

ભૂમિતિના પાયાના ખ્યાલો

પ્રકરણ 4

4.1 પ્રાસ્તાવિક

ભૂમિતિનો લાંબો અને વિશાળ ઇતિહાસ છે. અંગ્રેજી શબ્દ Geometry એ ગ્રીક શબ્દ Geometron ના જેવો જ છે. Geo નો અર્થ પૃથ્વી અને metron નો અર્થ માપન એવો થાય છે. ઇતિહાસ દર્શાવે છે કે પ્રાચીન સમયમાં મોટે ભાગે કળા, સ્થાપત્ય અને માપનમાં ભૂમિતિનો ઉપયોગ થતો હતો. વાવેતર કરવા માટે, જમીનની હદ નક્કી કરવા માટેના પ્રસંગોમાં કોઈ પણ પ્રકારના ભેદભાવ વગર હદ નક્કી કરી શકાતી. ભવ્ય મહેલો, મંદિરો, તળાવો, બંધો અને શહેરોના બાંધકામોનાં સ્થાપત્ય કળાના આ વિચારોનો ઉપયોગ થતો હતો. અરે, આજે પણ દરેક પ્રકારની કળાની રચનાઓમાં, માપન સ્થાપત્ય, ઈજનેરી અને



કપડાં પરની ડિઝાઇનમાં ભૂમિતિના આકારો પ્રદર્શિત થાય છે. જુદા-જુદા પ્રકારની વસ્તુઓ જેવી કે પેટી, ટેબલ, ચોપડી, ટિફીન-બોક્સ કે જે તમારા નાસ્તા માટે શાળામાં લઈ જાઓ છો, દડો કે જે તમે રમો છો આ અને બીજી વધારે વસ્તુઓનું અવલોકન કરો. બધી જ વસ્તુઓના આકાર જુદા-જુદા હોય છે, જેનો તમે ઉપયોગ કરો છો તે માપપટ્ટી અને લખો છો તે પેન્સિલ સીધી હોય છે. બંગડી, રૂપિયાનો સિક્કો અથવા દડો ગોળ દેખાય છે.

અહીં તમે એવી કેટલીક બાબતો શીખશો કે જે તમારી આજુબાજુના જુદા-જુદા આકાર સમજવામાં ઉપયોગી થશે.

4.2. બિંદુ (Points)

તીક્ષ્ણ પેન્સિલની અણી વડે કાગળ પર એક ટપકું કરો. અણી જેટલી વધારે તીક્ષ્ણ હશે, તેટલું ટપકું વધુ નાનું બનશે. જે જોઈ ન શકાય તેવું ઝીણું (બારીક) ટપકું બિંદુનો ખ્યાલ આપે છે.

ટપકું એ માત્ર સ્થાન જ દર્શાવે છે. અહીં બિંદુની કેટલીક પ્રતિકૃતિ દર્શાવેલ છે.

તમે કાગળ પર ત્રણ ટપકાં કરો. આ ટપકાંને ઓળખ આપવી જરૂરી છે અને તે માટે તેઓને કેપિટલ અક્ષર A, B અને C વડે દર્શાવવામાં આવે છે.



પરિકરની અણી



પેન્સિલનો તીક્ષ્ણ છેડો



સોયનો તીક્ષ્ણ છેડો

- B
- A
- C

આ ટપકાંઓને બિંદુ A, બિંદુ B અને બિંદુ C એમ વંચાય છે.

અલબત્ત ટપકાં દેખાવમાં ખૂબ જ બારીક હોવાં જોઈએ.

પ્રયત્ન કરો.

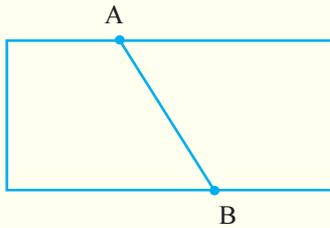
1. પેન્સિલની અણી વડે પેપર પર ચાર ટપકાં દર્શાવી તેમને મૂળાક્ષર A, C, P, H વડે દર્શાવો. આ બિંદુઓનાં નામ જુદી-જુદી રીતે દર્શાવો. તેમાંની એક આ રીતે પણ દર્શાવી શકાય.

A • C •

P • H •

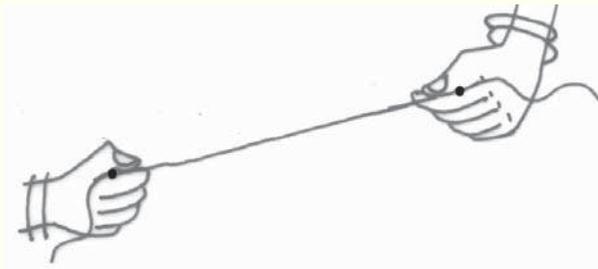
2. આકાશના તારાઓ આપણને બિંદુનો ખ્યાલ આપે છે. તમારા રોજિંદા જીવનની આવી ચાર ઘટનાઓ શોધી કાઢો.

4.3 રેખાખંડ (Line Segment)

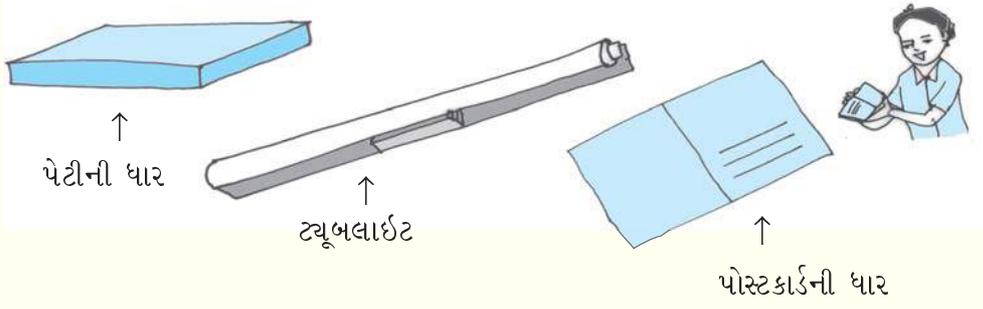


કાગળના ટુકડાને દબાણ આપીને વાળો, પછી તેને ઉકેલો. તમને ગડી દેખાશે. જે રેખાખંડનો ખ્યાલ આપે છે. જેનાં અંત્યબિંદુઓ A અને B છે.

પાતળો દોરો લો. ઢીલો ન રહે તે રીતે બંને છેડે પકડીને તેને ખેંચો. તે રેખાખંડનો ખ્યાલ આપશે. બંને છેડા હાથમાં પકડ્યા છે. તે અંતિમ છેડાનાં બિંદુઓ રેખાખંડનાં અંત્યબિંદુઓ છે.

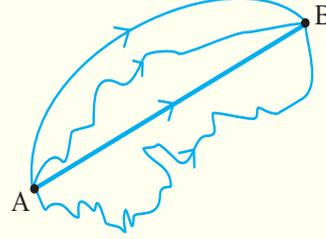


નીચે રેખાખંડની કેટલીક પ્રતિકૃતિ દર્શાવેલ છે :



તમારી આજુબાજુ જોવા મળતા રેખાખંડનાં ઉદાહરણ શોધવા પ્રયત્ન કરો.

કાગળની શીટ્સ પર બે બિંદુઓ A અને B દર્શાવો. શક્ય તેટલા જુદા-જુદા માર્ગ A અને B ને સાંકળવાનો પ્રયત્ન કરો. (આકૃતિ 4.1)



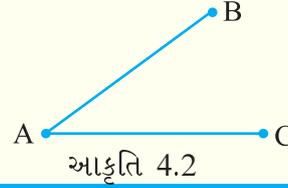
આકૃતિ 4.1

A અને B ને સાંકળતો સૌથી ટૂંકો માર્ગ કયો છે?

A અને B ને સાંકળો (A અને B સહિત)નો સૌથી ટૂંકો માર્ગ રેખાખંડ દર્શાવે છે. તેને \overline{AB} કે \overline{BA} વડે ઓળખવામાં આવે છે. બિંદુઓ A અને B ને રેખાખંડનાં અંત્યબિંદુઓ કહે છે.

પ્રયત્ન કરો.

- આકૃતિ 4.2માં રેખાખંડનાં નામ દર્શાવેલ છે. શું A એ દરેક રેખાખંડનું અંત્યબિંદુ છે?



