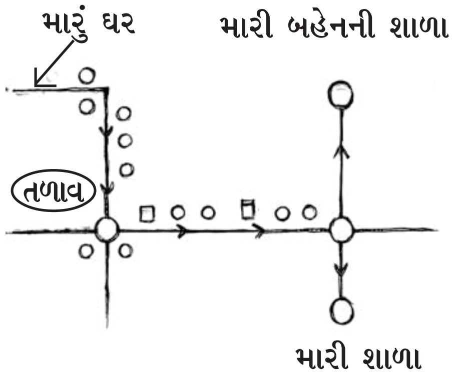
આકૃતિ 10.1ની રજૂઆતથી તમે શું તારણ કાઢી શકો ? જ્યારે આપણે એક ચિત્ર દોરીએ છીએ ત્યારે આપણે વાસ્તવિક રજૂઆત કરવા પ્રયત્ન કરીએ છીએ. આ માટે આપણે વાસ્તવિક વસ્તુની બધી વિગતો દર્શાવવા પ્રયત્ન કરીએ છીએ, પરંતુ જ્યારે આપણે નકશો દોરીએ છીએ ત્યારે આપણે માત્ર વસ્તુનું સ્થાન અને અન્ય ચીજ-વસ્તુની સાપેક્ષે સ્થાન અને અંતર પર જ વધારે ધ્યાન આપીએ છીએ. નકશામાં આપણે જે-તે વસ્તુના સ્વરૂપને વધુ મહત્ત્વ આપતા નથી. ચિત્ર અને નકશા વચ્ચેનો બીજો ભેદ એ છે કે કોઈ એક જ વસ્તુનું ચિત્ર જુદા-જુદા દૃષ્ટિકોણની સાપેક્ષે જુદા-જુદા સ્વરૂપે પ્રાપ્ત થાય છે, પરંતુ નકશાની બાબતે આવું થતું નથી એટલે કે અવલોકનકાર પોતાનું સ્થાન બદલે છતાં પણ મકાનનો નકશો તો જેમનો તેમ જ રહે છે. બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો **ચિત્ર દોરવા માટે દૃષ્ટિકોણ ખૂબ જ અગત્યનો છે, પરંતુ નકશા માટે દૃષ્ટિકોણનું મહત્ત્વ નથી.**

હવે આકૃતિ 10.2માં સાત વર્ષના રાઘવે દોરેલો નકશો જુઓ તેમાં તેણે તેના ઘરેથી તેની શાળાએ પહોંચવાનો માર્ગ દર્શાવેલ છે. આ નકશા પરથી તમે નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપી શકશો ?

(i) રાઘવના ઘરથી તેની શાળા કેટલી દૂર છે ?

(ii) શું નકશાની અંદરના દરેક વર્તુળ કોઈ એક જ વસ્તુ બતાવે છે ?

(iii) રાઘવ અને તેની બહેનની શાળામાંથી કોની શાળા રાઘવના ઘરથી નજીક છે ?

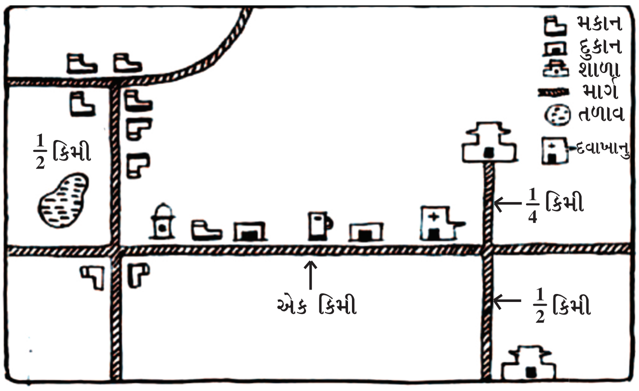


આકૃતિ 10.2

આકૃતિ 10.2માં આપેલ નકશામાંથી ઉપરોક્ત પ્રશ્નોના જવાબ આપવા ખૂબ જ મુશ્કેલ છે. શું તમે કહી શકશો કે આમ શા માટે ? કારણ એ છે કે આપણે નથી જાણતા કે સ્થળ વચ્ચેનું અંતર સપ્રમાણ છે કે પછી અંદાજે વર્તુળો દોરેલા છે અને આ નાનાં-મોટાં વર્તુળો શું બતાવે છે તે પણ સ્પષ્ટ નથી.

હવે આકૃતિ 10.3માંનો નકશો જુઓ. તેમાં રાઘવની દસ વર્ષની બહેન મીનાએ તેના ઘરેથી તેની શાળાનો માર્ગ દર્શાવ્યો છે.

આ નકશો અગાઉના નકશા કરતા અલગ છે. અહીં મીનાએ જુદા-જુદા મહત્ત્વનાં સ્થળો(સીમા ચિહ્નો)ને જુદા-જુદા ચિહ્નોના ઉપયોગથી દર્શાવ્યાં છે અને લાંબા અંતર માટે લાંબી લાઇન તથા ટૂંકા અંતર માટે ટૂંકી લાઇન દોરવામાં આવેલ છે એટલે કે નકશો દોરવામાં પ્રમાણમાપ (સ્કેલ) નો ઉપયોગ કરેલ છે.



આકૃતિ 10.3

હવે તમે નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપી શકશો :

- રાઘવના ઘેરથી રાઘવની શાળા કેટલી દૂર આવેલી છે ?
- કોની શાળા ઘરથી વધુ નજીક છે, રાઘવની કે મીનાની ?
- માર્ગના મહત્ત્વના ભૂચિહ્નો (અગત્યના સ્થળો) કયા કયા છે ?

આ પરથી આપણને સમજાયું કે કેટલાક સંકેતોનો ઉપયોગ કરવાથી અને સ્થળો વચ્ચેના અંતર દર્શાવવાથી આપણે નકશાને ઘણી સરળતાથી સમજી શકીએ છીએ. તમે જોયું હશે કે નકશામાં દર્શાવેલ અંતર એ જમીન પરના વાસ્તવિક અંતરને સપ્રમાણ હોય છે. આમ કરવા માટે ચોક્કસ પ્રમાણમાપ (સ્કેલમાપ) ધ્યાનમાં લેવામાં આવે છે, જ્યારે નકશો બનાવતા હોઈએ કે વાંચતા હોઈએ ત્યારે નકશો કેટલા સ્કેલનો છે તે બરાબર જાણવું હોવા જોઈએ એટલે કે નકશા પરનું 1 મિમી કે 1 સેમી અંતર વાસ્તવમાં કેટલું અંતર દર્શાવે છે તે જાણવું જરૂરી છે.

અર્થાત્ નકશો દોરતી વખતે જમીન પરના 1 કિમી કે 10 કિમી કે પછી 100 કિમી અંતરને નકશામાં 1 મિમી કે 1 સેમી દ્વારા દર્શાવી શકાય. આપણી જરૂરિયાત મુજબના માપના નકશાઓ તૈયાર કરવા નિશ્ચિત પ્રમાણમાપ (સ્કેલમાપ) ધ્યાનમાં લેવામાં આવે છે. જુદા-જુદા માપના નકશામાં જુદા-જુદા સ્કેલમાપ હોય છે. પરંતુ એક જ નકશામાં એક જ સ્કેલમાપ હોય છે. આ બાબત ભૂલવી ન જોઈએ. તે સમજવા ભારતના નકશામાં ગુજરાતના શહેરો જુઓ અને ગુજરાતના નકશામાં ગુજરાતના શહેરો જુઓ અને આ બંને નકશાના પ્રમાણમાપ (સ્કેલમાપ) પણ ચકાસો.

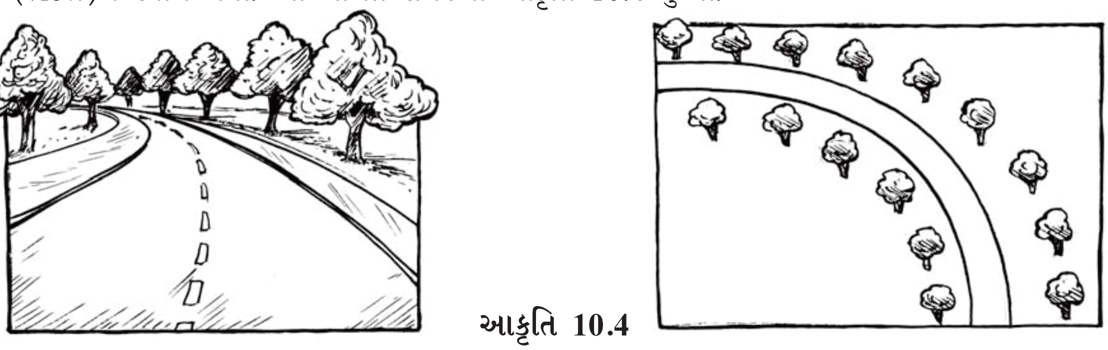
તમે જોશો કે ભારત અને ગુજરાતના નકશા માપમાં સરખા હોવા છતાં બંને નકશામાં 1 સેમી જેટલી જગ્યા જુદા-જુદા માપનું અંતર બતાવતા હશે એટલે કે ભારતના નકશા કરતાં ગુજરાતના નકશામાં 1 સેમીને સપ્રમાણ અંતર ઓછું હશે જ્યારે ભારતના નકશામાં 1 સેમીને સપ્રમાણ અંતર વધુ હશે આમ નકશામાં સ્કેલમાપનો ઉપયોગ કરી વિશાળ જગ્યાઓને મર્યાદિત જગ્યામાં દર્શાવી શકીએ છીએ, તેથી નકશામાં 1 સેમી એ ઘણું મોટું અંતર દર્શાવે છે.

ટૂંકમાં કહીએ તો...

(1) નકશા દ્વારા નિશ્ચિત વસ્તુ/સ્થળને અન્ય વસ્તુ/સ્થળની સાપેક્ષ (સંદર્ભ)માં દર્શાવાય છે.

(2) જુદી-જુદી વસ્તુ/સ્થળને દર્શાવવા માટે જુદા-જુદા સંકેતોનો (સંજ્ઞાઓનો) ઉપયોગ થાય છે.

(3) નકશામાં કોઈ પરિપ્રેક્ષ્ય (યથાર્થ ચિત્ર) કે સંદર્ભ નથી. જેથી નકશામાં દૃષ્ટિબિંદુ કે દૃષ્ટિકોણને કોઈ સ્થાન નથી. એટલે કે નકશામાં નજીકની વસ્તુ મોટી અને દૂરની વસ્તુ નાની દર્શાવવાની જરૂર હોતી નથી. નકશામાં દરેક સમાન વસ્તુનું કદ એકસરખું રાખવામાં આવે છે. કોઈ પણ સ્થળનો નકશો હંમેશાં તેના Top view(ઉપરથી દેખાતું દૃશ્ય)ને ધ્યાનમાં રાખી દોરવામાં આવે છે. નકશામાં અન્ય કોઈ દૃશ્ય (view)ને સ્થાન નથી. આ બાબત સમજવા આકૃતિ 10.4 જુઓ.

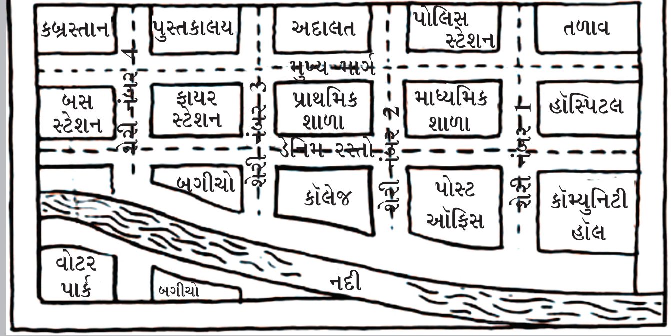


આકૃતિ 10.4

(4) નકશામાં પ્રમાણમાપ (સ્કેલમાપ)નો ઉપયોગ થાય છે નિશ્ચિત નકશા માટે પ્રમાણમાપ (સ્કેલમાપ) એક જ રહે છે એટલે કે બદલાતું નથી. વાસ્તવિક અંતરને પ્રમાણસર ઘટાડીને નકશાને કાગળ પર દર્શાવાય છે.

આટલું કરો

1. આ એક શહેરનો નકશો જુઓ (આકૃતિ 10.5).



આકૃતિ 10.5

(a) **નકશામાં રંગ પૂરો :** પાણીમાં વાદળી, ફાયર સ્ટેશનમાં લાલ, પુસ્તકાલયમાં નારંગી, શાળામાં પીળો, બગીચામાં લીલો, કોમ્યુનિટી સેન્ટરમાં ગુલાબી, હૉસ્પિટલમાં જાંબલી, કબ્રસ્તાનમાં કથ્થાઈ.

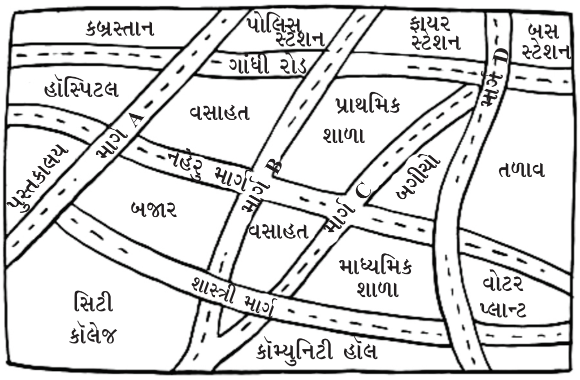
(b) શેરી નંબર 2 અને ડેનિમ માર્ગ જ્યાં ભેગા થાય છે ત્યાં લીલા રંગનો X કરો. શેરી નંબર 3 અને નદી જ્યાં ભેગા થાય છે ત્યાં કાળા રંગનો Y કરો. મુખ્ય માર્ગ અને શેરી નંબર 1 ભેગા થાય છે ત્યાં લાલ રંગનો Z કરો.

(c) કૉલેજથી તળાવ સુધીનો ટૂંકો રસ્તો કથ્થાઈ રંગથી દર્શાવો.

2. તમારા ઘરથી તમારી શાળાનો નકશો દોરો. તેમાં મહત્ત્વનાં સ્થળો (સીમાચિહ્નો) દર્શાવો.

સ્વાધ્યાય 10.2

1. એક શહેરના નકશા પર નજર કરો.



નકશા પરથી આપેલ પ્રવૃત્તિ કરો અને પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

(a) **નકશામાં આ રીતે રંગ પૂરો :** પાણી-બ્લ્યુ, ફાયર સ્ટેશન-લાલ, પુસ્તકાલય-નારંગી, શાળા-પીળો, બગીચો-લીલો, કૉલેજ-ગુલાબી, હૉસ્પિટલ-જાંબલી, કબ્રસ્તાન-કથ્થાઈ.

(b) નહેરુ રોડ અને રોડ 'C' જ્યાં ભેગા થાય છે. ત્યાં લીલા રંગનો 'X' કરો. ગાંધી રોડ અને રોડ 'A' જ્યાં મળતાં હોય ત્યાં લીલા રંગનો 'Y' કરો.

(c) બસ સ્ટેશનથી પુસ્તકાલય જવાનો ટૂંકો માર્ગ લાલ રંગથી દોરો.

(d) બગીચો અને બજાર બેમાંથી પૂર્વ દિશામાં શું આવેલ છે ?

(e) પ્રાથમિક શાળા અને માધ્યમિક શાળામાંથી કયું સ્થળ વધારે દક્ષિણ દિશામાં આવેલ છે ?

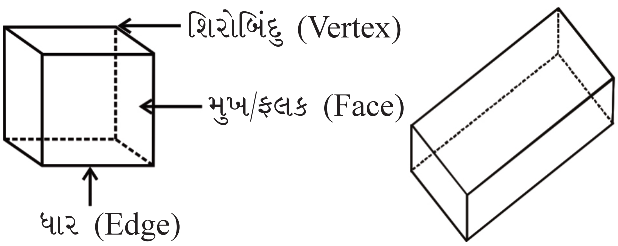
2. ચોક્કસ સ્કેલમાપ(પ્રમાણમાપ) લઈને તમારા વર્ગખંડનો નકશો દોરો અને વર્ગની જુદી-જુદી વસ્તુઓને સંકેતથી દર્શાવો.

