

बहुपद

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

- बहुपद का अर्थ
- बहुपद की घात
- गुणांक
- एकपदी, द्विपद, इत्यादि
- अचर, रैखिक, द्विघात बहुपद, इत्यादि
- चर के दिए हुए मान के लिए बहुपद का मान
- बहुपद के शून्यक
- शेषफल प्रमेय
- गुणनखंड प्रमेय
- मध्यपद को विभक्त कर एक द्विघात बहुपद का गुणनखंडन

गुणनखंड प्रमेय के प्रयोग द्वारा बीजीय व्यंजकों के गुणनखंड बीजीय सर्वसमिकाएँ :

बीजीय सर्वसमिकाएँ –

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$$

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$$

$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = x^3 - y^3 - 3xy(x - y)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y) (x^2 - xy + y^2)$$

$$x^3 - y^3 = (x - y) (x^2 + xy + y^2)$$

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z) (x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

(B) बहु विकल्पीय प्रश्न

प्रतिदर्श प्रश्न 1 : यदि सभी x के लिए, $x^2 + kx + 6 = (x + 2) (x + 3)$ है, तो k का मान है

- (A) 1 (B) -1 (C) 5 (D) 3

हल : उत्तर (C)

प्रश्नावली 2.1

निम्नलिखित में से प्रत्येक में सही उत्तर लिखिए -

1. निम्नलिखित में से कौन एक बहुपद है?

(A) $\frac{x^2}{2} - \frac{2}{x^2}$

(B) $\sqrt{2x} - 1$

(C) $x^2 + \frac{3x^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x}}$

(D) $\frac{x-1}{x+1}$

2. $\sqrt{2}$ निम्नलिखित घात का एक बहुपद है :

(A) 2

(B) 0

(C) 1

(D) $\frac{1}{2}$

3. बहुपद $4x^4 + 0x^3 + 0x^5 + 5x + 7$ की घात है :

(A) 4

(B) 5

(C) 3

(D) 7

4. शून्य बहुपद की घात है :

(A) 0

(B) 1

(C) कोई भी प्राकृत संख्या

(D) परिभाषित नहीं

5. यदि $p(x) = x^2 - 2\sqrt{2}x + 1$ है, तो $p(2\sqrt{2})$ बराबर है :

(A) 0

(B) 1

(C) $4\sqrt{2}$

(D) $8\sqrt{2} + 1$

6. जब $x = -1$ है, तो बहुपद $5x - 4x^2 + 3$ का मान है :

(A) -6

(B) 6

(C) 2

(D) -2

7. यदि $p(x) = x + 3$ है, तो $p(x) + p(-x)$ बराबर है :
 (A) 3 (B) $2x$ (C) 0 (D) 6
8. शून्य बहुपद का शून्यक है :
 (A) 0 (B) 1
 (C) कोई वास्तविक संख्या (D) परिभाषित नहीं
9. बहुपद $p(x) = 2x + 5$ का शून्यक है :
 (A) $-\frac{2}{5}$ (B) $-\frac{5}{2}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{5}{2}$
10. बहुपद $2x^2 + 7x - 4$ के शून्यकों में से एक है :
 (A) 2 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $-\frac{1}{2}$ (D) -2
11. यदि $x^{51} + 51$ को $x + 1$ से भाग दिया जाए, तो शेषफल है :
 (A) 0 (B) 1 (C) 490 (D) 50
12. यदि $x + 1$ बहुपद $2x^2 + kx$ का एक गुणनखंड हो, तो k का मान है :
 (A) -3 (B) 4 (C) 2 (D) -2
13. $x + 1$ निम्नलिखित बहुपद का एक गुणनखंड है :
 (A) $x^3 + x^2 - x + 1$ (B) $x^3 + x^2 + x + 1$
 (C) $x^4 + x^3 + x^2 + 1$ (D) $x^4 + 3x^3 + 3x^2 + x + 1$
14. $(25x^2 - 1) + (1 + 5x)^2$ के गुणनखंडों में से एक है :
 (A) $5 + x$ (B) $5 - x$ (C) $5x - 1$ (D) $10x$
15. $249^2 - 248^2$ का मान है :
 (A) 1^2 (B) 477 (C) 487 (D) 497
16. $4x^2 + 8x + 3$ का गुणनखंडन है :
 (A) $(x + 1)(x + 3)$ (B) $(2x + 1)(2x + 3)$
 (C) $(2x + 2)(2x + 5)$ (D) $(2x - 1)(2x - 3)$
17. निम्नलिखित में से कौन $(x + y)^3 - (x^3 + y^3)$ का एक गुणनखंड है?
 (A) $x^2 + y^2 + 2xy$ (B) $x^2 + y^2 - xy$ (C) xy^2 (D) $3xy$
18. $(x + 3)^3$ के प्रसार में x का गुणांक है :
 (A) 1 (B) 9 (C) 18 (D) 27