આકૃતિ 4.2

4.4 રેખા (Line)

A થી B સુધીના કોઈ રેખાખંડ (એટલે કે, \overline{AB})ને A બિંદુથી એક તરફ અને B બિંદુથી બીજી દિશામાં અંત વગર લંબાવ્યો છે તેમ કલ્પો (બાજુની આકૃતિ જુઓ.) તમને રેખાની એક આકૃતિ જોવા મળશે.

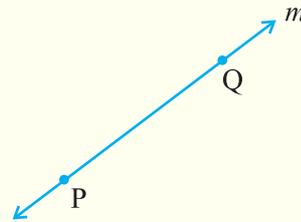


શું તમે વિચારી શકો કે રેખાનું પૂર્ણ ચિત્ર તમે દોરી શકો? ના. શા માટે ?

A અને B બિંદુઓ વડે રચાતી રેખાને $\leftrightarrow AB$ વડે દર્શાવવામાં આવે છે. જે બંને દિશામાં લંબાવી શકાય છે. તેથી તે અસંખ્ય બિંદુઓની બનેલી છે. (તેના વિશે વિચારો.)

રેખાની રચના માટે બે બિંદુઓ પૂરતાં છે. આપણે કહીશું કે બે બિંદુઓ રેખા નિર્ધારિત કરે છે.

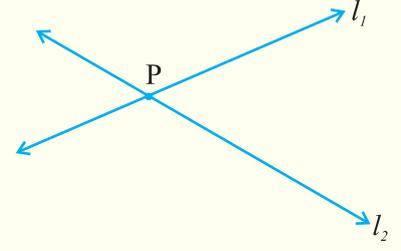
બાજુમાં આપેલ આકૃતિ 4.3 રેખા PQ ની છે. જેને $\leftrightarrow PQ$ લખાય. કેટલીક વખત રેખાને l, m, n જેવા સંકેત વડે પણ દર્શાવવામાં આવે છે.



આકૃતિ 4.3

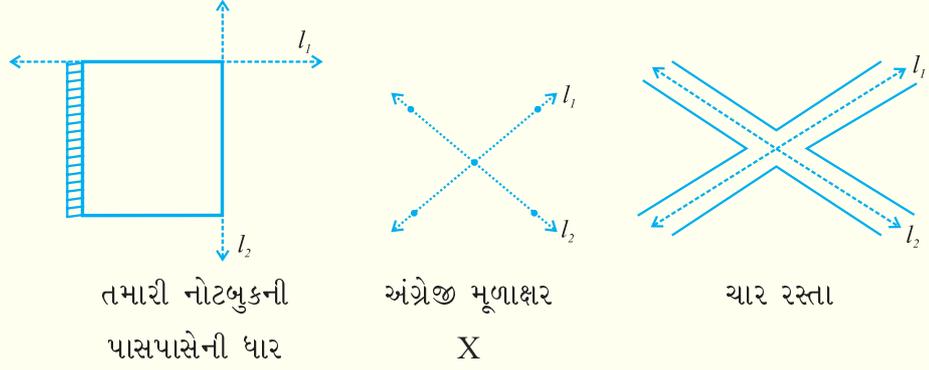
4.5 છેદતી રેખાઓ (Intersecting Lines)

આકૃતિ 4.4 જુઓ. બે રેખાઓ l_1 અને l_2 દર્શાવેલ છે. બંને રેખાઓ બિંદુ P માંથી પસાર થાય છે. આપણે કહીશું કે l_1 અને l_2 , P બિંદુએ છેદે છે. જો બે રેખાઓને એક સામાન્ય બિંદુ હોય, તો તે રેખાઓને છેદતી રેખાઓ કહેવાય.



આકૃતિ 4.4

નીચે કેટલીક એકબીજાને છેદતી હોય તેવી રેખાઓની જોડ આપેલ છે. (આકૃતિ 4.5)



તમારી નોટબુકની
પાસપાસેની ધાર

અંગ્રેજી મૂળાક્ષર
X

ચાર રસ્તા

આકૃતિ 4.5

આ કરો :

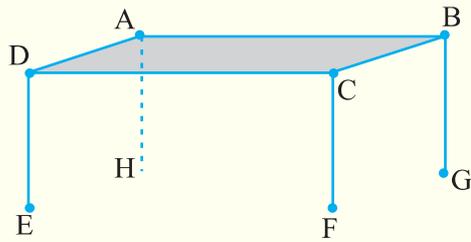
પેપરની એક શીટ લો. છેદતી રેખાઓનો ખ્યાલ આપે તે રીતે તેની ગડી વાળી નીચેની ચર્ચા કરો :

- (a) શું આ બે રેખાઓ એક કરતાં વધુ બિંદુઓમાં છેદી શકશે?
- (b) બેથી વધારે રેખાઓ એક બિંદુઓમાં છેદી શકશે?

4.6 સમાંતર રેખાઓ (Parallel Lines)

નીચેની આકૃતિમાં દર્શાવેલ ટેબલ જુઓ. ઉપરનો ભાગ ABCD એ સપાટ છે. તેમાં કેટલા બિંદુઓ અને રેખાખંડો જોઈ શકશે.

શું આ રેખાખંડો છેદે છે ખરા?



હા, \overline{AB} અને \overline{BC} એ B બિંદુમાં છેદે છે.

ક્યા રેખાખંડો બિંદુ A, માં ક્યા બિંદુ Bમાં અને ક્યા બિંદુ C માં છેદે છે?

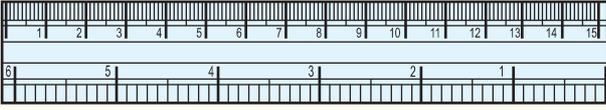
શું રેખાઓ \overleftrightarrow{AD} અને \overleftrightarrow{CD} છેદે છે?

આકૃતિ 4.6

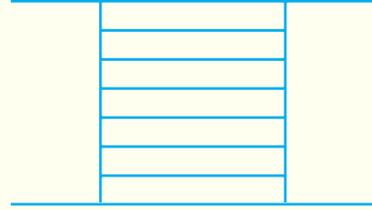
તમે જોઈ શક્યા કે ટેબલની સપાટી પરના રેખાખંડોને ગમે તેટલા લંબાવવામાં આવે તો પણ એકબીજાને મળતા નથી. \overleftrightarrow{AD} અને \overleftrightarrow{BC} તેમાંની એક જોડ છે. ટેબલની સપાટી પરની બીજી એક રેખાની જોડ શોધી શકશો કે જે એકબીજાને મળતી ન હોય?

વિચારો, ચર્ચો અને લખો :

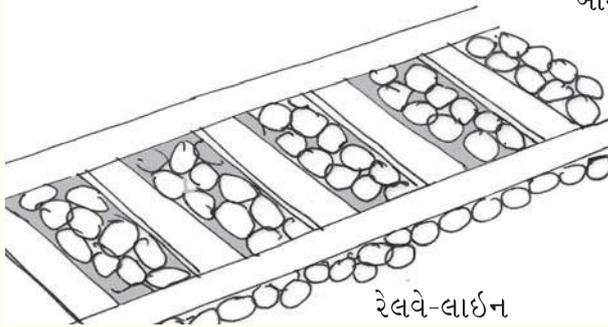
તમે સમાંતર રેખાઓ બીજે ક્યાં જોઈ છે? બીજાં દસ ઉદાહરણ શોધવાનો પ્રયત્ન કરો. જો બે રેખાઓ \overleftrightarrow{AB} અને \overleftrightarrow{CD} રેખા સમાંતર હોય તો આપણે $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ લખીએ છીએ. જો બે રેખાઓ l_1 અને l_2 સમાંતર હોય તો $l_1 \parallel l_2$ લખાય. નીચે આપેલી આકૃતિમાંથી સમાંતર રેખાઓ તમે શોધી શકશો ખરા?