3. ચોક્કસ પ્રમાણમાપ (સ્કેલ) લઈને તમારી શાળાના મેદાનનો નકશો દોરો. તેમાં શાળાના મેદાનની દરેક વસ્તુ, મુખ્ય મકાન, બગીચો વગેરે દર્શાવો.

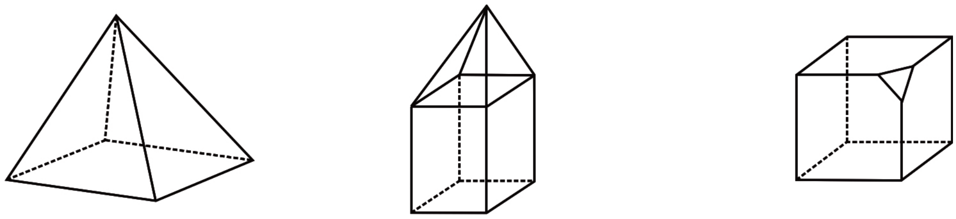
4. તમારો મિત્ર કોઈ પણ મુશ્કેલી વગર તમારા ઘરે પહોંચી શકે તે માટેની સૂચના સાથેનો રસ્તો દર્શાવતો નકશો દોરો.

10.4 શિરોબિંદુ (Vertex), ધાર (Edge) અને ફલક (Face)

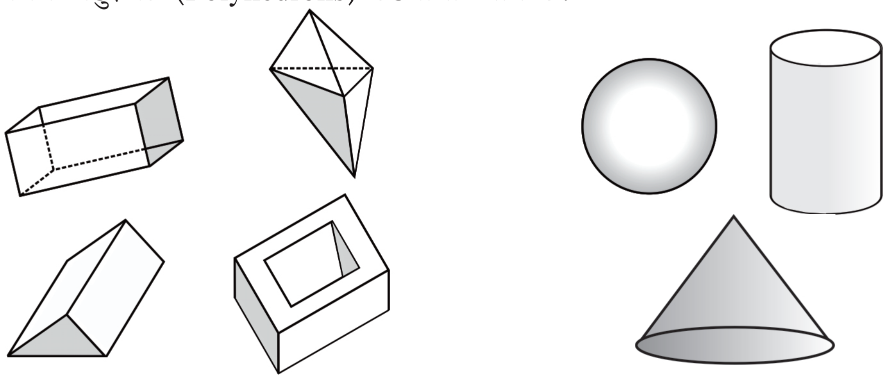
નીચેના ઘન આકારોને જુઓ :



ઉખાણું :
મારે શિરોબિંદુ નથી.
મારે સપાટ મુખફલક નથી. હું કોણ છું ?

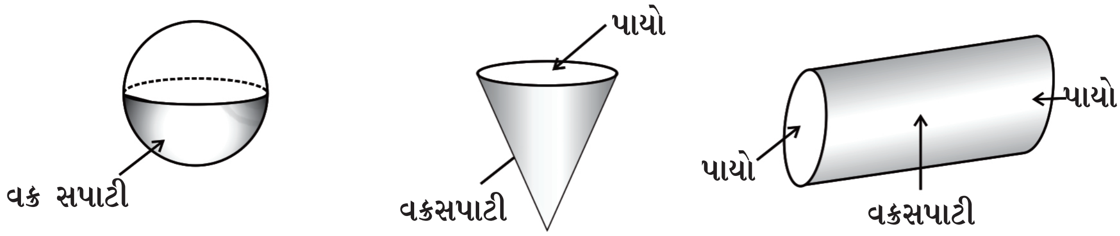


ઉપરોક્ત તમામ ઘન બહુકોણના જોડાણથી તૈયાર થયેલ છે. બહુકોણથી ઘેરાતા સમતલીય ભાગને ફલક (Face) કહેવામાં આવે છે. આમ, ઉપરોક્ત તમામ ઘન આકારો ફલક (Faces)થી બનેલા છે. આ ફલક જ્યાં મળે છે તેને ધાર (Edges) કહે છે. આ ધાર રેખાખંડ સ્વરૂપે હોય છે. આ ધાર જ્યાં મળે છે, તેને શિરોબિંદુ (Vertices) તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. આ શિરોબિંદુ બિંદુ સ્વરૂપે હોય છે. આમ, આવા ઘનને બહુફલક (Polyhedrons) કહેવામાં આવે છે.



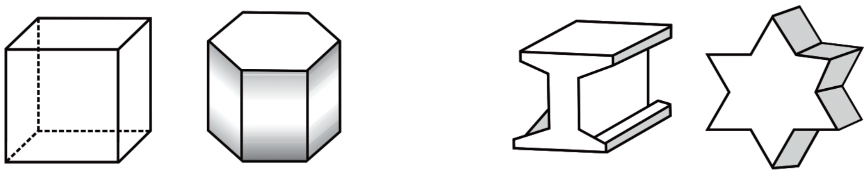
આ બહુફલકો (Polyhedrons) છે **આ બહુફલકો (Polyhedrons) નથી**

બહુફલક (Polyhedrons) હોય બહુફલક ન હોય તેવા ઘન આકારો (Non-polyhedrons) કઈ રીતે એકબીજાથી જુદા પડે છે ? આ વાત સમજવા ઉપરોક્ત આકૃતિનો કાળજીપૂર્વક અભ્યાસ કરો. તમે જોઈ શકશો કે Non-polyhedrons ઘન આકારમાં વક્ર સપાટી આવેલી છે, જ્યારે Polyhedronsમાં માત્ર સમતલ ભાગ જ આવે છે. વક્રીય સપાટી આવતી નથી. નીચેના ત્રણ સામાન્ય ઘનના પ્રકારોને તમે જાણો છો :



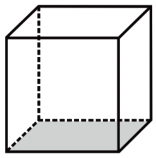
ગોલક **શંકુ** **નળાકાર**

બહિર્વૃત્ત બહુફલક : બહિર્વૃત્ત બહુકોણ (Convex Polygons)નો ખ્યાલ યાદ કરો બહિર્વૃત બહુફલક (Convex Polyhedrons)નો ખ્યાલ બહિર્વૃત બહુકોણ જેવો જ છે.

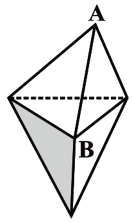


બહિર્વૃત્ત બહુફલક છે **બહિર્વૃત્ત બહુફલક નથી**

સામાન્ય બહુફલક : જ્યારે બહુફલકના દરેક ફલક સામાન્ય ફલક હોય અને તેના દરેક શિરોબિંદુ (Vertex) પર સરખી સંખ્યાના ફલક મળતા હોય ત્યારે તેને સામાન્ય બહુફલક (Regular Polyhedrons) કહેવામાં આવે છે.

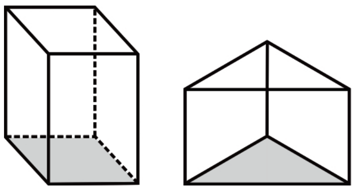


(આ સામાન્ય બહુફલક છે. તેના દરેક ફલક એકરુપ (Congruent), સામાન્ય બહુકોણ છે. તેના શિરોબિંદુ (Vertices) પર સરખી સંખ્યામાં ફલક મળે છે.)

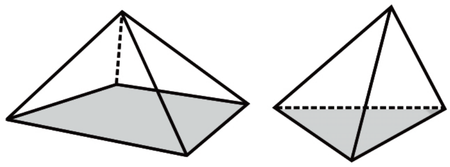


(સામાન્ય બહુફલક નથી, બધી બાજુઓ એકરુપ (Congruent) છે, પણ દરેક શિરોબિંદુ (Vertices) પાસે સરખી સંખ્યામાં ફલક ભેગા થતા નથી. અહીં A બિંદુ આગળ ત્રણ ફલક મળે છે. B બિંદુ આગળ ચાર ફલક મળે છે.)

બહુફલકના અગત્યના બે પ્રકાર છે : (1) પ્રિઝમ (2) પિરામિડ



આ પ્રિઝમ છે



આ પિરામિડ છે

જે બહુફલકનો પાયો અને મથાળું એકરુપ Congruent બહુકોણ હોય અને બાકીના ફલક સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ હોય, તેને પ્રિઝમ કહે છે. પણ પિરામિડમાં (કોઈપણ સંખ્યાની બાજુવાળો) બહુકોણ પાયા તરીકે હોય છે. પાયાની દરેક બાજુમાંથી શરુ થતાં ફલકો ત્રિકોણ આકારના હોય છે. આ ત્રિકોણાકાર ફલકો એક જ શિરોબિંદુ (Vertex)માં મળે છે.

પ્રિઝમ અને પિરામિડ તેના પાયા પરથી ઓળખાય છે. આમ ષટ્કોણીય (Hexagonal) પ્રિઝમનો પાયો ષટ્કોણથી બનેલો હોય છે અને ત્રિકોણીય પિરામિડનો પાયો ત્રિકોણ હોય છે. શું લંબચોરસીય પ્રિઝમ હોય ? ચોરસીય પિરામિડ કેવો હોય ? સ્પષ્ટ છે કે તેમના પાયા અનુક્રમે લંબચોરસ અને ચોરસ હશે.

આટલું કરો

નીચે કોષ્ટકમાં આપેલા બહુફલકના ફલક (Faces), ધાર (Edges) અને શિરોબિંદુ(Vertices)ની સંખ્યા દર્શાવો. અહીં V એટલે શિરોબિંદુ (Vertices)ની સંખ્યા F એટલે ફલક (Faces)ની સંખ્યા અને E એટલે Edges(ધાર)ની સંખ્યા છે.

ઘન	F	V	E	F + V	E + 2
લંબઘન					
ત્રિકોણીય પિરામિડ					
ત્રિકોણીય પ્રિઝમ					
ચોરસ પાયાવાળો પિરામિડ					
ચોરસ પાયાવાળો પ્રિઝમ					

કોષ્ટકના છેલ્લા બે ખાનાની માહિતી શું દર્શાવે છે ? દરેક કિસ્સામાં (દરેક બહુફલક માટે) તમને $F + V = E + 2$ મળે છે ? એટલે કે $F + V - E = 2$ મળે છે ? આ સંબંધને યુલર (Euler)નું સૂત્ર કહે છે. અલબત્ત, આ સૂત્ર દરેક બહુફલક માટે સાચું છે.

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

કોઈ પણ બહુફલકમાંથી થોડો ભાગ કાપી નાખવામાં આવે તો F, V અને Eમાં શું ફેરફાર થશે ? (આ બાબત વિચારવા સૌ પ્રથમ સમઘન લો. હવે તેનો ખૂણો કાપી નાખો અને હવે વિચારો F, V અને Eમાં શું ફેરફાર થયો ?)

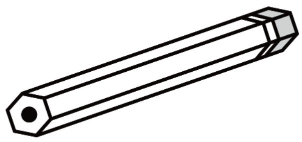
સ્વાધ્યાય 10.3

1. શું કોઈ બહુફલકને આટલા ફલક હોઈ શકે ?
   (i) ત્રણ ત્રિકોણ (ii) ચાર ત્રિકોણ
   (iii) એક ચોરસ અને ચાર ત્રિકોણ
2. શું આપેલી કોઈપણ સંખ્યાના ફલકથી બહુફલક બની શકે ?
   (**સૂચન :** પિરામિડને ધ્યાનમાં રાખી વિચારો.)
3. નીચેનામાંથી કઈ વસ્તુ પ્રિઝમ છે ?

(i)

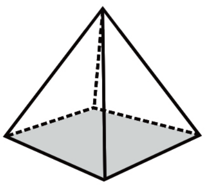
ખીલી

(ii)



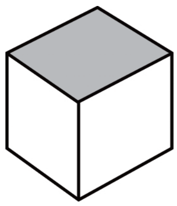
છોલ્યા વગરની પેન્સિલ

(iii)



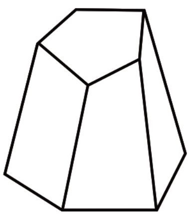
પેપર વેઈટ

(iv)

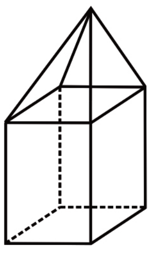


ખોખું

4. (i) પ્રિઝમ અને નળાકારમાં શું સામ્ય છે ?
   (ii) પિરામિડ અને શંકુમાં શું સામ્ય છે ?
5. શું ચોરસ પ્રિઝમ એ સમઘન જેવો જ હોય છે. સમજાવો.
6. યુલર (Euler)નું સૂત્ર નીચેના ઘનાકાર માટે તપાસો.



(i)



(ii)

7. યુલર(Euler's)ના સૂત્રનો ઉપયોગ કરી અજ્ઞાત સંખ્યા મેળવો.

ફલક (F)	?	5	20
શિરોબિંદુ (V)	6	?	12
ધાર (E)	12	9	?

8. શું કોઈ બહુફલકને 10 ફલક (Faces), 20 ધાર (Edges) અને 15 શિરોબિંદ (Vertices) હોઈ શકે ?

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. 2D અને 3D વસ્તુઓની સમજ

2. જુદી-જુદી વસ્તુમાં રહેલ મુખ્ય/મૂળ આકારોની ઓળખ

3. 3D વસ્તુઓ જુદી-જુદી જગ્યાએથી જુદી-જુદી દેખાય છે.

4. નકશા ચિત્ર કરતાં અલગ હોય છે.

5. નકશામાં નિશ્ચિત વસ્તુ/સ્થળને અન્ય વસ્તુ/સ્થળની સાપેક્ષમાં દર્શાવવામાં આવે છે.

6. નકશામાં જુદી-જુદી વસ્તુ/સ્થળને દર્શાવવા જુદા-જુદા ખાસ સંજ્ઞા કે સંકેતોનો ઉપયોગ થાય છે.

7. નકશામાં કોઈ સંદર્ભ કે દૃષ્ટિકોણને ધ્યાનમાં લેવામાં આવતો નથી.

8. કોઈ એક નકશામાં પ્રમાણમાપ (સ્કેલ) અચળ રહે છે, ફરતો નથી.

9. યુલર (Euler)નું સૂત્ર : કોઈ પણ બહુફલક માટે $\mathbf{F + V - E = 2}$

જ્યાં F = ફલકની સંખ્યા

V = શિરોબિંદુની સંખ્યા

E = ધારની સંખ્યા

નોંધ

માપન

પ્રકરણ

11

11.1 પ્રાસ્તાવિક

બંધ સમતલ આકૃતિ માટે આપણે શીખી ગયા, કે તેની હદ કે સીમાની ચારે બાજુનું કુલ અંતર એટલે પરિમિતિ અને તે આકૃતિ દ્વારા ઘેરાયેલા કુલ ક્ષેત્રને તેનું ક્ષેત્રફળ કહેવામાં આવે છે. આપણે ત્રિકોણ, લંબચોરસ, વર્તુળ વગેરે જેવી વિભિન્ન સમતલ આકૃતિઓની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ શોધવાનું શીખી ચૂક્યા છીએ. ઉપરાંત લંબચોરસ આકાર ફરતે આવેલા રસ્તા કે પગદંડીનું ક્ષેત્રફળ શોધતા પણ શીખી ગયા છીએ.

આ પ્રકરણમાં આપણે ચતુષ્કોણ જેવી બંધ સમતલ આકૃતિઓની પરિમિતિ તથા ક્ષેત્રફળ સાથે સંબંધિત સમસ્યા કે પ્રશ્નો ઉકેલવાનો પ્રયત્ન કરીશું.

આપણે સમઘન, લંબઘન અને નળાકાર જેવા ઘન આકારોના પૃષ્ઠફળ અને કદ અંગે પણ અધ્યયન કરીશું.

