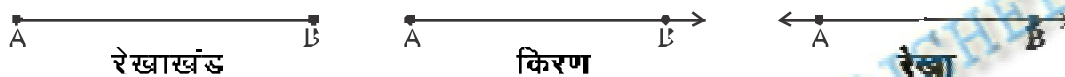


अध्याय-5

ज्यामितीय आकृतियों की समझ

5.1 गूगिका

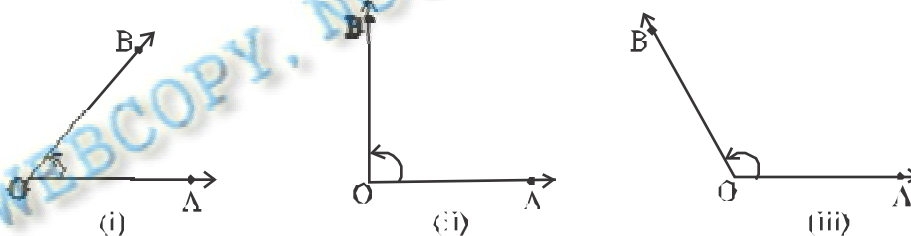
अभी तक हमने सीखा है कि एक रेखाखंड ल व अंत बिन्दु होते हैं। यदि हम लाल एक अंत बिन्दु को उसी दिशा में अपरिमित रूप में बढ़ाते हैं तो हमें किरण प्राप्त होती है तथा उसके दोनों अंत बिन्दुओं को अपने-अपने दिशा में अपरिमित बढ़ाते हैं तो हमें रेखा प्राप्त होती है।



चित्र-5.1

इन्हें \overline{AB} रेखाखंड, \overrightarrow{AB} किरण तथा \overleftrightarrow{AB} रेखा को लिखा गया है।

हम यह भी सीख चुके हैं कि जब दो किरणें एक बिन्दु पर मिलती या काटती हैं तो उन किरणों के बीच को कोण कहते हैं।



चित्र-5.2

उपर के चित्र में \overline{OA} तथा \overline{OB} एक शीर्ष बिन्दु 'O' पर मिलकर $\angle AOB$ बना रही है। चित्र (i) में न्यूनकोण, चित्र (ii) में समकोण तथा चित्र (iii) में अधिक कोण को दर्शाया गया है जहाँ \overline{OB} का झुकाव \overline{OA} पर वामावर्त दिश यानी घड़ी की सुई की विपरीत दिशा में अंग बढ़त जा रहा है। कोणों के इसी झुकाव की माप हम प्रोटक्टर की सहायता से करते हैं। कोण AOB की माप को हम $m\angle AOB$ लिखते हैं।

इस पाठ में हम विभिन्न कोण चुन के बारे में सीखेंगे।

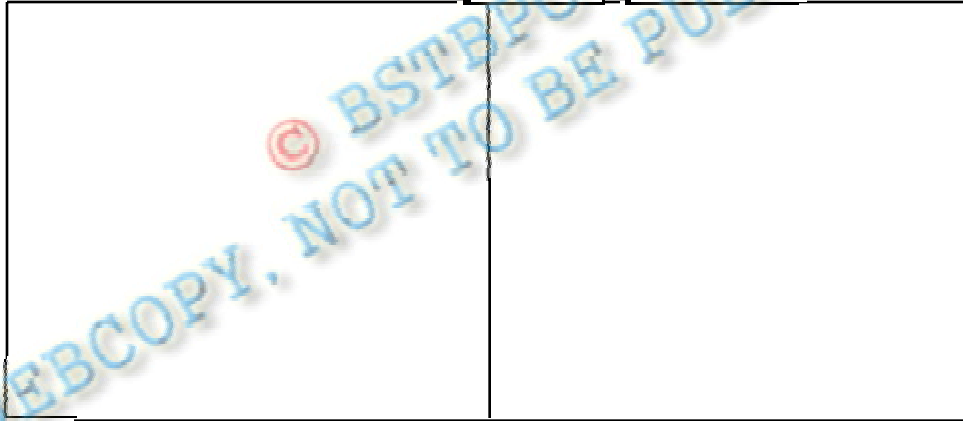
कुछ करें

1. चित्रों में बनने वाले विभिन्न कोणों को पहचानिए तथा उन पर गोल घेरा लगाइए—



चित्र-5.3

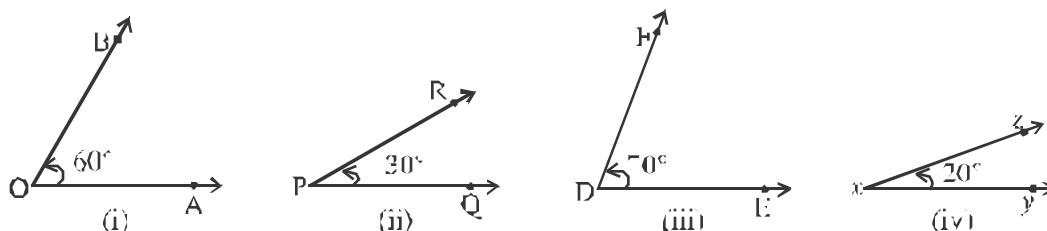
2. नीचे के खाने में कोई ऐसी दो आकृतियाँ बनाइए, जिसमें न्यूनकोण, समकोण तथा अधिककोण का प्रयोग हुआ हो।



3. प्रत्येक आकृति के नीचे उनका नाम लिखिए कि वह क्या है: रेखा / किरण / रेखाखण्ड / न्यूनकोण / समकोण / अधिककोण।

5.1 कोणों का युग्म

5.1.1 $i j d d l s k ; k d k V i j d d l s k ; k y f c i j d d l s k$ (Complementary angle)



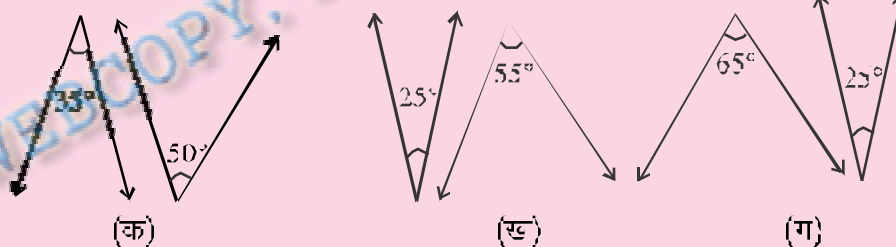
चित्र-5.4

किन्हीं दो कोणों की माप को एक साथ मिलाकर देखें। चित्र 5.4 के (i) एवं (ii) में बने कोण की माप $= 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$ तथा (iii) एवं (iv) में बन काम की माप $= 70^\circ + 20^\circ = 90^\circ$

यहाँ कोणों के युग्म बनायी जाड़ की माप आपस में मिलकर 90° है। कोणों का ऐसा जोड़ा जिनकी मापों का जोड़ 90° हो **पूरक कोण (Complementary Angle)** कहलाता है तथा युग्म के दोनों कोण एक दूसरे के **पूरक** कहलेंगे हैं। चित्र-5.4 में कोण (i), कोण (ii) का पूरक है। इसी प्रकार कोण (iii), कोण (iv) का पूरक है।

स्वयं करके देखिए

1 दिए गए कोणों के युग्मों में से कौन-सा युग्म पूरक कोण है?