માપપટ્ટીની સામસામેની ધાર



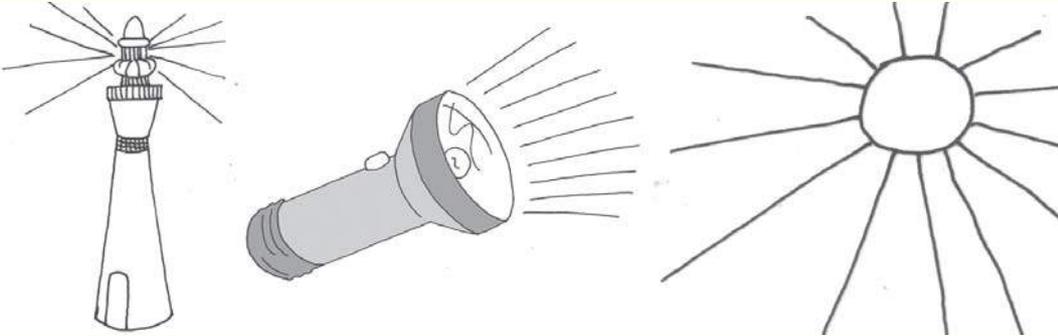
બારીના સળિયા



રેલવે-લાઈન

આ પ્રકારની રેખાઓ કે જે એકબીજાને મળતી નથી તેથી તેમને સમાંતર રેખાઓ કહે છે.

4.7 કિરણ (Ray)



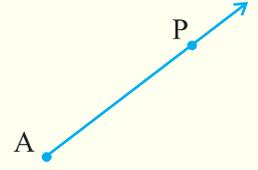
દીવામાંથી નીકળતા પ્રકાશનાં કિરણ

હાથબત્તીમાંથી નીકળતાં કિરણો

સૂર્યકિરણો

કિરણ એ રેખાનો જ એક ભાગ છે જે એક બિંદુથી ઉદ્ભવે છે. (જેને ઉદ્ભવબિંદુ કહે છે.) અને તે અનંત સુધી એક જ દિશામાં જાય છે.

આકૃતિ 4.7 જુઓ જે કિરણ દર્શાવે છે. કિરણ ઉપર બે બિંદુઓ દર્શાવવામાં આવેલ છે. જ્યાં (a) A, ઉદ્ભવબિંદુ છે. (b) P એ તેના માર્ગ પરનું બિંદુ છે.



આકૃતિ 4.7

આપણે તેને \vec{AP} તરીકે ઓળખીશું.

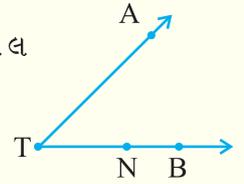
વિચારો, ચર્ચો અને લખો :

ધારો કે \vec{PQ} એ એક કિરણ છે.

- તેનું ઉદ્ભવબિંદુ કયું છે?
- બિંદુ Q કિરણ પર ક્યાં આવેલું છે?
- શું આપણે કહી શકીશું કે Q એ કિરણનું ઉદ્ભવબિંદુ છે?

પ્રયત્ન કરો.

- આકૃતિ 4.8માં આપેલ કિરણનાં નામ કહો.
- શું T એ આપેલા દરેક કિરણનું ઉદ્ભવબિંદુ છે?



આકૃતિ 4.8

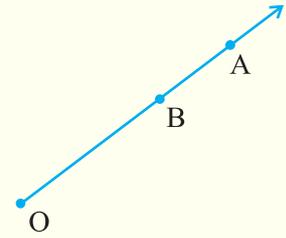
નીચે આકૃતિ 4.9 \vec{OA} કિરણ આપેલ છે. જે Oમાંથી ઉદ્ભવે છે અને બિંદુ A માંથી પસાર થાય છે. તે બિંદુ B માંથી પણ પસાર થાય છે.

તેને \vec{OB} કહી શકાશે? શા માટે?

અહીં \vec{OA} અને \vec{OB} સરખા છે.

શું આપણે \vec{OA} ને \vec{AO} લખી શકીશું? શા માટે? અથવા શા માટે નહિ?

પાંચ કિરણો દોરી તેમનાં યોગ્ય નામ લખો.



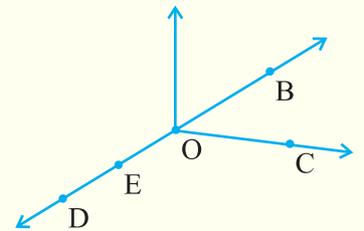
આકૃતિ 4.9



સ્વાધ્યાય 4.1

1. બાજુમાં દર્શાવેલ આકૃતિનો ઉપયોગ કરીને લખો :

- પાંચ બિંદુઓ
- રેખા
- ચાર કિરણો
- પાંચ રેખાખંડો

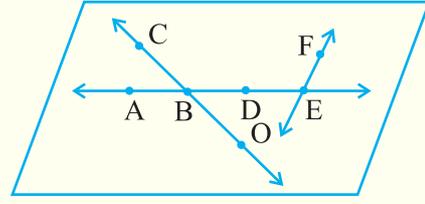


2. આપેલા ચાર મૂળાક્ષરોમાંથી દરેક વખતે માત્ર બે મૂળાક્ષરોનો ઉપયોગ કરી આપેલ રેખાના શક્ય તેટલી (બાર રીતે) રીતે નામ આપો.



3. આકૃતિનો ઉપયોગ કરીને લખો.

- E બિંદુને સમાવતી રેખાઓ
- A બિંદુમાંથી પસાર થતી રેખાઓ
- O બિંદુ જેમાં છે તેવી રેખા
- એકબીજાને છેદતી હોય તેવી રેખાની બે જોડ



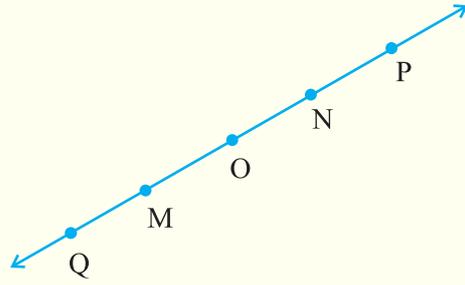
4. કેટલી રેખાઓ પસાર થાય ? (a) એક બિંદુમાંથી (b) બે બિંદુમાંથી

5. નીચેની દરેક પરિસ્થિતિને અનુરૂપ કાચી આકૃતિ દોરો :

- બિંદુ P \overline{AB} પર છે.
- \overleftrightarrow{XY} અને \overleftrightarrow{PQ} , M બિંદુમાં છેદે છે.
- રેખા l પર E અને F બિંદુ છે, પણ D નથી.
- \overleftrightarrow{OP} અને \overleftrightarrow{OQ} બિંદુ O માં મળે છે.

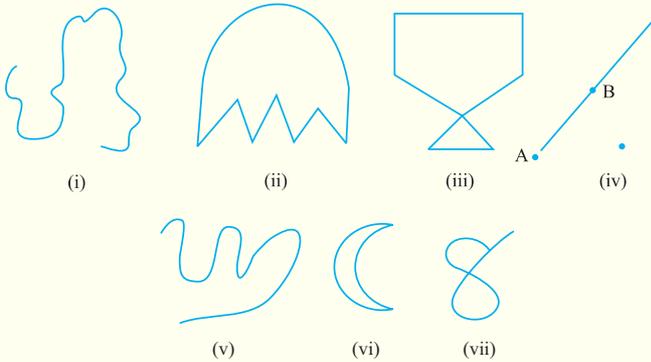
6. નીચે \overleftrightarrow{MN} ની આકૃતિ દોરેલ છે. આપેલી આકૃતિના આધારે આપેલાં વિધાનો સાચાં છે કે ખોટાં તે જણાવો :

- Q, M, O, N અને P એ \overleftrightarrow{MN} પર આવેલાં છે.
- M, O અને N એ \overline{MN} પર આવેલાં છે.
- M અને N એ \overline{MN} નાં અંત્યબિંદુઓ છે.
- O અને N એ \overline{OP} નાં અંત્યબિંદુઓ છે.
- M એ \overline{OQ} નું એક અંત્યબિંદુ છે.
- M એ \overrightarrow{QP} પરનું બિંદુ છે.
- \overrightarrow{OP} એ \overrightarrow{QP} થી ભિન્ન છે.
- \overrightarrow{OP} એ \overrightarrow{OM} એ સમાન છે.
- \overrightarrow{OM} એ \overrightarrow{OP} નું વિરુદ્ધ કિરણ નથી.
- O એ \overline{OP} નું ઉદ્ભવબિંદુ નથી.
- N એ \overline{NP} અને \overline{NM} નું ઉદ્ભવબિંદુ છે.



4.8 વક્ર (Curves)

તમે ક્યારેક કાગળનો ટુકડો લઈ ને જુદા-જુદા આકાર બનાવ્યા હશે. તમે બનાવેલા અને ચિત્રમાં દર્શાવેલા આવા આકારોને વક્ર કહે છે.