19. यदि $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = -1$ ($x, y \neq 0$) है, तो $x^3 - y^3$ का मान है :

- (A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$

20. यदि $49x^2 - b = \left(7x + \frac{1}{2}\right)\left(7x - \frac{1}{2}\right)$ है, तो b का मान है :

- (A) 0 (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{2}$

21. यदि $a + b + c = 0$ है, तो $a^3 + b^3 + c^3$ बराबर है :

- (A) 0 (B) abc (C) $3abc$ (D) $2abc$

(C) तर्क के साथ संक्षिप्त उत्तरीय प्रश्न

प्रतिदर्श प्रश्न 1 : निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य, लिखिए। अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

- (i) $\frac{1}{\sqrt{5}}x^{\frac{1}{2}} + 1$ एक बहुपद है (ii) $\frac{6\sqrt{x} + x^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x}}$, $x \neq 0$ एक बहुपद है।

हल :

- (i) असत्य, क्योंकि चर का घातांक एक पूर्ण संख्या नहीं है।
(ii) सत्य, क्योंकि $\frac{6\sqrt{x} + x^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x}} = 6 + x$, जो एक बहुपद है।

प्रश्नावली 2.2

1. निम्नलिखित में से कौन से व्यंजक बहुपद हैं? अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

- (i) 8 (ii) $\sqrt{3}x^2 - 2x$ (iii) $1 - \sqrt{5}x$
(iv) $\frac{1}{5x^{-2}} + 5x + 7$ (v) $\frac{(x-2)(x-4)}{x}$ (vi) $\frac{1}{x+1}$

$$(vii) \frac{1}{7}a^3 - \frac{2}{\sqrt{3}}a^2 + 4a - 7 \quad (viii) \frac{1}{2x}$$

2. क्या निम्नलिखित कथन **सत्य** हैं या **असत्य**, लिखिए। अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

- एक द्विपद के अधिकतम दो पद हो सकते हैं।
- प्रत्येक बहुपद एक द्विपद है।
- एक द्विपद की घात 5 हो सकती है।
- एक बहुपद का शून्यक सदैव 0 होता है।
- एक बहुपद के एक से अधिक शून्यक नहीं हो सकते हैं।
- घात 5 वाले दो बहुपदों के योग की घात सदैव 5 होती है।

(D) संक्षिप्त उत्तरीय प्रश्न

प्रतिदर्श प्रश्न 1 :

- जाँच कीजिए कि $p(x)$, $g(x)$ का एक गुणज है या नहीं, जहाँ $p(x) = x^3 - x + 1$ और $g(x) = 2 - 3x$ है।
- जाँच कीजिए कि $g(x)$, $p(x)$ का एक गुणखंड है या नहीं, जहाँ

$$p(x) = 8x^3 - 6x^2 - 4x + 3 \text{ और } g(x) = \frac{x}{3} - \frac{1}{4} \text{ है।}$$