चित्र-5.5

(क) $35^\circ + 50^\circ = 85^\circ$

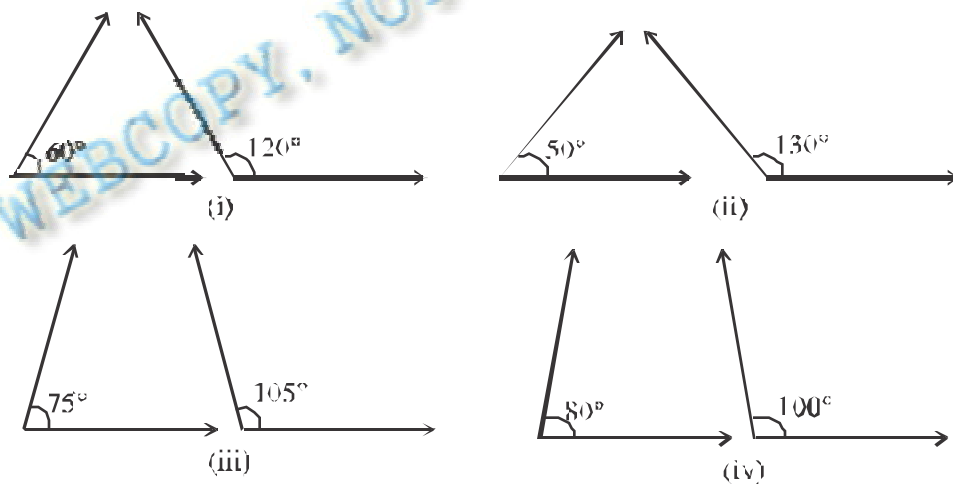
पूरक कोण नहीं है।

(ख) _____ () _____

2. दिए गए कोणों के पूरक की माप बताइए—
- क. 40° के कोण का पूरक = $90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$
- ख. 55° के कोण का पूरक =
- ग. 15° के कोण का पूरक =
- घ. 78° के कोण का पूरक =
3. दो कोण एक दूसरे का पूरक होंगे यदि वे दोनों—
- (i) न्यूनकोण हों (ii) समकोण हों (iii) अधिककोण हों
4. दो कोण एक-दूसरे के पूरक हैं, यदि उनके मापों का अंतर 30° है तो दोनों कोण की माप बताइए।

5.1.2 लंबाई के अंगुली कोण (Supplementary angle)

नीचे दिये कोणयुग्मों पर विचार कीजिए तथा सरल रेखा को पूरा कीजिए—



चित्र-5.6

सारणी

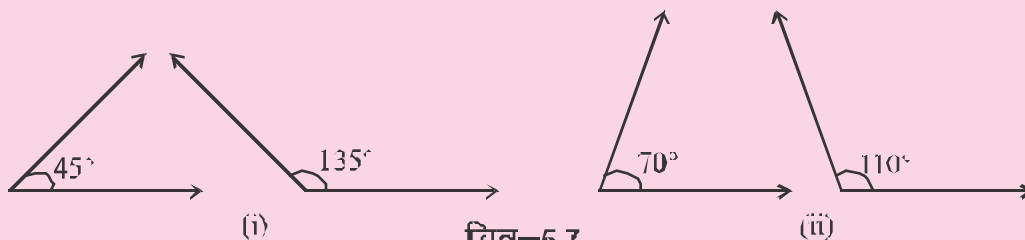
कोणों का युग्म	युग्म के पहले कोण की माप	युग्म के दूसरे कोण की माप	युग्म के दोनों कोणों की मापों का योग
(i)	60°	120°	180°
(ii)			
(iii)			
(iv)			

सारणी से स्पष्ट है कि कोणों का प्रत्येक युग्म या तो सड़क कोणों की मापों का योग 180° है। कोणों के ऐसे सड़क कोण (Supplementary Angle) कहलाते हैं। युग्म के दोनों कोण एक-दूसरे के संपूरक कहलाते हैं। सारणी में युग्म (i) में 60° का कोण, 120° के कोण का संपूरक है तथा 120° का कोण 60° के कोण का संपूरक है।

सोचिए : क्या 50° के कोण का संपूरक 130° है?
 80° का संपूरक 100° ही क्यों है?

रवयं करके देखिए

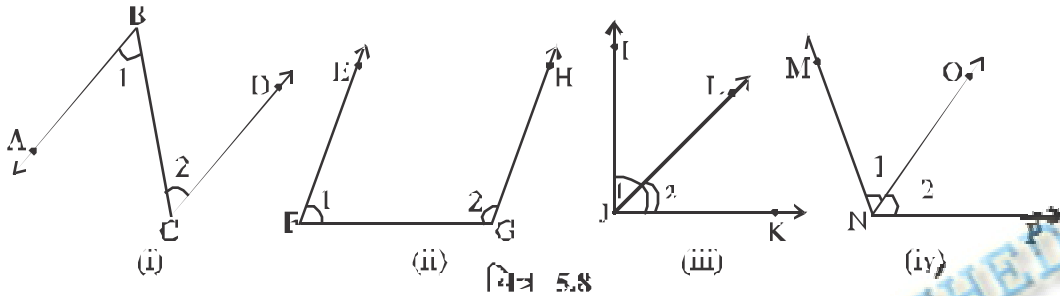
- यदि कोणों का युग्म संपूरक कोण हो, तब नीचे के कथनों में से कौन सत्य कथन हैं तथा कौन असत्य?
 - युग्म के दोनों कोण न्यूनकोण हो सकते हैं (असत्य)
 - युग्म के दोनों कोण समकोण हो सकते हैं ()
 - युग्म के दोनों कोण अधिककोण हो सकते हैं ()
 - युग्म के एक कोण अधिककोण तथा दूसरा न्यूनकोण हो सकता है ()
- नीचे कोणों के दो युग्म दिये गये हैं, उनमें कौन संपूरक कोण हैं? बताइए—



3. निम्नलिखित कोणों में स प्रत्येक के तंपूरक बत इर-

- | | | | |
|------------------|-------|------------------|-------|
| (i) 75° | | (ii) 125° | |
| (iii) 80° | | (iv) 90° | |

5.13 आसन्न कोण : आइए अब चित्र-5.8 में केम दुगुनों पर विचार करें-



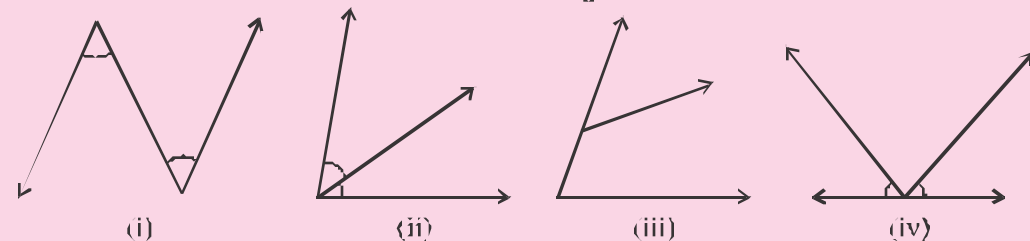
चित्र 5.8

ऊपर के सभी कोण युग्मों में केम बनाने वाले भुजाओं में से एक भुजा उभयनिष्ठ है। चित्र (i) एवं चित्र (ii) में दो शीर्ष हैं जबकि चित्र (iii) एवं चित्र (iv) में एक ही शीर्ष है। चित्र (iii) में कोण बनाने वाली दो भुजाएँ JI तथा JL उभयनिष्ठ भुजा JK के एक ही तरफ है, जबकि चित्र (iv) में कोण बनाने वाली भुजाएँ MN तथा NP उभयनिष्ठ भुजा NO के एक-एक तरफ हैं। चित्र (iv) में बन कोण युग्म आसन्न कोण (Adjacent Angle) है। इस प्रकार हम कह सकेंगे कि दो कोणों का ऐसा युग्म जिसमें दोनों कोण इस प्रकार संलग्न हैं कि

