অধ্যায় ১৪

গাণিতিক যুক্তি-তত্ত্ব
(MATHEMATICAL REASONING)

❖ *There are few things which we know which are not capable of mathematical reasoning and when these can not, it is a sign that our knowledge of them is very small and confused and where a mathematical reasoning can be had, it is as great a folly to make use of another, as to grope for a thing in the dark when you have a candle stick standing by you.– ARTHENBOT* ❖

14.1 অৱতাৰণা (Introduction)

George Boole (1815-1864)

এই অধ্যায়ত আমি গাণিতিক যুক্তি-তত্ত্বৰ কিছুমান প্ৰাথমিক ধাৰণাৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিম। আমি জানো যে নিম্ন প্ৰজাতিৰ পৰা বহু নিযুত বছৰ ধৰি হোৱা ক্ৰমবিকাশৰ ফলত মানৱ জাতিৰ সৃষ্টি হৈছে। মানুহক অন্য প্ৰজাতিতকৈ শ্ৰেষ্ঠ (superior) বুলি কোৱাৰ প্ৰধান সম্পদ হ'ল মানুহৰ যুক্তি দিব পৰা সামৰ্থ্য। এই সামৰ্থ্যৰ উপযুক্ত ব্যৱহাৰ নিৰ্ভৰ কৰে প্ৰত্যেক মানুহৰ যুক্তি দিয়াৰ ক্ষমতাৰ ওপৰত। এই ক্ষমতা কেনেকৈ উন্নত কৰিব পাৰি? ইয়াতআমি যুক্তিৰপদ্ধতি আলোচনা কৰিম বিশেষকৈ গণিতৰ আধাৰত। গাণিতিক ভাষাত যুক্তি দুই প্ৰকাৰৰ আছে— আগমনমূলক (Inductive) অৰ্থাৎ সাৰ্বিক সিদ্ধান্তমূলক আৰু নিগমনমূলক (Deductive) অৰ্থাৎ বিশেষ সিদ্ধান্তমূলক। ইতিমধ্যে আমি গাণিতিক সাধাৰণ নিয়মৰ আধাৰত সাৰ্বিক সিদ্ধান্তমূলক যুক্তি আলোচনা কৰিছো। এই অধ্যায়ত আমি বিশেষ সিদ্ধান্তমূলক যুক্তিৰ কিছুমান আৱশ্যকীয় বিষয় আলোচনা কৰিম।

14.2 উক্তি (Statements)

গাণিতিক যুক্তি-তত্ত্বত নিহিত প্ৰাথমিক একক হ'ল এটা গাণিতিক উক্তি(mathematical statement)।

এতিয়া আমি দুটা বাক্যৰে আৰম্ভ কৰোঁ ঃ

2003 *চনত ভাৰতৰ ৰাষ্ট্ৰপতি এগৰাকী মহিলা আছিল।*

এটা হাতীৰ ওজন এজন মানুহতকৈ বেছি ।

যেতিয়া আমি এই বাক্য দুটা পঢ়োঁ, আমি তৎক্ষণাৎ থিৰাং কৰোঁ যে প্ৰথম বাক্যটো মিছা আৰু দ্বিতীয় বাক্যটো শুদ্ধ। এইখিনি সম্পৰ্কত কোনো খেলিমেলি নাই। গণিতত এনেকুৱা বাক্যক উক্তি (Statements) বোলে।

এতিয়া তলত দিয়া বাক্যটো বিবেচনা কৰোঁ ঃ

মহিলা পুৰুষতকৈ বেছি বুধিয়ক।

এইক্ষেত্ৰত কিছুমান মানুহে বাক্যটো সত্য বুলি ভাবিব পাৰে, আনহাতেদি অন্য কিছুমান অসন্মত হ'ব পাৰে। এই বাক্যটোৰ ক্ষেত্ৰত আমি ক'ব নোৱাৰোঁ যে সদায় ই সঁচা বা মিছা। ইয়াৰ পৰা বুজা যায় এই বাক্যটো দ্বি-

অৰ্থকযুক্ত। গণিতত এনেকুৱা বাক্য এটা উক্তি হিচাপে ধৰা নহয়।

এটা বাক্যক গাণিতিকভাৱে গ্ৰহণযোগ্য উক্তি বুলি কোৱা হয় যদি ই সঁচা বা মিছা হয়, কিন্তু দুয়োটা নহয়। যেতিয়া আমি ইয়াত এটা উক্তি উল্লেখ কৰোঁ, ই গাণিতিকভাৱে গ্ৰহণযোগ্য (mathematically acceptable) উক্তি হব লাগিব।

আমি যেতিয়া গণিত অধ্যয়ন কৰোঁ তেতিয়া এনেকুৱা বহুতো বাক্য পাওঁ। কিছুমান উদাহৰণ দিয়া হ'ল ঃ

দুইৰ লগত দুই যোগ কৰিলে চাৰিৰ সমান হয়।

দুটা ধনাত্মক সংখ্যাৰ যোগফল ধনাত্মক।

সকলো মৌলিক সংখ্যা অযুগ্ম সংখ্যা।

এইবাক্যবোৰৰ প্ৰথম দুটা সঁচা আৰু তৃতীয়টো মিছা। এইবাক্যবোৰৰ ক্ষেত্ৰত দ্বি-অৰ্থক অৱস্থা নাই। গতিকে এই বাক্যবোৰ উক্তি।

তলৰ বাক্যটো বিবেচনা কৰা হ'ল ঃ

x আৰু y ৰ যোগফল 0 (শূন্য) তকৈ ডাঙৰ।

ইয়াত, আমি এই বাক্যটো সঁচা নে মিছা নিৰ্ণয় কৰা কঠিন যেতিয়ালৈকে x আৰু y ৰ মান নাজানো। যেনেঃ ই মিছা হ'ব যেতিয়া $x = 1,\ y = -3$ আৰু সঁচা হ'ব যেতিয়া $x = 1,\ y = 0$

গতিকে এই বাক্যটো এটা উক্তি নহয়। কিন্তু "যি কোনো স্বাভাৱিক সংখ্যা x আৰু y ৰ বাবে, x আৰু y ৰ যোগফল 0 (শূন্য) তকৈ ডাঙৰ" বাক্যটো এটা উক্তি।

এতিয়া তলত দিয়া বাক্যবোৰ বিবেচনা কৰোঁ ঃ

কেনে ধুনীয়া!

দুৱাৰখন খোলাঁ।

তুমি ক'লৈ যোৱা?

এই বাক্যবোৰ উক্তিনে? নহয়, কাৰণ প্ৰথম বাক্যটো বিস্ময়বোধক, দ্বিতীয়টো আদেশমূলক আৰু তৃতীয়টো প্ৰশ্নবোধক। গাণিতিক ভাষাত এই বাক্যবোৰৰ কোনোটোকে উক্তি বুলি বিবেচনা কৰা নহয়। পৰিৱৰ্ত্য সময় (variable time) যেনে ঃ "আজি", "কাইলৈ" বা "কালি" যুক্ত বাক্যবোৰ উক্তি নহয়। কাৰণ, ইয়াত কোনটো সময় উল্লেখ কৰিছে জনা নাযায়। উদাহৰণ স্বৰূপে, "কাইলৈ শুক্ৰবাৰ" বাক্যটো এটা উক্তি নহয়। বাক্যটো বৃহস্পতিবাৰে শুদ্ধ (সত্য) কিন্তু বাকী বাৰবোৰত শুদ্ধ নহয়। এক বিশেষ ব্যক্তিক উল্লেখ নকৰা পৰ্য্যন্ত সৰ্বনামযুক্ত বাক্যবোৰ আৰু পৰিৱৰ্ত্য ঠাই (যেনে ঃ "ইয়াত", "তাত" আদি) যুক্ত বাক্যবোৰৰ ক্ষেত্ৰত একে যুক্তি খাটে। উদাহৰণস্বৰূপে, "তাই এজনী গণিতৰ স্নাতক" , "কাশ্মীৰ ইয়াৰপৰা দূৰত" বাক্যবোৰ উক্তি নহয়। ইয়াত আন এটা বাক্য হ'ল ঃ এমাহত 40 দিন।

এই বাক্যটোক আমি উক্তি বুলি কমনে? লক্ষ্য কৰিম যে উপৰিউক্ত বাক্যটোত উল্লেখিত সময়চোৱা হ'ল "পৰিৱৰ্ত্য সময়" অৰ্থাৎ 12 মাহৰ যিকোনো এমাহ। কিন্তু আমি জানো যে বাক্যটো সদায় মিছা (যি কোনো মাহেই নহওক কিয়) যিহেতু এমাহত দিনৰ সৰ্বোচ্চ সংখ্যা 31 তকৈ কেতিয়াওঁ বেছি নহয়। গতিকে, এই বাক্যটো উক্তি। সেয়েহে, এটা বাক্য এটা উক্তি হোৱাৰ আচল কথাটো হ'ল যে বাক্যটো সঁচা বা মিছা হব লাগিব, কিন্তু দুয়োটাই নহ'ব। উক্তিবোৰৰ বিষয়ে যেতিয়া আলোচনা হয়, আমি সচৰাচৰ উক্তিবোৰক ইংৰাজী বৰ্ণমালাৰ সৰু আখৰ $p, q, r,$....... ৰে নিৰ্দ্দেশ কৰোঁ। উদাহদৰণস্বৰূপে, "জুই সদায় তপত" উক্তিটোক আমি p ৰে নিৰ্দ্দেশ কৰোঁ। ইয়াক এনেধৰণেও লিখা হয় p : জুই সদায় তপত।

উদাহৰণ 1 তলত দিয়া বাক্যবোৰৰ কোনবোৰ উক্তি হয় পৰীক্ষা কৰাঁ। তোমাৰ উত্তৰৰ যুক্তি দৰ্শোৱাঁ।

(i) 6 তকৈ 8 সৰু
(ii) প্ৰত্যেক সংহতি এটা সসীম সংহতি
(iii) সূৰ্য্য এটা তৰা
(iv) গণিত কৌতুক (বা ৰহস্য)
(v) মেঘ অবিহনে বৰষুণ নহয়
(vi) ইয়াৰ পৰা চেন্নাই কিমান দূৰত?

সমাধান (i) এই বাক্যটো মিছা কাৰণ 6 তকৈ 8 ডাঙৰ। সেয়েহে এই বাক্যটো এটা উক্তি।

(ii) এই বাক্যটোৱো মিছা কাৰণ সসীম নোহোৱা সংহতিবোৰ আছে। সেয়েহে এই বাক্যটো এটা উক্তি।

(iii) বৈজ্ঞানিকভাৱে প্ৰতিপন্ন কৰা সত্য হ'ল যে সূৰ্য্য এটা তৰা আৰু গতিকে এই বাক্যটো সদায় সত্য। সেয়েহে, বাক্যটো এটা উক্তি।

(iv) এই বাক্যটো ভাৱমূলক— এই অৰ্থত যে যিসকলে গণিত ভাল পায় তেওঁলোকৰ বাবে গণিত ৰহস্য (বা কৌতুক) হ'ব পাৰে, কিন্তু অন্যসকলৰ বাবে ই নহ'ব পাৰে। ইয়াৰ অৰ্থ হ'ল যে এই বাক্যটো সদায় সত্য নহয়। সেয়েহে এই বাক্যটো এটা উক্তি নহয়।

(v) বৈজ্ঞানিকভাৱে প্ৰতিপন্ন হোৱা প্ৰাকৃতিক দৃশ্যটো হ'ল বৰষুণ অহাৰ আগতে মেঘৰ উৎপত্তি হয়। গতিকে এই বাক্যটো সদায় সত্য। সেয়েহে বাক্যটো এটা উক্তি।

(vi) এই বাক্যটো প্ৰশ্নবোধক, যিটোত "ইয়াত" শব্দটোৱো আছে। সেয়েহে এই বাক্যটো উক্তি নহয়।

উপৰিউক্ত উদাহৰণবোৰে দেখুৱায় যে আমি যেতিয়াই বাক্য এটাক এটা উক্তি বুলি কওঁ, আমি সদায় কওঁ এইটো কিয় তেনেকুৱা। ইয়াৰ এই "কিয়"টো উত্তৰটোতকৈ বেছি দৰ্কাৰী।

অনুশীলনী 14.1

1. তলত দিয়া বাক্যবোৰৰ কোনবোৰ উক্তি? তোমাৰ উত্তৰৰ যুক্তি দৰ্শোৱাঁ।
   (i) এমাহত 35 দিন।
   (ii) গণিত টান।
   (iii) 5 আৰু 7 ৰ যোগফল 10 তকৈ ডাঙৰ।
   (iv) এটা সংখ্যাৰ বৰ্গ এটা যুগ্ম সংখ্যা।
   (v) এটা চতুৰ্ভুজৰ বাহুবোৰৰ দৈৰ্ঘ্য সমান।
   (vi) এই প্ৰশ্নটোৰ উত্তৰ দিয়াঁ।
   (vii) –1 আৰু 8 ৰ গুণফল 8.
   (viii) এটা ত্ৰিভুজৰ আটাইবোৰ অন্তঃকোণৰ সমষ্টি 180°.
   (ix) আজি এটা বতাহৰ দিন।
   (x) সকলো বাস্তৱ সংখ্যা জটিল সংখ্যা।
2. যিবোৰ বাক্য উক্তি নহয় সেইবোৰৰ তিনিটা উদাহৰণ দিয়াঁ। উত্তৰৰ বাবে যুক্তি দৰ্শোৱাঁ।