हल :

- $g(x)$, $p(x)$ का एक गुणज होगा, यदि $g(x)$, $p(x)$ को विभाजित करता है।

अब, $g(x) = 2 - 3x = 0$ से $x = \frac{2}{3}$ प्राप्त होता है।

$$\begin{aligned} \text{शेषफल} &= p\left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - \left(\frac{2}{3}\right) + 1 \\ &= \frac{8}{27} - \frac{2}{3} + 1 = \frac{17}{27} \end{aligned}$$

क्योंकि शेषफल $\neq 0$ है, इसलिए $p(x)$, $g(x)$ का गुणज नहीं है।

- $g(x) = \frac{x}{3} - \frac{1}{4} = 0$ से $x = \frac{3}{4}$ प्राप्त होता है।

$g(x), p(x)$ का एक गुणनखंड होगा, यदि $p\left(\frac{3}{4}\right) = 0$ (गुणनखंड प्रमेय)

$$\begin{aligned}\text{अब, } p\left(\frac{3}{4}\right) &= 8\left(\frac{3}{4}\right)^3 - 6\left(\frac{3}{4}\right)^2 - 4\left(\frac{3}{4}\right) + 3 \\ &= 8 \times \frac{27}{64} - 6 \times \frac{9}{16} - 3 + 3 = 0\end{aligned}$$

क्योंकि, $p\left(\frac{3}{4}\right) = 0$ है, अतः $g(x), p(x)$ का एक गुणनखंड है।

प्रतिदर्श प्रश्न 2 : a का मान ज्ञात कीजिए, यदि $x - a$ बहुपद $x^3 - ax^2 + 2x + a - 1$ का एक गुणनखंड है।

हल : मान लीजिए कि $p(x) = x^3 - ax^2 + 2x + a - 1$

क्योंकि $x - a, p(x)$ का एक गुणनखंड है, इसलिए $p(a) = 0$ है।

$$\text{अर्थात्, } a^3 - a(a)^2 + 2a + a - 1 = 0$$

$$\text{या } a^3 - a^3 + 2a + a - 1 = 0$$

$$\text{या } 3a = 1$$

$$\text{अतः, } a = \frac{1}{3}$$

प्रतिदर्श प्रश्न 3 : (i) घनों का वास्तविक रूप से परिकलन किए बिना $48^3 - 30^3 - 18^3$ का मान ज्ञात कीजिए।

(ii) घनों को ज्ञात किए बिना $(x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3$ के गुणनखंडन कीजिए।

हल : हम जानते हैं कि $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$ है।

इसलिए, यदि $x + y + z = 0$ हो, तो $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 0$ अर्थात् $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$

(i) हमें $48^3 - 30^3 - 18^3 = 48^3 + (-30)^3 + (-18)^3$ का मान ज्ञात करना है।

$$\text{यहाँ, } 48 + (-30) + (-18) = 0$$

$$\text{अतः, } 48^3 + (-30)^3 + (-18)^3 = 3 \times 48 \times (-30) \times (-18) = 77,760$$

(ii) यहाँ, $(x - y) + (y - z) + (z - x) = 0$ है।

$$\text{अतः, } (x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3 = 3(x - y)(y - z)(z - x).$$

प्रश्नावली 2.3

- निम्नलिखित बहुपदों को एक पद वाले, दो पद वाले, इत्यादि बहुपदों में वर्गीकृत कीजिए :

(i) $x^2 + x + 1$	(ii) $y^3 - 5y$
(iii) $xy + yz + zx$	(iv) $x^2 - 2xy + y^2 + 1$
- निम्नलिखित बहुपदों में से प्रत्येक की घात निर्धारित कीजिए :

(i) $2x - 1$	(ii) -10
(iii) $x^3 - 9x + 3x^5$	(iv) $y^3 (1 - y^4)$
- बहुपद $\frac{x^3 + 2x + 1}{5} - \frac{7}{2}x^2 - x^6$ के लिए, लिखिए :