- उनका शीर्ष उभयनिष्ठ है।
- काग बनाने वाली भुजाओं में से एक भुजा उभयनिष्ठ है, तथा
- काग बनाने वाली दो भुजाएँ उभयनिष्ठ नहीं हैं, व उभयनिष्ठ भुजा के एक-एक तरफ हैं, आसन्न कोण कहलाता है।

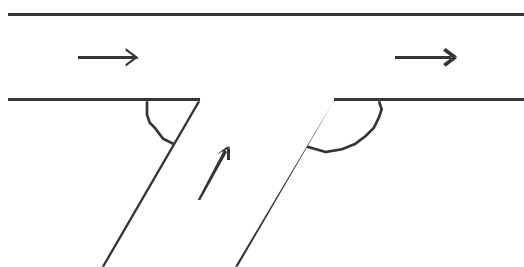
स्वयं करके देखिए

निम्न चित्रों में से कौन आसन्न कोणों का दुगुम बन रहे हैं?



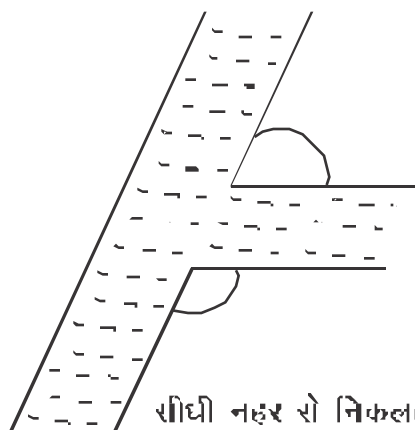
चित्र-5.9

5.1.4 रैखिक युग्म:



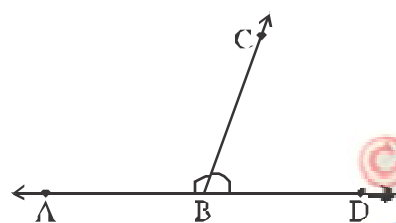
सीधी सड़क में मिलती
एक दूसरी सड़क

चित्र-5.10



सीधी नहर से निकलती
एक दूसरी नहर

ऊपर के दोनों चित्र आसन्न कोणों के उदाहरण हैं। यहाँ लण बनाने वाली भुजाओं में से एक भुजा उन्वयनिष्ठ है तथा शेष दायाँ हुआ उभयनिष्ठ भुजा के एक-एक तरफ इस प्रकार हैं कि वे एक दूसरे के ठीक विपरीत दिश में हैं तथा एक सीधी रेखा बना रही हैं।



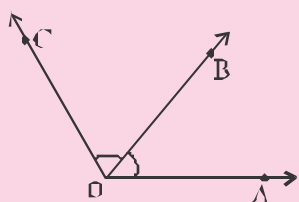
चित्र-5.11

यदि इसी प्रकार चित्र-5.11 में $\angle ABC$ तथा $\angle DBC$ आपस में मिलकर एक आसन्न कोण बना रहे हैं तथा AB एवं BD एक सरल रेखा बना रही हैं। अतः आसन्न कोणों का ऐसा युग्म रैखिक युग्म कहलाता है। अर्थात् आप कह सकते हैं कि जब आसन्न कोणों का योग 180° हो तब वे रैखिक युग्म बनते हैं।

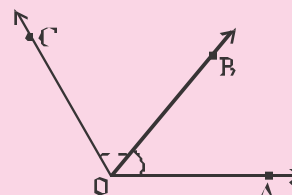
स्वयं करके देखिए

1. चित्र-5.12 को देखकर बताइए— $\angle AOB$ तथा $\angle BOC$ एक रैखिक युग्म बनाते हैं।

2. (a) क्या $\angle AOB$ तथा $\angle BOC$ आपस में मिलकर रैखिक युग्म बनाते हैं यदि हाँ तो कैसे, नहीं तो क्यों?



चित्र-5.13



चित्र-5.12

(b) रैखिक युग्म के कोण होते हैं : (i) पूरक (ii) संपूरक।

(c) $\angle AOB$ तथा $\angle BOC$ आपस में मिलकर रैखिक युग्म बनाते हैं यदि $\angle AOB = 75^\circ$ हो तो $\angle BOC$ की माप बताइए।

5.15 प्रतिच्छेदी रेखाएँ



दो रैखिक रेखाएँ पर एक दूसरे को काटती रहक



गुलेल



अंग्रेजी वर्णमाला का 24 वाँ अक्षर

चित्र-5.10

इन चित्रों को ध्यान से देखने पर आप इनमें एक समानता ढूँढ सकते हैं कि इनमें रेखाएँ एक दूसरे का एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं या काटती हैं। चित्र 5.15 में l और m दो रेखाएँ हैं तथा एक दूसरे को O बिन्दु पर प्रतिच्छेदित करती हैं। O बिन्दु इनमें अभिगमन बिन्दु है। इसे इन दोनों रेखाओं का प्रतिच्छेदन बिन्दु कहते हैं तथा l तथा m प्रतिच्छेदी रेखाएँ कहलाती हैं।

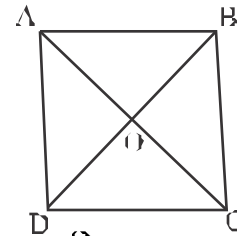


चित्र 5.15

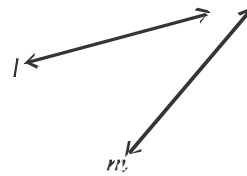
कुछ करें

चित्र 5.16 में बताइए—

1. प्रतिच्छेदन बिन्दु _____
2. प्रतिच्छेदी रेखाएँ _____
3. रैखिक युग्म के कोण होते हैं?
(i) संपूरक (ii) पूरक
4. रेखा l तथा m को आगे पीछे बढ़ाइए। क्या वे आमसा में एक दूसरे को काटती हैं। यदि काटती हैं तो किस बिन्दु पर काटती हैं?
5. दो कोण आपस में मिलकर रैखिक युग्म बनाते हैं तो दोनों कोण ह सकते हैं—
(i) न्यूनकोण (ii) सन्नकोण
(iii) अधिककोण (iv) एक न्यूनकोण एक अधिककोण



चित्र-5.16



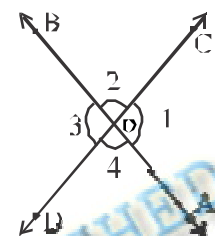
चित्र-5.17

5.1.6 ऊर्ध्वाधर सम्मुख कोण (Vertically opposite angle)



चित्र 5.18

चित्र-5.18 में एक सरल रेखा को एक दूसरे सरल रेखा काट रही है। अगर इस समानक को हम दो रेखाओं द्वारा देखना चाहें तो वह चित्र-5.19 के समान ही होगी जिसमें AB और CD दो रेखाएँ एक दूसरे को O बिन्दु पर काट रही हैं। इसमें चार कोण बन रहे हैं। इनमें $\angle 1$ तथा $\angle 3$ एवं $\angle 2$ तथा $\angle 4$ ऊर्ध्वाधर सम्मुख कोणों के युग्म हैं। आइए अब इन कोणों की माप पर विचार किया जाये। $\angle 1$ एवं $\angle 2$ मिलकर एक रैखिक युग्म बनाते हैं।



