

حرکت

(Motion)

حرکت کو بیان کرنا سیکھیں گے۔ ہم اس قسم کی حرکت کا سادہ ریاضیاتی مساواتوں اور گراف کے ذریعے اظہار کرنا بھی سیکھیں گے۔ بعد میں ہم دائری حرکت کو بیان کرنے کے طریقے سیکھیں گے۔

8.1 سرگرمی

- بحث کیجیے کہ آپ کے کمرہ جماعت کی دیواریں حالت سکون میں ہیں یا حرکت کر رہی ہیں۔

8.2 سرگرمی

- کیا آپ نے کبھی یہ تجربہ کیا ہے کہ آپ جس ریل گاڑی میں بیٹھے ہوئے ہوں وہ آپ کو حرکت کرتی ہوئی محسوس ہوئی ہو، جبکہ دراصل وہ رکی ہوئی ہو؟
- اپنا تجربہ اپنے ساتھیوں کو بتائیے اور اس پر بحث کیجیے۔

سوچے اور عمل کیجیے

کئی بار ہمیں اپنی آس پاس کی اشیاء کی حرکت کی وجہ سے خطرہ بھی ہوتا ہے۔ خاص طور پر اس صورت میں، جب کہ یہ حرکت بے ضبط اور بے قابو ہو، جیسے کہ ایک سیلاب زدہ دریا، ایک طوفان یا ایک سونامی کی لہر۔ دوسری طرف، ایسی حرکت، جس پر ہمارا قابو ہو، انسان زندگی کے لیے سہولتیں بھی مہیا کرتی ہے، جیسے کہ آپ برقی پاور کی پیداوار۔ اب آپ کیا اس طرح کی اشیاء کی حرکت کا مطالعہ کرنے اور ان پر قابو پانا سیکھنے کی ضرورت محسوس کرتے ہیں؟

اپنی روزانہ زندگی میں کچھ چیزوں کو حالت سکون میں اور کچھ کو حرکت کرتے ہوئے دیکھتے ہیں۔ پرندے ہوا میں پرواز کرتے ہیں، مچھلیاں پانی میں تیرتی ہیں اور خون شریانوں اور رگوں میں بہتا ہے۔ ایٹم، مالیکیول، سیارے، ستارے اور گلیکسی (Galaxy) سب حرکت کر رہے ہیں۔ ہم اکثر و بیشتر کسی شے کی حرکت کا احساس تب کرتے ہیں جب اس کے مقام میں وقت کے ساتھ تبدیلی ہوتی ہے۔ لیکن بعض حالات میں ہم ایک شے میں ہونے والی حرکت کا احساس بالواسطہ شواہد سے اخذ کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر ہم ہوا کی حرکت، دھول اڑنے اور درختوں کی پتیوں اور ٹہنیوں کے ہلنے سے اخذ کرتے ہیں۔ طلوع آفتاب، غروب آفتاب اور موسموں کی تبدیلی جیسے مظاہر کی وجہ کیا ہے؟ کیا یہ سب زمین کی حرکت کے باعث ہوتا ہے؟ اگر یہ درست ہے تو ہم زمین کی حرکت کا احساس براہ راست کیوں نہیں کر پاتے؟

ایک شے کسی ایک شخص کو تو حرکت کرتی ہوئی معلوم ہو سکتی ہے، جبکہ وہی شے ایک دوسرے شخص کو مقیم (Stationary)۔ ایک چلتی ہوئی بس کے مسافروں کو سڑک کے کنارے لگے درخت پیچھے کی سمت میں حرکت کرتے ہوئے معلوم ہوتے ہیں۔ سڑک پر کھڑا ہوا شخص محسوس کرتا ہے کہ بس اور اس کے ساتھ ساتھ اس میں بیٹھے مسافر آگے کی سمت میں حرکت کر رہے ہیں۔ جبکہ بس میں بیٹھا ہوا شخص یہ محسوس کرتا ہے کہ اس کے ساتھی مسافر حالت سکون میں ہیں۔ یہ مشاہدات کیا نشاندہی کرتے ہیں؟

زیادہ تر حرکتیں پیچیدہ ہوتی ہیں۔ کچھ اشیاء ایک خط مستقیم پر حرکت کر سکتی ہیں، جبکہ کچھ دائری راستہ اختیار کر سکتی ہیں۔ کچھ گردش (Rotation) کر سکتی ہیں اور کچھ ارتعاش (Vibration) کر سکتی ہیں۔ ایسی صورتیں بھی ہو سکتی ہیں، جن میں حرکت ان تمام قسم کی حرکتوں یا ان میں سے کچھ کا مجموعہ ہو۔ اس باب میں ہم پہلے ایک خط مستقیم (Straight line) پر چیزوں کی

8.1 حرکت کو بیان کرنا

(Describing Motion)

ہوتی ہے۔ کیا اس مثال میں آپ شے کے آخری مقام C کا فاصلہ آغازی مقام O سے معلوم کر سکتے ہیں؟ یہ فرق آپ کو شے کے O سے C تک، A سے گزرتے ہوئے، منتقلی (Displacement) کی عددی قدر دے گا۔ آغازی مقام سے آخری مقام تک کا ناپا ہوا کم ترین فاصلہ نقل/منتقلی کہلاتا ہے۔

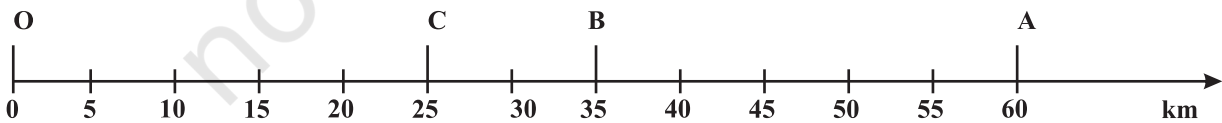
کیا نقل کی عددی قدر ایک شے کے ذریعے طے کیے گئے فاصلے کے مساوی ہو سکتی ہے؟

شکل 8.1 میں دکھائی گئی مثال ملاحظہ کیجیے۔ شے کی O سے A تک کی حرکت کے لیے، طے کیا گیا فاصلہ 60km ہے اور نقل کی عددی قدر بھی 60km ہے۔ لیکن اس کی O سے A تک اور پھر واپس B تک کی حرکت میں، طے کیا گیا فاصلہ: $60\text{km} + 25\text{km} = 85\text{km}$ ہے، جبکہ نقل کی عددی قدر 35km ہے۔ اس طرح، نقل کی عددی قدر (35km)، طے کیے گئے راستے کی لمبائی (85km) کے مساوی نہیں ہے۔ مزید یہ ہم بھی دیکھیں گے کہ ایک حرکت میں نقل کی عددی قدر صفر بھی ہو سکتی ہے، جبکہ طے کیا گیا متعلقہ فاصلہ صفر نہیں ہو۔ اگر ہم یہ مان لیں کہ شے واپس O تک سفر کرتی ہے تو آخری مقام، آغازی مقام پر منطبق ہے، اس لیے نقل صفر ہے۔ حالانکہ اس سفر میں طے کیا گیا فاصلہ:

اس لیے کسی شے کی مجموعی حرکت کو بیان کرنے کے لیے اور اس کے آغازی مقام کی مناسبت سے اس کے اختتامی مقام کی جائے وقوع متعین کرنے کے لیے، دو مختلف طبعی مقداریں: فاصلہ اور نقل، استعمال کی جاتی ہیں۔

8.3 سرگرمی

- ایک میٹر اسکیل اور ایک لمبی رسی لیجیے۔
- باسکٹ بال کورٹ کے ایک کونے سے اس کے سامنے والے کونے تک لائن کے ساتھ ساتھ چلیے۔
- آپ نے جو فاصلہ طے کیا اور نقل کی عددی قدر ناپیے۔
- اس صورت میں آپ ان دونوں میں کیا فرق پائیں گے؟



