना कम है?

Solution:

(i) घनाकार डिब्बे के एक किनारे की लंबाई (l) = 10 cm

घनाकार डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = 4(किनारा)^2

$= 4(10)^2$

$= 4 \times 100 = 400$ cm^2

धनाभाकार डिब्बे में,

l = 12.5 cm, b = 10 cm, h = 8 cm

घनाभाकार डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2h(l + b)

$= 2 \times 8(12.5 + 10)$

$= 16 \times 22.5$

= 360 cm^2

चूँकि धनाकार डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल अधिक है |

इसलिए,

400 cm^2 – 360 cm^2 = 40 cm^2

(ii) धनाकार डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल 40 cm^2 अधिक है |

धनाकार डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6a^2$

= $6(10)^2$

= $6 \times 100 = 600\ cm^2$

घनाभाकार डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2(lb + bh + lh)

= 2(12.5 × 10 + 10 × 8 + 12.5 × 8)

= 2 (125 + 80 + 100)

= 2 × 305

= $610\ cm^2$

अब, $610\ cm^2 - 600\ cm^2 = 10\ cm^2$

अत: धनाकार डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $10\ cm^2$ कम है |

Q6. एक छोटा पौध घर (green house) सम्पूर्ण रूप से शीशे की पट्टियों से (आधर भी सम्मिलित है) घर के अंदर ही बनाया गया है और शीशे की पट्टियों को टेप द्वारा चिपका कर रोका गया है। यह पौधा घर 30 cm लंबा, 25 cm चौड़ा और 25 cm ऊँचा है।

(i) इसमें प्रयुक्त शीशे की पट्टियों का क्षेत्रफल क्या है?

(ii) सभी 12 किनारों के लिए कितने टेप की आवश्यकता है?

Solution:

पौध घर की लंबाई (l) = 30 cm

चौड़ाई (b) = 25 cm

ऊँचाई (h) = 25 cm

प्रयुक्त शीशे की पट्टियों का क्षेत्रफल = 2(lb + bh + lh)

= 2(30 × 25 + 25 × 25 + 30 × 25)

= 2(750 + 625 + 750)

= $2 \times 2125\ cm^2$

= $4250\ cm^2$

12 किनारों के लिए टेप की लंबाई = 4 (l + b + h)

= 4 (30 + 25 + 25)

= 4 × 80 cm

= 320 cm

Q7. शांति स्वीट स्टाल अपनी मिठाइयों को पैक करने के लिए गत्ते के डिब्बे बनाने का ऑर्डर दे रहा था। दो मापों के डिब्बों की आवश्यकता थी। बड़े डिब्बों की माप 25 cm × 20 cm × 5 cm और छोटे डिब्बों की माप 15 cm × 12 cm × 5 cm थीं। सभी प्रकार की अतिव्यापिकता (overlaps) के लिए कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल के 5% के बराबर अतिरिक्त गत्ता लगेगा। यदि गत्ते की लागत 4 रुपए प्रति 1000 cm^2 है, तो प्रत्येक प्रकार के 250 डिब्बे बनवाने की कितनी लागत आएगी?

Solution:

बड़े डिब्बे में,

l = 25 cm, b = 20 cm, h = 5 cm

बड़े डिब्बे की कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2(lb + bh + lh)

= 2(25 × 20 + 20 × 5 + 25 × 5)

= 2 (500 + 100 + 125)

= 2 × 725 cm^2

= 1450 cm^2

छोटे डिब्बे में,

l = 15 cm, b = 12 cm, h = 5 cm

डिब्बे डिब्बे की कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2(lb + bh + lh)

= 2(15 × 12 + 12 × 5 + 15 × 5)

= 2 (180 + 60 + 75)

= 2 × 315 cm^2

= 630 cm^2

दोनों डिब्बों का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = 1450 cm^2 + 630 cm^2

= 2080 cm^2
दोनों प्रकार के कुल 250 डिब्बों के कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = 250 × 2080 cm^2
= 520000 cm^2
कुल गत्तों में अतिव्यापिकता (overlaps) = 520000 का 5%

= 520000 × 5/100 cm^2

= 26000 cm^2

ख़रीदा गया कुल गत्तों का क्षेत्रफल = 520000 cm^2 + 26000 cm^2
= 546000 cm^2
4 रुपए प्रति 1000 cm^2 की दर से लागत = 546000 × 4/1000

= 2184 रुपये |

Q8. परवीन अपनी कार खड़ी करने के लिए, एक संदूक के प्रकार के ढाँचे जैसा एक अस्थाई स्थान तिरपाल की सहायता से बनाना चाहती है, जो कार को चारों ओर से और ऊपर से ढक ले (सामने वाला फलक लटका हुआ होगा जिसे घुमाकर ऊपर किया जा सकता है)। यह मानते हुए कि सिलाई के समय लगा तिरपाल का अतिरिक्त कपड़ा नगण्य होगा, आधार विमाओं 4 मीटर × 3 मीटर और ऊँचाई 2.5 मीटर वाले इस ढाँचे को बनाने के लिए कितने तिरपाल की आवश्यकता होगी?

Solution:

ढाँचे की लंबाई (l) = 4 m

चौड़ाई (b) = 3 m

ऊँचाई (h) = 2.5 m

तिरपाल के ढाँचे का क्षेत्रफल = 2h(l + b) + lb

$= 2 \times 2.5 (4 + 3) + 4 \times 3$

$= 5 \times 7 \quad + 12$

$= 35 + 12$

$= 47 \text{ m}^2$