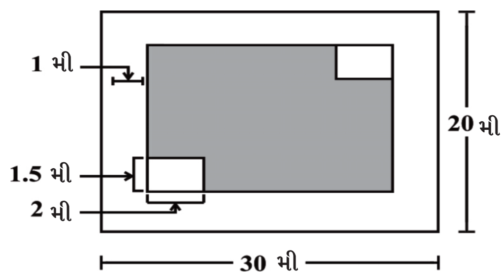
11.2 ચાલો ફરી યાદ કરી લઈએ

આપણા પૂર્વજ્ઞાનની ચકાસણી માટે એક ઉદાહરણની ચર્ચા કરીએ. આ એક લંબચોરસ આકારના બગીચાની આકૃતિ છે (આકૃતિ 11.1). જેની લંબાઈ 30 મીટર અને પહોળાઈ 20 મીટર છે.

(i) આ બગીચાની ચારે બાજુ આવેલ વાડની કુલ લંબાઈ કેટલી હશે ? વાડની લંબાઈ મેળવવા આપણે બગીચાની પરિમિતિ મેળવવાની જરૂર પડશે કે જે 100 મીટર છે (આ બાબત ચકાસો).

(ii) બગીચામાં કેટલી જમીન રોકાયેલી છે ? આ બગીચાએ રોકેલી જમીન શોધવા માટે આપણે બગીચાનું ક્ષેત્રફળ શોધવાની જરૂર પડશે. તે 600 ચોરસ મીટર (મી^{2}) છે (કઈ રીતે ?).

(iii) બગીચાની પરિમિતિ પર અંદરની તરફ એક મીટર પહોળો સિમેન્ટનો રસ્તો તૈયાર કરવાનો છે. જો 4 ચોરસ મીટર (મી^{2}) પર સિમેન્ટ લગાવવા એક થેલી સિમેન્ટ જોઈએ છે. તો આ આખા રસ્તા પર સિમેન્ટ લગાવવા માટે કેટલી થેલી સિમેન્ટની જરૂર પડશે ?



આકૃતિ 11.1

આપણે કહી શકીએ કે, જરૂરી સિમેન્ટની થેલી = $\dfrac{\text{રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ}}{\text{સિમેન્ટની એક થેલીથી તૈયાર થતા વિસ્તારનું ક્ષેત્રફળ}}$

સિમેન્ટના રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ = બગીચાનું કુલ ક્ષેત્રફળ – બગીચાના જે ભાગ પર સિમેન્ટ નથી લગાવવાનો તેનું ક્ષેત્રફળ રસ્તાની પહોળાઈ 1 મીટર છે તેથી સિમેન્ટ નથી લગાવવાનો તે બાગના લંબચોરસ ભાગનું ક્ષેત્રફળ = $(30 - 2) \times (20 - 2)$ મી^{2} થાય. = 28×18 મી^{2}

તેથી વપરાશમાં જરૂરી સિમેન્ટની થેલીની સંખ્યા = __________________

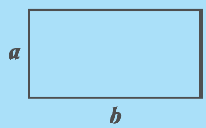
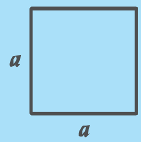
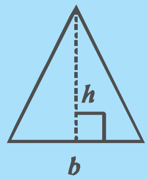
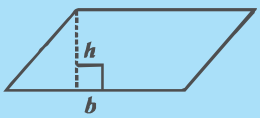
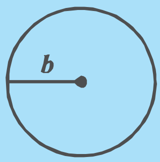
(iv) આકૃતિ 11.1માં દર્શાવ્યા મુજબ, આ બગીચામાં બે લંબચોરસ આકારનાં ફૂલોના ક્યારા છે. જેનું માપ 1.5 મી × 2 મી. છે અને બગીચાના બાકી ભાગમાં ઘાસ છે. બગીચાના ઘાસવાળા વિસ્તારનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

લંબચોરસ ક્યારાનું ક્ષેત્રફળ = _________________

બગીચામાંથી સિમેન્ટનો રસ્તો બાદ કર્યા પછીનું બાગનું ક્ષેત્રફળ = _________________

ઘાસવાળા વિસ્તારનું ક્ષેત્રફળ = _________________

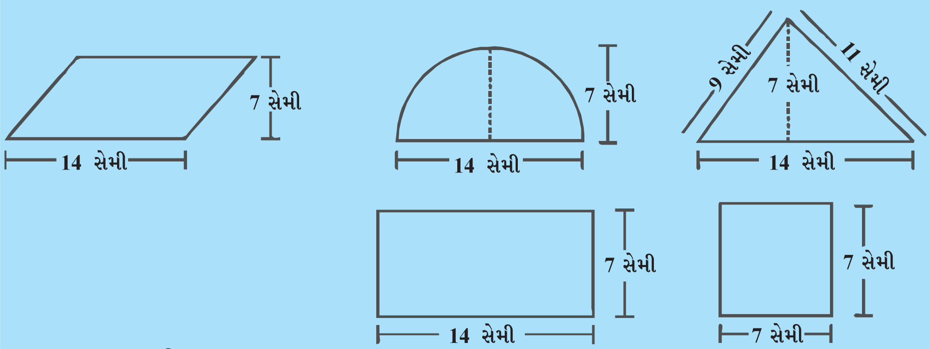
જો આપણને કેટલાક માપ આપ્યા હોય તો આપણે લંબચોરસ સિવાયના બીજા ભૌમિતિક આકારોનું ક્ષેત્રફળ પણ શોધી શકીએ. નીચેના આકારોનાં ક્ષેત્રફળનાં સૂત્રો યાદ કરી યોગ્ય જોડકાં જોડવાનો પ્રયત્ન કરો.

આકૃતિ	આકાર	ક્ષેત્રફળ
	લંબચોરસ	$a \times a$
	ચોરસ	$b \times h$
	ત્રિકોણ	πb^2
	સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ	$\frac{1}{2} b \times h$
	વર્તુળ	$a \times b$

શું તમે ઉપરોક્ત દરેક આકારોની પરિમિતિનાં સૂત્ર લખી શકો છો ?

પ્રયત્ન કરો

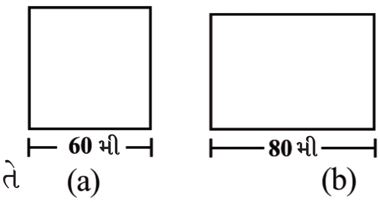
(a) નીચે આપેલા આકારોને બૉક્સમાં આપેલા ક્ષેત્રફળ સાથે યોગ્ય રીતે જોડો.



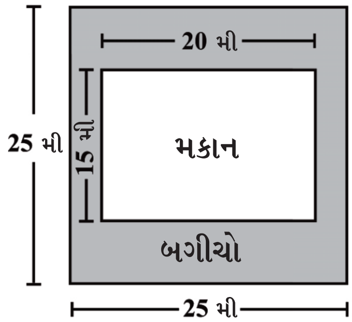
49 સેમી^{2}
77 સેમી^{2}
98 સેમી^{2}

(b) ઉપર દર્શાવેલા દરેક આકારની પરિમિતિ લખો.

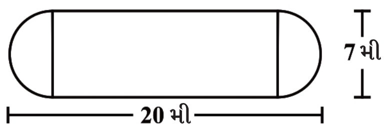
સ્વાધ્યાય 11.1



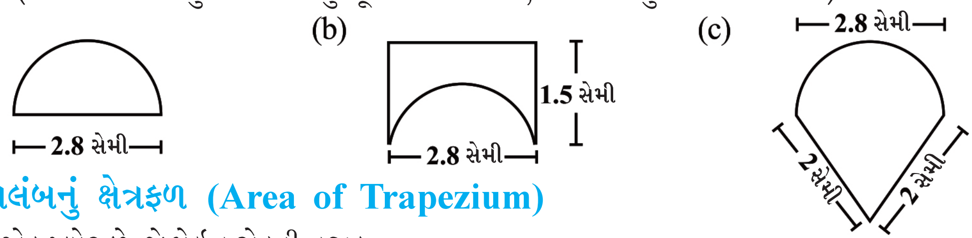
1. અહીં આકૃતિમાં એક ચોરસ અને એક લંબચોરસ ખેતર તેમના માપ સાથે આપેલા છે. આ બંને ખેતરોની પરિમિતિ સમાન છે. કયા ખેતરનું ક્ષેત્રફળ વધારે હશે ?
2. શ્રીમતી કૌશિકનો આકૃતિમાં બતાવ્યા મુજબના માપનો ચોરસ પ્લોટ છે. તે પ્લોટના મધ્યભાગમાં મકાન બનાવવા માગે છે. મકાનને ફરતે બગીચો વિકસાવેલ છે. બગીચો વિકસાવવાનો ભાવ ₹ 55 પ્રતિ ચોરસ મીટર હોય તો મકાનની ફરતે બગીચો વિકસાવવાનો કુલ ખર્ચ કેટલો થશે ?



3. અહીં આકૃતિમાં બતાવ્યા મુજબનો એક બગીચો છે. બગીચાનો મધ્યભાગ લંબચોરસ છે અને આ લંબચોરસની બંને બાજુ છેડા પર એક-એક અર્ધવર્તુળાકાર ભાગ આવેલ છે. આ બગીચાની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ શોધો. (લંબ-ચોરસની લંબાઈ 20 – (3.5 + 3.5) મીટર છે.)



4. ભોંયતળિયે લગાવવાની એક લાદીનો આકાર સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે. તેના પાયાની લંબાઈ 24 સેમી અને આનુષંગિક ઊંચાઈ 10 સેમી છે. 1080 ચોરસ મીટર ભોંયતળિયા ઉપર આ મુજબની લાદી લગાડવાની હોય તો કેટલી લાદી જોઈશે ? (ભોંયતળિયાના ખૂણાને લાદીથી ભરવા માટે જરૂરિયાત મુજબ લાદીને કોઈ પણ આકારમાં તમે કાપી શકો છો.)
5. એક કીડી કોઈ ભોંયતળિયા પર પડેલા જુદા-જુદા આકારોના ખાદ્યપદાર્થોની ચારે બાજુ પરિમિતિના માર્ગે પરિભ્રમણ કરે છે. ખાદ્ય પદાર્થના કયા ટુકડાના પરિભ્રમણ માટે કીડીને વધુ અંતર કાપવું પડશે ? (યાદ રાખો કે વર્તુળના પરિઘનું સૂત્ર $c = 2\pi r$ છે, જ્યાં r વર્તુળની ત્રિજ્યા છે.)

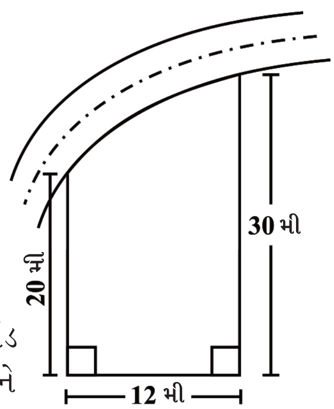


11.3 સમલંબનું ક્ષેત્રફળ (Area of Trapezium)

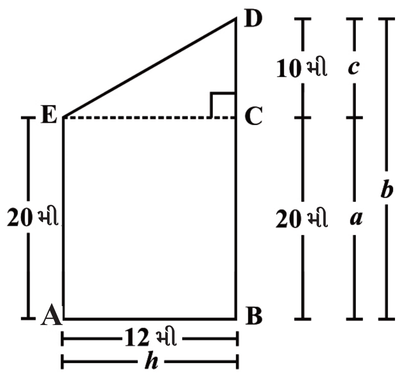
નઝમા પાસે એક પ્લોટ છે, જે મેઈન રોડની નજીક છે (આકૃતિ 11.2 મુજબ). નઝમાનો આ પ્લોટ તેના પાડોશના અન્ય કેટલાક લંબચોરસ પ્લોટ જેવો નથી. તેના પ્લોટની સામસામેની બાજુઓની એક જોડ પરસ્પર સમાંતર છે. તેથી તેનો પ્લોટ લગભગ સમલંબ ચતુષ્કોણ આકારનો છે. શું તમે આ પ્લોટનું ક્ષેત્રફળ મેળવી શકો ?

ચાલો આકૃતિ 11.3માં બતાવ્યા મુજબ પ્લોટને નામ નિર્દેશન કરીએ.

હવે અહીં આપણે AB રેખાખંડને સમાંતર રેખાખંડ EC રચીએ. જેથી ABCE લંબચોરસ બને અને પ્લોટનો બીજો ભાગ ECD ત્રિકોણ આકાર બને. જ્યાં ∠C કાટખૂણો છે જે આકૃતિ 11.3માં દર્શાવેલ છે.



આકૃતિ 11.2



($b = c + a = 30$ મી)

આકૃતિ 11.3

ΔECDનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2} \times h \times c = \frac{1}{2} \times 12 \times 10 = 60$ મી^{2}

લંબચોરસ ABCEનું ક્ષેત્રફળ = $h \times a = 12 \times 20 = 240$ મી^{2}

હવે, સમલંબ ચતુષ્કોણ ABDEનું ક્ષેત્રફળ = ΔECDનું ક્ષેત્રફળ + લંબચોરસ ABCEનું ક્ષેત્રફળ
= $60 + 240 = 300$ મી^{2}

ઉપરોક્ત ગણતરી આ રીતે પણ થઈ શકે.

સમલંબ ABDEનું ક્ષેત્રફળ = $(\frac{1}{2} \times h \times c) + (h \times a) = h\left(\frac{c}{2} + a\right)$

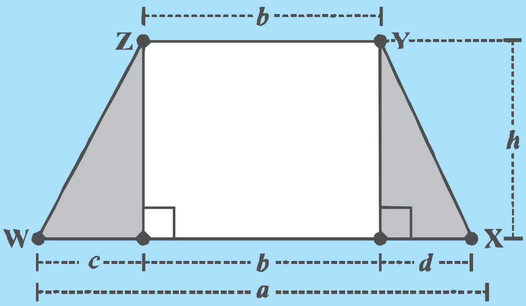
$$= h\left(\frac{c + 2a}{2}\right) = h\left(\frac{c + a + a}{2}\right)$$

$$= h\frac{(b + a)}{2} = \frac{\text{ઊંચાઈ (સમાંતર બાજુઓનો સરવાળો)}}{2}$$

આ વ્યાપક સૂત્રમાં h, b તથા aની કિંમત લઈને ગણતરી કરતાં આપણને, $h\frac{(b + a)}{2} = 300$ મી^{2} પ્રાપ્ત થશે.

પ્રયત્ન કરો

1. નઝમાની બહેન પાસે પણ એક સમલંબ આકારનો પ્લોટ છે. જે આકૃતિ 11.4માં દર્શાવેલ છે. આ પ્લોટને આકૃતિમાં બતાવ્યા મુજબ ત્રણ ભાગમાં વિભાજિત કરો. હવે આ સમલંબ ચતુષ્કોણ WXYZનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{h(a+b)}{2}$ છે તેમ દર્શાવો.



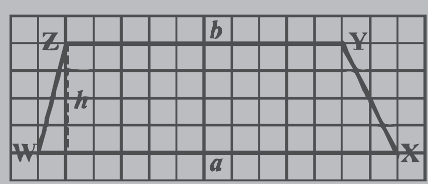
આકૃતિ 11.4

2. જો $h = 10$ સેમી, $c = 6$ સેમી, $b = 12$ સેમી અને $d = 4$ સેમી હોય, તો પ્લોટના દરેક ભાગનું ક્ષેત્રફળ અલગ-અલગ શોધો અને સમલંબ પ્લોટનું કુલ ક્ષેત્રફળ મેળવવા માટે આ ભાગનો સરવાળો કરો. ત્યાર બાદ સૂત્ર $\frac{h(a+b)}{2}$માં h, a અને bની કિંમત મૂકીને જવાબનો તાળો મેળવો.

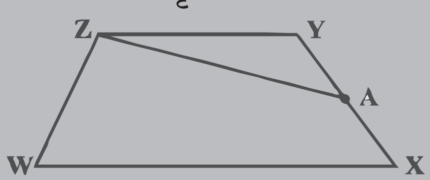
આટલું કરો

1. આલેખપત્રમાં આકૃતિ 11.5માં દર્શાવ્યા મુજબ કોઈ પણ સમલંબ ચતુષ્કોણ WXYZ દોરી તેને કાપીને અલગ કરો.