شکل 8.1: ایک خط مستقیم راستے پر ایک شے کے مقامات

ہم کسی شے کی جائے وقوع ایک حوالہ جاتی نقطہ (Reference Point) کو متعین کر کے، بیان کرتے ہیں۔ آئیے اس بات کو ایک مثال کے ذریعے سمجھیں۔ ہم مان لیتے ہیں کہ ایک گاؤں کا اسکول ریلوے اسٹیشن سے 2 کلو میٹر کی جانب ہے۔ ہم نے اسکول کا مقام (Position) ریلوے اسٹیشن کی مناسبت سے متعین کیا ہے۔ اس مثال میں ریلوے اسٹیشن حوالہ جاتی نقطہ ہے۔ ہم اپنی سہولت کے لحاظ سے کوئی اور حوالہ جاتی نقطہ بھی منتخب کر سکتے تھے۔ اس لیے، کسی شے کے مقام کو بیان کرنے کے لیے ہمیں ایک حوالہ جاتی نقطہ، جسے مبدا (Origin) کہتے ہیں، متعین کرنا ہوتا ہے۔

8.1.1 خط مستقیم پر حرکت

(Motion along a Straight Line)

سب سے سادہ حرکت کی قسم ایک خط مستقیم پر حرکت ہے۔ ہم پہلے ایک مثال کی مدد سے اسے بیان کرنا سیکھیں گے۔ ایک مستقیم راستے پر حرکت کرتی ہوئی شے کی حرکت ملاحظہ کیجیے۔ شے اپنا سفر نقطہ O سے شروع کرتی ہے، جسے ہم اس کا حوالہ نقطہ مان سکتے ہیں (شکل 8.1)۔ فرض کیجیے B'A اور C مختلف لمحات پر اس کا مقام ظاہر کرتے ہیں۔ پہلے شے A اور B سے گذر کر نقطہ A پر پہنچتی ہے۔ پھر وہ اسی راستے پر واپس لوٹتی ہے اور B سے گذر کر C پر پہنچتی ہے۔

شے کے ذریعے طے کیے گئے راستے کی کل لمبائی: $OA + AC$ ، یعنی کہ $60\text{ km} + 35\text{ km} = 95\text{ km}$ ہے۔ یہ شے کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ (Distance) ہے۔ فاصلہ بیان کرنے کے لیے ہمیں صرف عددی قدر متعین کرنی ہوتی ہے، حرکت کی سمت نہیں۔ ایسی کئی مقداریں ہیں، جنہیں بیان کرنے کے لیے ان کی صرف عددی قدر متعین کرنی ہوتی ہے۔ ایک طبعی مقدار کی عددی قدر اس کی مطلق قدر (Magnitude)

سرگرمی 8.4

گاڑیوں میں ایسا آلہ نصب ہوتا ہے جو طے کیا گیا فاصلہ بتاتا ہے۔ اس آلہ کو فاصلہ پیم (Odometer) کہتے ہیں۔ ایک کار بھونہنیور سے دہلی تک چلائی گئی۔ فاصلہ پیم کی آغازی اور اختتامی ریڈنگ کا فرق 1850km ہے۔

ہندوستان کا سرک کا نقشہ استعمال کر کے بھونہنیور اور دہلی کے درمیان نقل کی عددی قدر معلوم کیجیے۔

سوالات

1- ایک شے نے کچھ فاصلہ طے کیا ہے۔ کیا اس کی منتقلی صفر ہو سکتی ہے؟ اگر ہاں، تو اپنے جواب کے حق میں ایک مثال دیجیے۔

2- ایک کسان ایک مربع کھیت کا ایک ضلع، جس کی لمبائی 10 میٹر ہے، 40 سیکنڈ میں طے کرتا ہے۔ 2 منٹ 20 سیکنڈ ختم ہونے پر، منتقلی کی عددی قدر اس کے آغازی مقام سے کتنی ہوگی؟

3- مندرجہ ذیل میں سے نقل کے لیے کون درست ہے؟
(a) یہ صفر نہیں ہو سکتا
(b) اس کی عددی قدر شے کے ذریعے طے کیے گئے فاصلے سے بڑی ہوتی ہے۔

مساوی فاصلہ طے کرتی ہیں۔ مثال کے طور پر جب کوئی کار ایک بھونہنیور والی گلی میں سے گذر رہی ہو یا کوئی شخص پارک میں دوڑ رہا ہو۔ یہ کچھ غیر یکساں حرکت کی مثالیں ہیں۔

سرگرمی 8.5

• دو اشیاء A اور B کی حرکت سے متعلق آنکڑے مندرجہ ذیل جدول (8.1) میں دیے گئے ہیں۔
• انہیں غور سے دیکھیے اور بتائیے کہ ان اشیاء کی حرکت یکساں ہے یا غیر یکساں۔

جدول 8.1

وقت	شے A کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ (میٹر میں)	شے B کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ (میٹر میں)
9.30 (بجے صبح)	10	12
9.45 (بجے صبح)	20	19
10.00 (بجے صبح)	30	23
10.15 (بجے صبح)	40	35
10.30 (بجے صبح)	50	37
10.45 (بجے صبح)	60	41
11.00 (بجے صبح)	70	44

8.2 حرکت کی شرح کی پیمائش

(Measuring the Rate of Motion)

شکل 8.2 میں دکھائی گئی صورت پر غور کیجیے۔ اگر شکل 8.2(a) میں بولنگ چال 143kmh⁻¹ ہے، تو اس کا مطلب ہے؟ شکل 8.2(b) میں دکھائے گئے سائن بورڈ سے آپ کیا سمجھتے ہیں؟

مختلف اشیاء ایک دیے ہوئے فاصلے کو طے کرنے میں مختلف وقت لے سکتی ہیں۔ ان میں سے کچھ تیزی سے حرکت کرتی ہیں اور کچھ کی حرکت آہستہ ہوتی ہے۔ اشیاء جس شرح سے حرکت کرتی ہیں وہ بھی مختلف ہو سکتی ہیں۔ اور مختلف اشیاء یکساں شرح سے بھی حرکت کر سکتی ہیں۔ ایک شے کی حرکت کرنے کی شرح کو ناپنے کا ایک طریقہ یہ بھی ہو سکتا ہے کہ معلوم کیا جائے کہ شے نے اکائی وقت میں کتنا فاصلہ طے کیا۔ اس مقدار کو ہم چال

8.1.2 یکساں حرکت اور غیر یکساں حرکت (Uniform Motion and Non Uniform Motion)

تصور کیجیے کہ ایک شے ایک خط مستقیم پر حرکت کر رہی ہے۔ فرض کیجیے وہ پہلے سیکنڈ میں 5 سیکنڈ میٹر طے کرتی ہے۔ دوسرے سیکنڈ میں 5 میٹر اور طے کرتی ہے، تیسرے سیکنڈ میں بھی 5 میٹر طے کرتی ہے اور چوتھے سیکنڈ میں بھی 5 میٹر طے کرتی ہے۔ اس صورت میں وہ ہر ایک سیکنڈ میں 5 میٹر طے کرتی ہے۔ کیونکہ شے مساوی وقفہ وقت میں مساوی فاصلہ کرتی ہے، ہم کہتے ہیں کہ اس کی حرکت ”یکساں حرکت“ ہے۔ اس حرکت میں وقفہ وقت چھوٹا ہونا چاہیے۔ ہم اپنی روزانہ زندگی میں بہت سی ایسی صورتیں دیکھتے ہیں، جن میں اشیاء مساوی وقفہ وقت میں غیر