14.3 পুৰণিৰপৰা নতুন উক্তি (New Statements from old)

আমি এতিয়া ইতিমধ্যে পাই অহা উক্তিবোৰৰপৰা নতুন উক্তিবোৰ উদ্ভাৱন কৰাৰ পদ্ধতি নিৰীক্ষণ কৰিম। এজন ইংৰাজ গণিতজ্ঞ **জৰ্জ বুলে (Gorge Boole)** 1854 চনত তেওঁৰ কিতাপ **"চিন্তাৰ নিয়মাৱলী"** (The laws of Thought) ত এই পদ্ধতিবোৰ আলোচনা কৰিছিল। ইয়াত, আমি দুটা কৌশল আলোচনা কৰিম।

উক্তিসমূহ অধ্যয়নৰ প্ৰথম পদক্ষেপ হিচাপে গাণিতিক উক্তিসমূহ দকৈ বোধগম্য হোৱাৰ বাবে আমি এটা গুৰুত্বপূৰ্ণ কৌশল অৱলম্বন কৰোঁ। এই কৌশলটো মাথোন প্ৰদত্ত উক্তিটো সঁচা বুলি অৰ্থ কৰাটোৱে নহয়, প্ৰদত্ত উক্তিটো সঁচা নহয় বুলি অৰ্থ কৰাটোৱো।

14.3.1 *এটা উক্তিৰ নিষেধক বা নঞৰ্থক (Negation of a Statement)*

এটা উক্তি অস্বীকাৰ কৰাটোক বাক্যটোৰ নিষেধক বা নঞৰ্থক (Negation) বোলা হয়। আমি তলৰ বাক্যটো বিবেচনা কৰোঁহক ঃ

p : নতুন দিল্লী এখন চহৰ।

এই বাক্যটোৰ নিষেধক হ'ল ঃ 'এইটো প্ৰযোজ্য নহয় যে নতুন দিল্লী এখন চহৰ'। ইয়াক এনেদৰেও লিখিব পাৰি ঃ এইটো মিছা যে নতুন দিল্লী এখন চহৰ। এইটো সৰলভাৱে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি এনেদৰে ঃ নতুন দিল্লী এখন চহৰ নহয়।

সংজ্ঞা 1 যদি p এটা উক্তি হয়, তেনেহ'লে p ৰ নিষেধকো এটা উক্তি আৰু ইয়াক $\sim p$ ৰে নিৰ্দ্দেশ কৰা হয় আৰু 'p নহয়' (not p) বুলি পঢ়া হয়।

☛ টোকা এটা উক্তিৰ নিষেধক ৰূপ পাবলৈ "এইটো প্ৰযোজ্য নহয়" (It is not the case) বা "এইটো মিছা যে" (It is false that) খণ্ডবাক্যবোৰ ব্যৱহাৰ কৰা হয়।

ইয়াত ব্যাখ্যা কৰিবলৈ এটা উদাহৰণ লোৱা হ'ল- যাতে ইয়াৰ সহায়ত এটা উক্তিৰ নিষেধক অনুসন্ধান কৰি আমি আমাৰ জ্ঞান উন্নত কৰিব পাৰোঁ।

আমি উক্তিটো বিবেচনা কৰোঁহক ঃ

p : জাৰ্মানীত প্ৰত্যেকে জাৰ্মান ভাষা কয়। এই উক্তিটোৰ নিষেধকে আমাক কয় যে জাৰ্মানীত প্ৰত্যেকে জাৰ্মান ভাষা নকয়। এইটোৱে নুবুজায় যে জাৰ্মানীত কোনো ব্যক্তিয়ে জাৰ্মান ভাষা নকয়। কেৱল কওঁ যে জাৰ্মানীত অন্ততঃ এজন ব্যক্তিয়ে জাৰ্মান ভাষা নকয়।

এতিয়া আমি আন কিছুমান উদাহৰণ বিবেচনা কৰিম ঃ

উদাহৰণ 2 তলত দিয়া উক্তিবোৰৰ নিষেধক লিখোঁ ঃ

(i) এটা আয়তৰ উভয় কৰ্ণৰ দৈৰ্ঘ্য একে।

(ii) $\sqrt{7}$ পৰিমেয় সংখ্যা।

সমাধান (i) এই উক্তিটোৱে বুজায় যে এটা আয়তৰ উভয় কৰ্ণৰ দৈৰ্ঘ্য একে। এইটোৱে বুজায় যে যদি আমি যিকোনো এটা আয়ত লওঁ, তেনেহ'লে উভয় কৰ্ণৰ দৈৰ্ঘ্য একে।

এই উক্তিৰ নিষেধক হ'ল ঃ *এইটো মিছা যে এটা আয়তৰ উভয় কৰ্ণৰ দৈৰ্ঘ্য একে।*

এই উক্তিটোৱে বুজায় ঃ *অন্ততঃ এটা আয়ত আছে যাৰ উভয় কৰ্ণৰ দৈৰ্ঘ্য একে নহয়।*

(ii) এই উক্তিটোৰ নিষেধক এনেদৰে লিখিব পাৰি ঃ *এইটো প্ৰযোজ্য নহয় যে* $\sqrt{7}$ *পৰিমেয়।*

ইয়াক এনেদৰেও লিখিব পাৰি ঃ $\sqrt{7}$ *পৰিমেয় নহয়।*

উদাহৰণ 3 তলত দিয়া উক্তিবোৰৰ নিষেধক লিখাঁ আৰু সিদ্ধান্তমূলক উক্তিবোৰ সঁচা নে পৰীক্ষা কৰা ঃ

(i) অষ্ট্ৰেলিয়া এখন মহাদেশ।

(ii) এটা চতুৰ্ভুজ নাই যাৰ সকলোবোৰ বাহু সমান।

(iii) প্ৰত্যেক স্বাভাৱিক সংখ্যা 0 (শূন্য) তকৈ ডাঙৰ।

(iv) 3 আৰু 4 ৰ যোগফল 9.

সমাধান (i) উক্তিটোৰ নিষেধক হ'ল ঃ *এইটো মিছা যে অষ্ট্ৰেলিয়া এখন মহাদেশ।*

এইটো এনেদৰেও লিখিব পাৰি ঃ *অষ্ট্ৰেলিয়া এখন মহাদেশ নহয়।*

আমি জানো যে এই উক্তিটো মিছা।

(ii) উক্তিটোৰ নিষেধক হ'ল ঃ *এইটো প্ৰযোজ্য নহয় যে এটা চতুৰ্ভুজ নাই যাৰ সকলোবোৰ বাহু সমান।*

এইটো তলত দিয়া ধৰণেও লিখিব পাৰি ঃ *এটা চতুৰ্ভুজ আছে যাৰ সকলোবোৰ বাহু সমান।*

এই উক্তিটো সত্য, কিয়নো আমি জানো যে বৰ্গ এটা চতুৰ্ভুজ হয় আৰু ইয়াৰে চাৰিটা বাহু সমান।

(iii) উক্তিটোৰ নিষেধক হ'ল ঃ *এইটো মিছা যে প্ৰত্যেক স্বাভাৱিক সংখ্যা 0 (শূন্য) তকৈ ডাঙৰ।*

ইয়াক এনেদৰে পুনৰ লিখিব পাৰি ঃ *এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা আছে যিটো 0 (শূন্য) তকৈ ডাঙৰ নহয়।*

এই উক্তিটো মিছা।

(iv) উক্তিটোৰ নিষেধক হ'ল ঃ *এইটো মিছা যে 3 আৰু 4 ৰ যোগফল 9,*

ইয়াক এনেদৰে লিখিব পাৰি ঃ *3 আৰু 4 ৰ যোগফল 9 ৰ সমান নহয়।*

এই উক্তিটো সত্য।

14.3.2 *যৌগিক উক্তি (Compound Statements)* ঃ

কিছুমান সংযোগকাৰী শব্দ যেনে “আৰু” (and), “নাইবা” (or) আদি ব্যৱহাৰ কৰি একাধিক উক্তিক সংযোগ কৰি বহুতো গাণিতিক উক্তি পোৱা যায়।

তলত দিয়া উক্তিটো বিবেচনা কৰো ঃ

p : *বাল্বটোত নাইবা বিজুলীতাঁৰ ডালত কিবা এটা দোষ আছে।*

এই উক্তিটোৱে আমাক কয় যে বাল্বটোত কিবা এটা দোষ আছে নাইবা বিজুলী তাঁৰডালত কিবা এটা দোষ আছে। অৰ্থ হ'ল প্ৰদত্ত উক্তিটো প্ৰকৃততে দুটা সৰু উক্তিৰে গঠিতঃ

q : *বাল্বটোত কিবা এটা দোষ আছে।*

r : *বিজুলী তাঁৰডালত কিবা এটা দোষ আছে।*

উক্তি দুটা 'নাইবা'ৰে সংযোগ কৰা হৈছে।

এতিয়া, ধৰা হ'ল দুটা উক্তি তলত দিয়া ধৰণৰ ঃ

p : 7 *এটা অযুগ্ম সংখ্যা।*

q : 7 *এটা মৌলিক সংখ্যা।*

এই উক্তি দুটা "আৰু"ৰে সংযোগ কৰিব পাৰি ঃ

r : 7 *অযুগ্ম আৰু মৌলিক সংখ্যা।*

এই উক্তিটো এটা যৌগিক উক্তি।

ইয়াৰপৰা আমি তলৰ সংজ্ঞাটো পাওঁ

সংজ্ঞা 2 এটা যৌগিক উক্তি (A compound statement) হ'ল এটা উক্তি যিটো দুই বা ততোধিক উক্তিৰে গঠিত। এই ক্ষেত্ৰত, প্ৰতিটো উক্তিকে এটা উপাদান উক্তি (a component statement) বোলা হয়।

আমি কিছুমান উদাহৰণ বিবেচনা কৰোঁহক ঃ

উদাহৰণ 4 তলত দিয়া উক্তিবোৰৰপৰা উপাদান উক্তি নিৰ্ণয় কৰাঁ ঃ

(i) আকাশখন নীলা আৰু ঘাঁহ সেউজীয়া।

(ii) বৰষুণ দি আছে আৰু ঠাণ্ডা পৰিছে।

(iii) সকলোবোৰ পৰিমেয় সংখ্যাই বাস্তৱ আৰু সকলোবোৰ বাস্তৱ সংখ্যাই জটিল।

(iv) 0 (শূন্য) এটা ধনাত্মক সংখ্যা নাইবা এটা ঋণাত্মক সংখ্যা।

সমাধান আমি এটা এটাকৈ বিবেচনা কৰোঁহক ঃ

(i) উপাদান উক্তিবোৰ হ'ল ঃ

p : *আকাশখন নীলা।*

q : *ঘাঁহ সেউজীয়া*

সংযোগকাৰী শব্দটো হ'ল 'আৰু'

(ii) উপাদান উক্তিবোৰ হ'ল ঃ

p : *বৰষুণ দি আছে।*

q : *ঠাণ্ডা পৰিছে।*

সংযোগকাৰী শব্দটো হ'ল 'আৰু'

(iii) উপাদান উক্তিবোৰ হ'ল ঃ

p : *সকলোবোৰ পৰিমেয় সংখ্যাই বাস্তৱ।*

q : *সকলোবোৰ বাস্তৱ সংখ্যাই জটিল।*

সংযোগকাৰী শব্দটো হ'ল 'আৰু'

(iv) উপাদান উক্তিবোৰ হ'ল ঃ

p : *0 (শূন্য) এটা ধনাত্মক সংখ্যা।*

q : *0 (শূন্য) এটা ঋণাত্মক সংখ্যা।*

সংযোগকাৰী শব্দটো হ'ল 'নাইবা'

উদাহৰণ 5 তলত দিয়াবোৰৰ উপাদান উক্তি নিৰ্ণয় কৰাঁ। সেইবোৰ সত্য হয়নে নহয় পৰীক্ষা কৰাঁ।

(i) এটা বৰ্গই এটা চতুৰ্ভুজ আৰু ইয়াৰ চাৰিটা বাহু সমান।

(ii) সকলোবোৰ মৌলিক সংখ্যাই হয় যুগ্ম নহয় অযুগ্ম।

(iii) এজন ব্যক্তি, যিজনে গণিত নাইবা কম্পিউটাৰবিজ্ঞান লৈছে, তেওঁ MCA ৰ বাবে যাব পাৰে।

(iv) হাৰিয়ানা আৰু উত্তৰ প্ৰদেশৰ ৰাজধানী চণ্ডীগড়।

(v) $\sqrt{2}$ এটা পৰিমেয় সংখ্যা নাইবা এটা অপৰিমেয় সংখ্যা।

(vi) 2, 4 আৰু 8 ৰ গুণিতক 24.

