1. **વિધેયનાં વિકલિત મેળવો :** $(x + a)$

➥ $y = x + a$

$\therefore \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{d}{dx}(x + a)$

$= \dfrac{d}{dx}(x) + \dfrac{d}{dx}(a)$

$= 1 \left(\because \dfrac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1} \text{ અચળ વિધેયનું વિકલન શૂન્ય}\right)$

2. **વ્યાખ્યાની મદદથી વિકલિત મેળવો :** $-x$

➥ $f(x) = -x$

$f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$ (વ્યાખ્યા)

$= \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{-(x+h) - (-x)}{h}$

$= \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{-x - h + x}{h}$

$= \lim\limits_{h \to 0} -1$

$= -1$

3. **વ્યાખ્યાની મદદથી વિકલિત મેળવો :** $(-x)^{-1}$

➥ $f(x) = (-x)^{-1} = -\dfrac{1}{x}$

$f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$ (વ્યાખ્યા)

$= \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{-\frac{1}{x+h} - \left(-\frac{1}{x}\right)}{h}$

$= \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{-\frac{1}{x+h} + \frac{1}{x}}{h}$

$= \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{-x + x + h}{hx(x+h)}$

$= \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{h}{hx(x+h)}$

$= \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{1}{x(x+h)}$

$= \dfrac{1}{x(x+0)}$

1

$= \frac{}{x^2}$

4. **વ્યાખ્યાની મદદથી વિકલિત મેળવો : sin $(x + 1)$**

➡ $f(x) = \sin(x+1)$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad \text{(વ્યાખ્યા)}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\sin(x+h+1) - \sin(x+1)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{2\cos\left(\frac{x+h+1+x+1}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{x+h+1-x-1}{2}\right)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\cos\left(x+1+\frac{h}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{h}{2}\right)}{\frac{h}{2}}$$

$$= \cos(x+1) \quad \left(\because \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1\right)$$

5. **વ્યાખ્યાની મદદથી વિકલિત મેળવો :** $x^2 \sin x$

➡ $x^2 \cos x + 2x$ **six** x

6. **વ્યાખ્યાની મદદથી વિકલિત મેળવો :** x^6

➡ $6x^5$

7. **વિધેયનાં વિકલિત મેળવો :** $(px+q)\left(\frac{r}{x}+s\right)$

➡ $y = (px+q)\left(\frac{r}{x}+s\right)$

$$= px\left(\frac{r}{x}+s\right) + q\left(\frac{r}{x}+s\right)$$

$$= pr + psx + \frac{qr}{x} + qs$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(pr + psx + \frac{qr}{x} + ps\right)$$

$$= \frac{d}{dx}(pr) + ps \cdot \frac{d}{dx}(x) + qr\frac{d}{dx}\left(x^{-1}\right) + \frac{d}{dx}(ps)$$

$$= 0 + ps(1) + qr(-x^{-2}) + 0 \left(\because \text{અચળ વિધેયનું વિકલન શૂન્ય છે } \frac{d}{dx}\left(x^n\right) = nx^{n-1}\right)$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = ps - \frac{qr}{x^2}$$

8. **વિધેયનાં વિકલિત મેળવો :** $\frac{ax+b}{cx+d}$

➡ $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (વિકલિત ભાગાકારના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(cx+d) \cdot \frac{d}{dx}(ax+b) - (ax+b)\frac{d}{dx}(cx+d)}{(cx+d)^2}$$

$$= \frac{(cx+d) \cdot (a) - (ax+b)(c)}{(cx+d)^2}$$

$$= \frac{acx + ad - acx - bc}{(cx+d)^2}$$

$ad - bc$

$$= \frac{}{(cx+d)^2}$$

9. વિધેયનાં વિકલિત મેળવો : $\frac{1+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}}$

➥ $y = \frac{1+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}} = \frac{x+1}{x-1}$ (વિકલન માટેના ભાગાકારના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$$

$$= \frac{(x-1)\frac{d}{dx}(x+1) - (x+1)\frac{d}{dx}(x-1)}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{(x-1)(1) - (x+1)(1)}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{x-1-x-1}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{-2}{(x-1)^2} \ ; \ x \neq 0, 1$$