حرکت

گئے کل فاصلہ کو اس فاصلہ کو طے کرنے میں لگنے والے وقت سے تقسیم کر کے حاصل کی جاتی ہے، یعنی کہ:

$$\frac{\text{طے کیا گیا کل فاصلہ}}{\text{لگنے والا کل وقت}} = \text{اوسط چال}$$

اگر ایک شے t وقت میں فاصلہ 's' طے کرتی ہے، تو اس کی چال 'u' دی جاتی ہے:

$$v = \frac{s}{t} \quad (8.1)$$

آئیے اسے ایک مثال کی مدد سے سمجھیں۔ ایک کار 2 گھنٹے میں 100 کلومیٹر فاصلہ طے کرتی ہے۔ اس کی اوسط چال 50 km h^{-1} ہے۔ ہو سکتا ہے کار تمام وقت 50 km h^{-1} سے ہی نہ چلتی رہی ہو۔ ہو سکتا ہے کسی وقت وہ اس سے تیز چلی ہو اور کسی وقت اس سے آہستہ۔

مثال 8.1 ایک شے 4 سیکنڈ میں 16 میٹر طے کرتی ہے اور مزید 16m، 2s میں سیکنڈ طے کرتی ہے۔ اس شے کی اوسط چال کیا ہے؟

حل:

$$16\text{m} + 16\text{m} = 32\text{m} = \text{فاصلہ طے کیا گیا کل}$$

$$4\text{s} + 2\text{s} = 6\text{s} = \text{لگنے والا کل وقت}$$

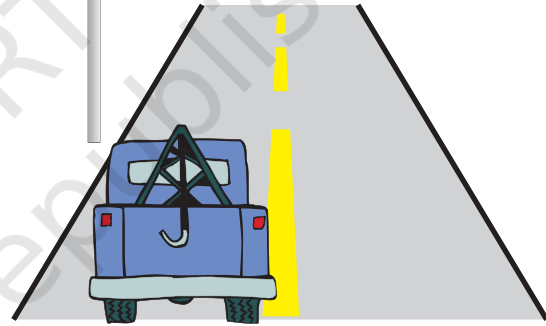
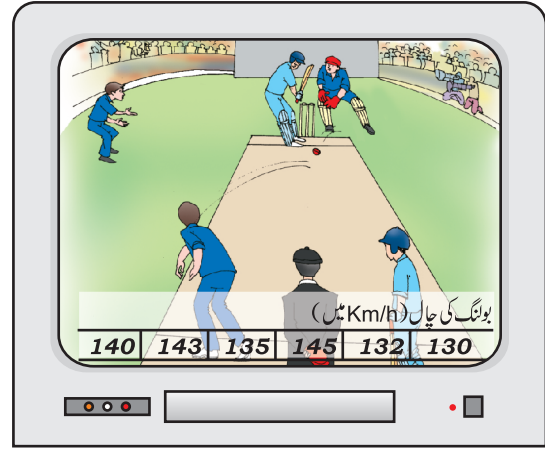
$$\frac{32\text{m}}{6\text{s}} = \frac{\text{طے کیا گیا کل فاصلہ}}{\text{لگنے والا کل وقت}} = \text{اوسط چال}$$

$$= 5.33 \text{ m s}^{-1}$$

اس لیے، شے کی اوسط چال 5.33 m s^{-1} ہے۔

8.2.1 چال مع سمت (Speed with Direction)

ایک شے کی حرکت کی شرح زیادہ جامع ہو جاتی ہے اگر ہم اس کی چال کے ساتھ ساتھ اس کی حرکت کی سمت بھی متعین کر دیں۔ وہ مقدار جو ان دونوں پہلوؤں کو متعین کرتی ہے، ”رفتار“ (Velocity) کہلاتی ہے۔ رفتار شے کی وہ چال ہے جو ایک طے شدہ سمت میں حرکت کر رہی ہے۔ ایک شے کی رفتار یکساں بھی ہو سکتی ہے اور متغیرہ (Variable) بھی۔ اسے شے کی چال، حرکت کی سمت یا دونوں کو تبدیل کر کے تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ جب



شکل 8.2

(Speed) کہتے ہیں۔ چال کی SI اکائی میٹر فی سیکنڈ ہے۔ اسے علامت

m s^{-1} سے ظاہر کرتے ہیں۔ چال کی دوسری اکائیوں میں سینٹی میٹر فی

سیکنڈ (cm s^{-1}) اور کلومیٹر فی گھنٹہ (km h^{-1}) شامل ہیں۔

ایک شے کی چال متعین کرنے کے لیے ہمیں صرف اس کی عددی قدر

درکار ہوتی ہے۔ ضروری نہیں ہے کہ ایک شے کی چال مستقل ہی ہو۔ زیادہ

تر صورتوں میں اشیاء غیر یکساں حرکت کر رہی ہوتی ہیں۔ اس لیے ہم ایسی

اشیاء کی حرکت کی شرح ان کی اوسط چال کی شکل میں بیان کرتے ہیں۔

ایک شے کی اوسط چال (Average Speed) اس کے ذریعے طے کیے

سوالات

- 1- چال اور رفتار میں فرق واضح کیجیے۔
- 2- کن شرائط کے ساتھ ایک شے کی اوسط رفتار کی عددی قدر اس کی اوسط چال کے مساوی ہوگی؟
- 3- ایک سواری کا رفتار پیا (Speedometer) کیا ناپتا ہے؟
- 4- جب ایک شے یکساں حرکت کر رہی ہو تو اس کا راستہ کس شکل کا ہوگا؟
- 5- ایک تجربے میں ایک خلائی جہاز (Spaceship) سے ایک وائرلیس سکینل زمینی اسٹیشن (Ground Station) تک 5 منٹ میں پہنچا۔ خلائی جہاز کا زمینی اسٹیشن سے فاصلہ کتنا تھا؟ ($3 \times 10^8 \text{ m}$)
 s^{-1} روشنی کی چال = وائرلیس کی چال)۔

مثال 8.2 ایک کار کا اوڈومیٹر سفر کے شروع میں 2000 کلومیٹر اور سفر کے اختتام پر 2400 کلومیٹر ظاہر کرتا ہے۔ اگر سفر میں 8 گھنٹے لگے، تو کار کی اوسط چال کا حساب km h^{-1} میں، اور m s^{-1} میں لگائیے۔

حل:

$$\begin{aligned} \text{کار کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ} &= s = 2400 \text{ km} - 2200 \text{ km} = 400 \text{ km} \\ t &= 8 \text{ h, لگنے والا وقت} \\ v_{av} &= \frac{s}{t} = \frac{400 \text{ km}}{8 \text{ h}} \\ &= 50 \text{ km h}^{-1} \\ &= 50 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = \\ &= 13.9 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

کار کی اوسط چال 500 km h^{-1} یا 13.9 m s^{-1} ہے۔

ایک شے ایک خط مستقیم متغیر چال سے حرکت کر رہی ہو تو ہم اس کی حرکت کی شرح کی عدد قدر کو اس کی اوسط رفتار کی شکل میں ظاہر کر سکتے ہیں۔ اس کا حساب اسی طرح لگایا جاتا ہے، جس طرح ہم اوسط چال کا حساب لگاتے ہیں۔

اگر ایک شے کی رفتار، یکساں شرح کے ساتھ تبدیل ہو رہی ہو، تو اوسط رفتار دیے ہوئے وقفہ میں، اس کی آغازی رفتار (Initial velocity) اور اختتامی رفتار (Final velocity) کے حسابی وسطانیہ (Arithmetic mean) کے ذریعے دی جاتی ہے یعنی کہ

$$\text{اوسط رفتار} = \frac{\text{آغازی رفتار} + \text{اختتامی رفتار}}{2}$$

$$v_{av} = \frac{v + v}{2} \quad (8.2)$$

جہاں v_{av} ، اوسط رفتار ہے، u شے کی آغازی رفتار اور v شے کی اختتامی رفتار ہے۔ چال اور رفتار کو اکثر ہم معنی طور پر بھی استعمال کیا جاتا ہے۔ دونوں کی اکائیاں یکساں ہیں۔

سرگرمی 8.6

اپنے گھر آپ کو بس اسٹاپ یا اپنے اسکول تک پیدل چلنے میں جتنا وقت لگتا ہے، اس کی پیمائش کیجیے۔ اگر آپ یہ مانتے ہیں کہ آپ کے چلنے کی اوسط چال 4 km h^{-1} ہے، تو اپنے گھر سے بس اسٹاپ یا اسکول کے فاصلے کا تخمینہ لگائیے۔