সমাধান (i) উপাদান উক্তিবোৰ হ'ল ঃ

p : এটা বৰ্গই এটা চতুৰ্ভূজ।

q : এটা বৰ্গৰ সকলোবোৰ বাহু সমান।

আমি জানো যে এই উক্তি দুটা সঁচা। ইয়াত সংযোগকাৰী শব্দটো হ'ল "আৰু"

(ii) উপাদান উক্তিবোৰ হ'ল ঃ

p : সকলোবোৰ মৌলিক সংখ্যা অযুগ্ম সংখ্যা।

q : সকলোবোৰ মৌলিক সংখ্যা যুগ্ম সংখ্যা।

উভয়ে এই উক্তি দুটা মিছা। ইয়াত সংযোগকাৰী শব্দটো হ'ল "হয় ...... নহয়" অৰ্থাৎ "নাইবা"

(iii) উপাদান উক্তিবোৰ হ'ল ঃ

p : এজন ব্যক্তি, যিজনে গণিত লৈছে, তেওঁ MCA ৰ বাবে যাব পাৰে।

q : এজন ব্যক্তি, যিজনে কম্পিউটাৰ লৈছে, তেওঁ MCA ৰ বাবে যাব পাৰে।

এই উক্তি দুটা সঁচা। ইয়াত সংযোগকাৰী শব্দটো হ'ল "নাইবা"

(iv) উপাদান উক্তিবোৰ হ'ল ঃ

p : হাৰিয়ানাৰ ৰাজধানী চণ্ডীগড়।

q : উত্তৰ প্ৰদেশৰ ৰাজধানী চণ্ডীগড়।

প্ৰথম উক্তিটো সঁচা, কিন্তু দ্বিতীয়টো মিছা। ইয়াত সংযোগকাৰী শব্দটো হ'ল "আৰু"

(v) উপাদান উক্তিবোৰ হ'ল ঃ

p : $\sqrt{2}$ এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

q : $\sqrt{2}$ এটা অপৰিমেয় সংখ্যা।

প্ৰথম উক্তিটো মিছা, কিন্তু দ্বিতীয়টো সঁচা। ইয়াত সংযোগকাৰী শব্দটো হ'ল "নাইবা"

(vi) উপাদান উক্তিবোৰ হ'ল ঃ

p : 2 ৰ গুণিতক 24.

q : 4 ৰ গুণিতক 24.

r : 8 ৰ গুণিতক 24.

তিনিটা উক্তিৰ আটাইবোৰ সঁচা। ইয়াত সংযোগকাৰী শব্দবোৰ হ'ল "আৰু"

সেয়েহে, আমি লক্ষ্য কৰো যে যৌগিক উক্তিবোৰ প্ৰকৃততে দুই বা ততোধিক উক্তিৰে গঠিত যিবোৰ "আৰু", "নাইবা" ইত্যাদি শব্দৰে সংযোগ কৰা হয়। গণিতত এই শব্দবোৰৰ বিশেষ অৰ্থ আছে। আমি এই বিষয়ে পৰৱৰ্তী খণ্ডত আলোচনা কৰিম।

অনুশীলনী 14.2

1. তলত দিয়া উক্তিবোৰৰ নিষেধক লিখাঁ ঃ
   (i) তামিলনাডুৰ ৰাজধানী চেন্নাই।
   (ii) $\sqrt{2}$ এটা জটিল সংখ্যা নহয়।
   (iii) সকলোবোৰ ত্ৰিভুজ সমবাহু ত্ৰিভুজ নহয়।
   (iv) 2 সংখ্যাটো 7 তকৈ ডাঙৰ।
   (v) প্ৰত্যেক স্বাভাৱিক সংখ্যা এটা অখণ্ড সংখ্যা।
2. তলৰ যোৰ উক্তিবোৰ পৰস্পৰ নিষেধক হয়নে?
   (i) x সংখ্যাটো এটা পৰিমেয় সংখ্যা নহয়।
   x সংখ্যাটো এটা অপৰিমেয় সংখ্যা নহয়।
   (ii) x সংখ্যাটো এটা পৰিমেয় সংখ্যা।
   x সংখ্যাটো এটা অপৰিমেয় সংখ্যা।
3. তলত দিয়া যৌগিক উক্তিবোৰৰ উপাদান উক্তিবোৰ নিৰ্ণয় কৰা আৰু সেইবোৰ সঁচানে মিছা পৰীক্ষা কৰা।
   (i) সংখ্যা 3 মৌলিক নাইবা ই অযুগ্ম।
   (ii) সকলোবোৰ অখণ্ড সংখ্যা ধনাত্মক বা ঋণাত্মক।
   (iii) 100 ক 3,11 আৰু 5 ৰে ভাগ কৰিব পাৰি।

14.4 বিশেষ শব্দ/খণ্ডবাক্য (Special Words / Phrases)

যৌগিক উক্তিবোৰত পোৱা সংযোগকাৰী শব্দবোৰৰ কিছুমান, যেনে— “আৰু”, “নাইবা” ইত্যাদি প্ৰায়েই গাণিতিক উক্তিবোৰত ব্যৱহাৰ কৰা হয়। এইবোৰক সংযোজক (connective) বোলে। যেতিয়া আমি এই যৌগিক উক্তিবোৰ ব্যৱহাৰ কৰোঁ, এই শব্দবোৰৰ ভূমিকা বোধগম্য হোৱা আৱশ্যক। আমি তলত এই বিষয়ে আলোচনা কৰোঁ।

14.4.1 *“আৰু” শব্দটো (The Word "And")*

“আৰু” যুক্ত এটা যৌগিক উক্তি আমি লক্ষ্য কৰোহঁক ঃ

p : *এটা বিন্দুৱে এটা অৱস্থান লয় আৰু ইয়াৰ অৱস্থিতি নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি।*

উক্তিটোক দুটা উপাদান উক্তিলৈ ভাঙিব পাৰি এনেদৰে ঃ

q : *এটা বিন্দুৱে এটা অৱস্থান লয়।*

r : *ইয়াৰ অৱস্থিতি নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি।*

ইয়াত, আমি লক্ষ্য কৰোঁ যে উক্তি দুটা উভয়ে সঁচা। আমি আন এটা উক্তি লক্ষ্য কৰোঁহক ঃ

p: 42 *ক* 5, 6 *আৰু* 7 *ৰে ভাগ কৰিব পাৰি।*

এই উক্তিটোৰ তলত দিয়া উপাদান উক্তিবোৰ আছে ঃ

q : *42 ক 5 ৰে ভাগ কৰিব পাৰি।*

r : *42 ক 6 ৰে ভাগ কৰিব পাৰি।*

s : *42 ক 7 ৰে ভাগ কৰিব পাৰি।*

ইয়াত, আমি জানো যে প্ৰথম উক্তিটো মিছা আনহাতে আন দুটা সঁচা।

সংযোজক “আৰু” ৰ ক্ষেত্ৰত আমি তলত দিয়া নিয়মবোৰ পাওঁ।

1. “আৰু” যুক্ত যৌগিক উক্তিটো সঁচা যদি ইয়াৰ সকলোবোৰ উপাদান উক্তি সঁচা হয়।
2. “আৰু” যুক্ত যৌগিক উক্তিটো মিছা যদি ইয়াৰ উপাদান উক্তিবোৰৰ কোনোটো মিছা হয় (এই ক্ষেত্ৰতো প্ৰযোজ্য হয় যে যদি ইয়াৰ উপাদান উক্তিবোৰৰ কিছুমান মিছা হয় নাইবা যদি ইয়াৰ উপাদান উক্তিবোৰৰ সকলোবোৰ মিছা হয়)।

উদাহৰণ 6 তলত দিয়া যৌগিক উক্তিবোৰৰ উপাদান উক্তিবোৰ লিখাঁ আৰু যৌগিক উক্তিটো সঁচানে মিছা পৰীক্ষা কৰাঁ।

(i) এডাল ৰেখা সৰল আৰু উভয় দিশত অসীমভাবে বিস্তৃত।

(ii) 0 (শূন্য) প্ৰতিটো ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা আৰু প্ৰতিটো ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাতকৈ সৰু।

(iii) সকলোবোৰ জীৱিত প্ৰাণীৰ দুখন ভৰি আৰু দুটা চকু আছে।

সমাধান (i) উপাদান উক্তিবোৰ হ'ল

p : *এডাল ৰেখা সৰল।*

q : *এডাল ৰেখা উভয় দিশত অসীমভাৱে বিস্তৃত।*

এই উক্তি দুটা উভয়ে সঁচা, গতিকে যৌগিক উক্তিটো সঁচা।

(ii) উপাদান উক্তিবোৰ হ'ল

p : *0 প্ৰতিটো ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাতকৈ সৰু।*

q : *0 প্ৰতিটো ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাতকৈ সৰু।*

দ্বিতীয় উক্তিটো মিছা। গতিকে, যৌগিক উক্তিটো মিছা।

(iii) উপাদান উক্তি দুটা হ'ল

p : *সকলাবোৰ জীৱিত প্ৰাণীৰ দুখন ভৰি আছে।*

q : *সকলোবোৰ জীৱিত প্ৰাণীৰ দুটা চকু আছে।*

এই উক্তি দুটা উভয়ে মিছা। গতিকে যৌগিক উক্তিটো মিছা। এতিয়া, তলত দিয়া উক্তিটো বিবেচনা কৰোঁঃ

p : *মদ আৰু পানীৰ এটা মিশ্ৰণ ৰাসায়নিক পদ্ধতিৰদ্বাৰা পৃথক কৰিব পাৰি।*

এই বাক্যটো “আৰু” যুক্ত এটা যৌগিক উক্তি হিচাপে বিবেচনা কৰিব নোৱাৰি। ইয়াত “আৰু” শব্দটোৱে দুটা বস্তু উল্লেখ কৰে— মদ আৰু পানী। এইটোৱে আমাক এটা দৰকাৰী টোকালৈ আগবঢ়ায় ঃ

☛ টোকা ওপৰত দেখুওৱা উদাহৰণটোৰ দৰে “আৰু” যুক্ত এটা উক্তি সদায় এটা যৌগিক উক্তি নহয়। গতিকে, “আৰু” শব্দটো এটা সংযোজক হিচাপে ব্যৱহাৰ হোৱা নাই।

14.4.2 *“নাইবা” শব্দটো* (*The Word "Or"*)

তলত দিয়া উক্তিটো আমি লক্ষ্য কৰোঁহক ঃ

p : *এখন সমতলত থকা দুডাল ৰেখাই হয় এটা বিন্দুত কটাকটি কৰে নহয় সিহঁত সমান্তৰাল।*

আমি জানো যে এইটো এটা সত্য উক্তি। ইয়াৰ অৰ্থ কি? ইয়াৰ অৰ্থ হ'ল যদি এখন সমতলত থকা দুডাল ৰেখাই কটাকটি কৰে, তেনেহ'লে সিহঁত সমান্তৰাল নহয়। বিকল্পভাৱে, যদি দুডাল ৰেখা সমান্তৰাল নহয়, তেনেহ'লে সিহঁতে এটা বিন্দুত কটাকটি কৰে। অৰ্থাৎ এই উক্তিটো উভয় ক্ষেত্ৰতে সঁচা।

“নাইবা” যুক্ত উক্তিবোৰ বোধগম্য হোৱাৰ নিমিত্তে আমি প্ৰথমতে লক্ষ্য কৰো যে “নাইবা” শব্দটো ইংৰাজী ভাষাত দুই ধৰণে প্ৰয়োগ কৰা হয়। আমি প্ৰথমতে তলত দিয়া উক্তিটো লক্ষ্য কৰোঁহক ঃ

p : এখন ৰেষ্টুৰেণ্টত এখন প্লেটত এটা আইচক্ৰীম নাইবা পেপ্‌ছি আছে।

ই বুজায় যে এজন ব্যক্তি যাক আইচক্ৰীম নালাগে তেওঁ প্লেটত এটা পেপ্‌ছি পাব নাইবা পেপ্‌ছি নলগা জনে এটা আইচক্ৰীম পাব পাৰে। এজন ব্যক্তিয়ে আইচক্ৰীম আৰু পেপ্‌ছি দুয়োবিধ পাব নোৱাৰে। ইয়াক এটা ব্যৱৰ্তক "নাইবা" (exclusive "or") বোলা হয়।

ইয়াত আন এটা উক্তি হ'ল ঃ

এজন ছাত্ৰ যিয়ে জীৱ বিদ্যা নাইবা ৰসায়ন বিজ্ঞান লৈছে তেওঁ অণু-জীৱবিদ্যা কাৰ্য্যক্ৰমৰ এম.এচ. চি. ৰবাবে আবেদন কৰিব পাৰে।