આકૃતિ 4.10

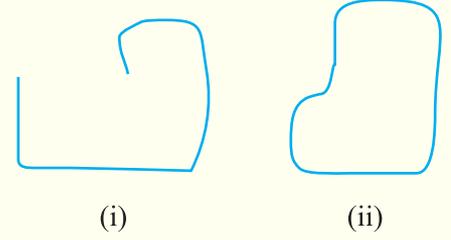
માપપટ્ટીનો ઉપયોગ કર્યા વગર તેમાંનાં કેટલાંક ચિત્રો પેન્સિલ ઉપાડ્યા સિવાય પણ તમે દોરી શકશો. આ બધા જ વક્ર છે. (આકૃતિ 4.10)

હંમેશાં એવું માનવામાં આવે છે કે વક્રો એ સીધી રેખા નથી હોતાં. ગણિતમાં આકૃતિ 4.10 (iv)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે સીધી રેખા પણ વક્ર જ છે.

આકૃતિ 4.10 ના (iii) અને (vii)નાં વક્રોનું અવલોકન કરતાં આ વક્રો એકબીજાં પરથી પસાર થાય છે. જ્યારે વક્ર (i), (ii), (iv), (v) અને (vi)માં આમ બનતું નથી. જો વક્રો સ્વયં કોસ થતાં ન હોય તો તે વક્રોને સાદાં વક્રો કહે છે.

પાંચ સાદાં હોય તેવાં અને પાંચ સાદાં ન હોય તેવાં વક્રો દોરો. હવે આકૃતિ 4.11 જુઓ.

બંને આકૃતિઓ વચ્ચે શો તફાવત છે? આકૃતિ 4.11(i) એ ખુલ્લો વક્ર છે, જ્યારે આકૃતિ 4.11 (ii) એ બંધ વક્ર છે. 4.10ની આકૃતિ (i), (ii), (v) અને (vi) માંથી તમે શોધી શકશો કે કયા ખુલ્લા અને કયા બંધ વક્ર છે? પાંચ વક્રો દોરો કે જે દરેક ખુલ્લાં અને બંધ હોય.



આકૃતિ 4.11

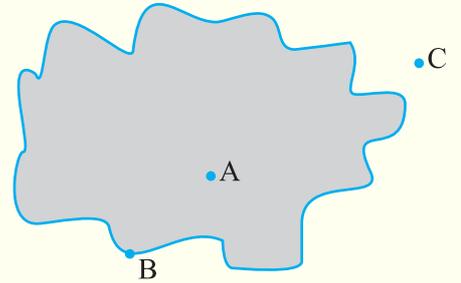
આકૃતિમાં સ્થાન

ટેનિસ કોર્ટમાંની કોર્ટ રેખા તેને ત્રણ ભાગમાં વહેંચે છે. રેખાની અંદરનો, રેખા પરનો અને રેખાની બહારનો, લીટીને કોસ કર્યા વગર તમે અંદર જઈ શકતા નથી.

રોડથી તમારા ઘરના કંપાઉન્ડની દીવાલ અલગ હોય છે. જેને તમે કંપાઉન્ડની અંદરની બાજુ કંપાઉન્ડની હદ અને કંપાઉન્ડની બહારની બાજુ તેમ તમે કહો છો.

આ જ રીતે બંધ વક્રના ત્રણ ભાગ છે :

- (i) વક્રનો અંદરનો ભાગ
- (ii) વક્રની હદ
- (iii) વક્રનો બહારનો ભાગ

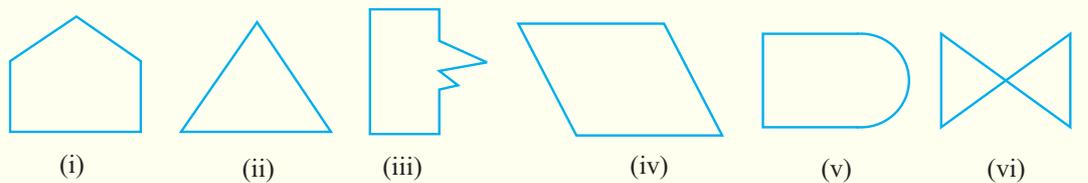


આકૃતિ 4.12

આકૃતિ 4.12માં A એ અંદરનો C એ બહારનો અને B એ વક્ર પરનો ભાગ છે. હદ સાથેના અંદરના ભાગને પ્રદેશ કહેવામાં આવે છે.

4.9 બહુકોણ (Polygons)

નીચે આપેલી 4.13 આકૃતિ (i), (ii), (iii), (iv) અને (v) જુઓ.



આકૃતિ 4.13

તમે શું કહી શકશો? શું તેઓ બંધ છે? તેમાંની દરેક બીજા કરતાં કેવી રીતે જુદી પડે છે. (i), (ii), (iii) અને (iv) એ વિશિષ્ટ છે, કારણ કે તે સંપૂર્ણ રીતે રેખાખંડોની જ બનેલી છે. તેઓને બહુકોણ કહેવામાં આવે છે.

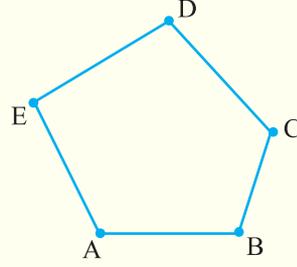
બહુકોણ એ એવી બંધ આકૃતિ છે કે જે સંપૂર્ણ રીતે રેખાખંડોની જ બનેલી હોય છે. દસ જુદા-જુદા આકારના બહુકોણ દોરો.

આ કરો :

નીચેનાનો ઉપયોગ કરી બહુકોણ બનાવવાનો પ્રયત્ન કરો :

1. પાંચ દીવાસળીઓથી
2. ચાર દીવાસળીઓથી
3. ત્રણ દીવાસળીઓથી
4. બે દીવાસળીઓથી

કઈ અવસ્થામાં શક્ય નથી? શા માટે?



આકૃતિ 4.14

બાજુઓ (Sides), શિરોબિંદુઓ (Vertices) અને વિકર્ણો (Diagonals)

ઉપર આપેલી આકૃતિ 4.14નું અવલોકન કરો. સમર્થન આપો કે તે બહુકોણ છે.

બહુકોણની રચના કરતા રેખાખંડોને તેની બાજુઓ કહેવામાં આવે છે.

બહુકોણ ABCDEની બાજુઓ કઈ છે? (જુઓ કે ખૂણાઓનાં નામ ક્રમમાં કેવી રીતે આપવામાં આવ્યાં છે?)

બાજુઓ \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{DE} અને \overline{EA} છે.

બાજુઓની જોડ જે બિંદુએ મળે છે તે બિંદુને શિરોબિંદુ કહે છે. બાજુઓ \overline{AE} અને \overline{ED} એ E બિંદુએ મળે છે તેથી E એ બહુકોણ ABCDE નું શિરોબિંદુ છે. બિંદુ B અને C એ બીજાં શિરોબિંદુઓ છે. આ બિંદુઓએ મળતી હોય તેવી બાજુઓનાં નામ તમે આપી શકશો?

જે બે બાજુઓને સામાન્ય અંત્યબિંદુ હોય તે બાજુઓને બહુકોણની પાસપાસેની બાજુઓ કહે છે.

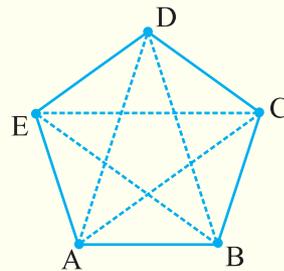
બાજુઓ \overline{AB} અને \overline{BC} પાસપાસેની બાજુઓ છે? \overline{AE} અને \overline{CD} વિશે શું કહી શકાય?

બહુકોણની દરેક બાજુઓનાં અંત્યબિંદુઓને તે બહુકોણના પાસપાસેના બિંદુઓ કહેવાય. શિરોબિંદુ E અને D પાસપાસેનાં બિંદુઓ છે. જ્યારે શિરોબિંદુ A અને D પાસપાસેનાં બિંદુઓ નથી. તે શા માટે નથી તે તમે જોઈ શકો છો?