سرگرمی 8.7

جب بادل گھرے ہوتے ہیں تو بار بار بادل گرجتے ہیں اور بجلی کڑکتی ہے۔ آپ کو بادلوں کی گرج بعد میں سنائی دیتی ہے اور بجلی کڑکتی ہوئی پہلے دکھائی دے جاتی ہے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں، ایسا کیوں ہوتا ہے؟ ایک اسٹاپ واچ یا ہاتھ کی ہندسی گھڑی (Digital Watch) کی مدد سے ان دونوں کے بیچ کا وقفہ وقت ناپیے۔ بجلی کڑکنے کے قریب ترین نقطے کے فاصلہ کا حساب لگائیے۔ (مان لیجیے، آواز کی چال $= 346 \text{ m s}^{-1}$)۔

مثال 8.3 اوشا ایک 90 میٹر کے تالاب میں تیرتی ہے۔ وہ تالاب کے ایک سرے سے دوسرے سرے تک اور پھر واپس پہلے سرے تک 180 میٹر، سیدھے راستے پر، ایک منٹ میں تیرتی ہے۔ اوشا کی اوسط چال اور اوسط رفتار معلوم کیجیے۔

حل

$$180 \text{ m} = \text{اوشا کے ذریعے 1 منٹ میں طے کیا گیا فاصلہ}$$

$$0 = \text{اوشا کی ایک منٹ میں منتقلی}$$

$$\text{اوسط چال} = \frac{\text{طے کیا گیا کل فاصلہ}}{\text{لگنے والا کل وقت}}$$

$$\frac{180 \text{ m}}{1 \text{ min}} = \frac{180 \text{ m}}{1 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ sec}}$$

$$= 3 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{منتقلی} = \frac{\text{اوسط رفتار}}{\text{لگنے والا کل وقت}}$$

$$= \frac{0 \text{ m}}{60 \text{ s}}$$

$$= 0 \text{ m s}^{-1}$$

اوشا کی اوسط چال 3 m s^{-1} اور اس کی اوسط رفتار 0 m s^{-1} ہے۔

8.3 رفتار کی تبدیلی کی شرح

(Rate of Change of Velocity)

ایک شے کی، خطِ مستقیم پر، یکساں حرکت کے دوران، اس شے کی رفتار وقت کے ساتھ مستقل ہوتی ہے۔ اس صورت میں، کسی بھی وقفہ وقت کے لیے، رفتار میں تبدیلی صفر ہوتی ہے۔ لیکن، غیر یکساں حرکت میں رفتار، وقت کے ساتھ تبدیل ہوتی ہے۔ مختلف لمحات وقت اور راستے کے مختلف نقاط پر اس کی قدریں مختلف ہوتی ہیں۔ اس لیے، کسی وقفہ وقت کے دوران، شے کی رفتار میں تبدیلی صفر نہیں ہوتی۔ کیا، اب ہم کسی شے کی تبدیلی رفتار کو ظاہر کر سکتے ہیں؟

اس طرح کے سوال کا جواب دینے کے لیے، ہمیں ایک اور طبعی مقدار کو متعارف کرانا پڑے گا، جسے ”اسراع“ (Acceleration) کہتے ہیں۔ یہ کسی شے کی اکائی وقت میں تبدیلی رفتار کا ناپ ہے۔

$$\text{اسراع} = \frac{\text{رفتار میں تبدیلی}}{\text{اس تبدیلی میں لگنے والا وقت}}$$

اگر ایک شے کی رفتار، وقفہ وقت t میں، آغازی قدر u سے تبدیل ہو کر اختتامی قدر v ہو جاتی ہے، تو اسراع a دیا جاتا ہے:

$$a = \frac{v - u}{t} \quad (8.3)$$

اس قسم کی حرکت، اسرعی حرکت (Accelerated Motion) کہلاتی ہے۔ اسراع کو ہم مثبت مانتے ہیں، اگر یہ رفتار کی سمت میں ہے اور منفی مانتے ہیں، اگر یہ رفتار کی سمت کے مخالف سمت میں ہے۔ اسراع کی SI اکائی m s^{-2} ہے۔

اگر ایک شے ایک مستقیم خط پر سفر کرتی ہے اور اس کی رفتار مساوی وقفہ وقت میں مساوی مقدار میں کم یا زیادہ ہوتی ہے، تو شے کا اسراع، یکساں کہلاتا ہے۔ ایک آزادانہ گرتی ہوئی شے (Freely Falling Body) کی حرکت، مساوی اسرعی حرکت کی مثال ہے۔ اس کے برخلاف، ایک شے غیر یکساں اسراع کے ساتھ بھی حرکت کر سکتی ہے، اگر اس کی رفتار غیر یکساں شرح کے ساتھ تبدیل ہو رہی ہو۔ مثال کے طور پر، ایک سیدھی سڑک پر چلتی ہوئی کار، اگر اپنی رفتار کی مقدار میں، یکساں وقفہ وقت میں، غیر یکساں اضافہ کرتی ہے تو کہا جائے گا کہ کار غیر یکساں اسراع کے ساتھ حرکت کر رہی ہے۔

8.8 سرگرمی

- آپ اپنی روزمرہ زندگی میں مختلف قسم کی ”حرکت“ دیکھتے ہیں، جیسے:
 - (a) اسراع، حرکت کی سمت میں ہے۔
 - (b) اسراع، حرکت کی سمت کے مخالف سمت میں ہے۔
 - (c) اسراع یکساں ہے۔
 - (d) اسراع غیر یکساں ہے۔
- کیا آپ اوپر دی ہوئی حرکت کی قسموں میں سے ہر ایک قسم کی ایک مثال شناخت کر سکتے ہیں۔

مثال 8.4 حالت سکون سے شروع کر کے، راہول اپنی سائیکل چلانا شروع کرتا ہے۔ اور 30 سیکنڈ میں اس کی رفتار 6ms^{-1} ہو جاتی ہے۔ پھر وہ بریک لگاتا ہے اور اگلے 5 سیکنڈ میں اس کی رفتار کم ہو کر 4ms^{-1} ہو جاتی ہے۔ دونوں صورتوں میں سائیکل کے اسراع کا حساب لگائیے۔

حل:

پہلی صورت میں

$$u = 0, \text{ آغازی رفتار}$$

$$v = 6\text{ms}^{-1}, \text{ اختتامی رفتار}$$

$$t = 30\text{s}, \text{ وقت}$$

مساوات (8.3) سے، ہمارے پاس ہے۔

$$a = \frac{v - u}{t}$$

مندرجہ بالا مساوات میں u اور v کی دی ہوئی قدریں رکھنے پر، ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$$a = \frac{(6\text{ms}^{-1} - 0\text{ms}^{-1})}{30\text{s}} = 0.2\text{ms}^{-2}$$

دوسری صورت میں:

$$u = 6\text{ms}^{-1}, \text{ آغازی رفتار}$$

$$v = 4\text{ms}^{-1}, \text{ اختتامی رفتار}$$

$$t = 5\text{s}, \text{ وقت}$$

تب

$$a = \frac{(4\text{ms}^{-1} - 6\text{ms}^{-1})}{5\text{s}} = -0.4\text{ms}^{-2}$$

پہلی صورت میں سائیکل کا اسراع 0.2ms^{-2} اور دوسری صورت میں -0.4ms^{-2} ہے۔

سوالات

- آپ کب کہیں گے کہ ایک جسم (i) یکساں اسراع سے حرکت کر رہا ہے۔ (ii) غیر یکساں اسراع سے حرکت کر رہا ہے۔

2- ایک بس اپنی چال 5sec^{-1} میں 80k m h^{-1} سے 60k m h^{-1} کر لیتی ہے۔ بس کا اسراع معلوم کیجیے۔