चित्र 5.19

तब, $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ \therefore \angle 1 = 180^\circ - \angle 2$(i)

उसी प्रकार $\angle 2$ एवं $\angle 3$ मिलकर एक रैखिक युग्म बनाते हैं।

तब, $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ \therefore \angle 3 = 180^\circ - \angle 2$(ii)

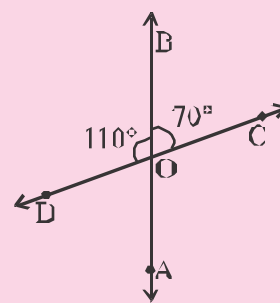
समीकरण (i) और (ii) से हम पाते हैं कि $\angle 1 = \angle 3$

इसी प्रकार हम दिखा सकते हैं $\angle 2 = \angle 4$

हम कह सकते हैं कि जब दो सरल रेखाएँ एक दूसरे को काटती हैं तो ऊर्ध्वाधर सम्मुख कोणों के दो युग्म बनते हैं तथा प्रत्येक युग्म के दोनों कोण समान मान के होते हैं।

स्वयं करके देखिए

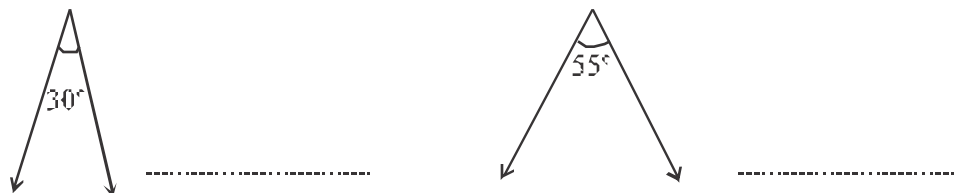
- चित्र-5.20 में AB और CD एक दूसरे को O बिन्दु पर काटती हैं। $\angle BOC = 70^\circ$ तथा $\angle BOD = 110^\circ$ हैं तब $\angle AOC$ एवं $\angle AOD$ को माप बताइए।
- अपने आस-पास से ऊर्ध्वाधर सम्मुख कोणों के दो उदाहरण प्रस्तुत कीजिए।



चित्र 5.20

प्रश्नावली 5.1

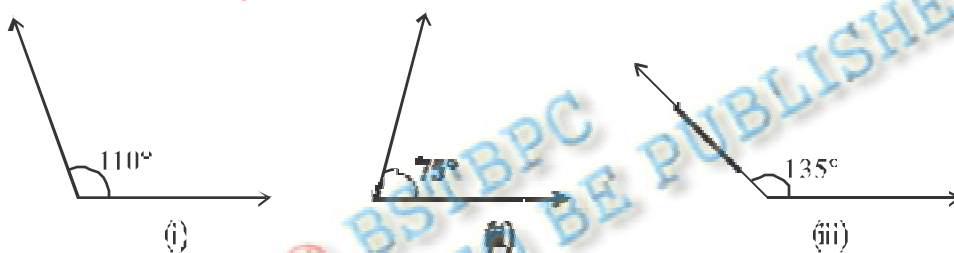
1. नीचे दिये गये कोणों का पूरक चाँद की सहायता से बनाइए—



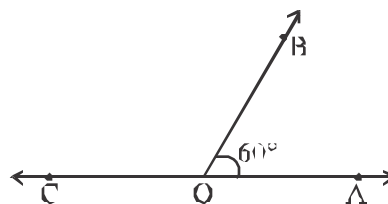
2. निम्न कोणों का पूरक ज्ञात कीजिए—

(i) 35° (ii) 54° (iii) 45° (iv) 78°

3. निम्न कोणों के संपूरक ज्ञात कीजिए—

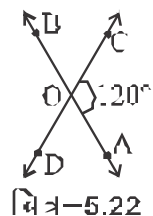


4. एक कोण तथा उसके पूरक की माप समान है दोनों की माप बताइए।
 5. संपूरक कोणों के योग में यदि एक कोण न्यूनकोण है तो उसका संपूरक अधिक कोण होगा या न्यूनकोण? कारण सहित बताइए।
 6. संलग्न चित्र में $\angle AOB$ तथा $\angle BOC$ एक रैखिक युग्म बना रहे हैं। यदि $\angle AOB = 60^\circ$ हो तो $\angle BOC$ की माप क्या क्या होगी?



चित्र-5.21

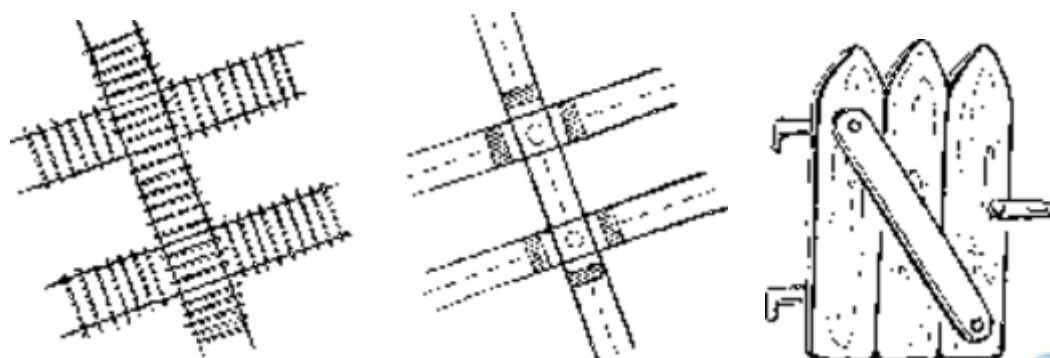
7. दिए गए चित्र में $\angle AOC = 120^\circ$ है, तब $\angle BOC$, $\angle BOD$ तथा $\angle AOD$ का मान ज्ञात कीजिए।



चित्र-5.22

5.2 तिर्यक रेखा के गुण

5.2.1. तिर्यक छेदी रेखा:



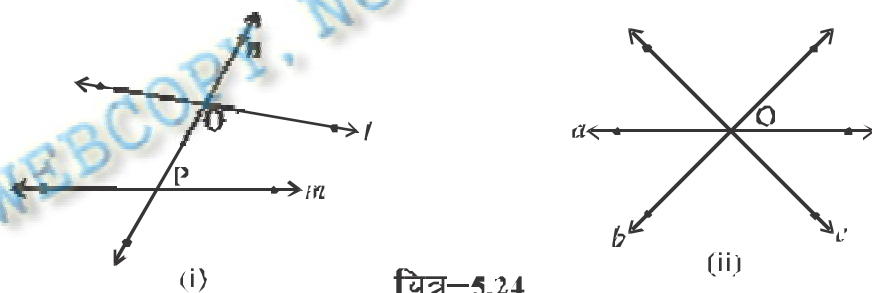
दो रेलवे लाइन को पार करती एक दूसरी रेलवे लाइन

दो सड़कों को पार करती एक सड़क

दरवाजे के तीस पटरियाँ को जोड़ती तिर्यक पटरियाँ

चित्र 5.23

उपर्युक्त चित्र का ध्यान से देखने पर आप पाते हैं कि यहाँ एक रेखा दो या दो से अधिक रेखाओं को भिन्न-भिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेदित करती है। ऐसी रेखाएँ **तिर्यक छेदी रेखाएँ** कहलती हैं।