10. વિધેયનાં વિકલિત મેળવો : $\frac{1}{ax^2+bx+c}$

➥ $y = \frac{1}{ax^2+bx+c}$

વિકલિત માટેનાં ભાગાકારના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{ax^2+bx+c}\right)$$

$$= \frac{(ax^2+bx+c)\frac{d}{dx}(1) - 1\cdot\frac{d}{dx}(ax^2+bx+c)}{(ax^2+bx+c)^2} = \frac{(ax^2+bx+c)(0) - \left[\frac{d}{dx}(ax^2)+\frac{d}{dx}(bx)+\frac{d}{dx}(c)\right]}{(ax^2+bx+c)^2}$$

$$= \frac{-(2ax+b)}{(ax^2+bx+c)^2}$$ $\left(\because \frac{d}{dx}\left(x^n\right) = nx^{n-1}\right.$ અચળ વિધેયનું વિકલન શૂન્ય હોય છે.$\left.\right)$

11. વિધેયનાં વિકલિત મેળવો : $\frac{ax+b}{px^2+qx+r}$

➥ $y = \frac{ax+b}{px^2+qx+r}$

(વિકલિત માટેનાં ભાગાકારના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં,)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{ax+b}{px^2+qx+r}\right)$$

$$= \frac{(px^2+qx+r)\cdot\frac{d}{dx}(ax+b) - (ax+b)\cdot\frac{d}{dx}(px^2+qx+r)}{(px^2+qx+r)^2}$$

$$= \frac{(px^2+qx+r)\cdot a - (ax+b)(2px+q)}{(px^2+qx+r)^2}$$

$$= \frac{apx^2+aqx+ar-2a\,px^2-2bpx-apx-bq}{(px^2+qx+r)^2}$$

$$= \frac{-apx^2-2bpx+ar-bq}{(px^2+qx+r)^2}$$

12. **વિધેયનાં વિકલિત મેળવો :** $\dfrac{px^2 + qx + r}{ax + b}$

➡ $y = \dfrac{px^2 + qx + r}{ax + b}$

વિકલિતના ભાગાકારના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left[\frac{px^2 + qx + r}{ax + b}\right]$$

$$= \frac{(ax+b)\cdot\frac{d}{dx}(px^2+qx+r) - (px^2+qx+r)\cdot\frac{d}{dx}(ax+b)}{(ax+b)^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(ax+b)(2px+q) - (px^2+qx+r)(a)}{(ax+b)^2}$$

$$= \frac{2apx^2 + aqx + 2bpx + bq - apx^2 - apx - ar}{(ax+b)^2}$$

$$= \frac{apx^2 + 2bpx + bq - ar}{(ax+b)^2}$$

13. **વિધેયનાં વિકલિત મેળવો :** $\dfrac{a}{x^4} - \dfrac{b}{x^2} + \cos x$

➡ $y = \dfrac{a}{x^4} - \dfrac{b}{x^2} + \cos x$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left[\frac{a}{x^4} - \frac{b}{x^2} + \cos x\right]$$

$$= a\frac{d}{dx}\left(x^{-4}\right) - b\frac{d}{dx}\left(x^{-2}\right) + \frac{d}{dx}(\cos x)$$

$$= -4ax^{-5} - b(-2x^{-3}) + (-\sin x) \quad \left(\because \frac{d}{dx}\left(x^n\right) = nx^{n-1}\right)$$

$$= \frac{-4a}{x^5} + \frac{2b}{x^3} - \sin x$$

14. **વિધેયનાં વિકલિત મેળવો :** $4\sqrt{x} - 2$

➡ $y = 4\sqrt{x} - 2 = 4(x)^{\frac{1}{2}} - 2$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left[4(x)^{\frac{1}{2}} - 2\right]$$

$$= 4\frac{d}{dx}(x)^{\frac{1}{2}} - \frac{d}{dx}(2) \left(\because \frac{d}{dx}\left(x^n\right) = nx^{n-1}\right)$$

$$= 2(x)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{x}}$$

15. **વિધેયનાં વિકલિત મેળવો :** $(ax + b)^n$

➡ $y = (ax + b)^n$ લો.