2. હવે આકૃતિ 11.6માં દર્શાવ્યા મુજબ ચતુષ્કોણની બાજુ XYને વાળીને તેનું મધ્યબિંદુ મેળવો અને તેને A નામ આપો.



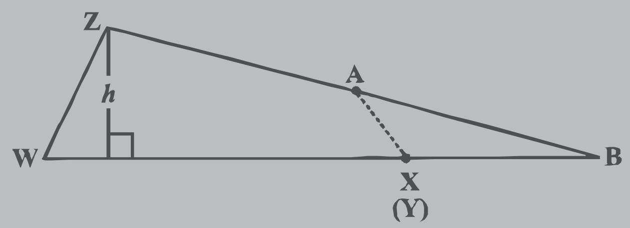
આકૃતિ 11.5



આકૃતિ 11.6

3. ચતુષ્કોણ WXYZ ને રેખાખંડ ZAમાંથી કાપી બે ભાગમાં વહેંચો હવે ΔZYA આકૃતિ 11.7માં દર્શાવ્યા મુજબ એવી રીતે રાખો કે જેથી AY અને AX એક ઉપર એક રહે.

હવે પ્રાપ્ત થતાં મોટા ત્રિકોણના પાયાની લંબાઈ કેટલી થશે ? આ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ મેળવવા માટેનું સૂત્ર લખો.



આકૃતિ 11.7

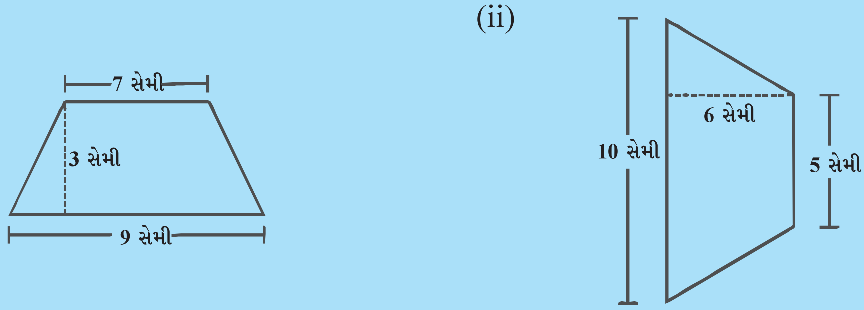
4. આ ત્રિકોણ WZB અને સમલંબ WXYZનું ક્ષેત્રફળ સમાન હશે. કેવી રીતે ? આ મોટા ત્રિકોણના ક્ષેત્રફળ મેળવવાના સૂત્ર પરથી સમલંબ ચતુષ્કોણના ક્ષેત્રફળનું સૂત્ર મેળવો.

આ રીતે સમલંબ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ મેળવવા માટે આપણને સમાંતર બાજુઓની લંબાઈ અને આ સમાંતરબાજુ વચ્ચેનાં લંબઅંતરની જરૂર પડશે. સમાંતર બાજુઓની લંબાઈનો સરવાળો અને તેમની વચ્ચેના લંબઅંતરના ગુણાકારનું અડધું કરવાથી આપણને સમલંબ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ પ્રાપ્ત થાય છે.

પ્રયત્ન કરો

આકૃતિ 11.8માં બતાવેલા સંમલંબનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

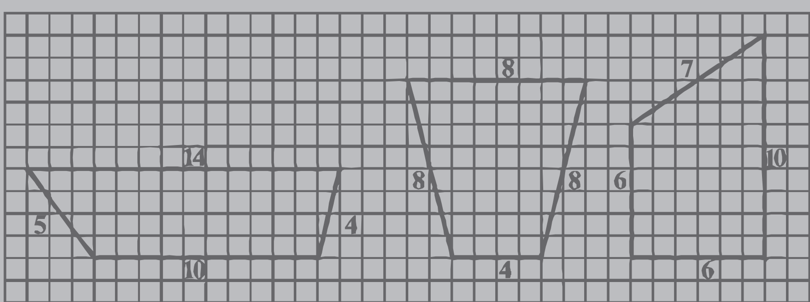
(i) (ii)



આકૃતિ 11.8

આટલું કરો

ધોરણ-7માં આપણે સમાન ક્ષેત્રફળ ધરાવતા અને જુદી-જુદી પરિમિતિ ધરાવતા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરતાં શીખ્યા છીએ. શું સમલંબ ચતુષ્કોણ માટે પણ આમ કરી શકાય ? આકૃતિ 11.9માં દર્શાવેલા જુદી-જુદી પરિમિતિ ધરાવતા સમલંબનું ક્ષેત્રફળ સમાન છે કે કેમ ? તે ચકાસો.



આકૃતિ 11.9

આપણે જાણીએ છીએ કે એકરુપ આકૃતિઓનાં ક્ષેત્રફળ સરખાં હોય છે. તે પરથી આપણે શું એમ કહી શકીએ કે, સમાન ક્ષેત્રફળવાળી આકૃતિ એકરુપ હોય છે ?

એક આલેખપત્ર પર ઓછામાં ઓછા ત્રણ સમલંબ ચતુષ્કોણ એવા બનાવો કે જેની પરિમિતિ સમાન હોય પરંતુ ક્ષેત્રફળ જુદા-જુદા હોય.

11.4 સામાન્ય ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ

કોઈ પણ સામાન્ય ચતુષ્કોણ (General Quadrilateral)નો એક વિકર્ણ દોરી તેને બે ત્રિકોણમાં વિભાજિત કરી શકાય છે. આ રીતે ચતુષ્કોણને વિભાજિત કરવાની પ્રક્રિયા આપણને સામાન્ય ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધવાનું સૂત્ર મેળવવામાં ઉપયોગી થાય છે. આકૃતિ 11.10નો અભ્યાસ કરો.

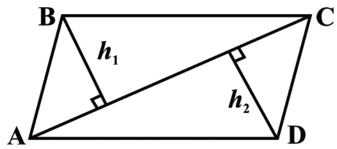
ચતુષ્કોણ ABCDનું ક્ષેત્રફળ= (ΔABCનું ક્ષેત્રફળ) + (ΔADCનું ક્ષેત્રફળ)

$$= \left(\frac{1}{2}AC \times h_1\right)\left(\frac{1}{2}AC \times h_2\right)$$

$$= \frac{1}{2}AC\ (h_1 + h_2)$$

$$= \frac{1}{2}d(h_1 + h_2)$$

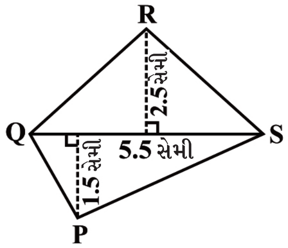
જ્યાં d = કર્ણ ACની લંબાઈ છે.



આકૃતિ 11.10

ઉદાહરણ 1 : આકૃતિ 11.11માં દર્શાવેલા ચતુષ્કોણ PQRSનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

ઉકેલ : અહીં d = 5.5 સેમી, h_1 = 2.5 સેમી, h_2 = 1.5 સેમી



આકૃતિ 11.11

∴ ચતુષ્કોણ PQRSનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2}d(h_1 + h_2)$

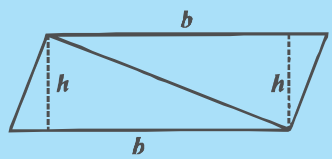
$= \frac{1}{2} \times 5.5 \times (2.5 + 1.5)$ સેમી^{2}

$= \frac{1}{2} \times 5.5 \times 4$ સેમી^{2}

= 11 સેમી^{2}

પ્રયત્ન કરો

આપણે જાણીએ છીએ કે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ પણ એક ચતુષ્કોણ જ છે. તો ચાલો, આ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનો એક વિકર્ણ દોરી તેને બે ત્રિકોણોમાં વિભાજિત કરીએ અને તે બન્ને ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળ શોધીએ. આ રીતે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ પણ મેળવી શકાય. શું સમાંતર ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધવાનું સૂત્ર આગળ મેળવેલ સૂત્ર સાથે સામ્ય ધરાવે છે ? (આકૃતિ 11.12)



આકૃતિ 11.12

11.4.1 વિશિષ્ટ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ

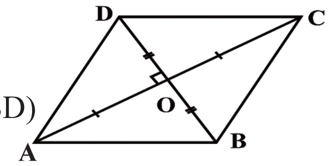
ચતુષ્કોણને કર્ણ દ્વારા બે ત્રિકોણમાં વિભાજિત કરવાની આ પદ્ધતિના આધારે આપણે સમબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધવાનું સૂત્ર મેળવી શકીએ. આકૃતિ 11.13માં ચતુષ્કોણ ABCD એક સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે. તેથી તેના વિકર્ણો એકબીજાને લંબ સમદ્વિભાજક થશે.

સમબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = (ΔACDનું ક્ષેત્રફળ) + (ΔABCનું ક્ષેત્રફળ)

$$= \left(\frac{1}{2} \times AC \times OD\right) + \left(\frac{1}{2} \times AC \times OB\right)$$

$$= \frac{1}{2}AC(OD + OB) = \frac{1}{2}AC \times BD \ (\because \ OD + OB = BD)$$

$$= \frac{1}{2}d_1 \times d_2 \text{ જ્યાં } d_1 = AC \text{ અને } d_2 = BD \text{ છે.}$$



આકૃતિ 11.13

આમ, સમબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ તેના બન્ને વિકર્ણના ગુણાકારનું અડધું હોય છે.

ઉદાહરણ 2 : એક સમબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણોની લંબાઈ 10 સેમી અને 8.2 સેમી હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

ઉકેલ : સમબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}d_1 \cdot d_2$ જ્યાં d_1, d_2 વિકર્ણોની લંબાઈ છે.

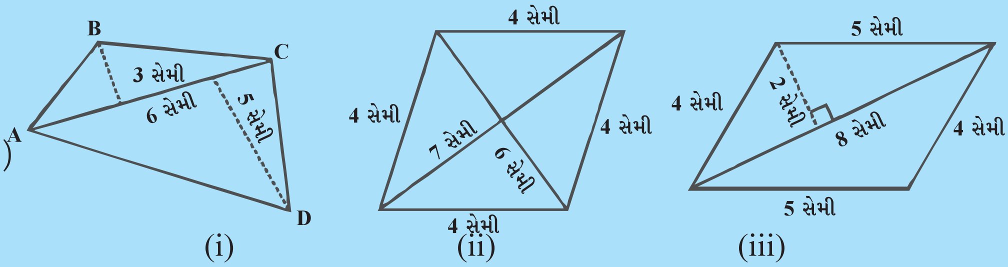
$$= \frac{1}{2}(10)(8.2) = 41 \text{ સેમી}^2$$

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનો વિકર્ણ દોરી તેને એકરૂપ ત્રિકોણોમાં વહેંચી શકાય છે. શું સમલંબ ચતુષ્કોણને પણ આ રીતે વિકર્ણ દ્વારા વિભાજિત કરવાથી બે એકરૂપ ત્રિકોણ પ્રાપ્ત થશે ?

પ્રયત્ન કરો

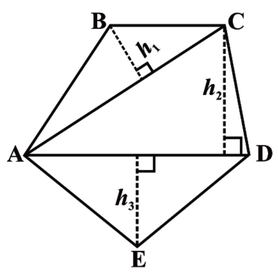
નીચે દોરેલા ચતુષ્કોણોનાં ક્ષેત્રફળ શોધો. (આકૃતિ 11.14)



આકૃતિ 11.14

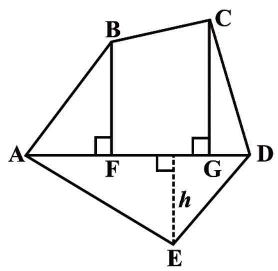
11.5 બહુકોણનું ક્ષેત્રફળ

આપણે, જેમ ચતુષ્કોણને ત્રિકોણોમાં વહેંચીને તેનું ક્ષેત્રફળ શોધી શકીએ છીએ, તે જ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરીને બહુકોણ (Polygon)નું ક્ષેત્રફળ મેળવી શકાય છે. નીચે આપેલ આકૃતિ 11.15 અને 11.16માં દર્શાવેલા પંચકોણનાં ક્ષેત્રફળ મેળવવા માટે પ્રયત્ન કરો.



આકૃતિ 11.15

વિકર્ણ AC અને ADની રચના કરીને પંચકોણ ABCDEને ત્રણ ત્રિકોણોમાં વહેંચી શકાય છે. તેથી પંચકોણ ABCDEનું ક્ષેત્રફળ = ΔABCનું ક્ષેત્રફળ + ΔACDનું ક્ષેત્રફળ + ΔAEDનું ક્ષેત્રફળ થશે.

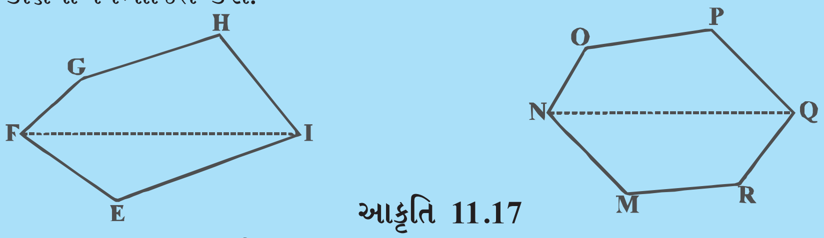


આકૃતિ 11.16

એક વિકર્ણ AD અને તેના પર બે લંબ BF અને CGની રચના કરવાથી પંચકોણ ABCDEને ચાર ભાગોમાં વહેંચી શકાય છે. તેથી, પંચકોણ ABCDEનું ક્ષેત્રફળ = કાટકોણ ત્રિકોણ AFBનું ક્ષેત્રફળ + સમલંબ BFGCનું ક્ષેત્રફળ + કાટકોણ ત્રિકોણ CGDનું ક્ષેત્રફળ + ΔAEDનું ક્ષેત્રફળ (અહીં સમલંબ ચતુષ્કોણ BFGCની સમાંતર બાજુઓને ઓળખો.)

પ્રયત્ન કરો

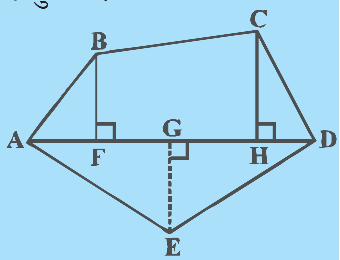
(i) નીચેની આકૃતિ 11.17માં દર્શાવેલા બહુકોણના ક્ષેત્રફળ મેળવવા માટે તેને ત્રિકોણ અને સમલંબ ચતુષ્કોણમાં વિભાજિત કરો.



આકૃતિ 11.17

બહુકોણ EFGHIનો એક વિકર્ણ FI છે. બહુકોણ MNOPQRનો એક વિકર્ણ NQ છે.

(ii) બહુકોણ ABCDEને આકૃતિ 11.18માં દર્શાવ્યા મુજબ જુદા-જુદા ભાગોમાં વિભાજિત કરવામાં આવેલ છે. અહીં AD = 8 સેમી, AH = 6 સેમી, AG = 4 સેમી, AF = 3 સેમી અને લંબ BF = 2 સેમી, CH = 3 સેમી, EG = 2.5 સેમી આપવામાં આવેલ છે તો બહુકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



આકૃતિ 11.18

બહુકોણ ABCDEનું ક્ષેત્રફળ =

ΔAFBનું ક્ષેત્રફળ + ...

ΔAFBનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2} \times AF \times BF$ =

$\frac{1}{2} \times 3 \times 2$ = ...