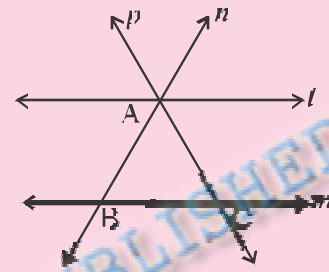
चित्र-5.24

यहाँ चित्र-5.24 के (i) में l और m दो रेखाएँ हैं जिन्हें एक n रेखा O तथा P बिन्दु पर प्रतिच्छेदित कर रही है, यहाँ n एक तिर्यक छेदी रेखा है। (ii) में a और b दो रेखाएँ हैं जिन्हें एक रेखा c एक ही बिन्दु O पर काटती है यह तिर्यक रेखा नहीं है, यहाँ तीनों रेखाएँ a, b तथा c एक ही बिन्दु 'O' से गुजर रहे हैं। एक बिन्दु से गुजरने वाली सभी रेखाएँ **संगामी रेखाएँ** कहलती हैं।

रवयं करके देखिए

1. l तथा m दा रेखडडं क लिए कितनी तिर्यक रेखाएँ खींटी न सक्तती हें?
2. l , m तथा n तीन रेखाओं के लिए रेखा p एक तिर्यक रेखा है। बतइए याँ कितने प्रतिच्छेद बिन्दु हें?
3. अपने आरा-पारा से ऐसी कुछ उदहरण दीजिए जि-में आप तिर्यक रेख देख पाएँ।
4. संलग्न चित्र को ध्यान से देखिए तथा निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए—

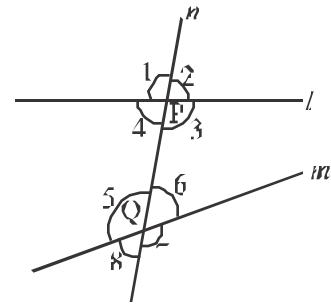
- (i) क्या रेखा p रेखा l तथा m के लिए तिर्यक रेखा है?
- (ii) क्या रेखा p रेखा l , m तथा n क लिए तिर्यक रेखा है?
- (iii) रेखा p , n तथा l कैसी रेखाएँ हैं? तिर्यक, समान्तर या संगामी?



चित्र-5.25

5.2.2 तिर्यक रेखा द्वारा दो रेखाओं को काटने से बनने वाले कोण संगत कोण—

चित्र 5.26 में n एक तिर्यक रेखा है जो l और m दो रेखडडं क दो भिन्न बिन्दु P और Q पर काटती है। इस प्रकार n और l प्रतिच्छेदी रेखाएँ हें। इस प्रकार बनने वाले चार कोणों को $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ तथा $\angle 4$ से दर्शाया गया है। उसी प्रकार n और m प्रतिच्छेदी रेखाएँ हें तथा उनके प्रतिच्छेदन बिन्दु पर बनने वाले चार कोण $\angle 5, \angle 6, \angle 7$, तथा $\angle 8$ हें। अतः हम कह सकते हैं कि n तिर्यक रेखा दो रेखाओं l तथा m क काटन से कुल 8 कोण बनाते हैं। तिर्यक रेखा के बायीं ओर बनने वाले कोण $\angle 1, \angle 4, \angle 5, \angle 8$ हें तथा तिर्यक रेखा के दायीं ओर बनने वाले कोण $\angle 2, \angle 3, \angle 6, \angle 7$ हें। उसी प्रकार l और m रेखडडं के ऊपर और नीचे से चार-चार कोण बन रहे हें। तिर्यक रेखा n के बायीं या दायीं तरफ l के ऊपर या नीचे और m के ऊपर या नीचे बना कोण युग्म क्रमशः संगत कोणों का युग्म कहलाता है। ऊपर के चित्र में $\angle 1$ तथा $\angle 5$, $\angle 2$ तथा $\angle 6$, $\angle 4$ तथा $\angle 8$ एवं $\angle 3$ तथा $\angle 7$ संगत कोणों के युग्म हें।

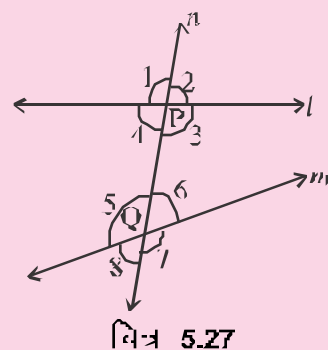


चित्र 5.26

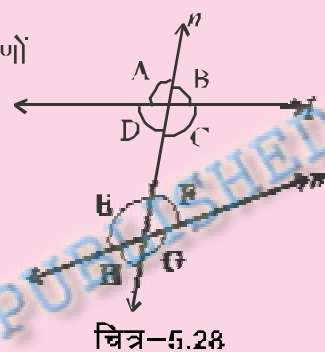
स्मरण करके देखिए

1. चित्र-5.27 में देखकर संगत कोणों के वरुं युग्मों को लिखिए-

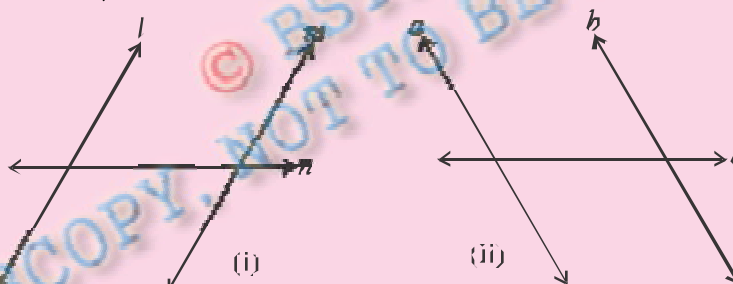
- (i) _____ और _____
- (ii) _____ और _____
- (iii) _____ और _____
- (iv) _____ और _____



2. चित्र-5.28 में दिखेक रेखा n के बायीं ओर बने संगत कोणों क युग्मों के नग लिखिए।



3. चित्र-5.29 में कर्णों का नामांकित कर सारणी में संगत कण युग्मों को लिखिए।

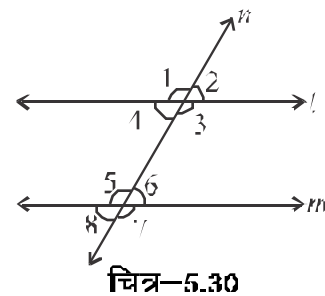


चित्र-5.29

5.2.3 एकान्तर कोण

रेखा l और m का तिर्यक रेखा n व भिन्न उनहों पर कटती हे। प्रतिच्छेदन बिन्दु पर बने कर्णों को चित्र-5.30 में दिखाय गय हे। $\angle 3$ और $\angle 5$ तथा $\angle 4$ और $\angle 6$ तिर्यक रेखा क दोनों तरफ के अन्तः कोणों का युग्म है जो आस में संलग्न नहीं है। ये अन्तः एकान्तर कोणों क युग्म हैं।

इसी प्रकार $\angle 2$ और $\angle 8$ तथा $\angle 1$ और $\angle 7$ भी बाह्य एकान्तर कोण हैं।

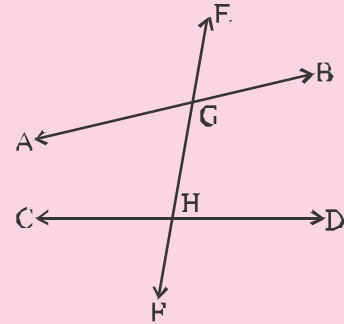


चित्र-5.30

स्वयं करके देखिए

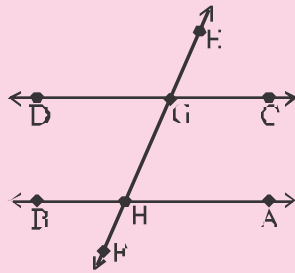
1. चित्र-5.31 में बाह्य एकान्तर कोण तथा अन्तः एकान्तर कोणों के योग को छोटकर लिखिए-