(i) बहुपद की घात
(ii) x^3 का गुणांक
(iii) x^6 का गुणांक
(iv) अचर पद
- निम्नलिखित में से प्रत्येक में x^2 का गुणांक लिखिए :

(i) $\frac{\pi}{6}x + x^2 - 1$	(ii) $3x - 5$
(iii) $(x - 1)(3x - 4)$	(iv) $(2x - 5)(2x^2 - 3x + 1)$
- निम्नलिखित को एक अचर, रैखिक, द्विघात और त्रिघात बहुपदों के रूप में वर्गीकृत कीजिए :

(i) $2 - x^2 + x^3$	(ii) $3x^3$	(iii) $5t - \sqrt{7}$	(iv) $4 - 5y^2$
(v) 3	(vi) $2 + x$	(vii) $y^3 - y$	(viii) $1 + x + x^2$
(ix) t^2	(x) $\sqrt{2}x - 1$		
- एक ऐसे बहुपद का उदाहरण दीजिए, जो :

(i) घात 1 का एक एकपदी है।
(ii) घात 20 का एक द्विपद है।
(iii) घात 2 का एक त्रिपद है।
- बहुपद $3x^3 - 4x^2 + 7x - 5$ के मान ज्ञात कीजिए, जब $x = 3$ हो तथा $x = -3$ हो।
- यदि $p(x) = x^2 - 4x + 3$ है, तो $p(2) - p(-1) + p\left(\frac{1}{2}\right)$ का मान निकालिए।

9. निम्नलिखित बहुपदों के लिए, $p(0)$, $p(1)$ और $p(-2)$ ज्ञात कीजिए :

(i) $p(x) = 10x - 4x^2 - 3$ (ii) $p(y) = (y + 2)(y - 2)$

10. जाँच कीजिए कि निम्नलिखित कथन सत्य है या असत्य :

(i) -3 बहुपद $x - 3$ का एक शून्यक है।

(ii) $-\frac{1}{3}$ बहुपद $3x + 1$ का एक शून्यक है।

(iii) $-\frac{4}{5}$ बहुपद $4 - 5y$ का एक शून्यक है।

(iv) 0 और 2 बहुपद $t^2 - 2t$ के शून्यक हैं।

(v) -3 बहुपद $y^2 + y - 6$ का एक शून्यक है।

11. निम्नलिखित में से प्रत्येक में, बहुपद के शून्यक ज्ञात कीजिए :

(i) $p(x) = x - 4$

(ii) $g(x) = 3 - 6x$

(iii) $q(x) = 2x - 7$

(iv) $h(y) = 2y$

12. बहुपद $p(x) = (x - 2)^2 - (x + 2)^2$ के शून्यक ज्ञात कीजिए।

13. वास्तविक विभाजन द्वारा भागफल और शेषफल ज्ञात कीजिए जब पहले बहुपद को दूसरे बहुपद से भाग दिया जाता है : $x^4 + 1$; $x - 1$

14. शेषफल प्रमेय से शेषफल ज्ञात कीजिए, जब $p(x)$ को $g(x)$ से भाग दिया जाता है, जहाँ

(i) $p(x) = x^3 - 2x^2 - 4x - 1$, $g(x) = x + 1$

(ii) $p(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 50$, $g(x) = x - 3$

(iii) $p(x) = 4x^3 - 12x^2 + 14x - 3$, $g(x) = 2x - 1$

(iv) $p(x) = x^3 - 6x^2 + 2x - 4$, $g(x) = 1 - \frac{3}{2}x$

15. जाँच कीजिए कि $p(x)$, $g(x)$ का एक गुणज है या नहीं :