એવાં શિરોબિંદુઓની જોડ વિચારો કે જે પાસપાસેનાં ના હોય. આ શિરોબિંદુઓને જોડતાં મળતાં રેખાખંડને બહુકોણનો વિકર્ણ કહેવામાં આવે છે.

આકૃતિ 4.15માં \overline{AC} , \overline{AD} , \overline{BD} , \overline{BE} અને \overline{CE} છે. એ વિકર્ણો છે.

શું \overline{BC} એ વિકર્ણ છે? શા માટે અને શા માટે નહિ ?



આકૃતિ 4.15

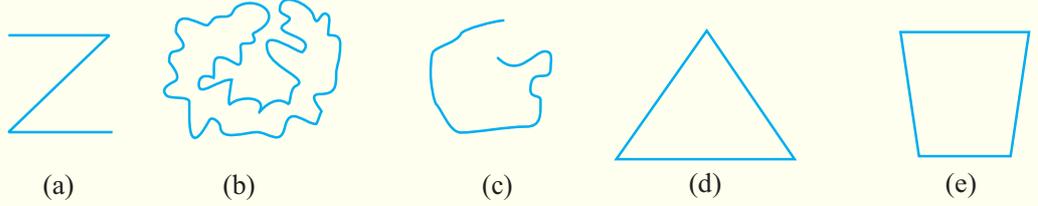
જો તમે પાસપાસેનાં બિંદુઓને જોડવા પ્રયત્ન કરશો તો તમને વિકર્ણ મળશે ખરો? આકૃતિ 4.15ની બધી જ બાજુઓ, પાસપાસેની બાજુઓ અને પાસપાસેનાં શિરોબિંદુઓ લખો.

ABCDEFGH બહુકોણ દોરો. તેની બધી જ બાજુઓ, પાસપાસેની બાજુઓ અને શિરોબિંદુઓ તથા આ બહુકોણના વિકર્ણો લખો.



સ્વાધ્યાય 4.2

1. નીચેના વક્રનું (i) ખુલ્લા અને (ii) બંધ વક્રમાં વર્ગીકરણ કરો :



2. નીચેની પરિસ્થિતિ દર્શાવી રફ આકૃતિ દોરો :

(a) ખુલ્લો વક્ર (b) બંધ વક્ર

3. કોઈ પણ બહુકોણ દોરી તેનો અંદરનો ભાગ છાયાંકિત કરો.

4. નીચે આપેલી આકૃતિ પરથી પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

(a) શું તે વક્ર છે? (b) શું તે બંધ છે?

5. જો શક્ય હોય તો નીચેની પરિસ્થિતિ દર્શાવતી રફ આકૃતિ દોરો :

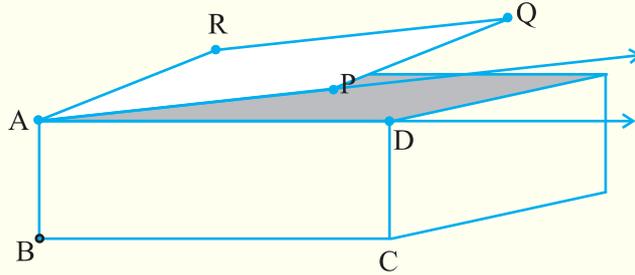
(a) બંધ વક્ર કે જે બહુકોણ ન હોય.

(b) ખુલ્લો વક્ર કે જે સંપૂર્ણપણે રેખાખંડનો બનેલો હોય.

(c) બે બાજુવાળો બહુકોણ



4.10 ખૂણો (Angle)

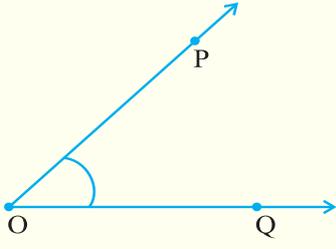


આકૃતિ 4.16

અહીં આકૃતિ 4.16માં પેટીની ટોચે મિજાગરાથી જોડાયેલું ઢાંકણ છે. પેટીની ધાર AD અને ઢાંકણની ધાર AP ને અનુક્રમે \vec{AD} અને \vec{AP} તરીકે કલ્પો. આ બંને કિરણોનું સામાન્ય અંત્યબિંદુ A છે. આ બંને કિરણો અહીં ભેગાં મળી ખૂણાની રચના કરે છે.

ખૂણો રચતાં બે કિરણો સામાન્ય અંત્યબિંદુમાંથી ઉદ્ભવતાં હોય છે. ખૂણો રચતાં બે કિરણોને ખૂણાના ભૂજ અથવા બાજુઓ કહેવામાં આવે છે. સામાન્ય બિંદુને ખૂણાનું શિરોબિંદુ (ઉદ્ભવબિંદુ) કહે છે.

આકૃતિ 4.17માં દર્શાવેલ ખૂણો \vec{OP} અને \vec{OQ} વડે રચાય છે. આ બતાવવા માટે

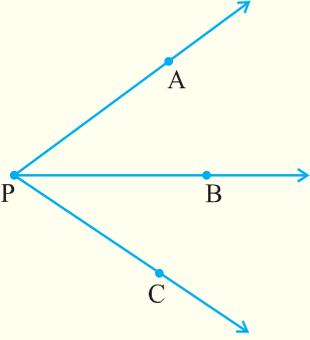


આકૃતિ 4.17

શિરોબિંદુ આગળ નાના વક્રનો ઉપયોગ કરીશું. (આકૃતિ 4.17) O એ શિરોબિંદુ છે. બાજુઓ કઈ-કઈ છે? તે \vec{OP} અને \vec{OQ} નથી?

આપણે આ ખૂણાને નામ કેવી રીતે આપીશું? આપણે સરળતાથી કહી શકીશું કે અહીં O આગળનો ખૂણો છે. ખૂણાના નામની વધારે સ્પષ્ટતા માટે આપણે એવાં બિંદુઓ વિચારીએ કે દરેક બાજુ પરનું એક-એક બિંદુ હોય અને એક શિરોબિંદુ હોય. ખૂણા POQ ને સરળતાથી દર્શાવી શકાશે. જેને આપણે સંકેતમાં $\angle POQ$ વડે દર્શાવીશું.

વિચારો, ચર્ચો અને લખો :



આકૃતિ 4.18

આકૃતિ 4.18 જુઓ. તેમાંના ખૂણાનું નામ શું છે? તેને $\angle P$ કહીશું? તેને બીજી રીતે દર્શાવી શકાય? $\angle P$ નો અર્થ આપણે શું કરીએ છીએ? અહીં ખૂણાને દર્શાવવા માટે શિરોબિંદુ આપણને ઉપયોગી થશે? શા માટે?

$\angle P$ નો અર્થ $\angle APB$, $\angle CPB$ અથવા $\angle APC$ થાય

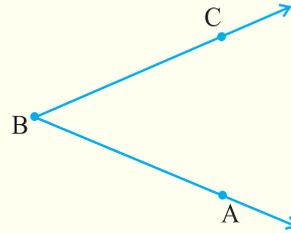
તે નક્કી કરવા વધુ માહિતીની જરૂર પડશે :

યાદ રાખો કે ખૂણો દર્શાવીએ ત્યારે શિરોબિંદુ દર્શાવતો મૂળાક્ષર હંમેશાં વચ્ચે લખવામાં આવે છે.

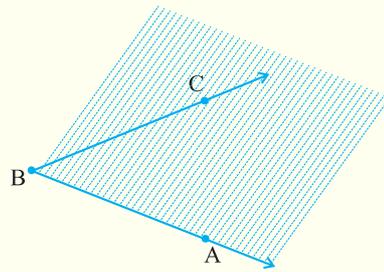
આ કરો :

કોઈ ખૂણો દોરી તેને $\angle ABC$ વડે દર્શાવો.

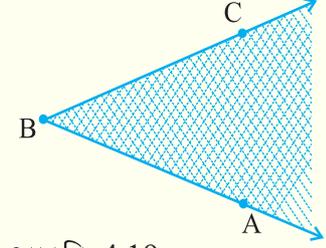
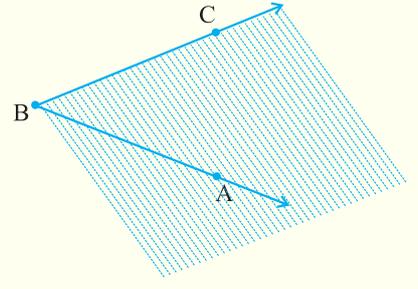
\vec{BA} થી \vec{BC} તરફના ભાગને આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે છાયાંકિત કરો.