સમલંબ ચતુષ્કોણ FBCHનું ક્ષેત્રફળ = $FH \times \frac{(BF+CH)}{2}$

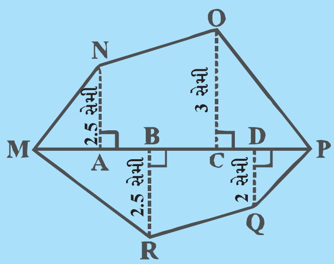
$= 3 \times \frac{(2+3)}{2}$ (FH = AH − AF)

ΔCHDનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2} \times HD \times CH$ = ...

ΔADEનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2} \times AD \times GE$ = ...

તેથી, બહુકોણ ABCDEનું ક્ષેત્રફળ = ...

(iii) આકૃતિ 11.19માં દર્શાવેલ બહુકોણ MNOPQRમાં જો MP = 9 સેમી, MD = 7 સેમી, MC = 6 સેમી, MB = 4 સેમી અને MA = 2 સેમી હોય, તો બહુકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો. NA, OC, QD અને RB એ વિકર્ણ MPને દોરેલા લંબ છે.



આકૃતિ 11.19

ઉદાહરણ 1 : એક સમલંબ આકારના ખેતરનું ક્ષેત્રફળ 480 મી^{2} છે. આ ખેતરની સમાંતર બાજુઓ વચ્ચેનું લંબઅંતર 15 મીટર છે અને સમાંતર બાજુઓમાંથી એકની લંબાઈ 20 મીટર છે તો બીજી સમાંતર બાજુની લંબાઈ શોધો.

ઉકેલ : સમલંબ ચતુષ્કોણની સમાંતર બાજુઓમાંથી એકની લંબાઈ a = 20 મીટર અને બીજી સમાંતર બાજુની લંબાઈ b ધારો અને તેમની વચ્ચેનું લંબ અંતર h = 15 મીટર છે.

ઉપરાંત સમલંબ ખેતરનું ક્ષેત્રફળ = 480 મીટર^2 આપેલ છે.

સમલંબનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2}h(a + b)$

$$\therefore\ 480 = \frac{1}{2} \times 15 \times (20 + b)$$

$$\therefore\ \frac{480 \times 2}{15} = 20 + b$$

$$\therefore\ 64 = 20 + b \quad \therefore\ b = 44 \text{ મીટર}$$

આથી સમલબ ચતુષ્કોણની બીજી સમાંતર બાજુ 44 મીટરની હશે.

ઉદાહરણ 2 : સમબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 240 સેમી^{2} છે અને તેના એક વિકર્ણની લંબાઈ 16 સેમી છે તો બીજા વિકર્ણની લંબાઈ શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે એક વિકર્ણની લંબાઈ $d_1 = 16$ સેમી છે અને બીજા વિકર્ણની લંબાઈ d_2 છે.

હવે સમબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}d_1 \cdot d_2$

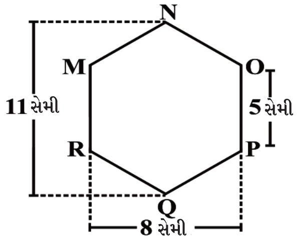
$$\therefore 240 = \frac{1}{2} \times 16 \times d_2$$

$$\therefore \frac{240 \times 2}{16} = d_2$$

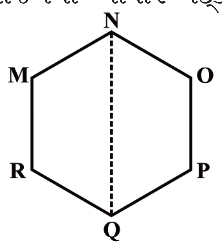
$$\therefore d_2 = 30 \text{ સેમી}$$

સમબાજુ ચતુષ્કોણના બીજા વિકર્ણની લંબાઈ 30 સેમી છે.

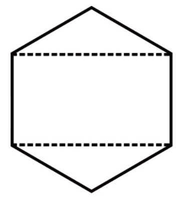
ઉદાહરણ 3 : આકૃતિ 11.20માં એક સમબાજુ ષટ્કોણ MNOPQR દર્શાવેલ છે, તેની દરેક બાજુ 5 સેમી લંબાઈની છે. આકૃતિ 11.21માં દર્શાવ્યા મુજબ અમન અને રિદ્ધિમા આ ષટ્કોણને જુદી-જુદી રીતે વિભાજિત કરે છે. આ બંને પ્રકારના વિભાજનના આધારે ષટ્કોણનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.



આકૃતિ 11.20



અમનની રીત

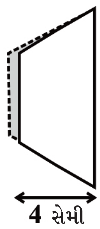


રિદ્ધિમાની રીત

આકૃતિ 11.21

ઉકેલ : અમન દ્વારા કરેલ વિભાજન પ્રમાણે :

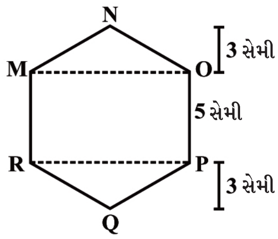
આપેલ ષટ્કોણ સમબાજુ હોવાથી NQ વિકર્ણ ષટ્કોણને બે એકરૂપ સમલંબ ચતુષ્કોણમાં વિભાજિત કરે છે. તમે તેને કાગળમાં ષટ્કોણ કાપી પછી NQમાંથી વાળીને ખરાઈ કરી શકો (જુઓ આકૃતિ 11.22). હવે સમલંબ MNQRનું ક્ષેત્રફળ $= 4 \times \frac{(11+5)}{2} = 2 \times 16 = 32$ સેમી^{2}



આકૃતિ 11.22

તેથી, ષટ્કોણ MNOPQRનું ક્ષેત્રફળ $= 2 \times 32 = 64$ સેમી^{2}

રિદ્ધિમાએ કરેલ ષટ્કોણના વિભાજન પ્રમાણે :



આકૃતિ 11.23

આકૃતિ 11.23માં ΔMNO અને ΔRPQ એકરૂપ ત્રિકોણ છે. તેના શિરોબિંદુમાંથી દોરેલા લંબની લંબાઈ 3 સેમી છે (આકૃતિ 11.23). આ બન્ને ત્રિકોણોને કાપી એકબીજા પર મૂકીને એકરૂપતાની ચકાસણી કરી શકાય.

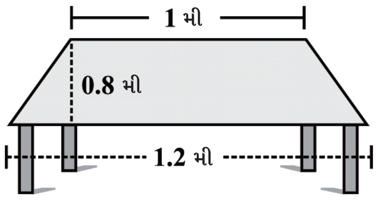
ΔMNOનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$ સેમી^{2}

ΔRPQનું ક્ષેત્રફળ = 12 સેમી^{2} ($\because$ ΔMNO અને ΔRPQ એકરૂપ ત્રિકોણો છે.)

લંબચોરસ MOPRનું ક્ષેત્રફળ $= 8 \times 5 = 40$ સેમી^{2}

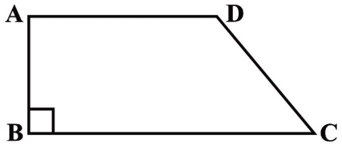
હવે ષટ્કોણ MNOPQRનું ક્ષેત્રફળ $= 40 + 12 + 12 = 64$ સેમી^{2}

સ્વાધ્યાય 11.2



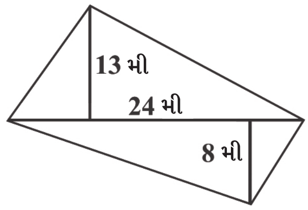
1. એક ટેબલની ઉપર સમતલ પાટિયું સમલંબ ચતુષ્કોણ આકારનું છે. જો તેની સમાંતર બાજુઓની લંબાઈ 1 મીટર અને 1.2 મીટર હોય અને સમાંતર બાજુઓની વચ્ચેનું લંબઅંતર 0.8મી હોય, તો આ ટેબલના આ પાટીયાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

2. એક સમલંબ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 34 સેમી^{2} છે અને તેની ઊંચાઈ 4 સેમી છે. આ સમલંબની સમાંતરબાજુઓમાંથી એક બાજુની લંબાઈ 10 સેમી છે, તો તેની બીજી સમાંતર બાજુની લંબાઈ શોધો.



3. એક સમલંબ ચતુષ્કોણ આકારના ખેતર ABCDની વાડની લંબાઈ 120 મીટર છે. જો BC = 48 મીટર, CD = 17 મીટર અને AD = 40 મીટર હોય, તો આ ખેતરનું ક્ષેત્રફળ શોધો. અહીં બાજુ AB એ સમાંતર બાજુ AD અને BC પર લંબ છે.

4. એક ચતુષ્કોણ આકારના ખેતરના વિકર્ણની લંબાઈ 24 મીટર છે અને બાકીનાં બે શિરોબિંદુમાંથી આ વિકર્ણ પર દોરેલા લંબ 8 મીટર અને 13 મીટર છે તો ખેતરનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

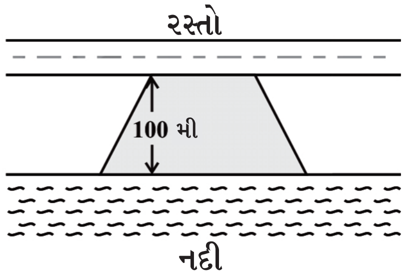


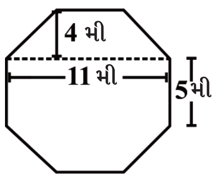
5. એક સમબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણોની લંબાઈ 7.5 સેમી અને 12 સેમી છે તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

6. એક સમબાજુ ચતુષ્કોણની બાજુ 5 સેમી અને વેધ 4.8 સેમી છે, તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો. જો એક વિકર્ણની લંબાઈ 8 સેમી હોય તો બીજા વિકર્ણની લંબાઈ મેળવો.

7. કોઈ મકાનના ભોંયતળિયામાં સમબાજુ ચતુષ્કોણ આકારની 3000 લાદીઓ લગાડેલ છે. આ લાદીના વિકર્ણની લંબાઈ 45 સેમી અને 30 સેમી છે. હવે એક ચોરસ મીટર લાદી ઘસવાનો ખર્ચ જો 4 રૂપિયા હોય તો સમગ્ર ભોંયતળિયાની લાદી ઘસાવવા માટે કેટલો ખર્ચ થશે ?

8. મોહન એક સમલંબ ચતુષ્કોણ આકારનું ખેતર ખરીદવા ઇચ્છે છે. આ ખેતરની નદી તરફની બાજુ એ, રસ્તા તરફની બાજુને સમાંતર અને અંતરમાં બમણી છે. જો આ ખેતરનું ક્ષેત્રફળ 10,500 મી^{2} હોય અને ખેતરની સમાંતર બાજુઓ વચ્ચેનું લંબ અંતર 100 મીટર હોય તો ખેતરની નદી તરફની બાજુઓની લંબાઈ શોધો.



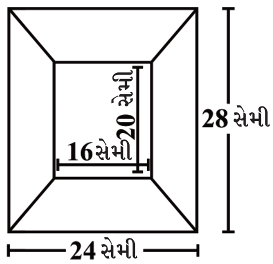


9. જમીનથી ઉપર ઊઠેલ એક ઓટલો છે. તેની ઉપરનું સમતલ સમબાજુ અષ્ટ્કોણ આકારનું છે. જે આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે. આ અષ્ટ્કોણીય સમતલનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

10. એક પંચકોણ આકારનો બગીચો છે જે આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે. આ પંચકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધવા માટે જ્યોતિ અને કવિતાએ જુદી-જુદી રીતે પંચકોણને વિભાજિત કરેલ છે.

જ્યોતિએ કરેલ વિભાજન કવિતાએ કરેલ વિભાજન

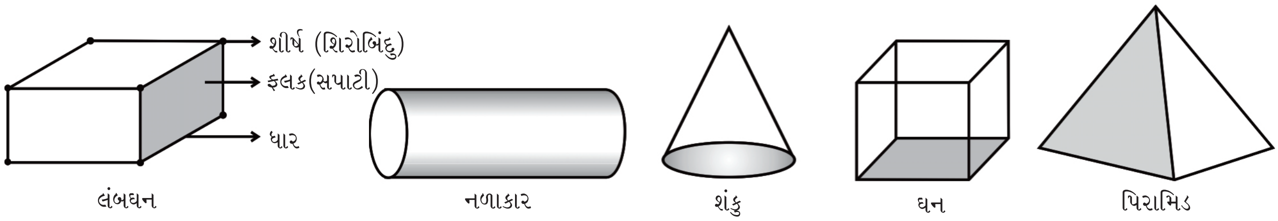
બન્ને રીતે કરેલા વિભાજનની મદદથી બગીચાનું ક્ષેત્રફળ શોધો. શું તમે આ પંચકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધવાની અન્ય કોઈ રીત બતાવી શકો છો ?



11. આકૃતિમાં બતાવેલ ફોટો ફ્રેમની બહારની ધારનું માપ 24 સેમી × 28 સેમી છે અને અંદરની ધારનું માપ અનુક્રમે 16 સેમી × 20 સેમી છે. હવે જો ફ્રેમના ચારે ટુકડાની જાડાઈ સમાન હોય તો ફ્રેમના પ્રત્યેક ટુકડાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

11.6 ઘન આકાર

આગળના ધોરણમાં આપણે શીખી ચૂક્યા છીએ કે દ્વિ-પરિમાણીય આકૃતિઓને, ત્રિ-પરિમાણીય આકારના ફલક સ્વરૂપે ઓળખી શકાય છે. અત્યાર સુધીમાં મુખ્યત્વે આપણે જે ઘન આકાર (Solid Shape)નો અભ્યાસ કર્યો તે આકૃતિ 11.24માં દર્શાવેલ છે તે જુઓ.

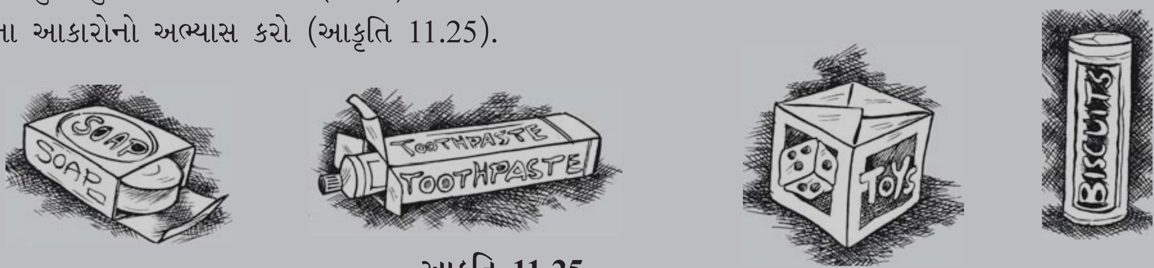


આકૃતિ 11.24

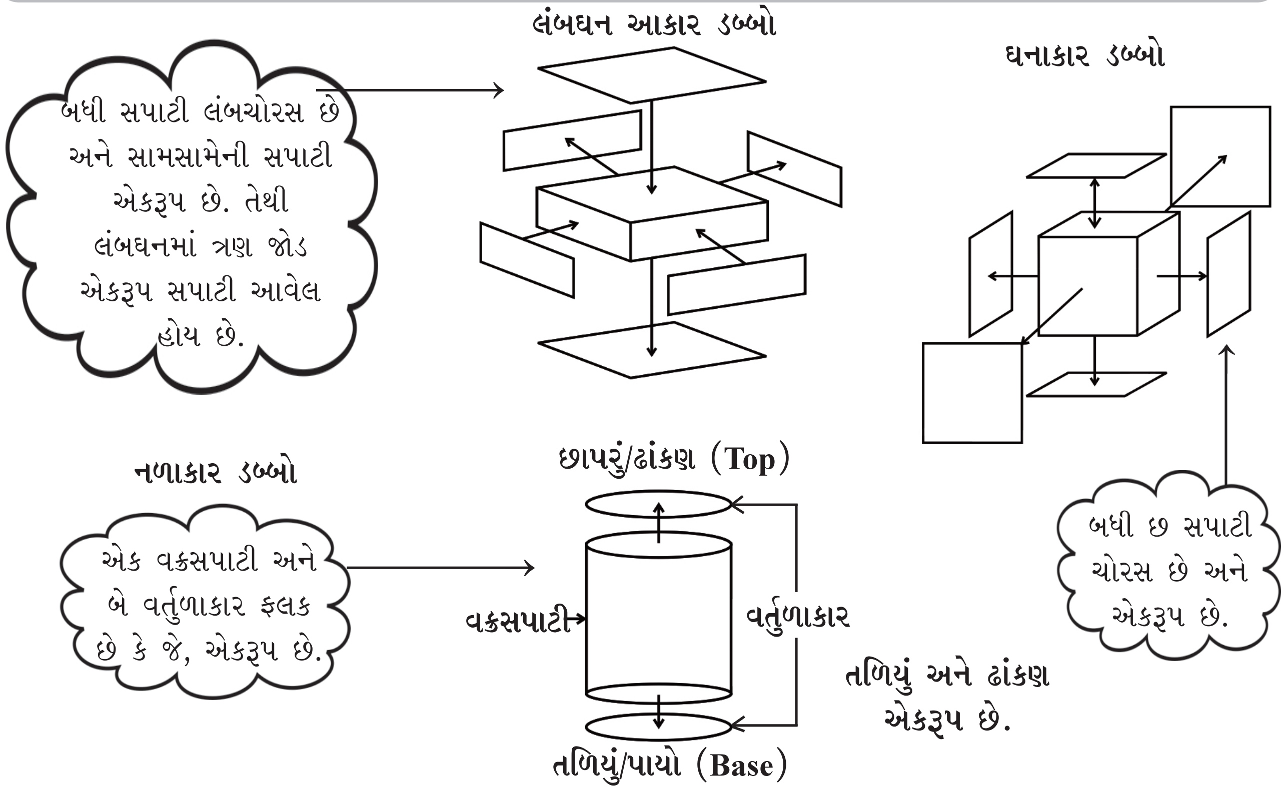
આકૃતિ 11.24માં દર્શાવેલા કેટલાક આકારોમાં બે કે બેથી વધારે એકરૂપ સપાટી આવેલી છે. તેનું નામકરણ કરો. કયા ઘનમાં બધી સપાટી એકરૂપ છે ? તે જણાવો.