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left((ax+b)^n\right)$$

$\therefore \dfrac{dy}{dx} = n(ax+b)^{n-1}\dfrac{d}{dx}(ax+b)$ (સાંકળનો નિયમ)

$= n(ax + b)^{n-1} \times a$

$= na(ax + b)^{n-1}$

16. **વિધેયનાં વિકલિત મેળવો : $\sin(x + a)$**

➥ $y = \sin(x + a)$

$= \sin x \cdot \cos a + \cos x \cdot \sin a$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(\sin x \cdot \cos a + \cos x \cdot \sin a)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(\sin x \cos a) + \frac{d}{dx}(\cos x \sin a)$$

$$= \cos a \cdot \frac{d}{dx}(\sin x) + \sin a \cdot \frac{d}{dx}(\cos x)$$

$= \cos a \cdot \cos x - \sin a \cdot \sin x$

$= \cos(x + a)$

17. **વિધેયનાં વિકલિત મેળવો : $y = \frac{\sin(x + a)}{\cos x}$**

➥ $$\therefore y = \frac{\sin x \cos a + \cos x \sin a}{\cos x}$$

$$\therefore y = \frac{\sin x \cos a}{\cos x} + \frac{\cos x \sin a}{\cos x}$$

$\therefore y = \tan x \cdot \cos x$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(\tan x \cdot \cos a) = \cos a \cdot \frac{d}{dx}(\tan x)$$

$= \cos a \cdot \sec^2 x$

$$= \frac{\cos a}{\cos^2 x}$$

18. **વિધેયનાં વિકલિત મેળવો : $x^4(5\sin x - 3\cos x)$**

➥ $y = x^4(5\sin x - 3\cos x)$

વિકલિતના ગુણાકારના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left[x^4(5\sin x - 3\cos x)\right]$$

$$= x^4 \cdot \frac{d}{dx}[5\sin x - 3\cos x] + [5\sin x - 3\cos x]\frac{d}{dx}(x^4)$$

$$\frac{dy}{dx} = x^4(5\cos x - 3\sin x) + 4x^3(5\sin x - 3\cos x)$$

$= x^3[5x\cos x + 3x\sin x + 20\sin x - 12\cos x]$

19. **વિધેયનાં વિકલિત મેળવો : $(x^2 + 1)\cos x$**

➥ $y = (x^2 + 1) \cdot \cos x$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left[\left(x^2 + 1\right) \cdot \cos x\right]$$

વિકલિતના ગુણાકારનાં નિયમનો ઉપયોગ કરતાં,

$$\frac{dy}{dx} = (x^2 + 1)\frac{d}{dx}(\cos x) + \cos x\frac{d}{dx}(x^2 + 1)$$

$= (x^2 + 1)(-\sin x) + \cos x(2x)$

$= -x^2\sin x - \sin x + 2x\cos x$

20. **વિધેયનાં વિકલિત મેળવો : $(ax^2 + \sin x)(p + q\cos x)$**

➡ $y = (ax^2 + \sin x)\ (p + q\ \cos x)$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left[\left(ax^2 + \sin x\right)(p + q\cos x)\right]$$

વિકલિતના ગુણાકારના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં,

$$= (ax^2 + \sin x)\frac{d}{dx}(p + q\cos x) + (p + q\cos x)\frac{d}{dx}(ax^2 + \sin x)$$