- (i) बाह्य एकान्तर कोण
(ii) अन्तः एकान्तर कोण



चित्र-5.31

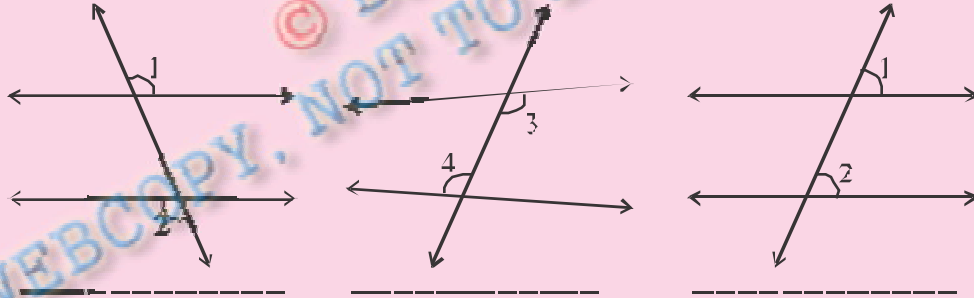
- 2.



चित्र-5.32

चित्र-5.32 में संगत कोणों तथा एकान्तर कोणों के योग बताइए।

3. दर्शाए गए कोण युग्म के पहचानिए व बताइए वे कौन से कोण युग्म हैं। संगत कोण, अन्तः एकान्तर कोण या बाह्य एकान्तर कोण?

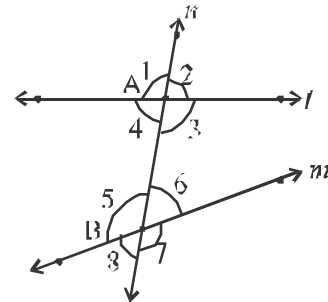


5.2.4 बाह्य एवं अन्तः कोण (Exterior & interior angle)

यहाँ n तिर्यक रेखा द्वारा l और m के रेखाओं को बिन्दु A एवं B पर काटने से कुल आठ कोण बने हैं। यहाँ रेखा l तथा m के बाहर की ओर बने हुए चार कोण **बाह्यकोण** तथा रेखा l और m के अन्दर की ओर बने हुए चार कोण **अन्तःकोण** कहलते हैं।

बाह्यकोण = $\angle 1, \angle 2, \angle 7$ तथा $\angle 8$

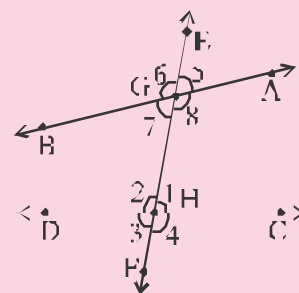
अन्तःकोण = $\angle 3, \angle 4, \angle 5$ तथा $\angle 6$



चित्र 5.33

स्नयन करके देखिए

- (i) बहिर्कोणों के नाम लिखिए।
- (ii) अन्तःकोणों के नाम लिखिए।

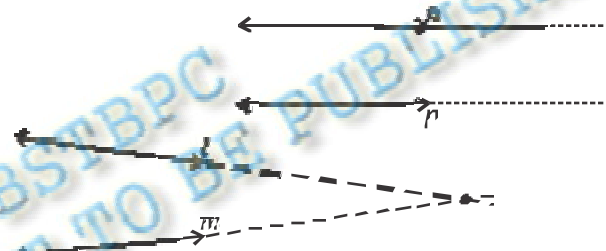


चित्र-5.34

5.3 समांतर रेखाओं के गुण

5.3.1 समांतर रेखाएँ (Parallel lines)

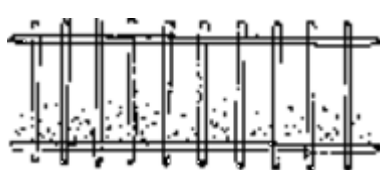
किसी तल में खींची गई दो रेखाओं पर विचार करें। यदि दोनों ओर इन रेखाओं को असीमित बढ़ाया जाये तो हम पाते हैं या तो रेखाएँ एक दूसरे से एक बिन्दु पर मिलती हैं या फिर कभी और कहीं नहीं मिलती। जो रेखाएँ आपस में मिलती हैं वे प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं तथा जो आगमन में कभी नहीं मिलती समांतर रेखाएँ कहलाती हैं। यदि m तथा n समांतर रेखाएँ हैं तो इसी $m \parallel n$ द्वारा प्रदर्शित करते हैं।



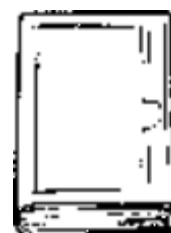
चित्र-5.35



नदी या नहर का दो किनारा



रेलवे लाइन के दो रेल

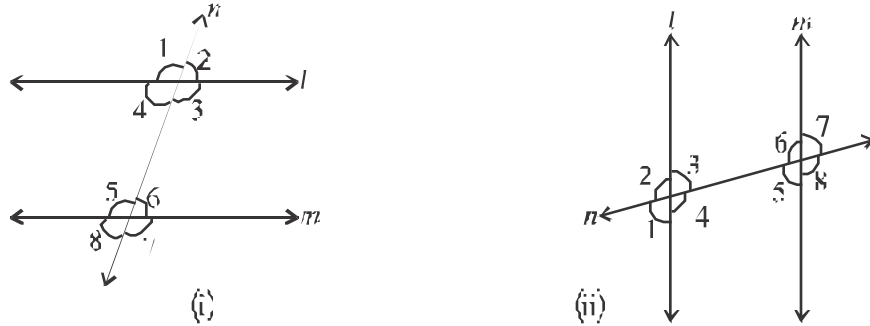


पुस्तक के आगने-सामने के दो किनारे

चित्र-5.36

5.3.2 समांतर रेखाओं की तिर्यक रेखा-

l और m दो समांतर रेखाएँ हैं जिनको n एक तिर्यक रेखा काटती है। इस प्रकार बने 8 कोणों के माप को प्रोपर्टी की सहायता से निम्न सारणी को पूरें-



चित्र-5.37

क्षेत्र	$\angle 1$	$\angle 2$	$\angle 3$	$\angle 4$	$\angle 5$	$\angle 6$	$\angle 7$	$\angle 8$
(i)								
(ii)								

यहाँ ध्यान पतते हैं कि $\angle 1 = \angle 5$, $\angle 2 = \angle 6$, $\angle 3 = \angle 7$ तथा $\angle 4 = \angle 8$ यानी संगत कोणों के समान माप का है।

फिर $\angle 1 = \angle 7$, $\angle 2 = \angle 8$, $\angle 3 = \angle 5$ तथा $\angle 4 = \angle 6$

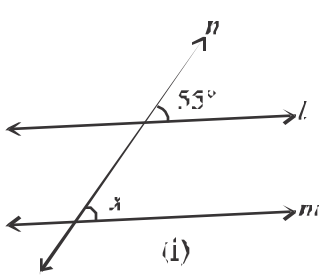
यानी एकान्तर कोणों का बाह्य एवं अन्तः समान माप का है। फिर $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$ तथा $\angle 5 + \angle 6 = 180^\circ$ यानी तिर्यक रेखा के एक ओर के अन्तः कोणों का योग समरूप यानी 180° है।