(i) $p(x) = x^3 - 5x^2 + 4x - 3$, $g(x) = x - 2$

(ii) $p(x) = 2x^3 - 11x^2 - 4x + 5$, $g(x) = 2x + 1$

16. दर्शाइए कि :

(i) $x + 3$ बहुपद $69 + 11x - x^2 + x^3$ का एक गुणनखंड है।

(ii) $2x - 3$ बहुपद $x + 2x^3 - 9x^2 + 12$ का एक गुणनखंड है।

17. निर्धारित कीजिए कि निम्नलिखित में से किस बहुपद का $x - 2$ एक गुणनखंड है :

(i) $3x^2 + 6x - 24$

(ii) $4x^2 + x - 2$

18. दर्शाइए कि $p - 1$ बहुपद $p^{10} - 1$ का एक गुणनखंड है और साथ ही $p^{11} - 1$ का भी एक गुणनखंड है।

19. m के किस मान के लिए, $x^3 - 2mx^2 + 16$ द्विपद $x + 2$ से विभाज्य है?

20. यदि $x + 2a$ बहुपद $x^5 - 4a^2x^3 + 2x + 2a + 3$ का एक गुणनखंड है, तो a ज्ञात कीजिए।

21. m का मान ज्ञात कीजिए ताकि $2x - 1$ बहुपद $8x^4 + 4x^3 - 16x^2 + 10x + m$ का एक गुणनखंड हो।

22. यदि $x + 1$ बहुपद $ax^3 + x^2 - 2x + 4a - 9$ का एक गुणनखंड है, तो a का मान ज्ञात कीजिए।

23. गुणनखंड कीजिए :

(i) $x^2 + 9x + 18$

(ii) $6x^2 + 7x - 3$

(iii) $2x^2 - 7x - 15$

(iv) $84 - 2r - 2r^2$

24. गुणनखंड कीजिए :

(i) $2x^3 - 3x^2 - 17x + 30$

(ii) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

(iii) $x^3 + x^2 - 4x - 4$

(iv) $3x^3 - x^2 - 3x + 1$

25. उपयुक्त सर्वसमिका का उपयोग करते हुए निम्नलिखित के मान निकालिए :

(i) 103^3

(ii) 101×102

(iii) 999^2

26. निम्नलिखित के गुणनखंड कीजिए :

(i) $4x^2 + 20x + 25$

(ii) $9y^2 - 66yz + 121z^2$

(iii) $\left(2x + \frac{1}{3}\right)^2 - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

27. निम्नलिखित के गुणनखंड कीजिए :

(i) $9x^2 - 12x + 3$

(ii) $9x^2 - 12x + 4$

28. निम्नलिखित का प्रसार लिखिए :

(i) $(4a - b + 2c)^2$

(ii) $(3a - 5b - c)^2$

(iii) $(-x + 2y - 3z)^2$

29. निम्नलिखित के गुणनखंड कीजिए :

(i) $9x^2 + 4y^2 + 16z^2 + 12xy - 16yz - 24xz$

(ii) $25x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 40xy + 16yz - 20xz$

(iii) $16x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 16xy - 12yz + 24xz$

30. यदि $a + b + c = 9$ और $ab + bc + ca = 26$ है, तो $a^2 + b^2 + c^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

31. निम्नलिखित का प्रसार कीजिए :

$$(i) (3a - 2b)^3 \quad (ii) \left(\frac{1}{x} + \frac{y}{3}\right)^3 \quad (iii) \left(4 - \frac{1}{3x}\right)^3$$

32. निम्नलिखित के गुणनखंड कीजिए :

$$(i) 1 - 64a^3 - 12a + 48a^2$$

$$(ii) 8p^3 + \frac{12}{5}p^2 + \frac{6}{25}p + \frac{1}{125}$$

33. निम्नलिखित गुणनफल ज्ञात कीजिए :

$$(i) \left(\frac{x}{2} + 2y\right) \left(\frac{x^2}{4} - xy + 4y^2\right) \quad (ii) (x^2 - 1)(x^4 + x^2 + 1)$$