હવે બીજા કોઈ રંગ વડે આપેલા ખૂણાના \vec{BC} થી \vec{BA} તરફના ભાગને છાયાંકિત કરો.

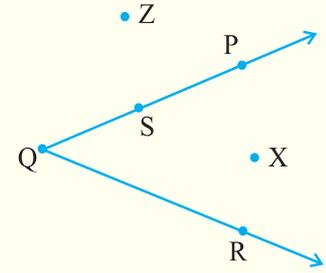


છાયાંકિત કરેલ બંને આકૃતિઓના સામાન્ય ભાગને $\angle ABC$ નો અંદરનો ભાગ કહે છે. (નોંધો કે અંદરનો ભાગ એ પ્રતિબંધિત વિસ્તાર નથી. બંને બાજુને અનંત સુધી વિસ્તારી શકાય તેમ તેને પણ અનંત સુધી વિસ્તારી શકાય.)



આકૃતિ 4.19

આકૃતિ 4.20માં X એ ખૂણાના અંદરના ભાગમાં આવેલું બિંદુ છે. Z એ અંદરનું બિંદુ નથી, પણ ખૂણાના બહારના ભાગમાં આવેલું છે અને S એ $\angle PQR$ પર આવેલું બિંદુ છે. આમ ખૂણો તેની સાથે ત્રણ ભાગોને જોડે છે.

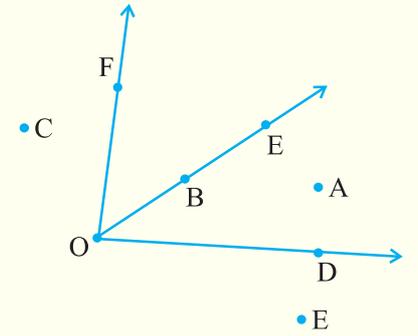
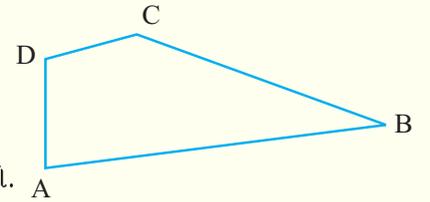


આકૃતિ 4.20



સ્વાધ્યાય 4.3

1. બાજુમાં આપેલ આકૃતિ પરથી ખૂણા લખો :
2. બાજુમાં આપેલી આકૃતિ પરથી માંગેલાં બિંદુઓ લખો.
 - (a) $\angle DOE$ નું અંદરનું બિંદુ
 - (b) $\angle EOF$ નાં બહારનાં બિંદુઓ
 - (c) $\angle EOF$ પરનાં બિંદુઓ
3. નીચેની પરિસ્થિતિ દર્શાવતી બે ખૂણાઓની કાચી આકૃતિ દોરો :
 - (a) બંનેમાં એક સામાન્ય બિંદુ હોય.
 - (b) બે સામાન્ય બિંદુઓ હોય.
 - (c) ત્રણ સામાન્ય બિંદુઓ હોય.
 - (d) ચાર સામાન્ય બિંદુઓ હોય.
 - (e) એક કિરણ સામાન્ય હોય.



4.11 ત્રિકોણ (Triangle)

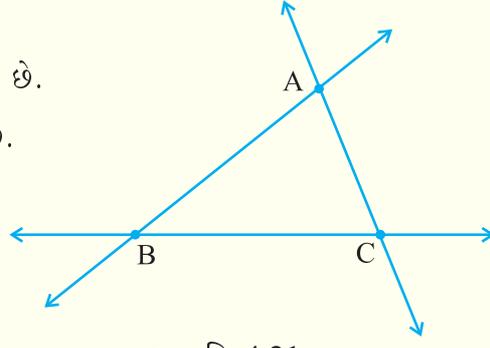
ત્રિકોણ એ ત્રણ બાજુઓવાળો બહુકોણ છે. હકીકતમાં તે સૌથી ઓછી બાજુ ધરાવતો બહુકોણ છે.

આકૃતિ 4.21માં દોરેલ ત્રિકોણ જુઓ. આપણે ત્રિકોણ ABCની જગ્યાએ ΔABC લખીશું.

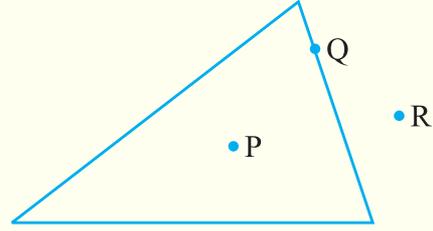
અહીં ΔABC માં કેટલી બાજુઓ અને કેટલા ખૂણા છે?

ત્રિકોણને ત્રણ બાજુઓ \overline{AB} , \overline{BC} અને \overline{CA} છે. તેને ત્રણ ખૂણાઓ $\angle BAC$, $\angle BCA$ અને $\angle ABC$ છે. બિંદુઓ A, B અને C ને ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુઓ કહે છે.

ત્રિકોણ એ અંદરનો અને બહારનો ભાગ ધરાવતો એક બહુકોણ છે. આકૃતિ 4.22માં P એ ત્રિકોણના અંદરના ભાગમાં R એ ત્રિકોણના બહારના ભાગમાં તથા Q એ ત્રિકોણ પરનું બિંદુ છે.



આકૃતિ 4.21

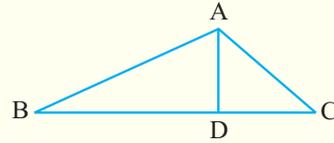


આકૃતિ 4.22



સ્વાધ્યાય 4.4

- ΔABC ની કાચી આકૃતિ દોરો. બિંદુ P ને તેના અંદરના ભાગમાં અને બિંદુ Q ને તેના બહારના ભાગમાં દર્શાવો. શું બિંદુ A તેના અંદરના કે બહારના ભાગમાં છે?
- નીચે દોરેલી આકૃતિ પરથી આપેલા પ્રશ્નોના જવાબ લખો :
 - કોઈ પણ ત્રણ ત્રિકોણનાં નામ લખો.
 - સાત ખૂણાનાં નામ લખો.
 - છ રેખાખંડોનાં નામ લખો.
 - કયા બે ત્રિકોણમાં B સામાન્ય છે?

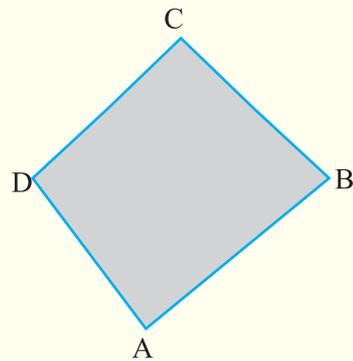


4.12 ચતુષ્કોણ (Quadrilaterals)

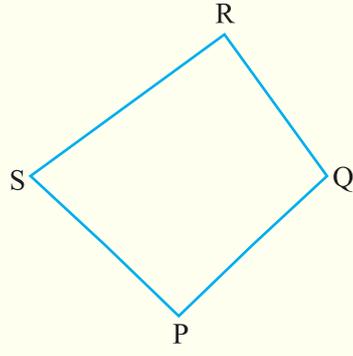
ચાર બાજુઓ ધરાવતા બહુકોણને ચતુષ્કોણ કહે છે. તેને ચાર બાજુઓ અને ચાર ખૂણા હોય છે. ખૂણાઓના સંદર્ભમાં આપણે તેના અંદરના ભાગની કલ્પના કરી હતી.

નોંધો કે શિરોબિંદુનાં નામ ચક્રીય રીતે આપવામાં આવે છે?

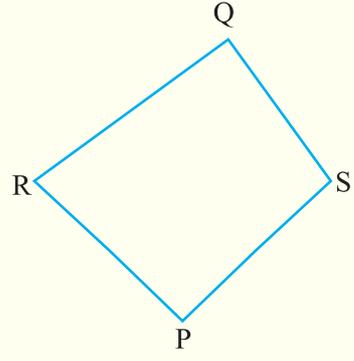
આકૃતિ 4.23માં દર્શાવેલ $\square ABCD$ ને ચાર બાજુઓ \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} અને \overline{DA} છે. તેને ચાર ખૂણાઓ $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ અને $\angle D$ છે.