આટલું કરો

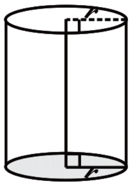
આકૃતિ 11.25માં દર્શાવ્યા મુજબ સાબુ, રમકડાં, દંતમંજન, બિસ્કિટ વગેરે ઘનાકાર, નળાકાર જેવા જુદા-જુદા આકારના ખોખા(બૉક્સ)માં આવે છે. આવા ડબ્બા કે ખોખાં ભેગાં કરો અને તેના આકારોનો અભ્યાસ કરો (આકૃતિ 11.25).



આકૃતિ 11.25



હવે એક પછી એક જુદા-જુદા આકારના ડબ્બા/ખોખા લો. તેની દરેક સપાટીને કાપીને અલગ કરો. દરેક સપાટીના આકારનું અવલોકન કરો. સપાટીને એકબીજા ઉપર રાખીને ખાતરી કરો કે તેઓ સમાન છે કે કેમ ? કુલ સપાટી અને સમાન સપાટીની સંખ્યા શોધો અને તમારાં તારણો લખો.

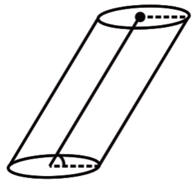


આકૃતિ 11.26
(લંબવૃત્તીય નળાકાર)

શું તમે નીચેની બાબતો પર ધ્યાન આપ્યું ?

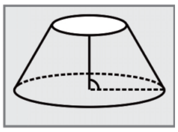
નળાકારના સમાન (એકરૂપ) વર્તુળાકાર બંને સપાટી એકબીજાને સમાંતર છે (આકૃતિ 11.26 જુઓ).

હવે આ વર્તુળાકાર સપાટી પર ધ્યાન કેન્દ્રિત કરો, વર્તુળાકાર સપાટીના મધ્યકેન્દ્રને જોડતો રેખાખંડ આધારને લંબ છે. આવા નળાકારને લંબવૃત્તીય નળાકાર કહે છે. આપણે માત્ર આ પ્રકારના જ નળાકારનો અભ્યાસ કરીશું. અલબત્ત, આકૃતિ 11.27માં દર્શાવ્યા મુજબના બીજા પ્રકારના નળાકાર પણ હોય છે, જે લંબવૃત્તીય નળાકાર નથી.



આકૃતિ 11.27
(આ એક લંબવૃત્તીય નળાકાર નથી.)

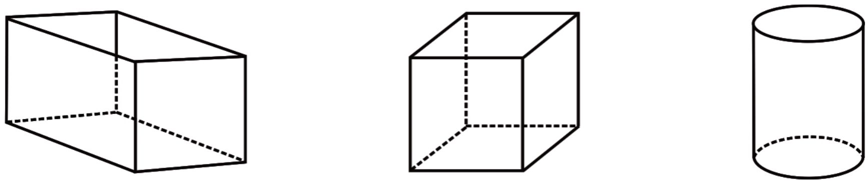
વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો



અહીં આપેલી આકૃતિમાં આપેલા ઘનાકારને નળાકાર કહેવો એ કંઈ ખોટું છે ?

11.7 ઘન, લંબઘન અને નળાકારના પૃષ્ઠફળ (પૃષ્ઠીય ક્ષેત્રફળ)

ઈમરાન, મોનિકા અને જસપાલ ક્રમશઃ આકૃતિ 11.28માં દર્શાવેલા સમાન ઊંચાઈના લંબઘન, સમઘન અને નળાકારને રંગ કરે છે.



આકૃતિ 11.28

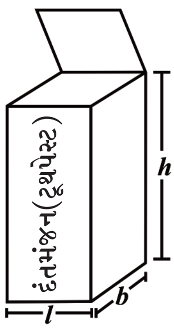
હવે તેઓ એ જાણવા પ્રયત્ન કરે છે કે કોણે વધુ રંગ કર્યો ? હરિ તેમને સલાહ આપે છે કે પ્રત્યેક ડબ્બાનું પૃષ્ઠફળ શોધવાથી તેઓ નક્કી કરી શકશે કે કોણે વધુ રંગ કર્યો છે.

કુલ પૃષ્ઠફળ મેળવવા માટે ઘનાકારના દરેક સપાટીનું ક્ષેત્રફળ મેળવો અને તેનો સરવાળો કરો. આમ, કોઈ પણ ઘન આકારનું પૃષ્ઠફળ તેની સપાટીના ક્ષેત્રફળના સરવાળા જેટલું હોય છે. આ બાબતને વધુ સ્પષ્ટ કરવા આપણે એક પછી એક કરીને દરેક આકાર વિશે આપણે સમજીએ.

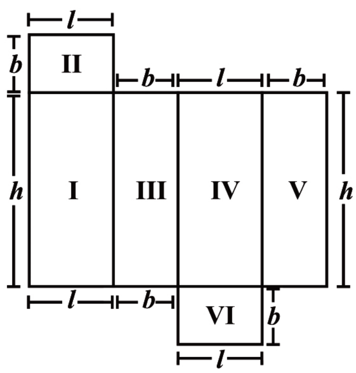
11.7.1 લંબઘન

ધારો કે આકૃતિ 11.29માં દર્શાવ્યા મુજબનું દંતમંજન(ટૂથપેસ્ટ)નું ખોખું તમારી પાસે છે. હવે આ ખોખા(બૉક્સ)ને આકૃતિ 11.30માં દર્શાવ્યા મુજબ કાપી અને ખોલી નાખતા દરેક ફલકના ક્ષેત્રફળ જાળીની જેમ એક બીજા સાથે જોડાયેલા પ્રાપ્ત થશે.

હવે અહીં દરેક બાજુની લંબાઈ દર્શાવો. આપણે જાણીએ છીએ કે લંબઘન (Cuboid)માં ત્રણ જોડ એકરૂપ લંબચોરસ ફલક પ્રાપ્ત થાય છે. આ પ્રત્યેક ફલકનું ક્ષેત્રફળ મેળવવા આપણે કયા સૂત્રનો ઉપયોગ કરી શકીશું ?



આકૃતિ 11.29



આકૃતિ 11.30

ડબ્બા(બૉક્સ)ના દરેક ફલકનું ક્ષેત્રફળ મેળવી કુલ ક્ષેત્રફળ મેળવો. આપણે જાણીએ છીએ કે, લંબઘનનું કુલ ક્ષેત્રફળ = ક્ષેત્રફળ I + ક્ષેત્રફળ II + ક્ષેત્રફળ III + ક્ષેત્રફળ IV + ક્ષેત્રફળ V + ક્ષેત્રફળ VI

$= (h \times l) + (b \times l) + (b \times h) + (l \times h) + (b \times h) + (l \times b)$

તેથી કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ $= 2[(h \times l) + (b \times h) + (b \times l)] = 2(lb + bh + hl)$

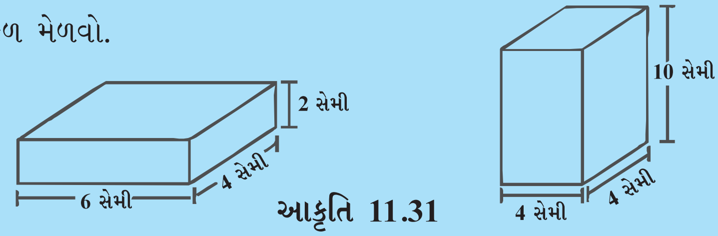
જ્યાં, h, l અને b અનુક્રમે લંબઘનની ઊંચાઈ, લંબાઈ અને પહોળાઈ છે. હવે જો ઉપરોક્ત દર્શાવેલ ડબ્બાની ઊંચાઈ, લંબાઈ અને પહોળાઈ ક્રમશઃ 20 સેમી, 15 સેમી અને 10 સેમી હોય તો,

કુલ પૃષ્ઠફળ $= 2[(20 \times 15) + (20 \times 10) + (10 \times 15)]$

$= 2(300 + 200 + 150) = 1300$ ચોરસમીટર થાય.

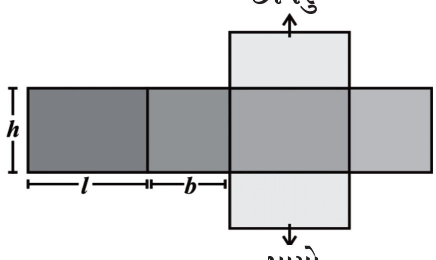
પ્રયત્ન કરો

આકૃતિ 11.31માં દર્શાવેલ લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ મેળવો.



આકૃતિ 11.31

- લંબઘનના કુલ પૃષ્ઠફળમાંથી તેના તળિયા અને ઉપરની સપાટીને બાદ કરતાં લંબઘનની ચાર દીવાલનું ક્ષેત્રફળ પ્રાપ્ત થાય છે. ઉદાહરણ તરીકે તમે જે લંબઘન આકારના ઓરડામાં બેઠા છો, તેની ચારે દીવાલનું કુલ ક્ષેત્રફળ, ઓરડાનું પાર્શ્વ પૃષ્ઠફળ (ખુલ્લા લંબઘનનું ક્ષેત્રફળ) તરીકે ઓળખાય છે જુઓ આકૃતિ 11.32. આમ, લંબઘનના પાર્શ્વ પૃષ્ઠફળ (lateral surface area) $2(h \times l + b \times h)$ અથવા $2h(l + b)$ વડે મેળવી શકાય છે.



આકૃતિ 11.32

આટલું કરો

(i) તમારા વર્ગમાં શિક્ષક જે ડસ્ટર લઈને આવે છે તે લંબઘન આકારનું છે. આ ડસ્ટરની ઊંચાઈ જેટલી પહોળાઈ ધરાવતી ભૂરા રંગની કાગળની પટ્ટીને ડસ્ટરની આસ-પાસની ચારે દીવાલ સાથે ગોઠવીને એક પરિભ્રમણ પૂરું કરી વધારાની કાગળની પટ્ટી દૂર કરો. હવે આ કાગળની પટ્ટી દ્વારા લંબઘનની ચારે દીવાલ ઘેરાયેલી છે. હવે આ કાગળની પટ્ટીને હટાવીને તેનું ક્ષેત્રફળ માપો. શું આ માપ ડસ્ટરના પાર્શ્વ પૃષ્ઠફળ જેટલું છે ?

(ii) તમારા વર્ગખંડની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈ માપો અને નીચે માગ્યા મુજબનું પૃષ્ઠફળ શોધો.

(a) દરવાજા અને બારીને બાદ કરતા વધતું ઓરડાનું કુલ પૃષ્ઠફળ

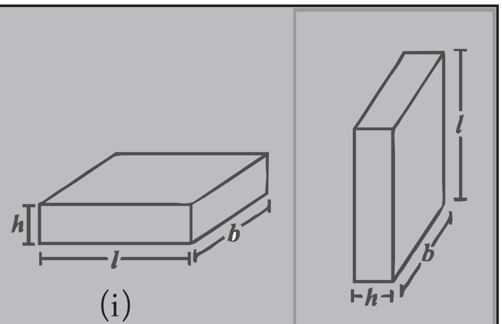
(b) આ ઓરડાનું પાર્શ્વ પૃષ્ઠફળ

(c) ઓરડાને જે ભાગમાં રંગવાનો છે તેનું કુલ ક્ષેત્રફળ

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. શું આપણે કહી શકીએ કે લંબઘનનું કુલ પૃષ્ઠફળ = પાર્શ્વ પૃષ્ઠફળ + 2 (તળિયાનું ક્ષેત્રફળ) ?

2. જો આકૃતિ 11.33(i)માં દર્શાવેલા લંબઘનની ઊંચાઈ અને આધારની લંબાઈને પરસ્પર બદલી નાખીએ તો આકૃતિ 11.33(ii)માં દર્શાવેલ લંબઘન પ્રાપ્ત થાય છે તો તેનું પાર્શ્વ પૃષ્ઠીય ક્ષેત્રફળ બદલી જશે ?



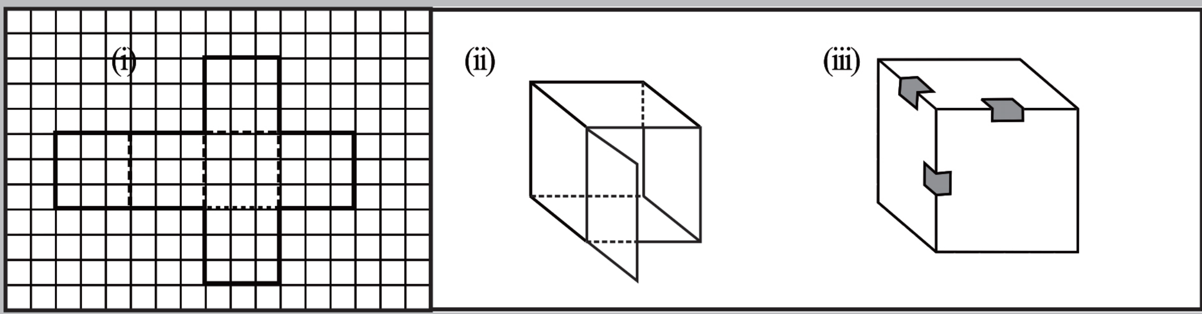
(i) (ii)

આકૃતિ 11.33

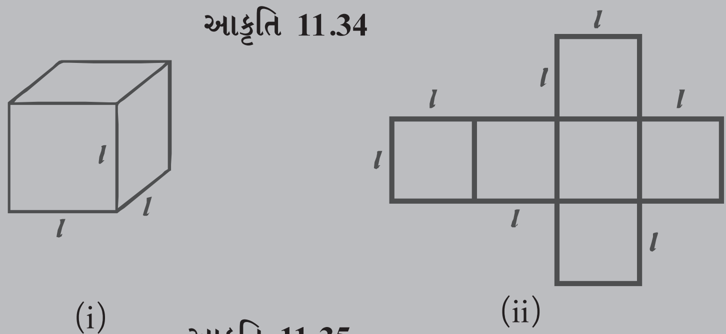
11.7.2 ઘન (Cube)

આટલું કરો

એક આલેખપત્ર પર આકૃતિ 11.34(i)માં દર્શાવ્યા મુજબની રેખાકૃતિ દોરો અને તેને કાપો. તમે જાણો છો તેમ આ રેખાકૃતિ એક ઘનનું પૃષ્ઠફળ દર્શાવતી નેટ (જાળી) છે. આ નેટને આકૃતિ 11.34(ii)માં દર્શાવ્યા મુજબ વાળો અને આકૃતિ 11.34(iii)માં દર્શાવ્યા મુજબ ગમ પટ્ટી લગાવીને ઘન તૈયાર કરો.