34. गुणनखंड कीजिए :

$$(i) 1 + 64x^3$$

$$(ii) a^3 - 2\sqrt{2}b^3$$

35. निम्नलिखित गुणनफल ज्ञात कीजिए :

$$(2x - y + 3z)(4x^2 + y^2 + 9z^2 + 2xy + 3yz - 6xz)$$

36. गुणनखंड कीजिए :

$$(i) a^3 - 8b^3 - 64c^3 - 24abc$$

$$(ii) 2\sqrt{2}a^3 + 8b^3 - 27c^3 + 18\sqrt{2}abc.$$

37. घनों का वास्तविक रूप से परिकलन किए बिना निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

$$(i) \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 \quad (ii) (0.2)^3 - (0.3)^3 + (0.1)^3$$

38. घनों को ज्ञात किए बिना गुणनखंड कीजिए :

$$(x - 2y)^3 + (2y - 3z)^3 + (3z - x)^3$$

39. निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए :

$$(i) x^3 + y^3 - 12xy + 64, \text{ जब } x + y = -4 \text{ है।}$$

$$(ii) x^3 - 8y^3 - 36xy - 216, \text{ जब } x = 2y + 6 \text{ है।}$$

40. उस आयत की लंबाई और चौड़ाई के लिए संभव व्यंजक दीजिए जिसका क्षेत्रफल $4a^2 + 4a - 3$ है।

(E) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

प्रतिदर्श प्रश्न 1 : यदि $x + y = 12$ और $xy = 27$ हो, तो $x^3 + y^3$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल :

$$\begin{aligned}
 x^3 + y^3 &= (x + y)(x^2 - xy + y^2) \\
 &= (x + y)[(x + y)^2 - 3xy] \\
 &= 12[12^2 - 3 \times 27] \\
 &= 12 \times 63 = 756
 \end{aligned}$$

वैकल्पिक हल :

$$\begin{aligned}
 x^3 + y^3 &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) \\
 &= 12^3 - 3 \times 27 \times 12 \\
 &= 12[12^2 - 3 \times 27] \\
 &= 12 \times 63 = 756
 \end{aligned}$$

प्रश्नावली 2.4

- यदि बहुपदों $az^3 + 4z^2 + 3z - 4$ और $z^3 - 4z + a$ को $z - 3$ से भाग देने पर, प्रत्येक दशा में समान शेषफल प्राप्त होता है, तो a का मान ज्ञात कीजिए।
- बहुपद $p(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - ax + 3a - 7$ को $x + 1$ से भाग देने पर शेषफल 19 प्राप्त होता है। a का मान ज्ञात कीजिए। उस स्थिति में भी शेषफल ज्ञात कीजिए जब इस बहुपद को $x + 2$ से भाग दिया जाता है।
- यदि $x - 2$ और $x - \frac{1}{2}$ दोनों ही $px^2 + 5x + r$ के गुणनखंड हैं, तो दर्शाइए कि $p = r$ है।
- बिना वास्तविक विभाजन के सिद्ध कीजिए कि $x^2 - 3x + 2$ से $2x^4 - 5x^3 + 2x^2 - x + 2$ विभाज्य है। [संकेत: $x^2 - 3x + 2$ के गुणनखंड कीजिए]
- $(2x - 5y)^3 - (2x + 5y)^3$ को सरल कीजिए।
- $x^2 + 4y^2 + z^2 + 2xy + xz - 2yz$ को $(-z + x - 2y)$ से गुणा कीजिए।
- यदि a, b और c में से प्रत्येक शून्येतर है तथा $a + b + c = 0$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab} = 3$ है।
- यदि $a + b + c = 5$ और $ab + bc + ca = 10$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = -25$ है।
- सिद्ध कीजिए कि $(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3 = 3(a + b)(b + c)(c + a)$ है।