3- ایک ریل گاڑی اسٹیشن سے چلنا شروع کرتی ہے اور یکساں اسراع سے حرکت کرتے ہوئے 10 منٹ میں 40k m h^{-1} کی رفتار پکڑ لیتی ہے۔ اس کا اسراع معلوم کیجیے۔

8.4 حرکت کا گراف اظہار

(Graphical Representation of Motion)

گراف مختلف واقعات کے بارے میں اطلاعات کو تصویری شکل میں ظاہر کرنے کا ایک آسان طریقہ مہیا کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر، یک روزہ کرکٹ میچ کو ٹیلی ویژن پر دکھاتے وقت، عمودی بار گراف ایک ٹیم کے ذریعے ہر اوور میں بنائے گئے رنوں کی شرح کو ظاہر کرتے ہیں جیسا کہ آپ نے ریاضی میں پڑھا ہے خط مستقیم گراف، دو متغیرات والی خطی مساوات حل کرنے میں مدد کرتے ہیں۔

ایک شے کی حرکت کو بیان کرنے کے لیے ہم خطی گراف استعمال کرتے ہیں۔ اس صورت میں، خطی گراف، ایک طبعی مقدار، جیسے فاصلہ یا رفتار، کے دوسری، طبعی مقدار، جیسے وقت، پر انحصار کو ظاہر کرتے ہیں۔

8.4.1 فاصلہ۔ وقت گراف

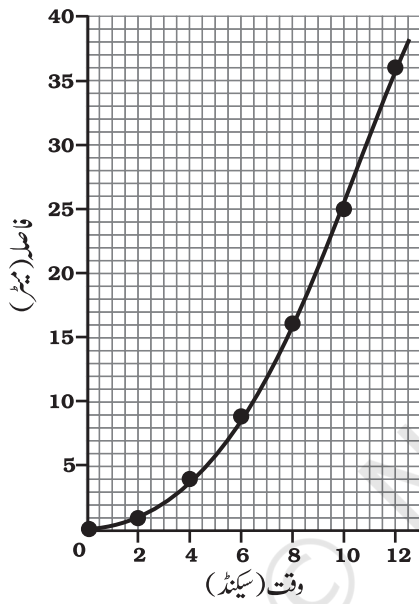
(Distance-Time Graphs)

ایک شے کے مقام میں وقت کے ساتھ ہونے والی تبدیلی کو، ایک مناسب پیمانہ (Scale) منتخب کر کے، فاصلہ۔ وقت گراف کے ذریعے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ اس گراف میں وقت کو x -محور پر لیتے ہیں اور فاصلہ کو y -محور پر۔ فاصلہ۔ وقت گراف مختلف صورتوں میں، جیسے کہ جب شے یکساں چال سے حرکت کر رہی ہو یا غیر یکساں چال سے حرکت کر رہی ہو، یار کی ہوئی، استعمال کیے جاسکتے ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ جب کوئی شے یکساں وقفہ وقت میں یکساں فاصلہ طے کرتی ہے تو وہ ایک یکساں چال سے حرکت کر رہی ہوتی ہے۔ یہ ظاہر کرتا ہے کہ شے کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ، وقت کے راست کے

جدول 8.2: ایک کار کے ذریعے یکساں وقفہ وقت میں طے کیا گیا فاصلہ

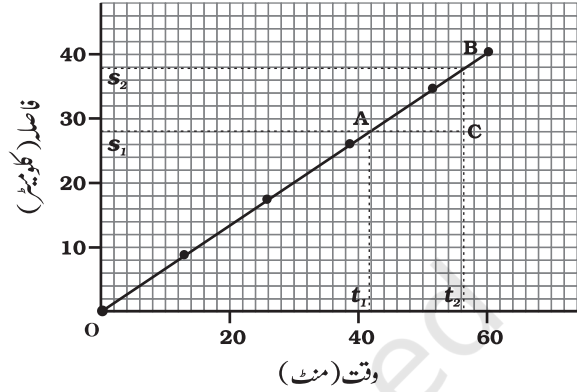
وقت (سیکنڈ میں)	فاصلہ (میٹر میں)
0	0
2	1
4	4
6	9
8	16
10	25
12	36



شکل 8.4: غیر یکساں چال کے ساتھ حرکت کرتی ہوئی ایک کار کا فاصلہ۔ وقت گراف

اس کار کی حرکت کے لیے فاصلہ۔ وقت گراف شکل 8.4 میں دکھایا گیا ہے۔ نوٹ کریں کہ اس گراف کی شکل، یکساں حرکت کے لیے کھینچے گئے پچھلے رفتار۔ وقت گراف (شکل 8.3) سے مختلف ہے۔ اس گراف کی طبع وقت کے ساتھ کار کے ذریعے طے کیے گئے فاصلے کی غیر خطی تبدیلی کو ظاہر کرتی ہے۔ اس لیے شکل 8.4 میں دکھایا گیا گراف غیر یکساں چال کے ساتھ حرکت کو ظاہر کرتا ہے۔

متناسب ہے۔ اس لیے، یکساں چال کے لیے، طے کیا ہوا فاصلہ برخلاف وقت، گراف ایک خط مستقیم ہے جیسا کہ شکل 8.3 میں دکھایا گیا ہے۔ گراف کا حصہ OB ظاہر کرتا ہے کہ فاصلہ ایک مستقل شرح کے ساتھ بڑھ رہا ہے۔ نوٹ کریں کہ آپ یکساں چال، کی جگہ اصطلاح 'یکساں رفتار' بھی استعمال کر سکتے ہیں، بشرطیکہ آپ y -محور پر منتقلی کی عددی قدر کو شے کے ذریعے طے کیے گئے فاصلے کے مساوی لے لیں۔



شکل 8.3: یکساں چال سے حرکت کرتی ہوئی ایک شے کا فاصلہ۔ وقت گراف

ہم فاصلہ۔ وقت گراف کا استعمال ایک شے کی چال معلوم کرنے کے لیے کر سکتے ہیں۔ ایسا کرنے کے لیے شکل 8.3 میں دکھائے گئے، ایک شے کے فاصلہ۔ وقت گراف کا ایک حصہ AB لیں۔ نقطہ A سے x -محور کے متوازی ایک خط کھینچیں اور نقطہ B سے y -محور کے متوازی ایک خط کھینچیں۔ یہ دونوں خطوط ایک دوسرے سے نقطہ C پر ملتے ہیں اور ایک مثلث ABC بناتے ہیں۔ اب گراف پر، AC وقفہ وقت $t_2 - t_1$ کو ظاہر کرتا ہے اور BC فاصلہ $s_2 - s_1$ سے مطابقت رکھتا ہے۔ ہم گراف سے دیکھ سکتے ہیں کہ جب شے نقطہ A سے نقطہ B تک حرکت کرتی ہے تو وہ وقت $t_2 - t_1$ میں فاصلہ $s_2 - s_1$ طے کرتی ہے۔ اس لیے ایک شے کی چال کو دکھایا جاسکتا ہے:

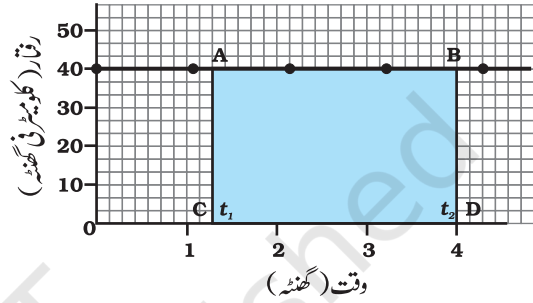
$$u = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} \quad (8.4)$$

ہم یکساں اسراع حرکت کے لیے بھی فاصلہ۔ وقت گراف کھینچ سکتے ہیں۔ جدول 8.2 میں ایک کار کے ذریعے 2 سیکنڈ وقفہ تک میں طے کیے گئے فاصلوں کو دکھایا گیا ہے۔

8.4.2 رفتار۔ وقت گراف

(Velocity-Time Graphs)