$= (ax^2 + \sin x)\ (0 - q\ \sin x) + (p + q\ \cos x)\ (2ax + \cos x)$

$= (-q\ \sin x)\ (ax^2 + \sin x) + (p + q\ \cos x)\ (2ax + \cos x)$

21. વિધેયનાં વિકલિત મેળવો : $(x + \cos x)\ (x - \tan x)$

➡ $y = (x + \cos x)\ (x - \tan x)$

વિકલિત ગુણાકારના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં,

$$\frac{dy}{dx} = (x + \cos x)\frac{d}{dx}(x - \tan x) + (x - \tan x)\cdot\frac{d}{dx}(x + \cos x)$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = (x + \cos x)(1 - \sec^2 x) + (x - \tan x)(1 - \sin x)$$

$$= -\tan^2 x\ (x + \cos x) + (x - \tan x)(1 - \sin x)\quad (\because 1 + \tan^2 x = \sec^2 x)$$

22. વિધેયનાં વિકલિત મેળવો : $\dfrac{x^2\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\sin x}$

➡ $y = \dfrac{x^2\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\sin x}$

$$\therefore y = \frac{x^2}{\sqrt{2}\ \sin x}\qquad\left(\because \cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

વિકલિતના ભાગાકારના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{x^2}{\sqrt{2}\sin x}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{2}\sin x\cdot\frac{d}{dx}\left(x^2\right) - x^2\left(\sqrt{2}\sin x\right)}{\left(\sqrt{2}\sin x\right)^2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}\sin x\ (2x) - x^2\left(\sqrt{2}\cos x\right)}{2\ \sin^2 x}$$

$$= \frac{x\sqrt{2}\ (2\sin x - x\cos x)}{2\ \sin^2 x}$$

$$= \frac{x\ (2\sin x - x\cos x)}{\sqrt{2}\ \sin^2 x}$$

$$= \frac{x\cos\frac{\pi}{4}\ [2\sin x - x\cos x]}{\sin^2 x}\quad\left(\because \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos\frac{\pi}{4}\right)$$

23. વિધેયનાં વિકલિત મેળવો : $\dfrac{x}{1 + \tan x}$

➡ $y = \dfrac{x}{1 + \tan x}$

વિકલિતના ભાગાકારના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{x}{1 + \tan x}\right)$$

$$= \frac{(1 + \tan x) \cdot \frac{d}{dx}(x) - x\,\frac{d}{dx}(1 + \tan x)}{(1 + \tan x)^2}$$

$$= \frac{(1 + \tan x)(1) - x\,(0 + \sec^2 x)}{(1 + \tan x)^2}$$

$$= \frac{1 + \tan x - x\sec^2 x}{(1 + \tan x)^2}$$

24. **વિધેયનાં વિકલિત મેળવો : $(x + \sec x)\ (x - \tan x)$**

➡ $y = (x + \sec x)\ (x - \tan x)$

વિકલિતના ગુણાકારના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left[(x + \sec x)(x - \tan x)\right]$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = (x + \sec x)\frac{d}{dx}(x - \tan x) + (x - \tan x)\cdot\frac{d}{dx}(x + \sec x)$$

$$= (x + \sec x)\ (1 - \sec^2 x) + (x - \tan x)\ (1 + \sec x\ \tan x)$$

25. **વ્યાખ્યાની મદદથી વિકલિત મેળવો : $\cos\left(x - \frac{\pi}{8}\right)$**

➡ $f(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{8}\right)$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0}\frac{f(x + h) - f(x)}{h} \quad \text{(વ્યાખ્યા)}$$

$$= \lim_{h \to 0}\frac{\cos\left(x + h - \frac{\pi}{8}\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{8}\right)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0}\frac{-2\sin\left(\frac{x + h - \frac{\pi}{8} + x - \frac{\pi}{8}}{2}\right)}{h}\cdot\frac{\sin\left(\frac{x + h - \frac{\pi}{8} - x + \frac{\pi}{8}}{2}\right)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0}\frac{-2\sin\left(x - \frac{\pi}{8} + h\right)\cdot\sin\left(\frac{h}{2}\right)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} -\sin\left(x - \frac{\pi}{8} + h\right)\cdot\frac{\sin\left(\frac{h}{2}\right)}{\frac{h}{2}}$$

$$= -\sin\left(x - \frac{\pi}{8}\right) \quad \left(\because \lim_{x \to 0}\frac{\sin x}{x} = 1\right)$$