इस प्रकार हम इस नतीजे पर पहुँचते हैं कि जब दो समांतर रेखाओं को एक तिर्यक रेखा काटती है तब

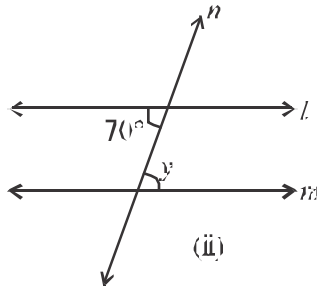
- संगत कोणों के प्रत्येक युग्मों में कोणों की माप समान होती है।
- एकान्तर कोणों के प्रत्येक युग्म में कोणों की माप समान होती है।
- तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्तः कोणों का योग 180° यानी समरूप होता है।

रख करके देखिए

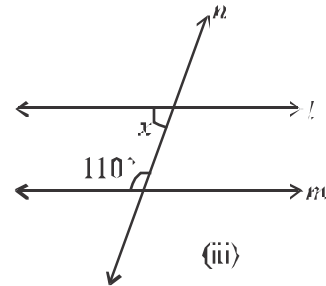
नीचे दिए गए चित्रों में $l \parallel m$ हो तो अज्ञात कोणों के माप ज्ञात कीजिए।



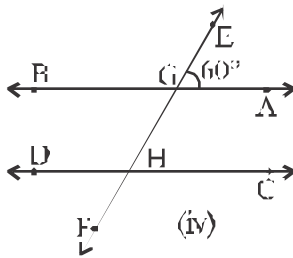
$\angle x =$



$\angle y =$



$\angle x =$



$\angle BGH =$

$\angle DHP =$

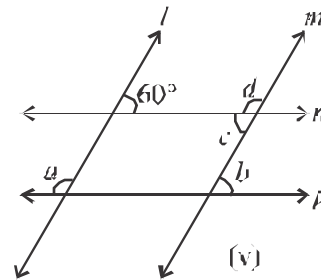
$\angle GHC =$

$a =$

$b =$

$c =$

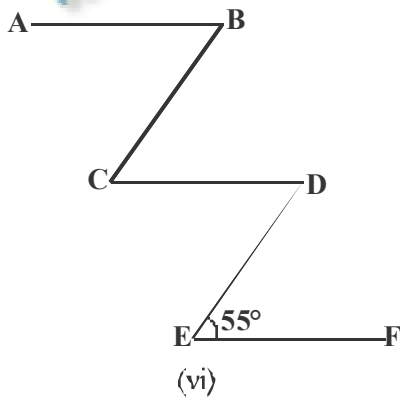
$d =$



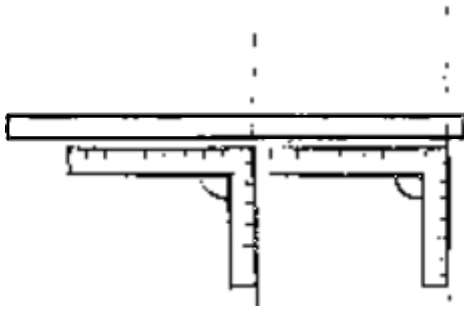
$\angle B =$

$\angle C =$

$\angle D =$



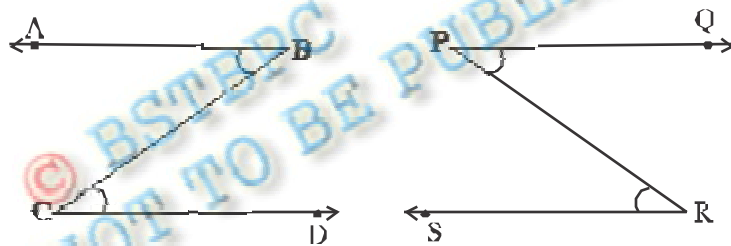
5.3.3. समांतर रेखाओं की जाँच—



चित्र—5.38

आइए अब विचार करें कि जब दो रेखाएँ दी हुई हों, तब वे समांतर हैं या नहीं, इसकी जाँच कैसे हो। दैनिक जीवन में इन अक्सर समान्तर रेखाओं की आवश्यकता पड़ती रहती है। नक्शा बनाने वाले, मिरची, बटई आकार चित्र 5.38 में दिखायी गयी वस्तुओं का प्रयोग करके आपको दिखाई पड़ जायेंगे। यहाँ वे रेखाओं को समान्तर करने के लिए दो \perp को स्केल पर रखकर संगत कोण को बराबर करते हैं। अतएव इन सकते हैं—

“जब दो रेखाओं को तिर्यक रेखा इस प्रकार काटे कि संगत कोणों के योग समान हो तब रेखाएँ समांतर होती हैं। अब चित्र—5.39 पर विचार कीजिए। इसमें Z की सीधी एवं उल्टी आकृति बन रही है। इन आकृतियों में $AB \parallel CD$ तथा $PQ \parallel SR$ दिखाई पड़ रही है, इसका अर्थ: एकान्तर कोणों के बराबर होने के कारण हो रहा है। अतः हम यह कह सकते हैं कि यदि दो रेखाओं को एक तिर्यक रेखा काटती है तथा एकान्तर कोणों के योग समान हों तब रेखाएँ समान्तर होती हैं।

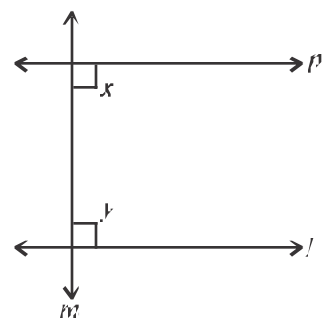


चित्र—5.39

कुछ करें

एक रेखा l खींचिए। फिर l के लम्बवत् एक रेखा m खींचिए। अब एक दूसरी रेखा p इस प्रकार खींचिए कि वह m के लम्बवत् हो। यहाँ रेखा p तथा l , रेखा m पर लम्ब है। ये दोनों रेखाएँ समान्तर हैं क्योंकि $\angle x = \angle y = 90^\circ$ ।

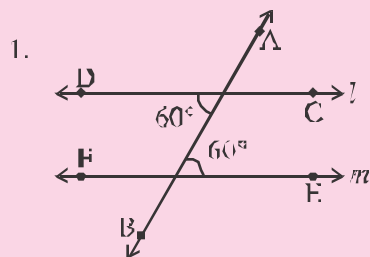
इस प्रकार हम कह सकते हैं कि जब दो रेखाओं को कोई तिर्यक रेखा इस प्रकार काटे कि तिर्यक रेखा के एक ही ओर बने अंतः कोणों का योग 180° हो, तब दोनों रेखाएँ समांतर होंगी।



चित्र—5.40

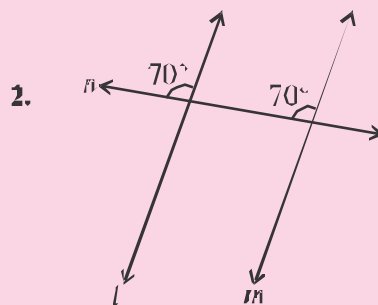
स्वयं करके देखिए

नीचे दिए गए चित्रों में बताइए रेखाएँ l व m समांतर हैं या नहीं रथ में करण भी दीजिए।