ইয়াত আমি বুজো যে যিবোৰ ছাত্ৰই জীৱবিদ্যা আৰু ৰসায়ন বিজ্ঞান দুয়োটা লৈছে তেওঁলোকে অণু-জীৱবিদ্যা কাৰ্যক্ৰমৰ বাবে আবেদন কৰিব পাৰে, তেনেদৰে এই বিষয়বোৰৰ মাত্ৰ এটা লোৱা ছাত্ৰবোৰে আবেদন কৰিব পাৰে। এই ক্ষেত্ৰত আমি অভিব্যাপী "নাইবা" (inclusive "or") ব্যৱহাৰ কৰি আছো।

এই দুই ধৰণৰ মাজত পাৰ্থক্যৰ সংক্ষিপ্ত বৰ্ণনা দিয়াটো দৰকাৰী কাৰণ আমি যেতিয়া উক্তিটো সঁচানে মিছা পৰীক্ষা কৰো তেতিয়া ইয়াৰ প্ৰয়োজন হয়।

আমি এটা উদাহৰণ লক্ষ্য কৰোঁ ঃ

উদাহৰণ 7 তলত দিয়া উক্তিবোৰৰ প্ৰতিটোৰ বাবে, এটা অভিব্যাপী "নাইবা" নে ব্যৱৰ্তক "নাইবা" ব্যৱহাৰ কৰা হৈছে নিৰ্ণয় কৰা। তোমাৰ উত্তৰৰ বাবে যুক্তি দিয়াঁ।

(i) এখন দেশত প্ৰৱেশ কৰিবলৈ, তোমাৰ এখন পাছপোৰ্ট, নাইবা এখন 'ভোটাৰ ৰেজিষ্টেচন কাৰ্ড' আৱশ্যক।

(ii) বিদ্যালয়খন বন্ধ থাকে যদি এটা বন্ধৰ দিন হয় নাইবা ৰবিবাৰ হয়।

(iii) দুডাল ৰেখা এটা বিন্দুত কটাকটি কৰে নাইবা সমান্তৰাল।

(iv) ছাত্ৰবোৰে তেওঁলোকৰ তৃতীয় ভাষা হিচাপে ফৰাচী নাইবা সংস্কৃত ল'ব পাৰে।

সমাধান (i) ইয়াত "নাইবা" হ'ল অভিব্যাপী যিহেতু এখন দেশত প্ৰৱেশ কৰিবলৈ এজন ব্যক্তিৰ এখন 'পাছপোৰ্ট' আৰু এখন 'ভোটাৰ ৰেজিষ্ট্ৰেচন কাৰ্ড' উভয়ে থাকিব পাৰে।

(ii) ইয়াতো "নাইবা" হ'ল অভিব্যাপী যিহেতু বিদ্যালয় বন্ধৰ দিনত বন্ধ হয়, তেনেকৈ ৰবিবাৰে বন্ধ হয়।

(iii) ইয়াত "নাইবা" হ'ল ব্যৱৰ্তক কাৰণ দুডাল ৰেখাৰ বাবে একেলগে কটাকটি কৰা আৰু সমান্তৰাল হোৱা সম্ভৱ নহয়।

(iv) ইয়াতো "নাইবা" হ'ল ব্যৱৰ্তক কাৰণ এজন ছাত্ৰই ফৰাচী আৰু সংস্কৃত উভয়ে ল'ব নোৱাৰে।

"নাইবা" যুক্ত যৌগিক উক্তিৰ বাবে নিয়ম ঃ

1. এটা "নাইবা" যুক্ত যৌগিক উক্তি সঁচা হয় যেতিয়া এটা উপাদান উক্তি সঁচা হয় নাইবা উভয় উপাদান উক্তিবোৰ সঁচা হয়।
2. এটা "নাইবা" যুক্ত যৌগিক উক্তি মিছা হয় যেতিয়া উভয় উপাদান উক্তিবোৰ মিছা হয়।

উদাহৰণস্বৰূপে, তলত দিয়া উক্তিটো বিবেচনা কৰোঁ ঃ

p : দুডাল ৰেখাই এটা বিন্দুত ছেদ কৰে নাইবা সিহঁত সমান্তৰাল।

উপাদান উক্তিবোৰ হ'ল ঃ

q : দুডালৰেখাই এটা বিন্দুত ছেদ কৰে।

r : দুডাল ৰেখা সমান্তৰাল।

তেন্তে q সঁচা হ'লে r মিছা আৰু r সঁচা হলে q মিছা। সেয়েহে, যৌগিক উক্তি p সঁচা।
আন এটা উক্তি বিবেচনা কৰা হ'ল ঃ

p : *7 নাইবা 8 ৰ গুণিতক 125*

ইয়াৰ উপাদান উক্তিবোৰ হ'ল ঃ

q : *7 ৰ গুণিতক 125*

r : *8 ৰ গুণিতক 125*

q আৰু r উভয়ে মিছা। গতিকে যৌগিক উক্তি p মিছা। আকৌ, তলত দিয়া উক্তিটো বিবেচনা কৰা হ'ল।

p : *বিদ্যালয়খন বন্ধ থাকে, যদি এটা বন্ধৰ দিন হয় নাইবা ৰবিবাৰ হয়।*

উপাদান উক্তিবোৰ হ'লঃ

q : *বিদ্যালয় বন্ধ থাকে যদি এটা বন্ধৰ দিন হয়।*

r : *বিদ্যালয় বন্ধ থাকে যদি এটা ৰবিবাৰ হয়।*

q আৰু r উভয়ে সঁচা। গতিকে যৌগিক উক্তি p সঁচা।
আন এটা উক্তি বিবেচনা কৰা হ'ল ঃ

p : *কলকাতা নাইবা কৰ্ণাটকৰ ৰাজধানী মুম্বাই।*

উপাদান উক্তিবোৰ হ'লঃ

p : *কলকাতাৰ ৰাজধানী মুম্বাই।*

r : *কৰ্ণাটকৰ ৰাজধানী মুম্বাই।*

এই উক্তিবোৰৰ উভয়ে মিছা। গতিকে, যৌগিক উক্তিটো মিছা। কিছুমান উদাহৰণ আমি বিবেচনা কৰোঁঃ

উদাহৰণ 8 তলত দিয়া উক্তিবোৰত ব্যৱহাৰ কৰা "নাইবা" ৰ ধৰণ চিনাক্ত কৰা আৰু উক্তিবোৰ সঁচানে মিছা পৰীক্ষা কৰাঁ ঃ

(i) $\sqrt{2}$ এটা পৰিমেয় সংখ্যা নাইবা এটা অপৰিমেয় সংখ্যা।

(ii) এটা ৰাজহুৱা পুথিভঁৰালত প্ৰৱেশ কৰিবলৈ ল'ৰা-ছোৱালীবোৰৰ বিদ্যালয়খনৰ পৰা এখন পৰিচয় পত্ৰ নাইবা বিদ্যালয় কৰ্তৃপক্ষৰ পৰা এখন চিঠিৰ আৱশ্যক।

(iii) এটা আয়ত এটা চতুৰ্ভুজ নাইবা এটা 5 –বাহুযুক্ত বহুভুজ।

সমাধান (i) উপাদান উক্তিবোৰ হ'ল ঃ

p : $\sqrt{2}$ *এটা পৰিমেয় সংখ্যা।*

q : $\sqrt{2}$ *এটা অপৰিমেয় সংখ্যা।*

ইয়াত, আমি জানো যে প্ৰথম উক্তিটো মিছা আৰু দ্বিতীয় উক্তিটো সঁচা আৰু "নাইবা" হ'ল ব্যৱৰ্তক। গতিকে, যৌগিক উক্তিটো সঁচা।

(ii) উপাদান উক্তিবোৰ হ'ল ঃ

p : *এটা ৰাজহুৱা পুথিভৰাঁলত প্ৰৱেশ কৰিবলৈ ল'ৰা-ছোৱালীবোৰকৰ এখন পৰিচয় পত্ৰৰ আৱশ্যক।*

q : *এটা ৰাজহুৱা পুথিভঁৰালত প্ৰৱেশ কৰিবলৈ ল'ৰা-ছোৱালীবোৰৰ বিদ্যালয় কৰ্তৃপক্ষৰ পৰা এখন চিঠিৰ আৱশ্যক।*

ল'ৰা-ছোৱালীবোৰে পুথিভঁৰালটোত প্ৰৱেশ কৰিব পাৰে, যদি তেওঁলোকৰ দুয়োবিধৰ হয় এখন পৰিচয় পত্ৰ নহয় চিঠিখন থাকে। গতিকে, এইটো হ'ল অভিব্যাপী "নাইবা"। যৌগিক উক্তিটোৱো সঁচা যেতিয়া ল'ৰা-

ছোৱালীবোৰৰ পৰিচয় পত্ৰখন আৰু চিঠিখন উভয়ে থাকে।

(iii) ইয়াত “নাইবা” হ’ল ব্যৱৰ্তক। যেতিয়া আমি উপাদান উক্তিবোৰ লক্ষ্য কৰোঁ, আমি পাওঁ যে যৌগিক উক্তিটো সঁচা।

14.4.3 *পৰিমাণক (Quantifiers)* পৰিমাণকবোৰ হ’ল খণ্ডবাক্য যেনে ঃ “..... আছে” (“There exists”) আৰু “সকলো .. ৰ বাবে” (“For all”)। গাণিতিক উক্তিবোৰত থকা আন এটা খণ্ডবাক্য হ’ল “... আছে” (“There exists”)। উদাহৰণ স্বৰূপে উক্তিটো বিবেচনা কৰা হ’লঃ p : *এটা আয়ত আছে (there exists) যাৰ সকলোবোৰ বাহু সমান।* ই বুজায় যে অন্ততঃ এটা আয়ত আছে যাৰ সকলোবোৰ বাহু সমান।

“..... আছে” (“there exists”) ৰ লগত ওতপ্ৰোতভাৱে জড়িত এটা শব্দ হ’ল “প্ৰত্যেক .. ৰ বাবে” (“for every”) নাইবা “সকলো ...ৰ বাবে”(for all)। এটা উক্তি বিবেচনা কৰা হ’লঃ

$$p: \text{প্ৰত্যেক মৌলিক সংখ্যা } p \text{ ৰ বাবে, } \sqrt{p} \text{ এটা অপৰিমেয় সংখ্যা।}$$

ই বুজায় যে যদি S য়ে সকলোবোৰ মৌলিক সংখ্যাৰ সংহতি নিৰ্দেশ কৰে, তেনেহ’লে সংহতি S ৰ সকলোবোৰ উপাদান pৰ বাবে, $\sqrt{p}$ এটা অপৰিমেয় সংখ্যা।

সচৰাচৰ, “প্ৰত্যেক ... ৰ বাবে” (“for every”) কোৱা এটা গাণিতিক উক্তি এনেদৰে কৈ ব্যাখ্যা কৰিব পাৰি যে ধৰ্মটো প্ৰয়োগ কৰা প্ৰদত্ত সংহতি S ৰ সকলো উপাদানে সেই ধৰ্মটো সিদ্ধ কৰিবই লাগিব।

লক্ষ্য কৰিব লগীয়া যে উক্তিটোত ক’ত এটা প্ৰদত্ত সংযোগকাৰী শব্দ প্ৰয়োগ কৰা হৈছে সেইটো সঠিককৈ জনাটো দৰ্কাৰ।

উদাহৰণস্বৰূপে, তলত দিয়া উক্তি দুটা তুলনা কৰোঁঃ-

1. প্ৰত্যেক ধনাত্মক সংখ্যা x ৰ বাবে এটা ধনাত্মক সংখ্যা y আছে যাতে $y < x$.
2. এটা ধনাত্মক সংখ্যা y আছে যাতে প্ৰত্যেক ধনাত্মক সংখ্যা x ৰ বাবে, আমি পাওঁ $y < x$.