26. **વ્યાખ્યાની મદદથી વિકલિત મેળવો : $\sqrt{\sin x}$**

➡ $\dfrac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$

27. **વ્યાખ્યાની મદદથી વિકલિત મેળવો : $x^2 + x + 3$**

➡ $2x + 1$

28. **વ્યાખ્યાની મદદથી વિકલિત મેળવો :** $(x + 2)^3$

➡ $3(x + 2)^2$

29. **વિધેયનાં વિકલિત મેળવો : $(ax + b)(cx + d)^2$**

➡ $y = (ax + b)(cx + d)^2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left[(ax + b)(cx + d)^2\right]$ (વિકલન માટેના ગુણાકારનાં નિયમનો ઉપયોગ કરતાં)

$= (ax+b)\frac{d}{dx}(cx+d)^2 + (cx+d)^2\frac{d}{dx}(ax+b)$

$= (ax + b)\frac{d}{dx}\left[c^2x^2 + 2cdx + d^2\right] + (cx + d)^2\frac{d}{dx}(ax + b)$

$= (ax+b)\cdot\left[c^2\frac{d}{dx}\left(x^2\right) + 2cd\frac{d}{dx}(x) + \frac{d}{dx}\left(d^2\right)\right] + (cx + d)^2\cdot\left[a\frac{d}{dx}(x) + \frac{d}{dx}(b)\right]$

$= (ax + b)[2c^2x + 2cd] + (cx + d)^2(a)$

$= 2c(ax + b)(cx + d) + a(cx + d)^2$

30. **વિધેયનાં વિકલિત મેળવો : $(ax + b)^n (cx + d)^m$**

➡ $y = (ax + b)^n (cx + d)^m$ લો.

x– સાપેક્ષ વિકલન કરતાં આપણને,

$\therefore \frac{dy}{dx} = (ax + b)^n\frac{d}{dx}(cx + d)^m + (cx + d)^m\frac{d}{dx}(ax + b)^n$ મળે.

$= (ax + b)^n m(cx + d)^{m-1}\frac{d}{dx}(cx + d) + (cx + d)^m n(ax + b)^{n-1}\frac{d}{dx}(ax + b)$

$= m(ax + b)^n (cx + d)^{m-1}(c \times 1 + 0) + n(cx + d)^m (ax + b)^{n-1}(a \times 1 + 0)$

$= m(ax + b)^n (cx + d)^{m-1}c + n(cx + d)^m (ax + b)^{n-1}a$

$= (ax + b)^{n-1}(cx + d)^{m-1}[mc(ax + b) + na(cx + d)]$

31. **વિધેયનાં વિકલિત મેળવો : $\operatorname{cosec} x \times \cot x$**

➡ $y = \operatorname{cosec} x \cdot \cot x$

$= \frac{1}{\sin x}\cdot\frac{\cos x}{\sin x}$

$= \frac{\cos x}{\sin x \cdot \sin x}$

વિકલિતના ભાગાકારના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં,

$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2 x \cdot \frac{d}{dx}(\cos x) - \cos x \cdot \frac{d}{dx}(\sin x \cdot \sin x)}{(\sin x \cdot \sin x)^2}$

$= \frac{-\sin^2 x \cdot \sin x - \cos x\left[\sin x \cdot \frac{d}{dx}\sin x + \sin x \cdot \frac{d}{dx}(\sin x)\right]}{\sin^4 x}$ (ગુણાકારના નિયમનો ઉપયોગ)

$= \frac{-\sin^3 x - \cos x[\sin x \cdot \cos x + \sin x \cdot \cos x]}{\sin^4 x}$