ایک خطِ مستقیم پر حرکت کرتی ہوئی شے کی رفتار میں وقت کے ساتھ آنے والی تبدیلی کو ایک رفتار۔ وقت گراف کے ذریعے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ اس گراف میں وقت کو x -محور پر اور رفتار کو y -محور پر ظاہر کیا جاتا ہے۔ اگر شے یکساں رفتار سے حرکت کر رہی ہو، تو اس کے رفتار۔ وقت گراف کی اونچائی، وقت کے ساتھ تبدیل نہیں ہوگی (شکل 8.5)۔ یہ x -محور کے متوازی ایک خطِ مستقیم ہوگا۔ شکل 8.5 میں ایک ایسی کار کی حرکت کو دکھایا گیا ہے جو 40 km/h کی یکساں رفتار سے حرکت کر رہی ہے۔



شکل 8.5: ایک کار کی یکساں حرکت کے لیے رفتار۔ وقت گراف

ہم جانتے ہیں کہ ایک یکساں رفتار سے حرکت کرتی ہوئی شے کی رفتار اور وقت کا حاصل ضرب اس کی منتقلی دیتا ہے۔ رفتار۔ وقت گراف اور وقت۔ محور سے گھرا ہوا رقبہ منتقلی کی عددی قدر کے مساوی ہوگا۔

شکل 8.5 سے کار کے ذریعے وقت t_1 اور t_2 کے درمیان طے کیا گیا فاصلہ معلوم کرنے کے لیے، وقت t_1 اور t_2 سے مطابقت رکھنے والے نقاط سے گراف پر عمود کھینچئے۔ 40 km/h کی رفتار، اونچائی AC یا BD سے ظاہر کی گئی ہے، وقفہ وقت $(t_2 - t_1)$ لمبائی AB سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس لیے کار کے ذریعے وقت $(t_2 - t_1)$ میں طے کیا گیا فاصلہ ظاہر کیا جاسکتا ہے:

$$\begin{aligned} s &= AC \times CD \\ &= [40 \text{ km h}^{-1}] \times (t_2 - t_1)h \\ &= 40(t_2 - t_1) \text{ km} \end{aligned}$$

= (شکل 8.5 میں سایہ دار حصہ) مستطیل ABCD کا رقبہ

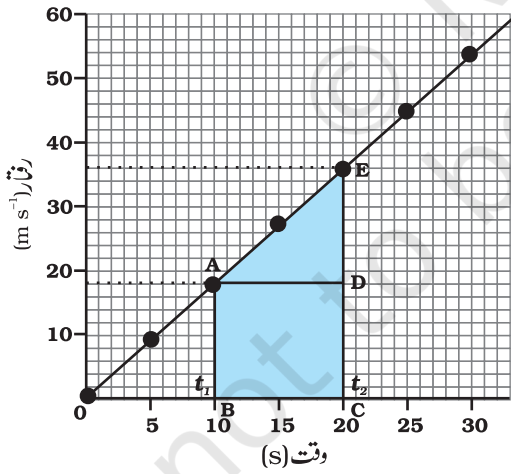
ہم یکساں اسراع حرکت کے بارے میں بھی اس کا رفتار۔ وقت گراف کھینچ کر مطالعہ کر سکتے ہیں۔ فرض کیجیے کہ ایک کار کو، اس کے انجن کی

جانچ کرنے کی غرض سے، ایک سیدھے راستے پر چلایا جا رہا ہے۔ فرض کیجیے کہ ڈرائیور کے پاس بیٹھا ہوا ایک شخص ہر 5 سیکنڈ بعد، اس کی رفتار، کار کے اسپیدومیٹر (رفتار سیمیا) کے اندراج (Reading) کے ذریعے نوٹ کرتا ہے۔ ms^{-1} اور mh^{-1} میں مختلف لمحات وقت پر کار کی رفتار مندرجہ ذیل جدول 8.3 میں دکھائی گئی ہے۔

جدول 8.3: کار کی رفتار یکساں وقفہ وقت کے ساتھ

وقت (s)	(m s^{-1})	کار کی رفتار وقت (km h^{-1})
0	0	0
5	9	2.5
10	18	5.0
15	27	7.5
20	36	10.0
25	45	12.5
30	54	15.0

اس صورت میں، کار کی حرکت کے لیے رفتار۔ وقت گراف شکل 8.6 میں دکھایا گیا ہے۔ گراف کی طبع یہ ظاہر کرتی ہے کہ مساوی وقفہ وقت میں رفتار میں مساوی تبدیلی ہوتی ہے۔ اس لیے، ہر یکساں اسراع حرکت کے لیے رفتار۔ وقت گراف ایک خطِ مستقیم ہے۔



شکل 8.6: یکساں اسراع کے ساتھ حرکت کرتی ہوئی ایک کار کا رفتار۔ وقت گراف

سرگرمی 8.9

- ایک ٹرین کے اسٹیشنوں A، B، C پر پہنچنے اور وہاں سے چلنے کے اوقات اور اسٹیشن A سے اسٹیشن B اور اسٹیشن C کے فاصلے جدول 8.4 میں دیے گئے ہیں۔
- یہ مانتے ہوئے کہ دو اسٹیشنوں کے درمیان ٹرین کی حرکت یکساں ہے، ٹرین کی حرکت کے لیے فاصلہ۔ وقت گراف کھینچنے اور اس کے معنی سمجھائیے۔

جدول 8.4: اسٹیشن B اور اسٹیشن C کا اسٹیشن A سے فاصلہ اور اسٹیشنوں پر ٹرین کے پہنچنے اور چلنے کے اوقات

اسٹیشن	A سے فاصلہ km	پہنچنے کا وقت (گھنٹوں میں)	چلنے کا وقت (گھنٹوں میں)
A	0	08.00	08.15
B	120	11.15	11.30
C	180	13.00	13.15

سرگرمی 8.10

- فیروز اور اس کی بہن ثانیہ اپنی سائیکلوں سے اسکول جاتے ہیں۔ دونوں ایک ہی وقت پر گھر سے چلنا شروع کرتے ہیں، لیکن اسکول تک پہنچنے میں مختلف وقت لیتے ہیں، جبکہ دونوں ایک ہی راستہ اختیار کرتے ہیں۔ جدول 8.5 میں مختلف لمحات وقت پر ان کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ درج کیا گیا ہے۔ ایک ہی پیمانہ پر دونوں کے فاصلہ۔ وقت گراف کھینچنے اور ان کی توضیح کیجیے۔

جدول 8.5: فیروز اور ثانیہ کے ذریعے مختلف اوقات پر طے کیا گیا فاصلہ

وقت	فیروز کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ	ثانیہ کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ
8.00 بجے صبح	0 km	0 km
8.05 بجے صبح	1.0 km	0.8 km
8.10 بجے صبح	1.9 km	1.6 km
8.15 بجے صبح	2.8 km	2.3 km
8.20 بجے صبح	3.6 km	3.0 km
8.25 بجے صبح	—	3.6 km

آپ اس کے رفتار۔ وقت گراف سے کار کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ بھی معلوم کر سکتے ہیں۔ رفتار۔ وقت گراف اور x-محور سے گھرا ہوا رقبہ، دیے ہوئے وقفہ وقت میں کار کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ (منتقلی کی عددی قدر) بتاتا ہے۔ اگر کار یکساں رفتار سے چل رہی ہوتی تو اس کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ، $[t_2 - t_1]$ سیکنڈ میں رقبہ ABCD سے ظاہر کیا جاتا (شکل 8.6)۔ لیکن کیونکہ کار کی رفتار کی عددی قدر اسراع کی وجہ سے تبدیل ہو رہی ہے، کار کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ s، رفتار گراف کے نیچے کے رقبہ ABCDE سے دیا جائے گا (شکل 8.6)۔ یعنی کہ