આકૃતિ 11.34



આકૃતિ 11.35

(a) આકૃતિ 11.35(i)માં દર્શાવેલ ઘનની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈ કેટલી છે ? યાદ રાખો કે ઘનની દરેક સપાટી ચોરસ આકારની હોય છે. તેથી ઘનની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈ સમાન હોય છે.

(b) ઘનની દરેક સપાટીનું ક્ષેત્રફળ લખો. શું બધાં ફલકોનું ક્ષેત્રફળ સમાન મળે છે ?

(c) આ ઘનનું કુલ પૃષ્ઠફળ લખો.

(d) જો ઘનની પ્રત્યેક બાજુની લંબાઈ l હોય, તો પ્રત્યેક સપાટીનું ક્ષેત્રફળ શું થશે ? (આકૃતિ 11.35 (ii) જુઓ.)
શું એમ કહી શકાય કે l લંબાઈની બાજુવાળા ઘનનું પૃષ્ઠફળ $6l^2$ થાય ?

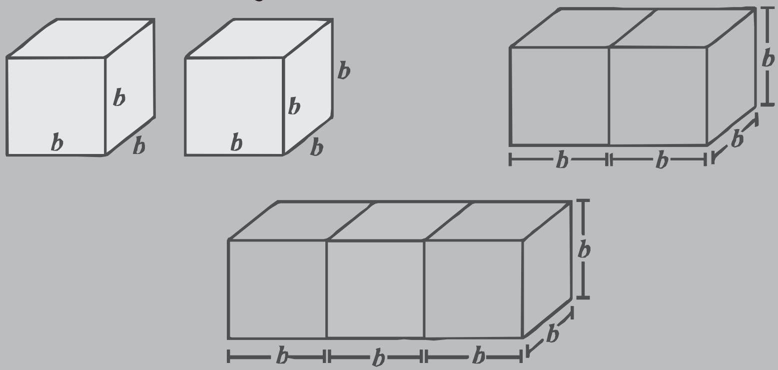
પ્રયત્ન કરો

આકૃતિ 11.36માં દર્શાવેલ ઘન Aનું પૃષ્ઠફળ અને ઘન Bનું પાર્શ્વ પૃષ્ઠફળ શોધો.

આકૃતિ 11.36

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

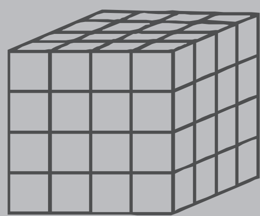
(i) આકૃતિ 11.37માં દર્શાવ્યા મુજબ b બાજુવાળા બે ઘનને જોડીને એક લંબઘન બનાવ્યો છે તો આ લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ શું હશે ? શું એ $12b^2$ હશે ? શું આવી જ રીતે b બાજુ ધરાવતાં ત્રણ ઘન જોડીને બનાવેલ લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ $18b^2$ થશે ? કેમ ?



આકૃતિ 11.37

(ii) સમાન બાજુવાળા 12 લંબઘનને કઈ રીતે ગોઠવીએ તો તેનાથી બનતા લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ લઘુતમ થાય ?

(iii) આકૃતિ 11.38માં દર્શાવ્યા મુજબ એક ઘન ઉપર રંગ કર્યા બાદ તેના એકસરખા 64 ઘન બને તેમ કાપવામાં આવેલ છે અને અલગ કરવામાં આવે છે. તો આમાંથી કેટલા ઘન એવા હશે કે તેની એક પણ બાજુ રંગેલી નહીં હોય ? કેટલા ઘનનું માત્ર એક ફલક (બાજુ) રંગેલું હશે ? કેટલા ઘનની બે સપાટી રંગેલી હશે ? અને કેટલા ઘનની ત્રણ સપાટી રંગવાળાં હશે ?



આકૃતિ 11.38

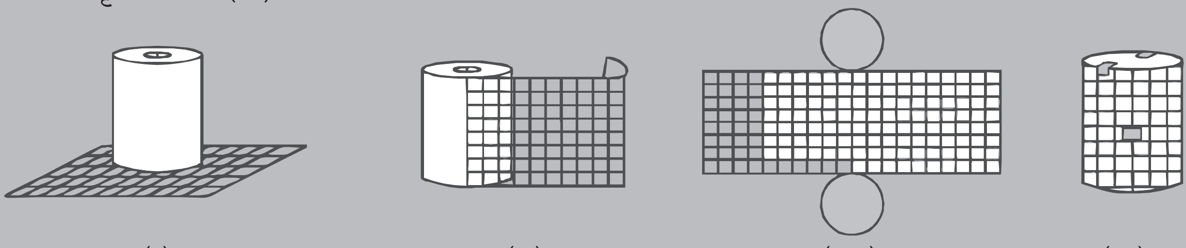
11.7.3 નળાકાર

આપણે જેટલા નળાકાર (Cylinder) જોઈએ છીએ તેમાંથી મોટા ભાગના લંબવૃત્તીય નળાકાર હોય છે. ઉદાહરણ તરીકે ડબ્બો, ભૂંગળું (ગોળ પાઈપ), ટ્યૂબલાઇટ, પાણીની પાઇપ વગેરે.

આટલું કરો

(i) આકૃતિ 11.39(i)માં દર્શાવ્યા મુજબ એક આલેખપત્ર પર એક નળાકાર કેન કે ડબ્બાને રાખી તેના તળિયાના માપનો ટુકડો કાપીને અલગ કરો. હવે આકૃતિ 11.39(ii)માં બતાવ્યા મુજબ નળાકારની ઊંચાઈ જેટલી પહોળાઈના એક આલેખપત્રને નળાકારની ફરતે વીંટાળો અને વધારાનો આલેખપત્ર કાપી નાખો. હવે આકૃતિ 11.39(iii)માં દર્શાવ્યા મુજબના બે વર્તુળાકાર અને એક લંબચોરસ આલેખના ટુકડાને આકૃતિ 11.39(iv)માં બતાવ્યા મુજબ ગમપટ્ટીથી જોડી નળાકાર તૈયાર કરો.

આકૃતિ 11.39(iv)માં નળાકાર કેનની વક્રસપાટી પર વીંટાળેલ ભાગનો આકાર કેવો છે ?

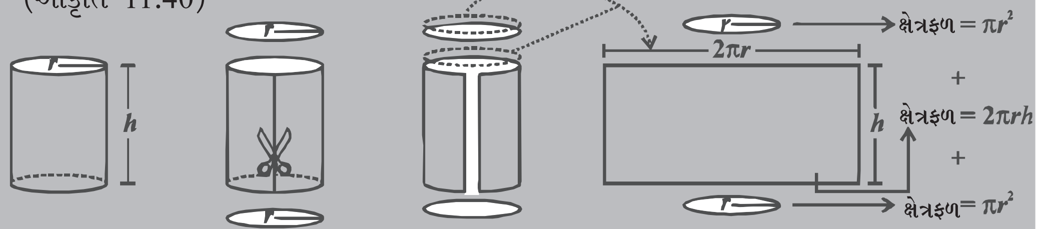


(i) (ii) (iii) (iv)

આકૃતિ 11.39

આ આકાર ચોક્કસપણે લંબચોરસ જ છે. હવે જ્યારે આપણે નળાકારના આ ભાગોને એકબીજા સાથે પટ્ટીથી જોડીએ ત્યારે આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે લંબચોરસ પટ્ટીની લંબાઈ નળાકારના તળિયે (કે ઉપરની તરફ) આવેલા વર્તુળના પરિઘ જેટલી હોય છે. વર્તુળાકાર આધાર(તળિયા)ની ત્રિજ્યા r, લંબચોરસ પટ્ટીની લંબાઈ l અને પટ્ટીની પહોળાઈ h માપો. શું $2\pi r$ = પટ્ટીની લંબાઈ થાય છે ? લંબચોરસ પટ્ટીનું ક્ષેત્રફળ $2\pi rh$ થાય છે ? ચકાસો. હવે નળાકાર બનાવવામાં વપરાયેલ આલેખપત્ર પરના ચોરસોની સંખ્યા ગણીને નક્કી કરો કે નળાકાર બનાવવા કેટલા ચોરસ એકમનો ઉપયોગ થયેલ છે. શું ગણતરી કરેલ આ માપ લગભગ $2\pi r\,(r + h)$ના માપ જેટલું છે ?

(ii) આપણે નળાકારના પૃષ્ઠફળનો $2\pi r\,(r + h)$ સાથેનો સંબંધ બીજી રીતે પણ મેળવી શકીએ છીએ. નીચેની આકૃતિ 11.40માં દર્શાવ્યા મુજબના એક નળાકારને કાપવાની કલ્પના કરો. (આકૃતિ 11.40)



આકૃતિ 11.40

નોંધ : જ્યારે πની કિંમત વિષે કંઈ કહેવામાં આવેલ ન હોય ત્યારે તેની કિંમત આપણે $\frac{22}{7}$ લઈશું.

આથી નળાકારનું પાર્શ્વ પૃષ્ઠફળ (વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ) $2\pi rh$ છે.

નળાકારનું કુલ પૃષ્ઠફળ $= \pi r^2 + 2\pi rh + \pi r^2$

$= 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r\,(r + h)$

પ્રયત્ન કરો

આકૃતિ 11.41માં દર્શાવેલા નળાકારનું કુલ પૃષ્ઠફળ શોધો.

આકૃતિ 11.41

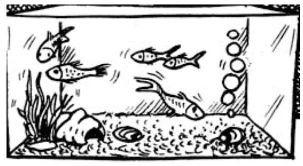
વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

નોંધ કરો કે કોઈ નળાકારના પાર્શ્વ પૃષ્ઠફળ (વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ) નળાકારના આધારના પરિઘ × નળાકારની ઊંચાઈ જેટલું હોય છે. શું આપણે લંબઘનના પાર્શ્વ પૃષ્ઠફળ(ચારે દીવાલનું ક્ષેત્રફળ)ને આધાર(તળિયા)ના લંબચોરસની પરિમિતિ × લંબઘનની ઊંચાઈના સ્વરૂપમાં લખી શકીએ ?

ઉદાહરણ 4 : એક માછલીઘર લંબઘન આકારનું છે, તેનું બહારથી માપ 80 સેમી × 30 સેમી × 40 સેમી છે. હવે આ માછલીઘરના તળિયા પર, બન્ને બાજુ પર, અને માછલીઘરની પાછળની સપાટી પર કાગળ લગાડવાનો છે તો જોઈતા કાગળનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

ઉકેલ : માછલીઘરની લંબાઈ (l) = 80 સેમી

માછલીઘરની પહોળાઈ (b) = 30 સેમી



માછલીઘરની ઊંચાઈ (h) = 40 સેમી છે.

તેથી તળિયાનું ક્ષેત્રફળ = $l \times b = 80 \times 30 = 2400$ સેમી^{2}

એક સાઈડ(બાજુ)નું ક્ષેત્રફળ = $b \times h = 30 \times 40 = 1200$ સેમી^{2}

પાછલા ફલકનું ક્ષેત્રફળ = $l \times h = 80 \times 40 = 3200$ સેમી^{2}

માંગેલ ક્ષેત્રફળ = આધારનું ક્ષેત્રફળ + પાછળના ફલકનું ક્ષેત્રફળ + (2 × બાજુ પરના ફલકનું ક્ષેત્રફળ)

= 2400 + 3200 + (2 × 1200) = 8000 સેમી^{2}

તેથી જરૂરી રંગીન કાગળનું ક્ષેત્રફળ 8000 સેમી^{2} છે.

ઉદાહરણ 5 : એક લંબઘન આકારના ઓરડાનું અંદરનું માપ 12 મી × 8 મી × 4 મી છે. ઓરડો રંગવાનો ભાવ 5 રૂપિયા પ્રતિ ચોરસ મીટર હોય તો ઓરડાની ચારે દીવાલ રંગવાનો ખર્ચ કેટલો થશે ? અને જો ઓરડાની છતને પણ રંગીએ તો રંગ કરાવવાનો ખર્ચ કેટલો થશે ?

ઉકેલ : ધારો કે ઓરડાની લંબાઈ (l) = 12 મીટર

ઓરડાની પહોળાઈ (b) = 8 મીટર

ઓરડાની ઊંચાઈ (h) = 4 મીટર

ઓરડાની ચારે દીવાલનું ક્ષેત્રફળ = ભોંયતળિયાની પરિમિતિ × ઓરડાની ઊંચાઈ

= $2\ (l + b) \times h$

= $2\ (12 + 8) \times 4$

= $2 \times 20 \times 4 = 160$ મીટર^2

હવે રંગ કરાવવાનો ખર્ચ 5 રૂપિયા/મીટર^2 છે.

તેથી ઓરડાની ચારે દીવાલ રંગવાનો કુલ ખર્ચ = 160 × 5 = 800 રૂપિયા

છતનું ક્ષેત્રફળ = $l \times b = 12 \times 8 = 96$ મી^{2}

માટે છતને રંગવાનો ખર્ચ = 96 × 5 = 480 રૂપિયા

તેથી ઓરડાને રંગવાનો કુલ ખર્ચ = ચાર દીવાલ રંગવાનો ખર્ચ + છત રંગવાનો ખર્ચ

= 800 + 480 = ₹ 1280

ઉદાહરણ 6 : એક મહેલમાં 24 નળાકાર સ્તંભો છે. દરેક સ્તંભની ત્રિજ્યા 28 સેમી અને ઊંચાઈ 4 મીટર છે. 8 રૂપિયા પ્રતિ ચોરસ મીટરના ભાવથી બધા સ્તંભોની વક્રસપાટીને રંગવાનો કુલ ખર્ચ કેટલો થશે ?

ઉકેલ : નળાકાર સ્તંભની ત્રિજ્યા = 28 સેમી = 0.28 મીટર

નળાકાર સ્તંભની ઊંચાઈ = 4 મીટર

હવે, નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ = $2\pi rh$

સ્તંભની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ = $2 \times \frac{22}{7} \times 0.28 \times 4 = 7.04$ મી^{2}

આવા 24 સ્તંભોની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ = $7.04 \times 24 = 168.96$ મી^{2}

વળી, 1 મીટર^2 રંગકામ માટેનો ખર્ચ = ₹ 8 છે.

તેથી 168.96 મીટર^2 રંગકામ કરવાનો કુલ ખર્ચ = 168.96 × 8 = ₹ 1351.68

ઉદાહરણ 7 : એક નળાકારની ત્રિજ્યા 7 સેમી અને કુલ પૃષ્ઠફળ 968 સેમી^{2} છે, તો તેની ઊંચાઈ શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે નળાકારની ઊંચાઈ = h છે.

નળાકારની ત્રિજ્યા = $r = 7$ સેમી

નળાકારનું કુલ પૃષ્ઠફળ = $2\pi r\ (h + r)$

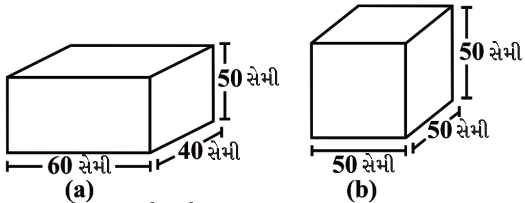
$\therefore\ 968 = 2 \times \frac{22}{7} \times 7\ (h + 7)$

$\therefore\ h = 15$ સેમી થાય.