$= \frac{-\sin^3 x - \cos x\,[2\sin x \cdot \cos x]}{\sin^4 x}$

$= \frac{-\sin^3 x - 2\sin x \cdot \cos^2 x}{\sin^4 x}$

$$= \frac{\sin x\left[-\sin^2 x - 2\cos^2 x\right]}{\sin^4 x}$$

$$= \frac{\cos^2 x - 1 - 2\cos^2 x}{\sin 3x} \quad (\because \sin^2 x + \cos^2 x = 1)$$

$$= \frac{-1 - \cos^2 x}{\sin^3 x}$$

➡ $y = \operatorname{cosec} x \cdot \cot x$

$$= \frac{1}{\sin x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$= \frac{\cos x}{\sin x \cdot \sin x}$$

વિકલિતના ભાગાકારના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2 x \cdot \frac{d}{dx}(\cos x) - \cos x \cdot \frac{d}{dx}(\sin x \cdot \sin x)}{(\sin x \cdot \sin x)^2}$$

$$= \frac{-\sin^2 x \cdot \sin x - \cos x\left[\sin x \cdot \frac{d}{dx}\sin x + \sin x \cdot \frac{d}{dx}(\sin x)\right]}{\sin^4 x} \quad \text{(ગુણાકારના નિયમનો ઉપયોગ)}$$

$$= \frac{-\sin^3 x - \cos x[\sin x \cdot \cos x + \sin x \cdot \cos x]}{\sin^4 x}$$

$$= \frac{-\sin^3 x - \cos x\,[2\sin x \cdot \cos x]}{\sin^4 x}$$

$$= \frac{-\sin^3 x - 2\sin x \cdot \cos^2 x}{\sin^4 x}$$

$$= \frac{\sin x\left[-\sin^2 x - 2\cos^2 x\right]}{\sin^4 x}$$

$$= \frac{\cos^2 x - 1 - 2\cos^2 x}{\sin 3x} \quad (\because \sin^2 x + \cos^2 x = 1)$$

$$= \frac{-1 - \cos^2 x}{\sin^3 x}$$

32. વિધેયનાં વિકલિત મેળવો : $\frac{\cos x}{1 + \sin x}$

➡ $y = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$

વિકલિતના ભાગાકારના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(1 + \sin x) \cdot \frac{d}{dx}\cos x - \cos x \cdot \frac{d}{dx}(1 + \sin x)}{(1 + \sin x)^2}$$

$$= \frac{(1 + \sin x)(-\sin x) - \cos x\,(\cos x)}{(1 + \sin x)^2} \quad (\because \text{ અચળ વિધેયનું વિકલન શૂન્ય છે.})$$

$$= \frac{-\sin x - \sin^2 x - \cos^2 x}{(1 + \sin x)^2}$$

$$= \frac{-\sin x - (\sin^2 x + \cos^2 x)}{(1 + \sin x)^2}$$

$= \dfrac{-\sin x - 1}{(1 + \sin x)^2}$

$= \dfrac{-(\sin x + 1)}{(1 + \sin x)^2}$

$= \dfrac{-1}{1 + \sin x}$

33. **વિધેયનાં વિકલિત મેળવો :** $\dfrac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$

➡ $y = \dfrac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$

વિકલિતના ભાગાકારના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં,

$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(\sin x - \cos x)\cdot\frac{d}{dx}(\sin x + \cos x) - (\sin x + \cos x)\cdot\frac{d}{dx}(\sin x - \cos x)}{(\sin x - \cos x)^2}$

$= \dfrac{(\sin x - \cos x)(\cos x - \sin x) - (\sin x + \cos x)(\sin x + \cos x)}{(\sin x - \cos x)^2}$

$= \dfrac{-(\sin x - \cos x)(\sin x - \cos x) - (\sin x + \cos x)^2}{(\sin x - \cos x)^2}$

$= \dfrac{-(\sin x - \cos x)^2 - (\sin x + \cos x)^2}{(\sin x - \cos x)^2}$

$= \dfrac{-2\sin^2 x - 2\cos^2 x + 2\sin x \cos x - 2\sin x \cos x}{(\sin x - \cos x)^2}$