যদিও এই উক্তিবোৰ দেখাত সদৃশ, সিহঁতক একে বুলি কোৱা নহয়। আচলতে, উক্তি (1) সঁচা আৰু উক্তি (2) মিছা। এইদৰে, গাণিতিক লিখনিৰ এটা খণ্ডৰ বাবে ঠিক অৰ্থ থকাকৈ, সকলোবোৰ প্ৰতীক সাৱধানে স্থাপন বা প্ৰৱৰ্তন কৰিব লাগিব আৰু প্ৰতিটো প্ৰতীকেই যথাস্থানত নিশ্চয়কৈ স্থাপন কৰিব পাৰি— সোনকালেও নহয় আৰু পলমকৈয়ো নহয়।

“আৰু” আৰু “নাইবা” শব্দবোৰক সংযোজক বোলে আৰু “.... আছে” (“There exists”) আৰু “সকলো ......ৰ বাবে” (“for all”) খণ্ডবাক্যবোৰক পৰিমাণক বোলে। এইদৰে, আমি দেখিছো যে বহুতো গাণিতিক উক্তিত কিছুমান বিশেষ শব্দ আছে আৰু সংলগ্ন সেইবোৰৰ অৰ্থ জনাটো দৰকাৰী, বিশেষকৈ যেতিয়া আমি বিভিন্ন উক্তিবোৰৰ বৈধতা পৰীক্ষা কৰিবলগীয়া হয়।

অনুশীলনী 14.3

1. তলত দিয়া যৌগিক উক্তিবোৰৰ প্ৰতিটোৰ বাবে প্ৰথমতে সংযোজক শব্দবোৰ চিনাক্ত কৰাঁ আৰু পিছত ইয়াক উপাদান উক্তিবোৰলৈ ভাঙা।
   (i) সকলোবোৰ পৰিমেয় সংখ্যা বাস্তৱ আৰু সকলোবোৰ বাস্তৱ সংখ্যা জটিল নহয়।
   (ii) এটা অখণ্ড সংখ্যাৰ বৰ্গ ধনাত্মক নাইবা ঋণাত্মক।

(iii) সূৰ্যৰ তাপত বালি সোনকালে তপত হয় আৰু ৰাতি সোনকালে ঠাণ্ডা নহয়।

(iv) $3x^2 - x - 10 = 0$ সমীকৰণৰ মূলবোৰ হ'ল $x = 2$ আৰু $x = 3$

2. তলত দিয়া উক্তিবোৰত পৰিমাণক চিনাক্ত কৰাঁ আৰু উক্তিবোৰৰ নিষেধক লিখাঁ।

(i) এটা সংখ্যা আছে (there exists) যিটো তাৰ বৰ্গৰ সমান।

(ii) প্ৰত্যেক বাস্তৱ সংখ্যা x ৰ বাবে, $x + 1$ তকৈ x সৰু।

(iii) ভাৰতবৰ্ষৰ প্ৰত্যেক ৰাজ্যৰ বাবে এখন ৰাজধানী আছে (there exists)।

3. তলত দিয়া উক্তিবোৰৰ যোৰৰ এটা আনটোৰ নিষেধক হয়নে পৰীক্ষা কৰাঁ। তোমাৰ উত্তৰৰ যুক্তি দিয়া।

(i) প্ৰত্যেক বাস্তৱ সংখ্যা x আৰু y ৰ বাবে $x + y = y + x$ সত্য।

(ii) বাস্তৱ সংখ্যা x আৰু y আছে যাৰ বাবে $x + y = y + x$.

4. তলত দিয়া উক্তিবোৰত ব্যৱহাৰ কৰা "আৰু" টো "ব্যৱৰ্তক" নে "অভিব্যাপী" কোৱাঁ। তোমাৰ উত্তৰৰ বাবে যুক্তি দিয়াঁ।

(i) সূৰ্য্য উদয় হয় নাইবা চন্দ্ৰ অস্ত যায়।

(ii) এখন ড্ৰাইভিং লাইচেঞ্চৰ বাবে আবেদন কৰিবলৈ তোমাৰ এখন ৰেছন কাৰ্ড নাইবা এখন পাছপোৰ্ট থকা উচিত।

(iii) সকলোবোৰ অখণ্ড সংখ্যা ধনাত্মক নাইবা ঋণাত্মক।

14.5 নিহিতাৰ্থক (Implications)

আমি এই খণ্ডত "যদি- তেন্তে" ("If then"), "কেৱল যদি" ("only if") আৰু "যদি আৰু কেৱল যদি" ("If and only if") নিহিতাৰ্থকবোৰ আলোচনা কৰিম। গতিকে "যদি-তেন্তে" যুক্ত উক্তিবোৰ সহজলভ্য। উদাহৰণস্বৰূপে, উক্তিটো বিবেচনা কৰোঃ

r : *যদি তুমি কোনো এখন দেশত জন্ম গ্ৰহণ কৰা, তেন্তে তুমি সেই দেশৰ এজন নাগৰিক।*

যেতিয়া আমি এই উক্তিটো লক্ষ্য কৰো, আমি দেখো যে ই দুটা উক্তি p আৰু q ৰ লগত সম্পৰ্ক কৰে।

p : *তুমি কোনো এখন দেশত জন্ম গ্ৰহণ কৰা।*

q : *তুমি সেই দেশৰ এজন নাগৰিক।*

তেনেহ'লে বাক্য "যদি p তেন্তে q" য়ে সূচায় যে যদি p সঁচা হয়, তেন্তে q সঁচা হ'ব লাগিব।

"যদি p তেন্তে q" বাক্যটোৰ বিষয়ে আটাইতকৈ গুৰুত্বপূৰ্ণ কথা যে যেতিয়া p মিছা হয়, q ৰ বিষয়ে একো কোৱা নহয় (নাইবা ঠাইৰ প্ৰয়োজন নাই)। উদাহৰণ স্বৰূপে, যদি তুমি দেশখনত নজন্মা, তেন্তে তুমি q ৰ বিষয়ে একো ক'ব নোৱাৰা। ইয়াক আনকথাত কবলৈ গ'লে p নঘটিলে q ঘটাত কাৰ্য্যকৰী নহয়।

"যদি p তেন্তে q" উক্তিটোৰ বাবে আন এটা কথা লক্ষ্য কৰিব লগীয়া যে p ৰ ঘটাটোকে উক্তিটোৱে নুসূচায়।

"যদি p তেন্তে q" উক্তিবোৰ বোধগম্য হোৱাৰ বহুতো উপায় আছে। তলত দিয়া উক্তিবোৰৰ আধাৰত আমি এই উপায়বোৰ ব্যাখ্যা কৰিম।

r : *যদি এটা সংখ্যা 9 ৰ এটা গুণিতক, তেন্তে ই 3 ৰ এটা গুণিতক।*

ধৰা হ'ল p আৰু q য়ে উক্তি সূচাইছে।

p : *এটা সংখ্যা 9 ৰ এটা গুণিতক।*

q : *এটা সংখ্যা 3 ৰ এটা গুণিতক।*

তেনেহ'লে, "যদি p তেন্তে q" তলত দিয়াধৰণে একেঃ

1. "p এ q ক সূচায়" (p implies q) ক $p \Rightarrow q$ ৰে নিৰ্দ্দেশ কৰা হয়। "সূচায়"ৰ সলনি প্ৰতীক '$\Rightarrow$' এইটো ক'ব পাৰি যে এটা সংখ্যা 9 ৰ এটা গুণিতকেই 3 ৰ এটা গুণিতকক সূচায়।
2. q ৰ বাবে p এটা পৰ্য্যাপ্ত চৰ্ত। এইটো কব পাৰি যে এটা সংখ্যা 9 ৰ এটা গুণিতক বুলি জানিলে ই 3 ৰ এটা গুণিতক হয় বুলি সিদ্ধান্ত কৰাটো পৰ্য্যাপ্ত।
3. p কেৱল যদি q এইটো ক'ব পাৰি যে এটা সংখ্যা 9 ৰ এটা গুণিতক হয় কেৱল যদি ই 3 ৰ এটা গুণিতক হয়।
4. p ৰ বাবে q এটা অনিবাৰ্য্য চৰ্ত। এইটো ক'ব পাৰি যে যেতিয়া এটা সংখ্যা 9 ৰ এটা গুণিতক হয়, ই অনিবাৰ্য্যভাৱে 3 ৰ এটা গুণিতক।
5. $\sim q$ এ $\sim p$ ক সূচায়। এইটো কব পাৰি যে যদি এটা সংখ্যা 3 ৰ এটা গুণিতক নহয়, তেন্তে ই 9 ৰ এটা গুণিতক নহয়।

14.5.1 ***বিপৰীত ধনাত্মক (Contrapositive) আৰু বিপৰীত (Converse)*** ঃ বিপৰীত ধনাত্মক আৰু বিপৰীত হ'ল কিছুমান অন্য উক্তি যিবোৰ "যদি- তেন্তে" যুক্ত উক্তিৰ পৰা গঠন কৰিব পাৰি। উদাহৰণস্বৰূপে আমি তলত দিয়া "যদি- তেন্তে" উক্তিটো বিবেচনা কৰোঁ ঃ

যদি প্ৰাকৃতিক পৰিৱেশ পৰিৱৰ্তন হয়, তেন্তে জীৱ-বিজ্ঞান সম্বন্ধীয় পৰিৱেশ পৰিৱৰ্তন হয়। তেনেহ'লে এই উক্তিটোৰ বিপৰীত ধনাত্মকটো হ'ল ঃ

যদি জীৱ-বিজ্ঞান সম্বন্ধীয় পৰিৱেশ পৰিৱৰ্তন নহয়, তেন্তে প্ৰাকৃতিক পৰিৱেশ পৰিৱৰ্তন নহয়।

লক্ষ্য কৰিব লগীয়া যে উভয় উক্তিয়ে একে অৰ্থ বুজায়।

এইটো বোধগম্য হবলৈ, আমি বহুত উদাহৰণ বিবেচনা কৰোহঁক ঃ

উদাহৰণ 9 তলত দিয়া উক্তিৰ বিপৰীত ধনাত্মক লিখাঁ ঃ

(i) যদি এটা সংখ্যা 9 ৰে বিভাজ্য, তেন্তে ই 3 ৰে বিভাজ্য।
(ii) যদি তুমি ভাৰতত জন্ম গ্ৰহণ কৰা, তেন্তে তুমি ভাৰতৰ এজন নাগৰিক।
(iii) যদি এটা ত্ৰিভুজ সমবাহু, তেন্তে ই সমদ্বিবাহু।

সমাধান এই উক্তিবোৰৰ বিপৰীত ধনাত্মক হ'ল

(i) যদি এটা সংখ্যা 3 ৰে বিভাজ্য নহয়, তেন্তে ই 9 ৰে বিভাজ্য নহয়।
(ii) যদি তুমি ভাৰতৰ এজন নাগৰিক নোহোৱা, তেন্তে তুমি ভাৰতত জন্ম গ্ৰহণ কৰা নাই।
(iii) যদি এটা ত্ৰিভূজ সমদ্বিবাহু নহয়, তেন্তে ই সমবাহু নহয়।

উপৰিউক্ত উদাহৰণবোৰে দেখুৱায় "যদি p, তেন্তে q" উক্তিটোৰ বিপৰীত ধনাত্মক হ'ল "যদি $\sim q$, তেন্তে $\sim p$"

আকৌ, আমি "বিপৰীত" বুলি কোৱা আন এটা উক্তি বিবেচনা কৰিম।

এটা প্ৰদত্ত উক্তি "যদি p, তেন্তে q" ৰ বিপৰীত হ'ল "যদি q, তেন্তে p"

উদাহৰণস্বৰূপে,

p : *যদি এটা সংখ্যা 10 ৰে বিভাজ্য, তেন্তে ই 5 ৰে বিভাজ্য* উক্তিটোৰ বিপৰীত হ'লঃ

q : *যদি এটা সংখ্যা 5 ৰে বিভাজ্য, তেন্তে ই 10 ৰে বিভাজ্য।*

উদাহৰণ 10 তলত দিয়া উক্তিবোৰৰ বিপৰীত লিখা।

(i) যদি এটা সংখ্যা n যুগ্ম, তেন্তে n^2 যুগ্ম।

(ii) যদি তুমি কিতাপখনৰ আটাইবোৰ উদাহৰণ কৰা, তেন্তে তুমি শ্ৰেণীটোত এটা A গ্ৰেড পাবা।

(iii) যদি a আৰু b দুটা অখণ্ড সংখ্যা যাতে $a > b$, তেন্তে $a - b$ সদায় এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা।

সমাধান এই উক্তিবোৰৰ বিপৰীত হ'ল ঃ

(i) যদি এটা সংখ্যা n^2 যুগ্ম, তেন্তে n যুগ্ম।

(ii) যদি তুমি শ্ৰেণীটোত এটা A গ্ৰেড পোৱা, তেন্তে তুমি কিতাপখনৰ আটাইবোৰ উদাহৰণ কৰিছা।

(iii) যদি a আৰু b দুটা অখণ্ড সংখ্যা যাতে $a - b$ সদায় এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা, তেন্তে $a > b$.