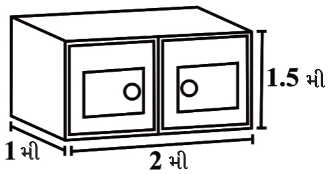
એટલે કે નળાકારની ઊંચાઈ 15 સેમી હશે.

સ્વાધ્યાય 11.3

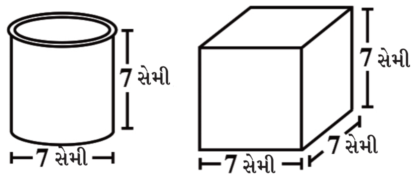
1. બાજુની આકૃતિમાં બતાવ્યા મુજબના માપનો એક લંબઘન અને એક સમઘન છે. આ બન્ને ડબ્બામાંથી કયો ડબ્બો બનાવવામાં ઓછી સામગ્રી વપરાશે ?



2. 80 સેમી × 48 સેમી × 24 સેમી માપ ધરાવતી એક સૂટકેસને તાડપત્રીના કપડાથી ઢાંકવાની છે (કવર બનાવવાનું છે). આવી 100 સૂટકેસને ઢાંકવા માટે 96 સેમી પહોળાઈ ધરાવતી તાડપત્રીના કેટલા કાપડની જરૂર પડશે ?
3. એક એવા ઘનની બાજુનું માપ શોધો કે જેનું પૃષ્ઠફળ 600 સેમી^{2} હોય ?
4. રુખસારે 1 મી × 2 મી × 1.5 મી માપવાળી પેટીને બહારથી રંગ કર્યો. જો તેણે પેટીના તળિયા સિવાય બહારની તરફ બધે રંગ કર્યો હોય, તો તેણે કેટલા પૃષ્ઠફળમાં રંગ કર્યો હશે ?

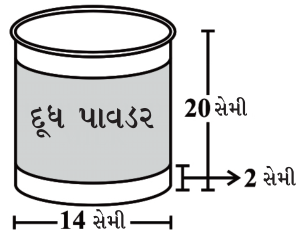


5. ડેનિયલ એક લંબઘન આકારના ઓરડાની દીવાલ અને છતને રંગે છે જેની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈ ક્રમશઃ 15 મી, 10 મી અને 7 મી છે. રંગના એક ડબ્બામાંથી 100 મીટર^2 ક્ષેત્રફળ પર રંગ કરી શકાતો હોય, તો ઓરડાને રંગવા માટે કેટલા ડબ્બા રંગ જોઈશે ?
6. જમણી બાજુએ આપેલી આકૃતિમાંના બંને ડબ્બા કઈ રીતે સમાન છે અને કઈ રીતે એક બીજાથી જુદા પડે છે ? કયા ડબ્બાનું પાર્શ્વ પૃષ્ઠફળ વધારે હશે ?



7. 7 મીટર ત્રિજ્યા અને 3 મીટર ઊંચાઈવાળી એક બંધ નળાકાર ટાંકી ધાતુના પતરામાંથી બનાવવામાં આવેલ છે. આ ટાંકીને બનાવવા માટે ધાતુનું કેટલું પતરું જોઈશે ?
8. એક ખુલ્લા નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ 4224 સેમી^{2} છે. આ નળાકારને તેની ઊંચાઈ તરફથી કાપીને 33 સેમી પહોળાઈની એક લંબચોરસ આકારની સીટ બનાવવામાં આવે છે, તો લંબચોરસ સીટની પરિમિતિ મેળવો.
9. એક રસ્તાને એક વખત સમતલ કરવા માટે રોલરને 750 વખત પરિભ્રમણ કરવું પડે છે. હવે જો રોલરનો વ્યાસ 84 સેમી અને પહોળાઈ 1 મીટર હોય તો રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

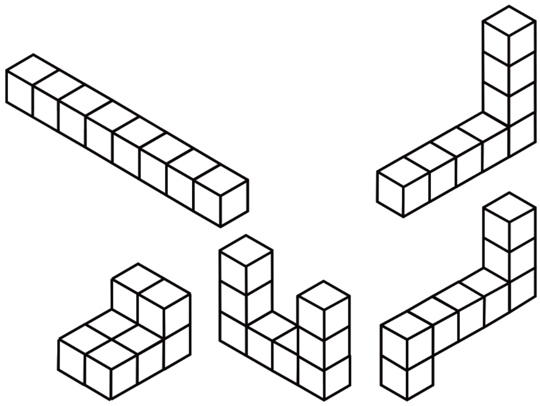
10. એક કંપની તેના દૂધ પાવડરને એવા નળાકાર ડબ્બામાં પેક કરે છે તેનો વ્યાસ 14 સેમી અને ઊંચાઈ 20 સેમી હોય. બાજુની આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે કંપની ડબ્બાની વક્રસપાટી પર ફરતે લેબલ લગાવે છે. જો આ લેબલ નળાકારના શીર્ષ અને તળિયા બન્નેથી 2 સેમી દૂર ચોંટાડવામાં આવતું હોય તો લેબલનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



11.8 ઘન, લંબઘન અને નળાકારનું ઘનફળ/કદ

ત્રિપરિમાણીય આકાર દ્વારા ઘેરાતી જગ્યાને તેનું ઘનફળ/કદ (Volume) કહેવામાં આવે છે. તમારી આસપાસની વસ્તુઓના ઘનફળ(કદ)ની સરખામણી કરવાનો પ્રયત્ન કરો. ઉદાહરણ તરીકે, ઓરડામાં રાખેલા કબાટના ઘનફળની સરખામણીમાં તે ઓરડાનું ઘનફળ વધારે છે. એ જ રીતે તમારા પેન્સિલબૉક્સનું ઘનફળ તેમાં રાખેલી પેન્સિલ કે દરેક રબ્બરના ઘનફળ કરતા વધારે છે. શું તમે એમાંથી કોઈ પણ વસ્તુનું ઘનફળ માપી શકો છો ?

યાદ કરો કે આપણે કોઈ પણ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ મેળવવા માટે આલેખપત્ર જેવા ચોરસ એકમોનો ઉપયોગ કરતા હતા. અહીં આપણે ઘનાકાર વસ્તુનું ઘનફળ મેળવવા માટે ઘન એકમોનો ઉપયોગ કરીશું કારણ કે ઘન એ સૌથી વધારે સુવિધાયુક્ત ઠોસ આકાર છે. (જેમ સપાટીના ક્ષેત્રફળના માપન માટે ચોરસ સૌથી વધારે સુવિધાયુક્ત આકાર છે, તેમ ઘન વસ્તુનું ઘનફળ માપવા માટે ઘન એ સૌથી વધુ સુવિધાયુક્ત ઘન આકાર છે.)



આકૃતિ 11.42

કોઈ પણ ઘન પદાર્થનું ઘનફળ મેળવવા માટે આપણે જે-તે ઘનાકાર વસ્તુને ઘન એકમોમાં વિભાજિત કરવાની જરૂર પડે છે. આકૃતિ 11.42માં આપેલ દરેક ઘન આકારનું ઘનફળ 8 ઘન એકમ છે. આ બાબતે વિચારો.

આથી આપણે કહી શકીએ કે, કોઈ પણ ઠોસ(ઘન)ના ઘનફળ માપવા માટે આપણે તેમાં રહેલા ઘન એકમો ગણીએ છીએ.

1 ઘન સેમી $= 1$ સેમી $\times 1$ સેમી $\times 1$ સેમી $= 1$ સેમી^{3}

1 ઘન મીટર $= 1$ મી $\times 1$ મી $\times 1$ મી $= 1$ મી^{3}

$=$ .... સેમી^{3}

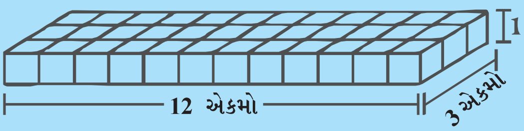
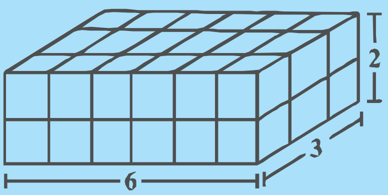
1 ઘન મિલીમીટર $= 1$ મિમી $\times 1$ મિમી $\times 1$ મિમી $= 1$ મિમી^{3}

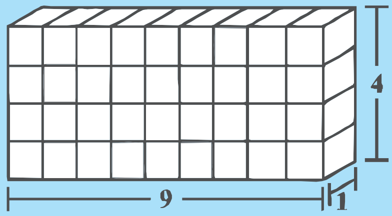
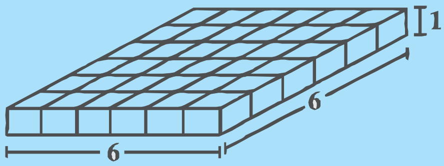
$= 0.1$ સેમી $\times 0.1$ સેમી $\times 0.1$ સેમી $=$ .... સેમી^{3}

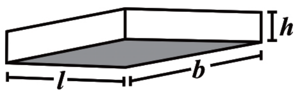
હવે આપણે ઘન, લંબઘન અને નળાકારનાં ઘનફળ મેળવવા માટેનાં સૂત્ર શોધીશું. ચાલો, દરેક ઘન ઉપર એક પછી એક ચર્ચા કરીએ.

11.8.1 લંબઘન

સમાન આકાર (પ્રત્યેક ઘનની લંબાઈ સમાન) હોય તેવા 36 સમઘન લો અને તેમને વ્યવસ્થિત ગોઠવીને લંબઘન (Cuboid) બનાવો. તમે આવા ઘણા પ્રકારના લંબઘન બનાવી શકો છો. નીચેના કોષ્ટક ઉપર વિચાર કરીને ખાલી જગ્યા પૂરો.

	ઘન	લંબાઈ	પહોળાઈ	ઊંચાઈ	$l \times b \times h = V$
(i)		12	3	1	$12 \times 3 \times 1 = 36$
(ii)		...	...	...	...

(iii)		...	...	...	...
(iv)		...	...	...	...



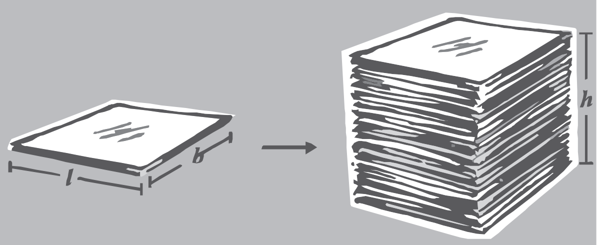
ઉપર દર્શાવેલ સારણીમાં તમે શું જોયું ?

સારણીના દરેક લંબઘન બનાવવામાં આપણે 36 ઘનનો ઉપયોગ કરેલ છે, તેથી પ્રત્યેક લંબઘનનું ઘનફળ પણ 36 ઘન એકમ થશે. આ ઉપરાંત દરેક લંબઘનનું ઘનફળ તેની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈના ગુણાકારને સમાન છે, તે આપણે અનુભવે જોયું. આથી, ઉપરના ઉદાહરણના આધારે આપણે કહી શકીએ કે, લંબઘનનું ઘનફળ = લંબાઈ × પહોળાઈ × ઊંચાઈ = $l \times b \times h$

આ ઉપરાંત આ આપણે લંબઘનનું ઘનફળ = લંબઘનના આધારનું ક્ષેત્રફળ × ઊંચાઈ પણ કહી શકીએ કારણ કે $l \times b$ = લંબઘનના આધારનું ક્ષેત્રફળ થાય છે.

આટલું કરો

એક કાગળ લો અને તેનું ક્ષેત્રફળ માપો. આ માપનાં જ બીજાં કાગળ લઈને કાગળની થપ્પી લગાવી એક લંબઘન બનાવો (આકૃતિ 11.43 મુજબ). આ થપ્પીની ઊંચાઈ માપો. કાગળનું ક્ષેત્રફળ અને થપ્પીની ઊંચાઈના ગુણાકારનું મૂલ્ય મેળવી લંબઘનનું ઘનફળ જાણો.



આકૃતિ 11.43

આ પ્રવૃત્તિ પરથી આપણે એમ પણ કહી શકીએ કે ઘનનું ઘનફળ આ પ્રકારે પણ મેળવી શકાય. (જો કોઈ ઘન આકારનું શીર્ષ (TOP) અને આધાર (BASE) એકરૂપ હોય અને એકબીજાને સમાંતર હોય તો તેની ધાર/કિનારી (EDGE), આધાર(BASE)ને લંબ હશે.) જેનું ઘનફળ શોધવામાં આ રીતના ઉપયોગ કરી શકાતો હોય તેવી વસ્તુઓ બાબતે તમે વિચારી શકો છો ?

પ્રયત્ન કરો

નીચેની આકૃતિ 11.44માં દર્શાવેલા લંબઘનનું ઘનફળ શોધો.

(i)

આકૃતિ 11.44

11.8.2 ઘન

ઘન (Cube) એ લંબઘનનો એક ખાસ પ્રકાર છે. જેમાં $l = b = h$ થતા હોય,
એટલે કે ઘનનું ઘનફળ $= l \times l \times l = l^3$

પ્રયત્ન કરો

નીચે આપેલા ઘનના ઘનફળ શોધો.

(a) 4 સેમી બાજુવાળો ઘન (b) 1.5 મીટર બાજુવાળો ઘન

આટલું કરો

સમાન આકારવાળા 64 ઘનનો ઉપયોગ કરીને જેટલા પ્રકારના લંબઘન બનાવી શકો તેટલા બનાવો અને આ પ્રત્યેક સ્વરૂપના લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ શોધો. શું સમાન ઘનફળવાળી ઘન આકૃતિઓના પૃષ્ઠફળ પણ સમાન હોય છે ?

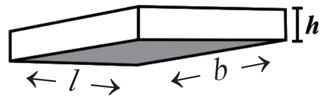
વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

એક કંપની બિસ્કિટ વેચે છે. બિસ્કિટને પૅક કરવા માટે લંબઘન આકારના ડબ્બાનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. ડબ્બો A $\rightarrow$ 3 સેમી $\times$ 8 સેમી $\times$ 20 સેમી અને ડબ્બો B $\rightarrow$ 4 સેમી $\times$ 12 સેમી $\times$ 10 સેમીનો છે. તો કંપનીને કયા માપના ડબ્બાનો ઉપયોગ કરવાથી આર્થિક લાભ થશે ? કેમ ? શું તમે આવા કોઈ બીજા આકારના ડબ્બાનો ઉપયોગ કરવાની સલાહ આપી શકો કે જેનું ઘનફળ તેના જેટલું જ હોય પરંતુ આર્થિક દૃષ્ટિએ વધુ લાભદાયક હોય.

11.8.3 નળાકાર

આપણે જાણીએ છીએ કે લંબઘનનું ઘનફળ તેના આકારના ક્ષેત્રફળ અને તેની ઊંચાઈના ગુણાકાર દ્વારા મેળવી શકાય છે. શું આ જ રીતે આપણે નળાકારનું ઘનફળ મેળવી શકીએ ?

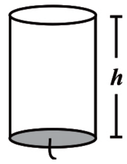
$A = (l \times b) \times h$



લંબઘન

લંબઘનની જેમ નળાકાર (Cylinder)માં પણ એક આધાર (Base) અને શીર્ષ (Top) હોય છે, જે એકબીજાને એકરૂપ અને સમાંતર હોય છે. લંબઘનની જેમ નળાકારની વક્રસપાટી તેના આધારને લંબ હોય છે.

$A = (\pi r^2)h$



આધારનું ક્ષેત્રફળ $= \pi r^2$

તેથી, લંબઘનનું ઘનફળ = આધારનું ક્ષેત્રફળ $\times$ ઊંચાઈ

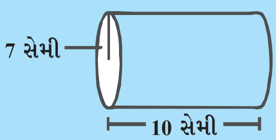
$= (l \times b) \times h = lbh$

નળાકારનું ઘનફળ= આધારનું ક્ષેત્રફળ $\times$ ઊંચાઈ

$= \pi r^2 \times h = \pi r^2 h$

પ્રયત્ન કરો

નીચે આપેલા નળાકારના ઘનફળ મેળવો.

(i) 

(ii)