$= \dfrac{-2\ (\sin^2 x + \cos^2 x)}{(\sin x - \cos x)^2}$

$= \dfrac{-2}{(\sin x - \cos x)^2}$

34. **વિધેયનાં વિકલિત મેળવો :** $\dfrac{\sec x - 1}{\sec x + 1}$

➡ $y = \dfrac{\sec x - 1}{\sec x + 1}$

વિકલિતના ભાગાકારના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં,

$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(\sec x + 1)\cdot\frac{d}{dx}(\sec x - 1) - (\sec x - 1)\cdot\frac{d}{dx}(\sec x + 1)}{(\sec x + 1)^2}$

$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(\sec x + 1)\sec x \cdot \tan x - (\sec x - 1)\sec x \cdot \tan x}{(\sec x + 1)^2}$ ($\because$ અચળ વિધેયનું વિકલન શૂન્ય છે.)

$= \dfrac{\sec x \cdot \tan x\ [\sec x + 1 - \sec x + 1]}{(\sec x + 1)^2}$

$= \dfrac{2\sec x \cdot \tan x}{(\sec x + 1)^2}$

35. **વિધેયનાં વિકલિત મેળવો :** $\sin^n x$

➡ ધારો કે, $y = \sin^n x$

$\Rightarrow y = (\sin x)^n$

$\therefore \frac{dy}{dx} = n(\sin x)^{n-1} \times \frac{d}{dx}(\sin x)$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(\sin x)^n$

$\therefore \frac{dy}{dx} = n \sin^{n-1} x \cos x$

36. વિધેયનાં વિકલિત મેળવો : $\frac{a + b\sin x}{c + d\cos x}$

➡ $y = \frac{a + b\sin x}{c + d\cos x}$

ભાગાકારના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(c+d\cos x)\frac{d}{dx}(a + b\sin x)-(a+b\sin x)\cdot\frac{d}{dx}(c+d\cos x)}{(c + d\cos x)^2}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{(c+d\cos x)(b\cos x) - (a+b\sin x)\cdot(-d\sin x)}{(c + d \cos x)^2}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{bc\cos x + bd\cos^2 x + ad\sin x + bd\sin^2 x}{(c + d \cos x)^2}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{bc\cos x + ad\sin x + bd(\cos^2 x+\sin^2 x)}{(c + d \cos x)^2}$$

$$= \frac{bc\cos x + ad\sin x + bd}{(c + d \cos x)^2} \quad (\because \cos^2 x+\sin^2 x=1)$$

37. વિધેયનાં વિકલિત મેળવો : $\frac{4x + 5\sin x}{3x + 7\cos x}$

➡ $y = \frac{4x + 5\sin x}{3x + 7\cos x}$

વિકલિત માટેના ભાગાકારના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(3x+7\cos x)\cdot\frac{d}{dx}(4x+5\sin x)-(4x+5\sin x)\cdot\frac{d}{dx}(3x+7\cos x)}{(3x + 7\cos x)^2}$$

$$= \frac{(3x+7\cos x)(4+5\cos x) - (4x+5\sin x)(3-7\sin x)}{(3x + 7\cos x)^2}$$

$$= \frac{3x(4+5\cos x)+7\cos x(4+5\cos x)-4x(3-7\sin x)-5\sin x(3-7\sin x)}{(3x + 7\cos x)^2}$$

$$= \frac{12x+15x\cos x+28\cos x+35\cos^2 x-12x+28x\sin x-15\sin x+35\sin^2 x}{(3x + 7\cos x)^2}$$

$$= \frac{35(\cos^2 x+\sin^2 x)+28\cos x+28x\sin x+15x\cos x-15\sin x}{(3x + 7\cos x)^2} \quad (\because \cos^2 x + \sin^2 x = 1)$$

$$= \frac{35 + 28\cos x + 28x \sin x + 15x \cos x - 15\sin x}{(3x + 7\cos x)^2}$$

38. વિધેયનાં વિકલિત મેળવો : $\frac{x}{\sin^n x}$

➡ $y = \frac{x}{\sin^n x}$ લો.