আমি কিছুমান অধিক উদাহৰণ বিবেচনা কৰোহঁক ঃ

উদাহৰণ 11 তলত দিয়া যৌগিক উক্তিবোৰৰ প্ৰত্যেকটোৰ বাবে, প্ৰথমতে অনুৰূপ উপাদান উক্তিবোৰ চিনাক্ত কৰাঁ। পিছত উক্তিবোৰ সঁচা হয় নে নহয় পৰীক্ষা কৰাঁ।

(i) যদি এটা ত্ৰিভুজ ABC সমবাহু, তেন্তে ই সমদ্বিবাহু।

(ii) যদি a আৰু b অখণ্ড সংখ্যা, তেন্তে ab এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

সমাধান (i) উপাদান উক্তিবোৰ হ'লঃ

p : *ত্ৰিভুজ* ABC *সমবাহু।*

q : *ত্ৰিভুজ* ABC *সমদ্বিবাহু।*

যিহেতু এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ সমদ্বিবাহু, গতিকে আমি সিদ্ধান্ত কৰোঁ যে প্ৰদত্ত যৌগিক উক্তিটো সত্য।

(ii) উপাদান উক্তিবোৰ হ'ল ঃ

p : a *আৰু* b *অখণ্ড সংখ্যা।*

q : ab *এটা পৰিমেয় সংখ্যা।*

যিহেতু দুটা অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল এটা অখণ্ড সংখ্যা, সেইবাবে পূৰণফল এটা পৰিমেয় সংখ্যা। গতিকে যৌগিক উক্তিটো সত্য।

প্ৰতীক '$\Leftrightarrow$' ৰে নিৰ্দ্দেশ কৰা *"যদি আৰু কেৱল যদি"* য়ে প্ৰদত্ত উক্তি p আৰু q ৰ বাবে তলত দিয়া সমাৰ্থক আকাৰবোৰ বুজায়।

(i) p যদি আৰু কেৱল যদি q

(ii) q যদি আৰু কেৱল যদি p

(iii) q ৰ বাবে p অনিবাৰ্য্য আৰু পৰ্য্যাপ্ত চৰ্ত আৰু চৰ্ত ওলোটা কৰি।

(iv) $p \Leftrightarrow q$

এটা উদাহৰণ বিবেচনা কৰোঁ ঃ

উদাহৰণ 12 তলত দুযোৰ উক্তি দিয়া আছে। "যদি আৰু কেৱল যদি" ব্যৱহাৰ কৰি উক্তি দুটা লগ লগোৱাঁ।

(i) p : যদি এটা আয়ত এটা বৰ্গ, তেন্তে ইয়াৰ চাৰিটা বাহুৰ আটাইবোৰ সমান।

q : যদি এটা আয়তৰ চাৰিটা বাহুৰ আটাইবোৰ সমান, তেন্তে আয়তটো এটা বৰ্গ।

(ii) p : যদি এটা সংখ্যাৰ অংককেইটাৰ যোগফল 3 ৰে বিভাজ্য, তেন্তে সংখ্যাটো 3 ৰে বিভাজ্য।

q : যদি এটা সংখ্যা 3 ৰে বিভাজ্য, তেন্তে ইয়াৰ অংককেইটাৰ যোগফল 3 ৰে বিভাজ্য।

সমাধান (i) এটা আয়ত এটা বৰ্গ যদি আৰু কেৱল যদি ইয়াৰ চাৰিটা বাহুৰ আটাইবোৰ সমান।

(ii) এটা সংখ্যা 3 ৰে বিভাজ্য যদি আৰু কেৱল যদি ইয়াৰ অংককেইটাৰ যোগফল 3 ৰে বিভাজ্য।

অনুশীলনী 14.4

1. “যদি -তেন্তে” যুক্ত তলত দিয়া উক্তিটো একে অৰ্থ বুজোৱা পাঁচটা বিভিন্ন প্ৰকাৰত পুনৰ লিখাঁঃ

যদি এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা অযুগ্ম, তেন্তে ইয়াৰ বৰ্গও অযুগ্ম।

2. তলত দিয়া উক্তিবোৰৰ বিপৰীত ধনাত্মক আৰু বিপৰীত লিখাঁ।
   (i) যদি x এটা মৌলিক সংখ্যা, তেন্তে x অযুগ্ম।
   (ii) যদি দুডাল ৰেখা সমান্তৰাল, তেন্তে সিহঁতে একেখন সমতলত কটাকটি নকৰে।
   (iii) অলপমান ঠাণ্ডাই সূচায় যে ইয়াৰ নিম্ন তাপ আছে।
   (iv) তুমি জ্যামিতি বুজিব নোৱাৰা যদি তুমি কেনেকৈ বিশেষ সিদ্ধান্ত মূলকভাৱে যুক্তি দিব লাগে নাজানা।
   (v) x এটা যুগ্ম সংখ্যাই সূচায় যে x, 4 ৰে বিভাজ্য।
3. তলত দিয়া উক্তিবোৰৰ প্ৰত্যেকটো “যদি-তেন্তে” আকাৰত লিখাঁ।
   (i) তুমি এটা চাকৰি পোৱাটোৱে সূচায় যে তোমাৰ প্ৰত্যয় ভাল।
   (ii) কলগছবোৰ ফুলিব যদি এইবোৰ এমাহৰ বাবে গৰমত থাকে।
   (iii) এটা চতুৰ্ভুজ এটা সমান্তৰাল যদি ইয়াৰ কৰ্ণবোৰে পৰস্পৰ সমদ্বিখণ্ডিত কৰে।
   (iv) শ্ৰেণীটোত এটা A+ পাবলৈ, এইটো অনিবাৰ্য্য যে তুমি কিতাপখনৰ আটাইবোৰ অনুশীলনী কৰাঁ।
4. (a) আৰু (b) ত উক্তিবোৰ দিয়া আছে। তলত দিয়া উক্তিবোৰ পৰস্পৰ বিপৰীত ধনাত্মক বা বিপৰীত হিচাপে চিনাক্ত কৰাঁ।
   (a) যদি তুমি দিল্লীত বাস কৰাঁ, তেন্তে তোমাৰ জাৰকালিৰ কাপোৰ আছে।
   (i) যদি তোমাৰ জাৰকালিৰ কাপোৰ নাই, তেন্তে তুমি দিল্লীত বাস নকৰা।
   (ii) যদি তোমাৰ জাৰকালিৰ কাপোৰ আছে, তেন্তে তুমি দিল্লীত বাস কৰাঁ।
   (b) যদি এটা চতুৰ্ভুজ এটা সামান্তৰিক, তেন্তে ইয়াৰ কৰ্ণবোৰে পৰস্পৰ সমদ্বিখণ্ডিত কৰে।
   (i) যদি এটা চতুৰ্ভুজৰ কৰ্ণবোৰে পৰস্পৰ সমদ্বিখণ্ডিত নকৰে, তেন্তে চতুৰ্ভুজটো এটা সামান্তৰিক নহয়।
   (ii) যদি এটা চতুৰ্ভূজৰ কৰ্ণবোৰে পৰস্পৰ সমদ্বিখণ্ডিত কৰে, তেন্তে ই এটা সামান্তৰিক।

14.6 বৈধ উক্তি (Validating Statements)ঃ

এই খণ্ডত, আমি আলোচনা কৰিম কেতিয়া এটা উক্তি সত্য হয়। এই প্ৰশ্নৰ উত্তৰ পাবলৈ, তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ আটাইবোৰ উত্তৰ কৰিব লাগিব। উক্তিটোৱে কি অৰ্থ বুজায়? এই উক্তিটো সত্য আৰু কেতিয়া এই উক্তিটো সত্য নহয়— এই বুলি কোৱাত কি অৰ্থ বুজাব? এই প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ নিৰ্ভৰ কৰে বিশেষ শব্দবোৰ “আৰু”, “নাইবা”ৰ কোনটো আৰু নিহিতাৰ্থকবোৰ “যদি আৰু কেৱল যদি”, “যদি- তেন্তে” ৰ কোনটো আৰু পৰিমাণকবোৰ (খণ্ডবাক্যবোৰ) “প্ৰত্যেক .....ৰ বাবে”, “.....আছে” ৰ কোনটো প্ৰদত্ত উক্তিটোত দেখা যায়। ইয়াত আমি কিছুমান কৌশল আলোচনা কৰিম তাক কেতিয়া এটা উক্তি বৈধ হয়- নিৰ্ণয় কৰিবলৈ। এটা উক্তি সত্য হয় নে নহয় পৰীক্ষা কৰাৰ বাবে আমি কিছুমান সাধাৰণ নিয়ম অন্তৰ্ভুৰ্ভুক্ত কৰিম।

নিয়ম 1 ***যদি p আৰু q গাণিতিক উক্তি হয়, তেন্তে “p আৰু q” উক্তিটো সত্য*** বুলি দেখুওৱাৰ নিমিত্তে, তলত দিয়া পৰ্য্যায়বোৰ মানি চলা হয়।

পৰ্য্যায়-1 দেখুওৱাঁ যে p উক্তিটো সত্য।

পৰ্য্যায়-2 দেখুওৱাঁ যে q উক্তিটো সত্য।

নিয়ম 2 *"নাইবা" যুক্তি উক্তি*

যদি p আৰু q গাণিতিক উক্তি হয়, তেন্তে "p নাইবা q" উক্তিটো সত্য বুলি দেখুওৱাৰ নিমিত্তে, তলত দিয়াবোৰ বিবেচনা কৰিব লাগে।

চৰ্ত 1. p অসত্য বুলি ধৰি লৈ, দেখুওৱাঁ যে q সত্য হ'বই লাগিব।

চৰ্ত 2 q অসত্য বুলি ধৰি লৈ, দেখুওৱাঁ যে p সত্য হ'বই লাগিব।

নিয়ম 3 *"যদি-তেন্তে" যুক্ত উক্তি*

"যদি p তেন্তে q" উক্তিটো প্ৰমাণ কৰাৰ বাবে তলত দিয়া চৰ্তৰ যিকোনো এটা সত্য হয় বুলি দেখুওৱাটো আমাৰ প্ৰয়োজন।

চৰ্ত 1 p সত্য হয় বুলি ধৰি লৈ, প্ৰমাণ কৰাঁ যে q সত্য হ'বই লাগিব (প্ৰত্যক্ষ পদ্ধতি)।

চৰ্ত 2 q অসত্য হয় বুলি ধৰি লৈ, প্ৰমাণ কৰাঁ যে p অসত্য হ'বই লাগিব (বিপৰীত ধনাত্মক পদ্ধতি)।

নিয়ম-4 *"যদি আৰু কেৱল যদি" যুক্ত উক্তি*

"p যদি আৰু কেৱল যদি q" উক্তিটো প্ৰমাণ কৰাৰ বাবে আমাৰ দেখুওৱাটো প্ৰয়োজন ঃ

(i) *যদি p সত্য, তেন্তে q সত্য আৰু* (ii) *যদি q সত্য, তেন্তে p সত্য।*

এতিয়া, আমি কিছুমান উদাহৰণ বিবেচনা কৰোঁ ঃ

উদাহৰণ 13 তলত দিয়া উক্তিটো সত্য হয় নে নহয় পৰীক্ষা কৰাঁ।

যদি $x, y \in Z$ যাতে x আৰু y অযুগ্ম, তেন্তে xy অযুগ্ম।

সমাধান ধৰা হ'ল $p : x, y \in Z$ যাতে x আৰু y অযুগ্ম

$q : xy$ অযুগ্ম

প্ৰদত্ত উক্তিটোৰ বৈধতা পৰীক্ষা কৰিবলৈ, আমি নিয়ম 3 ৰ চৰ্ত 1 প্ৰয়োগ কৰোঁ। অৰ্থাৎ ধৰা হ'ল যে যদি p সত্য, তেন্তে q সত্য।

p সত্যই বুজায় যে x আৰু y অযুগ্ম।

তেনেহ'লে, $x = 2m + 1$, কোনো অখণ্ড সংখ্যা m ৰ বাবে।

$y = 2n + 1$, কোনো অখণ্ড সংখ্যা n ৰ বাবে।

সেয়েহে, $xy = (2m + 1)(2n + 1)$

$= 2(2mn + m + n) + 1$

এইটোৱে দেখুৱায় যে xy অযুগ্ম। গতিকে, প্ৰদত্ত উক্তিটো সত্য।

ধৰাহ'ল এইটো নিয়ম 3 ৰ চৰ্ত 2 প্ৰয়োগ কৰি আমি পৰীক্ষা কৰিবলৈ বিচাৰো। পিছত আমি তলত দিয়া ধৰণে আগবাঢ়িম।

আমি ধৰি লওঁ যে q সত্য নহয়। এইটোৱে সূচায় যে উক্তি q ৰ নিষেধক বিবেচনা কৰিবলৈ আমাৰ প্ৰয়োজন। উক্তিটো দিয়া হ'ল

$\sim q$: পূৰণফল xy যুগ্ম

এইটো সম্ভৱ হয় যদি x বা y যুগ্ম হয়। এইটোৱে দেখুৱায় যে p সত্য নহয়। সেয়েহে, আমাৰ দেখুওৱা হ'ল যে

$$\sim q \Rightarrow \sim p$$

☛ **টোকা** উপৰিউক্ত উদাহৰণটোৱে $p \Rightarrow q$ প্ৰমাণ কৰাৰ বাবে ব্যাখ্যা কৰিছে। এইটো $\sim q \Rightarrow \sim p$ দেখুৱাটো যথেষ্ট, যিটো $p \Rightarrow q$ উক্তিটোৰ বিপৰীত ধনাত্মক।

উদাহৰণ 14 তলত দিয়া উক্তিটো ইয়াৰ বিপৰীত ধনাত্মকৰ দ্বাৰা প্ৰমাণ কৰি সঁচা নে মিছা পৰীক্ষা কৰাঁ। যদি $x, y \in \mathbf{Z}$ যাতে xy অযুগ্ম, তেন্তে x আৰু y অযুগ্ম।

সমাধান উক্তিবোৰ তলত দিয়া ধৰণে লিখা হ'ল ঃ

p : *xy অযুগ্ম*

q : *x আৰু y উভয়ে অযুগ্ম*

$p \Rightarrow q$ উক্তিটো সত্য হয় নে নহয় আমি পৰীক্ষা কৰিব লাগে, অৰ্থাৎ ইয়াৰ বিপৰীত ধনাত্মক উক্তি পৰীক্ষা কৰি অৰ্থাৎ $\sim q \Rightarrow \sim p$