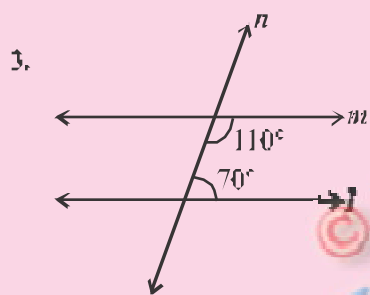
हैं / नहीं

करण—



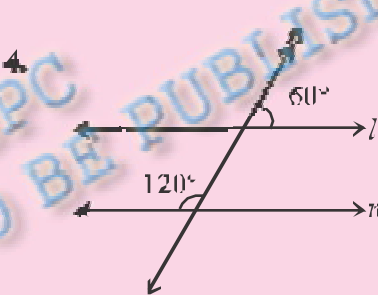
हैं / नहीं

करण—



हैं / नहीं

करण—



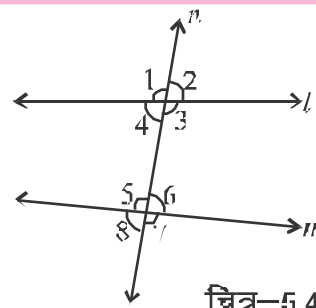
हैं / नहीं

करण—

प्रश्नावली-5.2

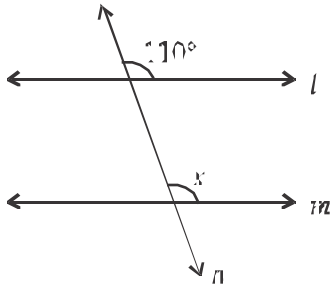
चित्र में बताइए—

1. संगत कोणों के युग्मों के नाम।
2. अन्तः एकान्तर कोणों के युग्मों के नाम।
3. बहिर् एकान्तर कोणों के युग्मों के नाम।
4. तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्तः कोणों के नाम।

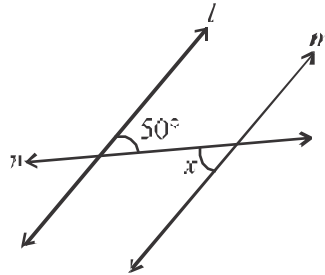


चित्र-5.4.1

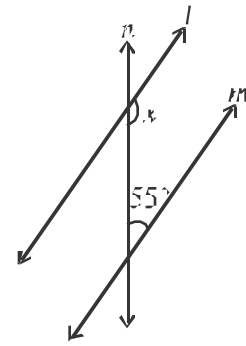
5. $l \parallel m$, जब x की माप बताइए।



(i)



(ii)

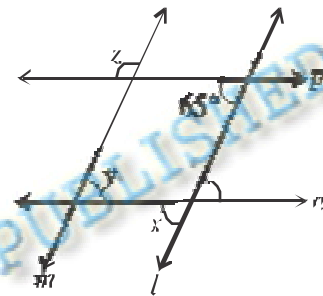


(iii)

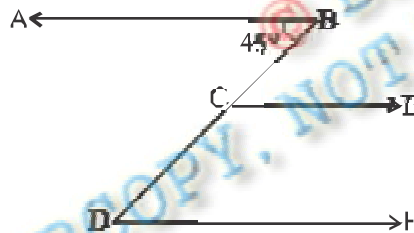
6. चित्र-5.12 में $l \parallel m$ तथा $p \parallel n$

तब $\angle x$ तथा $\angle y$ का मान ज्ञात कीजिए।

7. चित्र-5.12 में $\angle z$ का मान क्या होगा? तथा इसमें बनने वाला व्युत्पन्न किस प्रकार का होगा? क्या यह बताइए।



चित्र-5.12



चित्र-5.13

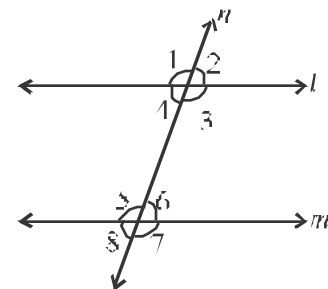
8.

चित्र-5.13 में $AB \parallel CE$ तथा $CE \parallel DF$ तब $\angle B = 45^\circ$ तब $\angle C$ तथा $\angle D$ का मान ज्ञात करें। क्या $AB \parallel DF$ यदि हाँ तो क्यों?

9. चित्र-5.44 में l और m दो रेखाओं को n एक रैखिक रेखा काटती है तब

(i) किन-किन कोणों के बराबर होना पर $l \parallel m$ होगा?

(ii) चित्र-5.44 में $\angle 1 + \angle 5 = 180^\circ$ है। तब क्या $l \parallel m$ होगा?



चित्र-5.44

हमने सीखा

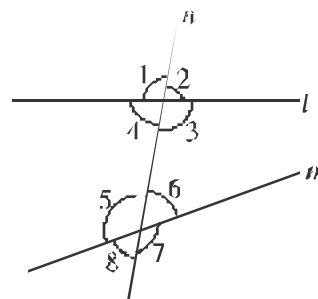
1. दो कोणों की माप 90° हो तो वे दोनों मिलकर पूरक कोण युग्म तथा अलग-अलग आस में एक दूसरे के पूरक कहलाते हैं।
2. कोणों का ऐसा युग्म जिसके मापों का योग 180° हो, संपूरक कोण कहलाते हैं। युग्म के दोनों कोण एक दूसरे के संपूरक कहलाते हैं।
3. कोणों का ऐसा युग्म जिसमें दोनों कोण इस प्रकार संलग्न हैं कि उनका शीर्ष उभयनिष्ठ हो, कोण बनाने वाले भुजाओं में से एक भुजा उभयनिष्ठ है तथा कोण बनाने वाली जो भुजाएँ उभयनिष्ठ नहीं हैं, वे उभयनिष्ठ भुजा के एक-एक तरफ हैं, आसन्न कोण कहलाते हैं।
4. एक आसन्न कोणों का योग 180° हो तब वे वैश्विक युग्म बनते हैं।
5. जब दो सरल रेखाएँ एक दूसरे को काटती हैं तो ऊर्ध्व रम्भस कोणों का दो युग्म बनता है तथा प्रत्येक युग्म के दोनों कोण समांग नम के होते हैं।
6. एक रेखा दो या दो से अधिक रेखाओं के भिन्न-भिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेदित करती है, तिर्यक रेखा कहलाती है।
एक बिन्दु से होकर गुजरने वाली सभी रेखाएँ संगामी रेखाएँ कहलाती हैं।

तिर्यक रेखा द्वारा दो रेखाओं को काटने से

(i) संगत कोणों का जोड़ा $\angle 2$ एवं $\angle 6$, $\angle 1$ एवं $\angle 5$, $\angle 4$ एवं $\angle 8$, $\angle 3$ एवं $\angle 7$ बनते हैं।

(ii) एकान्तर अन्तः कोण का जोड़ा $\angle 3$ एवं $\angle 5$ तथा $\angle 1$ एवं $\angle 6$ बनते हैं।

(iii) एकान्तर बाह्य कोण का जोड़ा $\angle 1$ एवं $\angle 7$, तथा $\angle 2$ एवं $\angle 8$ बनते हैं।



7. जब दो समांतर रेखाओं को एक तिर्यक रेखा काटती है तब
 - (i) संगत कोणों के प्रत्येक युग्म में कोणों की माप समान होती है।
 - (ii) एकान्तर कोणों के प्रत्येक युग्म में कोणों की माप समान होती है।
 - (iii) तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्तः कोणों का योग 180° होता है।
8. दो रेखाएँ समांतर होंगी, यदि और केवल यदि
 - (i) संगत कोण बराबर हों
 - (ii) एकान्तर कोण बराबर हों तथा
 - (iii) एक ही ओर के अन्तः कोणों का योगफल 180° हो।