x- સાપેક્ષ વિકલન કરતાં,

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\sin^n x \frac{d}{dx}(x) - x\frac{d}{dx}(\sin^n x)}{(\sin^n x)^2}$$ (∵ વિકલન માટેનો ભાગાકારના નિયમથી)

$$= \frac{\sin^n x \times 1 - x\frac{d}{dx}(\sin x)^n}{\sin^{2n} x}$$

$(\sin x)^n$નું સાંકળના નિયમ મુજબ વિકલન કરતાં,

$$= \frac{\sin^n x - nx(\sin x)^{n-1}\frac{d}{dx}(\sin x)}{\sin^{2n} x}$$

$$= \frac{\sin^n x - nx \sin^{n-1} x \cos x}{\sin^{2n} x}$$

$$= \frac{(\sin x)^{n-1}[\sin x - nx\cos x]}{\sin^{2n} x}$$

$$= \frac{\sin x - nx\cos x}{\sin^{n+1} x}$$

39. **વિકલિત મેળવો :** $\frac{\cos(x-a)}{\cos x}$

➥ $\sec^2 x \cdot \sin a$

40. **વિકલિત મેળવો :** $(x^5 + x)\cos x$

➥ $(5x^4 + 1)\cos x - (x^5 + x)\sin x$

41. **વિકલિત મેળવો :** $\frac{x + \cos x}{\tan x}$

➥ $\frac{(1 - \sin x)\tan x - (x + \cos x)\sec^2 x}{\tan^2 x}$

42. **વિકલિત મેળવો :** $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{x}}{\sqrt{a} - \sqrt{x}}$

➥ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{a} - \sqrt{x}\right)^2}$

43. **વિકલિત મેળવો :** $\frac{x^5 - \cos x}{\sin x}$

➥ $\frac{-x^5 \cos x + 5x^4 \sin x - 1}{\sin^2 x}$

44. **વિકલિત મેળવો :** $\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}$

➥ $\frac{2}{1 - \sin 2x}$

45. **વિકલિત મેળવો :** $x^5(3 - 6x^{-9})$

➥ $15x^4 + 24x^{-5}$

46. **વિકલિત મેળવો :** $(3\sec x - 4\operatorname{cosec} x)(5\cos x - 2\sin x)$

➥ $(3\sec x - 4\operatorname{cosec} x)(-5\sin x - 2\cos x) + (5\cos x - 2\sin x)(3\sec x\tan x - 4\operatorname{cosec} x\cot x)$

47. **વિકલિત મેળવો :** $2x - 2 - \frac{1}{x^2} + \frac{4}{x^3}$

➥ $2 + \frac{2}{x^3} - \frac{12}{x^4}$

48. **વિકલિત મેળવો :** $\dfrac{2 - 3\cos x}{\sin x}$

➥ $\mathbf{\dfrac{3 - 2\cos x}{\sin^2 x}}$

49. **વિકલિત મેળવો :** $\sec x + 3\cot x - 4\tan x$

➥ $\mathbf{\sec x \tan x - 3\text{cosec}^2 x - 4\sec^2 x}$

50. **વિકલિત મેળવો :** $x^2 + \sin x + \dfrac{1}{x^2}$

➥ $\mathbf{2x + \cos x - \dfrac{2}{x^3}}$

51. **વિકલિત મેળવો :** જો $f(x) = \lambda x^2 + \mu x + 12$ હોય તથા $f'(4) = 15$ અને $f'(2) = 11$ હોય તો λ અને μ નું મૂલ્ય મેળવો.

➥ $\mathbf{\lambda = 1, \mu = 7}$

52. **વિકલિત મેળવો :** $y = \left(\sin\dfrac{x}{2} + \cos\dfrac{x}{2}\right)^2$ હોય તો $\dfrac{dy}{dx}$ નું મૂલ્ય $x = \dfrac{\pi}{4}$ આગળ શોધો.

➥ $\mathbf{\dfrac{1}{\sqrt{2}}}$

53. **વિકલિત મેળવો :** વક્ર $f(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 + x + 5$ નો $x = 1$ આગળ ઢાળ શોધો.

➥ **5**