এতিয়া $\sim q$: এইটো মিছা যে x আৰু y উভয়ে অযুগ্ম। এইটোৱে সূচায় যে x (বা y) যুগ্ম।

তেনেহ'লে $x = 2n$, কোনো অখণ্ড সংখ্যা n ৰ বাবে। গতিকে, $xy = 2ny$ কোনো অখণ্ড সংখ্যা nৰ বাবে। এইটোৱে দেখুৱায় যে xy যুগ্ম। অৰ্থাৎ $\sim p$ সঁচা।

সেয়েহে, আমাৰ দেখুওৱা হ'ল যে $\sim q \Rightarrow \sim p$. গতিকে প্ৰদত্ত উক্তিটো সত্য।

এতিয়া, আমি যেতিয়া এটা নিহিতাৰ্থক আৰু ইয়াৰ বিপৰীত সংলগ্ন কৰো কি হব? ইয়াৰ পিছত, আমি এইটো আলোচনা কৰিম।

আমি তলত দিয়া উক্তিবোৰ বিবেচনা কৰোঁহক ঃ

p : *এটা ডাঙৰ গিলাচ আধা খালী।*

q : *এটা ডাঙৰ গিলাচ আধা ভৰা।*

আমি জানো যে, যদি প্ৰথম উক্তিটো সংঘটিত হয়, তেন্তে দ্বিতীয় উক্তিটো সংঘটিত হয় আৰু যদি দ্বিতীয়টো সংঘটিত হয়, তেন্তে প্ৰথমটো সংঘটিত হয়। এই আচল কথাটো আমি প্ৰকাশ কৰিব পাৰো এইদৰে ঃ

যদি এটা ডাঙৰ গিলাচ আধা খালী, তেন্তে ই আধা ভৰা।

যদি এটা ডাঙৰ গিলাচ আধা ভৰা, তেন্তে ই আধা খালী।

আমি এই উক্তি দুটা সংলগ্ন কৰোঁ আৰু তলত দিয়াটো পাওঁ ঃ

এটা ডাঙৰ গিলাচ আধা খালী যদি আৰু কেৱল যদি ই আধা ভৰা।

এতিয়া, আমি অন্য এটা পদ্ধতি আলাচনা কৰো ঃ

14.6.1 *স্বতঃ অসত্য বা বিৰুদ্ধৰে (By Contradiction)* ঃ

ইয়াত এটা উক্তি p সত্য হয় বুলি পৰীক্ষা কৰিবলৈ, আমি ধৰি লওঁ যে p সত্য নহয় অৰ্থাৎ $\sim p$ সত্য। তাৰ পিছত, আমি কিছুমান সিদ্ধান্তত উপনীত হওঁ যিটো আমাৰ ধৰি লোৱাটোৰ বিৰুদ্ধ। গতিকে, আমি সিদ্ধান্ত কৰো যে p সত্য।

উদাহৰণ 15. স্বতঃ অসত্য পদ্ধতিৰে সত্যাপন কৰা $p: \sqrt{7}$ অপৰিমেয়।

সমাধান এই পদ্ধতিত, আমি ধৰি লওঁ যে প্ৰদত্ত উক্তিটো মিছা। অৰ্থাৎ আমি ধৰো যে $\sqrt{7}$ পৰিমেয়। ইয়াৰ অৰ্থ যে ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা a আৰু b আছে যাতে $\sqrt{7} = \frac{a}{b}$, য'ত a আৰু bৰ উমৈহতীয়া উৎপাদক নাই। সমীকৰণটো

বৰ্গ আমি কৰি পাওঁ $7=\dfrac{a^2}{b^2}\Rightarrow a^2=7b^2\Rightarrow 7$ য়ে a ক ভাগ কৰে। গতিকে, এটা অখণ্ড সংখ্যা c আছে যাতে $a = 7c$

তেনেহ'লে $a^2 = 49c^2$ আৰু $a^2 = 7b^2$

সেয়েহে, $7b^2=49c^2\Rightarrow b^2=7c^2\Rightarrow 7$ এ b ক ভাগ কৰে। কিন্তু আমি ইতিমধ্যে দেখুৱালোঁ যে 7 a ক ভাগ কৰে। এইটোৱে সূচায় যে a আৰু b উভয়ৰে উমৈহতীয়া উৎপাদক 7, যিটো আমাৰ আগতে a আৰু b ৰ উমৈহতীয়া উৎপাদক নাই বুলি ধৰিলোৱাৰ বিৰুদ্ধ। এইটোৱে দেখুৱায় যে $\sqrt{7}$ পৰিমেয় বুলি ধৰি লোৱা ভুল। সেয়েহে, $\sqrt{7}$ অপৰিমেয় উক্তিটো সত্য।

পিছত, আমি এটা পদ্ধতি আলোচনা কৰিম যিটোৰদ্বাৰা আমি দেখুৱাব পাৰোঁ যে এটা উক্তি মিছা। পদ্ধতিটোৱে এটা অৱস্থাৰ এটা উদাহৰণ দি সন্নিৱিষ্ট কৰে য'ত উক্তিটো বৈধ নহয়। এনেকুৱা এটা উদাহৰণক এটা বিৰুদ্ধ উদাহৰণ (a counter example) বোলা হয়। নামটোৱে নিজেই সংকেত দিয়ে যে এইটো এটা প্ৰদত্ত উক্তিটোৰ বিৰুদ্ধ উদাহৰণ।

উদাহৰণ 16 এটা বিৰুদ্ধ উদাহৰণ দি, দেখুওৱাঁ যে তলত দিয়া উক্তিটো মিছা। যদি n এটা অযুগ্ম অখণ্ড সংখ্যা, তেন্তে n মৌলিক।

সমাধান প্ৰদত্ত উক্তিটো "যদি p তেন্তে q" আকাৰত আছে। আমি দেখুৱাব লাগে যে এইটো মিছা। এই উদ্দেশ্যে আমি দেখুওৱা প্ৰয়োজন যে যদি p তেন্তে ~q. এইটো দেখুৱাবলৈ আমি এটা অযুগ্ম অখণ্ড সংখ্যা n বিবেচনা কৰোঁ, যিটো এটা মৌলিক সংখ্যা নহয়। 9 এটা তেনেকুৱা সংখ্যা। গতিকে n = 9 এটা বিৰুদ্ধ উদাহৰণ। সেয়েহে, আমি সিদ্ধান্ত লওঁ যে প্ৰদত্ত উক্তিটো মিছা।

ওপৰত, আমি এটা উক্তি সত্য হয় নে নহয় পৰীক্ষা কৰাৰ বাবে কিছুমান কৌশল আলোচনা কৰিছো।

> **☛ টোকা** গণিতত, উক্তিটো মিছা বুলি প্ৰমাণ কৰিবলৈ বিৰুদ্ধ উদাহৰণবোৰ ব্যবহাৰ কৰা হয়। যিহওক, এটা উক্তিৰ সাপেক্ষে উৎপন্ন হোৱা উদাহৰণবোৰে উক্তিটোৰ বৈধতা বৰ্তাই নাৰাখে।

অনুশীলনী 14.5

1. (i) প্ৰত্যক্ষ পদ্ধতি, (i) স্বতঃ অসত্য বা বিৰুদ্ধ পদ্ধতি, (iii) ধনাত্মক বিপৰীত পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি, দেখুওৱাঁ যে p: "যদি x এটা বাস্তৱ সংখ্যা যাতে $x^3+4x=0$, তেন্তে x ৰ মান 0" উক্তিটো সত্য।
2. এটা বিৰুদ্ধ উদাহৰণ দি দেখুওৱাঁ যে "যি কোনো বাস্তৱ a আৰু b ৰ বাবে, $a^2 = b^2$ য়ে $a = b$ ক সূচায়" উক্তিটো সত্য নহয়।
3. বিপৰীত ধনাত্মক পদ্ধতিৰে দেখুওৱাঁ যে তলত দিয়া উক্তিটো সত্য।

   p : *যদি x এটা অখণ্ড সংখ্যা আৰু x^2 যুগ্ম, তেন্তে xও যুগ্ম।*
4. এটা বিৰুদ্ধ উদাহৰণ দি, দেখুওৱাঁ যে তলত দিয়া উক্তিবোৰ সত্য নহয়।
   (i) p : যদি এটা ত্ৰিভুজৰ আটাইবোৰ কোণ সমান, তেন্তে ত্ৰিভুজটো এটা স্থূলকোণী ত্ৰিভুজ।
   (ii) q : $x^2-1=0$ সমীকৰণটোৰ মূল 0 আৰু 2 ৰ মাজত নাই।
5. তলত দিয়া উক্তিবোৰৰ কোনটো সঁচা আৰু কোনটো মিছা? প্ৰত্যেক ক্ষেত্ৰতে এনেকৈ কোৱাৰ বাবে এটা বৈধ যুক্তি দিয়াঁ।
   (i) p : এটা বৃত্তৰ প্ৰত্যেক ব্যসাৰ্দ্ধই বৃত্তটোৰ এডাল জ্যা।
   (ii) q : এটা বৃত্তৰ কেন্দ্ৰই বৃত্তটোৰ প্ৰত্যেক জ্যাক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে।

(iii) r : বৃত্ত হ'ল এটা উপবৃত্তৰ এটা বিশেষ অৱস্থা।

(iv) s : যদি x আৰু y অখণ্ড সংখ্যা যাতে $x > y$, তেন্তে $-x<-y$.

(v) t : $\sqrt{11}$ এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

বিবিধ উদাহৰণ

উদাহৰণ 17 তলত দিয়া যৌগিক উক্তিটোত প্ৰয়োগ কৰা "নাইবা" ব্যৱৰ্তক নে অভিব্যাপী? যৌগিক উক্তিটোৰ উপাদান উক্তিবোৰ লিখাঁ আৰু যৌগিক উক্তিটো সত্য হয় নে নহয় পৰীক্ষা কৰিবলৈ সেইবোৰ প্ৰয়োগ কৰাঁ। তোমাৰ উত্তৰৰ ন্যায্যতা প্ৰমাণ কৰা।

t : তুমি তিতা যেতিয়া বৰষুণ দিয়ে নাইবা তুমি নদীত নামা।

সমাধান প্ৰদত্ত উক্তিটোত প্ৰয়োগ কৰা "নাইবা" অভিব্যাপী কাৰণ বৰষুণ দিয়া আৰু তুমি নদীত নামা সম্ভৱ। প্ৰদত্ত উক্তিটোৰ উপাদান উক্তিবোৰ হ'ল ঃ

p : *তুমি তিতা যেতিয়া বৰষুণ দিয়ে।*

p : *তুমি তিতা যেতিয়া তুমি নদীত নামা।*

ইয়াত দুয়োটা উপাদান উক্তি সত্য আৰু সেইবাবে যৌগিক উক্তিটো সত্য।

উদাহৰণ 18 তলত দিয়া উক্তিবোৰৰ নিষেধক লিখাঁ।

(i) p : প্ৰত্যেক বাস্তৱ সংখ্যা x ৰ বাবে $x^2 > x$.

(ii) q : এটা পৰিমেয় x আছে যাতে $x^2 = 2$.

(iii) r : আটাইবোৰ চৰাইৰ পাখি আছে।

(iv) s : সকলোবোৰ ছাত্ৰই প্ৰাথমিক স্তৰত গণিত অধ্যয়ন কৰে।

সমাধান (i) p ৰ নিষেধক হ'ল "এইটো মিছা যে p" যিটোৱে বুজায় যে সকলোবোৰ বাস্তৱ সংখ্যাৰ বাবে $x^2>x$ চৰ্তটো নাখাটে। এইটো এনেদৰে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি ঃ $\sim p$: এটা বাস্তৱ সংখ্যা x আছে যাতে $x^2 < x$

(ii) q ৰ নিষেধক হ'ল "এইটো মিছা যে q". এইদৰে $\sim q$ উক্তি।

$\sim q$: এটা পৰিমেয় সংখ্যা x নাই যাতে $x^2 = 2$

এটা উক্তিটো এনেদৰে পুনৰ লিখিব পাৰি ঃ

$\sim q$: সকলোবোৰ বাস্তৱ সংখ্যা x ৰ বাবে, $x^2 \neq 2$

(iii) প্ৰদত্ত উক্তিটোৰ নিষেধক হ'ল ঃ

$\sim r$: এটা চৰাই আছে যাৰ পাখি নাই।

(iv) প্ৰদত্ত উক্তিটোৰ নিষেধক হ'ল $\sim s$: এজন ছাত্ৰ আছে যিয়ে প্ৰাথমিক স্তৰত গণিত অধ্যয়ন নকৰে।

উদাহৰণ 19 "অনিবাৰ্য্য আৰু পৰ্য্যাপ্ত" শব্দ ব্যৱহাৰ কৰি "অখণ্ড সংখ্যা n অযুগ্ম যদি আৰু কেৱল যদি n^2 অযুগ্ম" উক্তিটো পুনৰ লিখাঁ। লগতে উক্তিটো সত্য হয়নে পৰীক্ষা কৰাঁ।

সমাধান অখণ্ড সংখ্যা n অযুগ্ম হোৱাৰ অনিবাৰ্য্য আৰু পৰ্য্যাপ্ত চৰ্ত হ'ল n^2 অযুগ্ম হ'ব লাগিব। ধৰা হ'ল p আৰু q য়ে উক্তিবোৰ সূচায়।

p : *অখণ্ড সংখ্যা n অযুগ্ম।*

q : *n^2 অযুগ্ম।*

"p যদি আৰু কেৱল যদি q"ৰ বৈধতা পৰীক্ষা কৰিবলৈ আমি "যদি p তেন্তে q" আৰু "যদি q তেন্তে p" সত্য হয়নে পৰীক্ষা কৰিব লাগে।

চৰ্ত 1 যদি p, তেন্তে q.