આકૃતિ 4.23



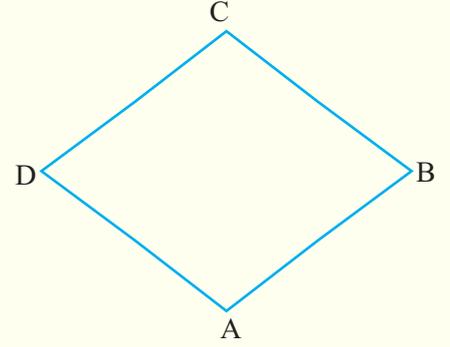
આ ચતુષ્કોણ PQRS છે.



શું આ ચતુષ્કોણ PQRS છે?

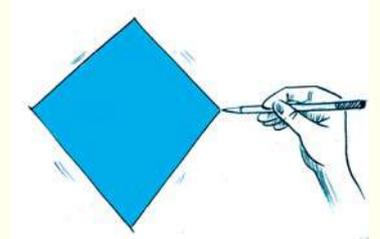
ચતુષ્કોણ ABCD માં \overline{AB} અને \overline{BC} એ પાસપાસેની બાજુઓ છે. પાસપાસેની બાજુઓની બીજી જોડ તમે લખી શકશો?

\overline{AB} અને \overline{CD} એ સામસામેની બાજુઓ છે. સામસામેની બાજુઓની બીજી જોડ લખો. $\angle A$ અને $\angle C$ ને સામસામેના ખૂણા કહે છે. તે જ રીતે $\angle D$ અને $\angle B$ સામસામેના ખૂણા છે. સ્વાભાવિક રીતે $\angle A$ અને $\angle B$ પાસપાસેના ખૂણા થાય. તમે પાસપાસેના ખૂણાની જોડ લખો, તે કહો.



સ્વાધ્યાય 4.5

- ચતુષ્કોણની કાચી આકૃતિ દોરો. તેના વિકર્ણો દોરી તેનાં નામ આપો. વિકર્ણો એકબીજાને ચતુષ્કોણના અંદરના ભાગમાં મળશે કે બહારના ભાગમાં?
- ચતુષ્કોણ KLMNની કાચી આકૃતિ દોરી હવે કહો.
 - સામસામેની બાજુઓની બે જોડ
 - સામસામેના ખૂણાઓની બે જોડ
 - પાસપાસેની બાજુઓની બે જોડ
 - પાસપાસેના ખૂણાઓની બે જોડ



3. શોધો :

પૂંઠાની પટ્ટીઓને જોડી ત્રિકોણ અને ચતુષ્કોણ બનાવો. ત્રિકોણના કોઈ એક શિરોબિંદુ આગળ દબાણપૂર્વક વાળો. આ જ કામ ચતુષ્કોણ માટે કરો.

શું ત્રિકોણમાં કોઈ ફેરફાર થાય છે? શું ચતુષ્કોણમાં કોઈ ફેરફાર થાય છે? શું ત્રિકોણનો મૂળ આકાર જળવાઈ રહે છે? વીજળીના ટાવરનો આકાર ચતુષ્કોણ નહિ પણ ત્રિકોણ શા માટે રાખવામાં આવે છે?

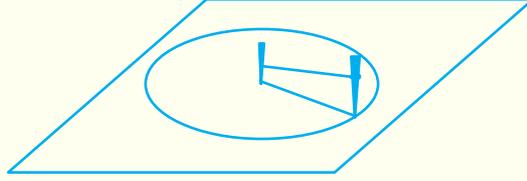
4.13 વર્તુળ (Circle)

આપણે આપણી આજુબાજુમાંથી એવી ઘણી વસ્તુ શોધી શકીએ કે જે ગોળાકાર હોય. જેમ કે, પૈડું, બંગડી, સિક્કો વગેરે. આપણે ગોળ આકારનો ઘણી જગ્યાએ ઉપયોગ કરીએ છીએ. સ્ટીલની ભારે પાઈપને ખેંચવા કરતાં આપણે સરળતાથી ગબડાવી શકીએ છીએ. વર્તુળ એ બંધ વક્ર છે પણ તે બહુકોણ નથી. તેને પોતાને પોતાના કેટલાક ખાસ ગુણધર્મો છે.

આ કરો :

એક કંકણ અથવા ગોળાકાર વસ્તુ કાગળ પર મૂકી તેના વર્તુળાકાર ભાગને પેન્સિલથી અંકિત કરો. જો તમારે વર્તુળાકાર બગીચો બનાવવો હોય તો તમે કેવી રીતે બનાવશો?

બે લાકડી અને એક દોરડાનો ટુકડો લો. એક લાકડીને મેદાનમાં ઊભી ખોંસો. તે માંગેલા વર્તુળનું કેન્દ્ર છે. દોરડાના બંને છેડે એક-એક ગાળિયો બનાવો. કેન્દ્રમાંની લાકડી



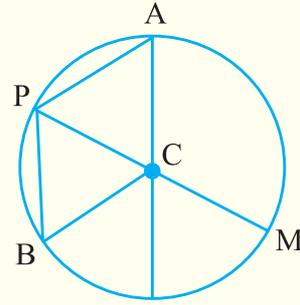
ફરતે એક ગાળિયો પરોવો અને બીજો ગાળિયો બીજી લાકડીમાં પરોવો. બંને લાકડીને જમીનને શિરોલંબ રાખો. દોરડાને ખેંચેલું રાખીને બીજી લાકડીથી રસ્તો તૈયાર કરો. તમને વર્તુળ મળે છે.

વર્તુળના ભાગ

આકૃતિ 4.24માં C કેન્દ્રવાળું વર્તુળ દોર્યું છે.

A, P, B અને M એ વર્તુળનાં બિંદુઓ છે. અહીં તમે જોઈ શકશો કે $CA = CP = CB = CM$.

દરેક ખંડ \overline{CA} , \overline{CP} , \overline{CB} , \overline{CM} એ વર્તુળની ત્રિજ્યાઓ છે. ત્રિજ્યાઓ એ એક એવા રેખાખંડ છે જેનું એક બિંદુ કેન્દ્ર અને બીજું વર્તુળ પરનું છે. \overline{CP} અને \overline{CM} એ ત્રિજ્યાઓ છે કે જ્યાં C, P અને M એક જ રેખા પર છે. \overline{PM} ને વર્તુળનો વ્યાસ કહે છે.



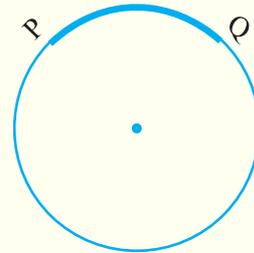
આકૃતિ 4.24

શું વર્તુળનો વ્યાસ ત્રિજ્યા કરતાં બે ગણો છે? હા. \overline{PB} એ જીવા છે. જે વર્તુળ પરનાં બે બિંદુઓને જોડે છે. \overline{PM} પણ જીવા છે?

ચાપ એ વર્તુળનો ભાગ છે.

P અને Q બિંદુઓ વડે તમે વર્તુળની ચાપ PQ મેળવી શકો જે આકૃતિ 4.25માં દર્શાવેલ છે. આપણે તેને \overline{PQ} વડે દર્શાવીએ છીએ.

કોઈ પણ સામાન્ય બંધ વક્ર પરથી તમે વર્તુળના અંદરના અને બહારના ભાગ વિશે વિચારી શકો. વર્તુળનો અંદરના ભાગનો પ્રદેશ કે જેની એક બાજુ ચાપ હોય અને બીજી બે બાજુઓ ત્રિજ્યાઓની જોડ હોય તેને વૃત્તાંશ કહે છે.

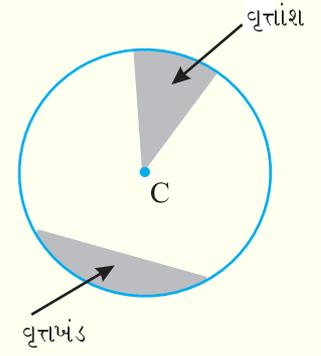


આકૃતિ 4.25

વર્તુળના અંદરનો એવો પ્રદેશ કે જે ચાપ અને જીવા વડે ઘેરાયેલો હોય તેને વર્તુળનો વૃત્તખંડ કહે છે.