যদি p, তেন্তে q উক্তিটো ঃ

যদি অখণ্ড সংখ্যা n অযুগ্ম, তেন্তে n^2 অযুগ্ম। আমি এই উক্তিটো সত্য হয়নে পৰীক্ষা কৰিব লাগে। আমি ধৰোহঁক n অযুগ্ম। তেতিয়া $n = 2k + 1$, যেতিয়া k অখণ্ড সংখ্যা।

এইদৰে,

$$n^2 = (2k+1)^2$$

$$= 4k^2 + 4k + 1$$

গতিকে, n^2 এটা যুগ্ম সংখ্যাতকৈ এক বেছি আৰু সেয়েহে ই অযুগ্ম।

চৰ্ত 2 যদি q, তেন্তে p

যদি q, তেন্তে p উক্তিটো ঃ

যদি n এটা অখণ্ড সংখ্যা আৰু n^2 অযুগ্ম, তেন্তে n অযুগ্ম। এই উক্তিটো সত্য হয়নে আমি পৰীক্ষা কৰিব লাগে। আমি বিপৰীত ধনাত্মক পদ্ধতিৰদ্বাৰা এইটো পৰীক্ষা কৰোঁ। প্ৰদত্ত উক্তিটোৰ বিপৰীত ধনাত্মক হ'ল ঃ

যদি n এটা যুগ্ম অখণ্ড সংখ্যা, তেন্তে n^2 এটা যুগ্ম অখণ্ড সংখ্যা। কোনো k ৰ বাবে যুগ্ম n য়ে $n=2k$ ক সূচায়। তেতিয়া, $n^2 = 4k^2$। গতিকে, n^2 যুগ্ম।

উদাহৰণ 20 প্ৰদত্ত উক্তিটোৰ বাবে অনিবাৰ্য্য আৰু পৰ্য্যাপ্ত চৰ্ত চিনাক্ত কৰা। t : যদি তুমি প্ৰতি ঘণ্টাাত 80 কিমি তকৈ বেছি গাড়ী চলোৱা, তেন্তে তুমি জৰিমনা ভৰিব লাগিব।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল p আৰু q য়ে উক্তিবোৰ সূচায় ঃ

p : তুমি প্ৰতি ঘণ্টাত 80 কিমি তকৈ বেছি গাড়ী চলোৱা।

q : তুমি জৰিমনা ভৰিব লাগিব।

যদি p, তেন্তে q ৰ নিহিতাৰ্থকে দেখুৱায় যে q ৰ বাবে p পৰ্য্যাপ্ত। অৰ্থাৎ জৰিমনা ভৰিবলৈ প্ৰতি ঘণ্টাত 80 কি·মি·তকৈ বেছি গাড়ী চলোৱাটো পৰ্য্যাপ্ত।

ইয়াত পৰ্য্যাপ্ত চৰ্তটো হ'ল "প্ৰতি ঘণ্টাত 80 কি·মি·তকৈ বেছি গাড়ী চলোৱা।"

সেই একেদৰে যদি p, তেন্তে q য়েও দেখুৱায় যে p ৰ বাবে q অনিবাৰ্য্য।

অৰ্থাৎ *যেতিয়া তুমি প্ৰতি ঘণ্টাত* 80 *কি·মি·তকৈ বেছি গাড়ী চলোৱা,* তুমি অনিবাৰ্য্যভাৱে জৰিমনা ভৰিব লাগিব।

ইয়াত অনিবাৰ্য্য চৰ্তটো হ'ল "জৰিমনা ভৰা"।

চতুৰ্দশ অধ্যায়ৰ বিবিধ অনুশীলনী

1. তলত দিয়া উক্তিবোৰৰ নিষেধক লিখাঁঃ
   (i) p : প্ৰত্যেক ধনাত্মক বাস্তৱ সংখ্যা x ৰ বাবে, $x-1$ সংখ্যাটোৱো ধনাত্মক।
   (ii) q : সকলোবোৰ মেকুৰীয়ে আঁচোৰে।
   (iii) r : প্ৰত্যেক বাস্তৱ সংখ্যা x ৰ বাবে, হয় $x > 1$ নহয় $x < 1$
   (iv) s : এটা সংখ্যা x আছে যাতে $0 < x < 1$.
2. তলত দিয়া উক্তিবোৰৰ প্ৰত্যেকৰে বিপৰীত আৰু বিপৰীত ধনাত্মক কোৱাঁঃ
   (i) p : এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা মৌলিক কেৱল যদি ইয়াৰ 1 আৰু নিজক বাদে অন্য ভাজক নাই।
   (ii) q : মই বীচ্ছলৈ যাওঁ যেতিয়াই এটা ফৰকাল দিন হয়।

(iii) r : যদি বাহিৰত গৰম হয়, তেন্তে তুমি পিয়াহ লগা অনুভৱ কৰাঁ।

3. তলত দিয়া উক্তিবোৰৰ প্ৰত্যেকটো “যদি p, তেন্তে q” আকাৰত লিখাঁ।

(i) p : ‘চাৰ্ভাৰ’ত ‘লগ্ অন্’ কৰিবলৈ এটা গুপ্ত শব্দ (password) আৱশ্যক।

(ii) q : যেতিয়া বৰষুণ দিয়ে যান-জোঁট হয়।

(iii) r : তুমি “ওৱেব্-চাইট” পাব পাৰা কেৱল যদি তুমি মাছুল দিয়া।

4. তলত দিয়া উক্তিবোৰৰ প্ৰত্যেকটো “p যদি আৰু কেৱল যদি q” আকাৰত পুনৰ লিখাঁ।

(i) p : যদি তুমি টি·ভি· চোৱা, তেন্তে তোমাৰ মন মুক্ত আৰু যদি তোমাৰ মন মুক্ত, তেন্তে তুমি টি· ভি· চোৱাঁ।

(ii) q : তোমাৰ বাবে এটা A গ্ৰেড পাবলৈ, এইটো অনিবাৰ্য্য আৰু পৰ্য্যাপ্ত যে তুমি নিয়মিতভাৱে ‘হ’ম-ওৱাৰ্ক’ কৰাঁ।

(iii) r : যদি এটা চতুৰ্ভুজ সমানকোণী, তেন্তে ই এটা আয়ত আৰু যদি এটা চতুৰ্ভুজ এটা আয়ত হয় তেন্তে ই সমানকোণী।

5. তলত দুটা উক্তি দিয়া আছে

p : 5 ৰ গুণিতক 25

q : 8 ৰ গুণিতক 25

“আৰু” আৰু “নাইবা” যুক্ত এই উক্তি দুটা সংযোগ কৰি যৌগিক উক্তিবোৰ লিখাঁ। উভয় ক্ষেত্ৰতে যৌগিক উক্তিটোৰ বৈধতা পৰীক্ষা কৰাঁ।

6. প্ৰতিটোৰ বিপৰীতে উল্লেখিত পদ্ধতিৰে তলত দিয়া উক্তিবোৰৰ বৈধতা পৰীক্ষা কৰাঁ।

(i) p : এটা অপৰিমেয় সংখ্যা আৰু এটা পৰিমেয় সংখ্যাৰ যোগফল অপৰিমেয় (স্বত: অসত্য পদ্ধতিৰে)।

(ii) q : যদি n এটা বাস্তৱ সংখ্যা, $n > 3$ তেন্তে $n^2 > 9$ (স্বত: অসত্য পদ্ধতিৰে)

7. একে অৰ্থ বুজোৱাকৈ, তলত দিয়া উক্তিটো পাঁচটা বিভিন্ন প্ৰকাৰে লিখাঁ।

p : যদি এটা ত্ৰিভুজ সমানকোণী, তেন্তে ই এটা স্থূলকোণী ত্ৰিভুজ।

সাৰাংশ (Summary)

- এটা গাণিতিকভাৱে গ্ৰহণযোগ্য উক্তি হ’ল এটা বাক্য যিটো হয় সঁচা নহয় মিছা।
- ব্যাখ্যা কৰা উক্তিবোৰঃ

– এটা উক্তি p ৰ নিষেধক ঃ যদি p য়ে এটা উক্তি নিৰ্দেশ কৰে, তেনেহ’লে p ৰ নিষেধকক $\sim p$ ৰে নিৰ্দেশ কৰা হয়।

– যৌগিক উক্তি আৰু জড়িত উপাদান উক্তিবোৰ ঃ এটা উক্তি এটা যৌগিক উক্তি যদি ই দুই বা ততোধিক সৰু উক্তিৰে গঠিত। সৰু উক্তিবোৰক যৌগিক উক্তিটোৰ উপাদান উক্তি বোলা হয়।

– যৌগিক উক্তিবোৰত— “আৰু”, “নাইবা”, “.... আছে” , আৰু “প্ৰত্যেক... ৰ বাবে” গুৰুত্ব।
“যদি-তেন্তে”, “কেৱল যদি”, “যদি আৰু কেৱল যদি” নিহিতাৰ্থবোৰৰ অৰ্থঃ
‘যদি p, তেন্তে q’ যুক্ত উক্তিবোৰ তলত দিয়াধৰণে লিখিব পাৰি।

– p য়ে q ক সূচায় ($p \Rightarrow q$ ৰে নিৰ্দেশ কৰা হয়)

– q ৰ বাবে p এটা পৰ্য্যাপ্ত চৰ্ত।
– p ৰ বাবে q এটা অনিবাৰ্য্য চৰ্ত।
– p কেৱল যদি q.
– $\sim q$ য়ে $\sim p$ ক সূচায়।
– এটা উক্তি $p \Rightarrow q$ ৰ বিপৰীত ধনাত্মক হ'ল $\sim q \Rightarrow \sim p$ উক্তিটো। এটা উক্তি $p \Rightarrow q$ ৰ বিপৰীত হ'ল $q \Rightarrow p$ উক্তিটো। $p \Rightarrow q$ আৰু ইয়াৰ বিপৰীতৰ সৈতে একেলগে পোৱা হ'ল p যদি আৰু কেৱল যদি q.

◆ উক্তিবোৰৰ বৈধতা পৰীক্ষা কৰিবলৈ তলত দিয়া পদ্ধতিবোৰ প্ৰয়োগ কৰা হয়ঃ
  (i) প্ৰত্যক্ষ প্ৰদ্ধতি
  (ii) বিপৰীত ধনাত্মক পদ্ধতি
  (iii) বিপৰীত পদ্ধতি
  (iv) এটা বিৰুদ্ধ উদাহৰণ প্ৰয়োগ কৰি

ঐতিহাসিক টোকা

তৰ্কবিজ্ঞানৰ বিষয়ে প্ৰথম প্ৰবন্ধ এৰিষ্টোটেলে (Aristotle: 384 B.C. – 322 B.C) লিখি উলিয়াইছিল। বিশেষ সিদ্ধান্তমূলক যুক্তিৰ ওপৰত এইটো হ'ল কিছুমান নিয়ম সংকলন যিটোৱে জ্ঞানৰ প্ৰতিটো শাখাৰ অধ্যয়নৰ কাৰণে ভেঁটি হিচাপে বৰঙণি যোগায়। পিছত, সোতৰ শতিকাত জাৰ্মান গণিতজ্ঞ জি. ডব্লিউ. লাইব্‌নিট্‌জ (G. W. Leibnitz : 1646-1716) য়ে তৰ্কবিজ্ঞানত প্ৰতীক ব্যৱহাৰৰ ধাৰণা আয়ত্ত কৰি ইয়াক বিশেষ সিদ্ধান্তমূলক যুক্তিৰ পদ্ধতিক কৌশলগত কৰিবলৈ গঢ়ি ললে। তেওঁৰ ধাৰণা উনৈশ শতিকাত প্ৰতীকাত্মক তৰ্ক বিজ্ঞানৰ আধুনিক বিষয় প্ৰতিষ্ঠা কৰোঁতা ইংৰাজ গণিতজ্ঞ জৰ্জ বুল (George Boole :1815-1864) আৰু অগাষ্টাছ ডি. মৰ্গান (Augustus De Morgan : 1806-1871) এ বাস্তৱায়িত কৰিলে।

— ❖ —