કોઈ ગોળાકાર વસ્તુ લઈને કોઈ દોરો તેને ગોળ ફરતે એક વખત વીંટાળો. આપેલી વસ્તુને ગોળ ફરતે એક વખત વીંટાળતાં જે અંતર દોરો આવરી લે તે અંતર આપેલ વર્તુળની લંબાઈ જેટલું હશે.

વર્તુળના ફરતા આ અંતરને વર્તુળનો પરિઘ કહે છે.



આકૃતિ 4.26

આ કરો :

એક ગોળાકાર શીટ લો. તેને છિદ્રમાંથી બે ભાગમાં વાળો. હવે વાળેલ ભાગને કેટલો તમે જોઈ શકશો? છિદ્ર સાથેની ગડી એ વર્તુળનો વ્યાસ છે.

વર્તુળનો વ્યાસ એ વર્તુળને બે સરખા ભાગમાં વહેંચે છે. દરેક ભાગ એક અર્ધવર્તુળ છે. અર્ધવર્તુળ એ વર્તુળનો એવો ભાગ છે કે જેની હદ વ્યાસાંત બિંદુઓ છે.



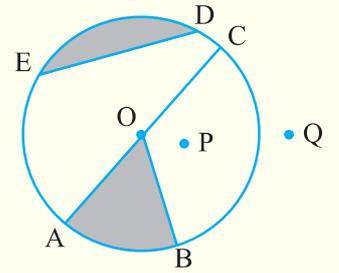
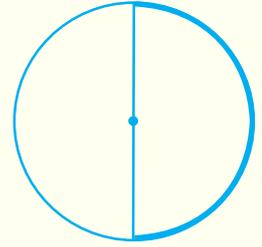
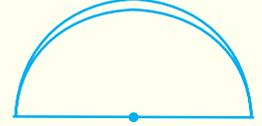
સ્વાધ્યાય 4.6

- બાજુમાં આપેલી આકૃતિના આધારે કહો :

(a) વર્તુળનું કેન્દ્ર	(b) ત્રણ ત્રિજ્યાઓ
(c) વ્યાસ	(d) જીવા
(e) અંદરના ભાગનાં બે બિંદુઓ	(f) બહારના ભાગનું બિંદુ
(g) વૃત્તખંડ	(h) વૃત્તખંડ
- | |
|--|
| (a) શું દરેક વ્યાસ એ વર્તુળની જીવા છે? |
| (b) શું દરેક જીવા એ વર્તુળનો વ્યાસ છે? |
- વર્તુળ દોરીને દર્શાવો.

(a) તેનું કેન્દ્ર	(b) ત્રિજ્યા
(c) વ્યાસ	(d) વૃત્તખંડ
(e) વૃત્તખંડ	(f) અંદરના ભાગનું બિંદુ
(g) બહારના ભાગનું બિંદુ	(h) ચાપ
- ખરાં છે કે ખોટાં તે કહો.

(a) વર્તુળના બે વ્યાસ હંમેશાં છેદે છે.
(b) વર્તુળનું કેન્દ્ર હંમેશાં વર્તુળના અંદરના ભાગમાં હોય છે.



આપણે શી ચર્ચા કરી ?

- બિંદુ એક સ્થાન નક્કી કરે છે. તેને સામાન્ય રીતે અંગ્રેજીના મૂળાક્ષર વડે દર્શાવાય છે.
- રેખાખંડ એ બે બિંદુઓ વચ્ચેનું સૌથી ટૂંકું અંતર દર્શાવે છે. A અને B બિંદુઓને જોડીને રચેલ રેખાખંડને \overline{AB} વડે દર્શાવાય છે.

3. જ્યારે એક રેખાખંડ જેમ કે \overline{AB} ને બંને તરફ અનંત અંતર સુધી વિસ્તારતાં આપણને એક રેખા પ્રાપ્ત થાય છે. તેને \overleftrightarrow{AB} વડે દર્શાવવામાં આવે છે. તેને કેટલીક વખતે એક નાના અક્ષર વડે દર્શાવવામાં આવે છે. જેમ કે l
4. બે ભિન્ન રેખાઓ કોઈ એક બિંદુએ મળે તો તેમને છેદતી રેખાઓ કહે છે.
5. સમતલમાં આવેલી બે રેખાઓ એકબીજાને મળે નહિ, તો તેમને સમાંતર રેખાઓ કહેવાય.
6. કિરણ એ રેખાનો એવો ભાગ છે કે જે એક બિંદુથી શરૂ થઈ એક જ દિશામાં અનંત સુધી જાય છે.
7. પેન્સિલ ઉપાડ્યા સિવાય કોઈ ચિત્ર (સીધી અથવા સીધી ન હોય) તેવું ચિત્ર દોરવામાં આવે તો તેને વક્ર કહેવાય. આ અર્થમાં રેખા એ પણ એક વક્ર છે.
8. જો કોઈ વક્ર પોતાને ન છેદે તો તેને સાદો વક્ર કહેવાય.
9. જો વક્રના છેડા જોડાયેલા હોય તો તેને બંધ વક્ર કહેવાય. અન્યથા તેને ખુલ્લો કહેવાય.
10. બહુકોણ એ સામાન્ય બંધ વક્ર છે. જે રેખાખંડોથી બનેલો છે. અહીં,
 - (i) રેખાખંડો એ બહુકોણની બાજુઓ છે.
 - (ii) કોઈ પણ બે બાજુઓને સામાન્ય અંત્યબિંદુ હોય તો તે પાસપાસેની બાજુઓ છે.
 - (iii) બાજુઓની જોડના મળતાં સામાન્ય બિંદુઓને શિરોબિંદુ કહે છે.
 - (iv) સરખી બાજુઓનાં અંત્યબિંદુઓને પાસપાસેના શિરોબિંદુ કહેવાય.
 - (v) પાસપાસે ન હોય તેવાં બે શિરોબિંદુને જોડવામાં આવે તો તેને વિકર્ણ કહેવાય.
11. સામાન્ય અંત્યબિંદુમાંથી ઉદ્ભવતાં બે કિરણો ખૂણો રચે છે.
બે કિરણો \overrightarrow{OA} અને \overrightarrow{OB} $\angle AOB$ રચે છે. (અથવા તેને $\angle BOA$ પણ કહેવાય.)
ખૂણો એ વિસ્તારને ત્રણ ભાગમાં વહેંચે છે.
ખૂણો, ખૂણાનો અંદરનો ભાગ અને ખૂણાનો બહારનો ભાગ
12. ત્રિકોણ એ ત્રણ બાજુવાળો બહુકોણ છે.
13. ચતુષ્કોણ એ ચાર બાજુવાળો બહુકોણ છે. (જેને ચક્રીય રીતે નામ આપવામાં આવે છે.)
ચતુષ્કોણ ABCDમાં \overline{AB} અને \overline{DC} તથા \overline{AD} અને \overline{BC} એ વિરુદ્ધ બાજુઓની જોડ છે.
 $\angle A$ અને $\angle C$ તથા $\angle B$ અને $\angle D$ એ સામસામેના ખૂણા છે. $\angle A$ એ $\angle B$ અને $\angle D$ ની પાસેનો ખૂણો છે. આ પ્રકારના બાકીના ત્રણ ખૂણાઓ સંબંધ ધરાવે છે.
14. વર્તુળ એ કોઈ ચોક્કસ બિંદુથી સરખા અંતરે ફરતાં બિંદુઓનો માર્ગ છે. ચોક્કસ બિંદુ એ વર્તુળનું કેન્દ્ર છે. ચોક્કસ અંતર એ ત્રિજ્યા છે અને વર્તુળની લંબાઈ એ તેનો પરિઘ છે.
વર્તુળની જીવા એ વર્તુળ પરનાં કોઈ પણ બે બિંદુઓને જોડતો રેખાખંડ છે.
વ્યાસ એ વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી પસાર થતી જીવા છે.
વૃત્તાંશ એ વર્તુળના અંદરના ભાગનો એવો પ્રદેશ છે, જે એક બાજુ ચાપ અને બીજા બે બાજુઓ ત્રિજ્યાની બંને જોડથી બંધ છે.
વર્તુળનો ખંડ એ વર્તુળના અંદરનો ભાગ છે, જે ચાપ અને જીવા વડે બંધ છે.
વર્તુળનો વ્યાસ એ વર્તુળને બે અર્ધવર્તુળમાં વહેંચે છે.