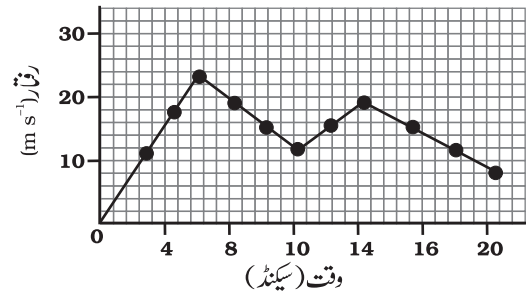
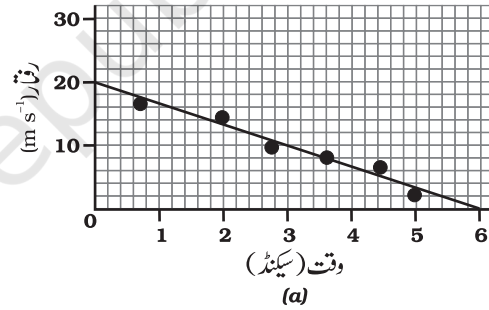
$$s = \text{رقبہ ABCDE}$$

$$= \text{مثلث ADE کا رقبہ} + \text{مستطیل ABCD کا رقبہ}$$

$$= AB \times BC + \frac{1}{2} (AD \times DE)$$

غیر یکساں اسراع حرکت کی صورت میں، رفتار۔ وقت گراف کی شکل کیسی بھی ہو سکتی ہے۔

شکل 8.7(a) میں ایسی شے کا رفتار۔ وقت گراف دکھایا گیا ہے۔ جس کی رفتار وقت کے ساتھ کم ہو رہی ہے، جبکہ شکل 8.7(b) میں دکھایا گیا رفتار۔ وقت گراف وقت کے ساتھ شے کی رفتار میں غیر یکساں تبدیلی کو ظاہر کرتا ہے۔ ان گرافوں کی تشریح کرنے کی کوشش کیجیے۔

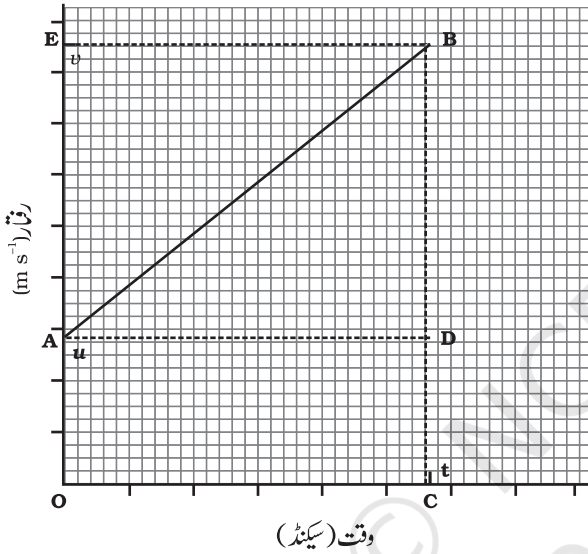


شکل 8.7: ایک غیر یکساں اسراع حرکت کرتی ہوئی شے کے رفتار۔ وقت گراف

8.5.1 رفتار-وقت رشتے کے لیے مساوات

(Equation for Velocity-Time Relation)

آپ شے کا رفتار-وقت گراف ملاحظہ کیجیے، جو یکساں اسراع کے ساتھ حرکت کر رہی ہے، جسے شکل 8.8 میں دکھایا گیا ہے۔ (یہ شکل بھی شکل 8.6 جیسی ہی ہے، لیکن اس میں $u=0$) اس گراف سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ شے کی آغازی رفتار 'u' ہے (نقطہ A پر) اور پھر وقت 't' میں بڑھ کر 'v' ہو جاتی ہے (نقطہ B پر)۔ رفتار میں تبدیلی یکساں شرح 'a' کے ساتھ ہوتی ہے۔ شکل 8.8 میں نقطہ B سے عمود BC اور BE، بالترتیب، وقت-محور اور رفتار-محور پر کھینچے گئے ہیں، اس طرح کہ آغازی رفتار OA سے، اختتامی رفتار BC سے اور وقفہ وقت OC سے ظاہر کیے گئے ہیں۔ $BD=BC-CD$ وقفہ وقت t کے دوران رفتار میں آنے والی تبدیلی کو ظاہر کرتا ہے۔



شکل 8.8: حرکت کی مساواتیں حاصل کرنے کے لیے رفتار-وقت گراف

اب ہم OC کے متوازی خط AD کھینچتے ہیں۔ ہم گراف سے دیکھتے ہیں کہ

$$BC = BD + DC = BD + OA$$

$$OA = u \text{ اور } BC = v \text{ رکھنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے:}$$

$$v = BD + u$$

یا

$$BD = v - u \quad (8.8)$$

- 1- ایک شے کی یکساں اور غیر یکساں حرکت کے فاصلہ-وقت گرافوں کی طبع کیسی ہوتی ہے؟
- 2- اگر ایک شے کی حرکت کا فاصلہ-وقت گراف، وقت محور کے متوازی ایک خط مستقیم ہے، تو آپ اس حرکت کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں؟
- 3- اگر ایک شے کی حرکت کا رفتار-وقت گراف، وقت محور کے متوازی ایک خط مستقیم ہے، تو آپ اس حرکت کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں؟
- 4- رفتار-وقت گراف کے نیچے رقبے سے ناپی جانے والی مقدار کون سی ہے؟

8.5 گرائی طریقے سے حرکت کی مساواتیں

(Equations of Motion by Graphical Method)

جب کوئی شے ایک خط مستقیم پر یکساں اسراع کے ساتھ حرکت کرتی ہے، تو اس کی رفتار، حرکت کے دوران کام کر رہے اسراع، اور ایک مخصوص وقت میں اس کے ذریعے طے کیے گئے فاصلے کو مساواتوں کے ایک سیٹ کے ذریعے آپسی رشتے میں منسلک کیا جاسکتا ہے، جو حرکت کی مساواتیں کہلاتی ہیں۔ ایسی تین مساواتیں ہیں۔ یہ ہیں

$$v = u + at \quad (8.5)$$

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2 \quad (8.6)$$

$$2as = v^2 - u^2 \quad (8.7)$$

جہاں 'u' اس شے کی آغازی رفتار ہے جو یکساں اسراع 'a' سے وقت 't' تک حرکت کرتی ہے۔ 'v' اختتامی رفتار ہے اور 's' وقفہ وقت 't' میں شے کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ ہے۔

مساوات (8.5) رفتار-وقت رشتے کو بیان کرتی ہے اور مساوات (8.6) مقام-وقت رشتے کو ظاہر کرتی ہے۔ مساوات (8.7) جو مقام اور رفتار کے مابین رشتہ ظاہر کرتی ہے، مساوات (8.5) اور مساوات (8.6) سے t کے اخراج کے ذریعے حاصل کی جاسکتی ہے۔ یہ تینوں مساواتیں گرائی طریقے سے اخذ کی جاسکتی ہیں۔

رفتار۔ وقت گراف (شکل 8.8) سے شے کا اسراع دیا جاتا ہے:

$$a = \frac{\text{رفتار میں تبدیلی}}{\text{لگنے والا وقت}} = \frac{BD}{AD} = \frac{BD}{OC}$$

OC = t رکھنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$$a = \frac{BD}{t}$$

$$BD = at$$

مساوات (8.8) استعمال کرنے سے، ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$v = u + at$$

8.5.2 مقام۔ وقت رشتے کے لیے مساوات

(Equation for Position-time Relation)

ہم مان لیتے ہیں کہ شے یکساں اسراع کے ساتھ حرکت کرتے ہوئے، وقفہ وقت t میں فاصلہ s طے کرتی ہے۔ شکل 8.7 میں، شے کے ذریعے کیا گیا فاصلہ، فاصلہ۔ وقت گراف AB کے نیچے رقبہ OABC سے حاصل ہوتا ہے۔

اس لیے، شے کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ دیا جاتا ہے:

(جو ایک منحرف ہے) رقبہ OABC = s

مثلاً ABC کا رقبہ + مستطیل OADC کا رقبہ =

$$(8.10) \quad = OA \times AC + \frac{1}{2}(AD \times BD)$$

OA = 4، OC = AD = t اور BD = at رکھنے پر، ہمیں

حاصل ہوتا ہے۔

$$s = u \times t + \frac{1}{2}(t \times at)$$

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

8.5.3 مقام۔ رفتار رشتے کے لیے مساوات

(Equation for Position-velocity Relation)

شکل 8.8 میں دکھائے گئے رفتار۔ وقت گراف سے یکساں اسراع a کے ساتھ حرکت کرتی ہوئی شے کے ذریعے وقفہ وقت t میں طے کیا گیا فاصلہ

s گراف کے نیچے منحرف OABC (Trapezium) سے گھرے ہوئے

رقبے سے دیا جاتا ہے۔ یعنی کہ

$$s = \text{منحرف OABC کا رقبہ} = \frac{(OA + BC) \times OC}{2}$$

OA = u، BC = v اور OC = t رکھنے پر، ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$(8.11) \quad s = \left(\frac{u + v}{2} \right) t$$

رفتار۔ وقت رشتے (مساوات 8.6) سے ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$$(8.12) \quad t = \frac{v - u}{a}$$

مساواتیں (8.11) اور (8.12) استعمال کرنے پر، ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$s = \frac{(v + u) \times (v - u)}{2a}$$

یا

$$2as = (v^2 - u^2)$$

مثال 8.5 ایک ریل گاڑی حالت سکون سے چلنا شروع کرتی ہے اور

5 منٹ میں 72 km h^{-1} کی رفتار اختیار کر لیتی ہے۔ یہ فرض

کرتے ہوئے کہ اسراع یکساں ہے، معلوم کیجیے: (i) اسراع

(ii) یہ رفتار اختیار کرنے کے دوران طے کیا گیا فاصلہ۔

حل: ہمیں دیا گیا ہے:

$$u = 0, v = 72 \text{ km h}^{-1} = 20 \text{ m s}^{-1},$$

$$t = 5 \text{ min} = 300 \text{ s}$$

(i) مساوات (8.5) سے ہم جانتے ہیں:

$$a = \frac{v - u}{t} = \frac{(20 \text{ ms}^{-1} - 0 \text{ ms}^{-1})}{300 \text{ s}} = \frac{1}{15} \text{ ms}^{-2}$$

(ii) مساوات (8.7) سے ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$$2as = v^2 - u^2 = v^2 - 0$$

$$s = \frac{v^2}{2a} = \frac{(20 \text{ ms}^{-1})^2}{2 \times \left(\frac{1}{15} \right) \text{ ms}^{-2}} = 3000 \text{ m} = 3 \text{ km}$$

ریل کا اسراع $\frac{1}{15} \text{ ms}^{-2}$ ہے اور طے کیا گیا فاصلہ 3 km ہے۔

$$= (12\text{ms}^{-1}) \times (2\text{s}) + \frac{1}{2}(-6\text{ms}^{-2})(2\text{s})^2$$

$$= 24\text{m} - 12\text{m} = 12\text{m}$$

اس لیے، کار بریک لگانے کے بعد رکنے تک 12m فاصلہ طے کرے گی۔ کیا اب آپ سمجھ سکتے ہیں کہ ڈرائیوروں کو کیوں خبردار کیا جاتا ہے کہ وہ سڑک پر گاڑی چلاتے وقت گاڑیوں کے درمیان فاصلہ رکھیں؟

سوالات

- 1- ایک بس حالت سکون سے چلنا شروع کرتی ہے۔ اس پر یکساں اسراع 0.1 m s^{-2} کام کر رہا ہے اور وہ 2 min تک چلتی ہے۔ معلوم کیجیے: (a) حاصل کردہ چال (b) طے کیا گیا فاصلہ۔
- 2- ایک ریل گاڑی 90km^{-1} کی چال سے چل رہی ہے۔ بریک لگائے جاتے ہیں، اس طرح کہ -0.6ms^{-2} کا یکساں اسراع پیدا ہوتا ہے۔ معلوم کیجیے کہ ٹرین رکنے سے پہلے کتنا فاصلہ طے کرے گی؟

- 3- ایک ٹرالی (Trolley) پر ایک مائل سطح (Inclined Plane) سے نیچے پھسلتے وقت 2cms^{-2} کا یکساں اسراع کام کر رہا ہے۔ پھسلنا شروع کرنے کے 3 sec بعد اس کی رفتار کیا ہوگی؟
- 4- ایک تیز رفتار کار پر 4ms^{-2} کا یکساں اسراع کام کر رہا ہے۔ وہ چلنا شروع کرنے کے بعد 10 سیکنڈ میں کتنا فاصلہ طے کرے گی؟

- 5- ایک پتھر اوپر کی طرف افقی سمت (Vertically Upward Direction) میں 5ms^{-1} کی رفتار سے پھینکا جاتا ہے۔ اگر پتھر پر کام کر رہا اسراع، نیچے کی سمت میں 10 ms^{-2} ہے، تو پتھر کتنی اونچائی تک جائے گا اور وہاں پہنچنے میں اسے کتنا وقت لگے گا؟

مثال 8.6 ایک کار یکساں اسراع کے ساتھ چلتی ہوئی، 5 سیکنڈ میں 18km^{-1} سے 36km^{-1} رفتار اختیار کر لیتی ہے۔ حساب لگائیے: (i) اسراع (ii) اس وقت میں کار کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ۔

حل:

ہمیں دیا ہوا ہے:

$$u = 18\text{km}^{-1} = 5\text{ms}^{-1}, v = 36\text{km}^{-1} = 10\text{ms}^{-1}$$

اور

$$t = 5\text{s}$$

(i) مساوات (8.5) سے ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$$a = \frac{v - u}{t}$$

$$= \frac{10\text{ms}^{-1} - 5\text{ms}^{-1}}{5\text{s}}$$

$$= 1 \text{ m s}^{-2}$$

(ii) مساوات 8.6 سے ہمیں ملتا ہے:

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$= 5\text{ms}^{-1} \times (5\text{s}) + \frac{1}{2} \times (1\text{ms}^{-2}) \times (5\text{s})^2$$

$$= 25\text{m} + 12.5\text{m} = 37.5\text{m}$$

کار کا اسراع 1ms^{-2} ہے اور طے کیا گیا فاصلہ 37.5 m ہے۔ حرکت کی مخالف سمت میں،

مثال 8.7 ایک کار میں بریک لگانے سے 6ms^{-2} کا اسراع، پیدا ہوتا ہے۔ اگر بریک لگانے کے بعد کار رکنے میں 2 سیکنڈ لیتی ہے، تو حساب لگائیے کہ اس دوران وہ کتنا فاصلہ طے کرے گی؟

حل:

ہمیں دیا ہوا ہے: $a = -6\text{ms}^{-2}$; $t = 2\text{s}$, $v = 0 \text{ ms}^{-1}$

مساوات (8.5) سے ہم جانتے ہیں کہ:

$$v = u + at$$

$$0 = 4 + (-6)\text{ms}^{-2} \times 2\text{s}$$

$$یا \quad v = 12\text{ms}^{-1}$$

مساوات (8.6) سے ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

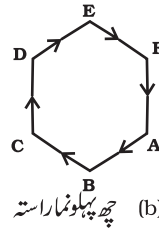
حرکت

8.6 یکساں دائری حرکت

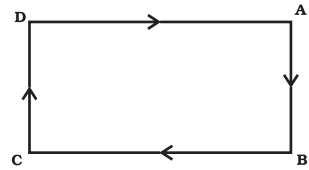
(Uniform Circular Motion)

جب کسی شے کی رفتار میں تبدیلی ہوتی ہے تو ہم کہتے ہیں کہ اس پر اسراع کام کر رہا ہے۔ رفتار میں تبدیلی، اس کی عددی قدر میں تبدیلی، یا سمت میں تبدیلی، یا دونوں میں تبدیلی کی وجہ سے ہو سکتی ہے۔

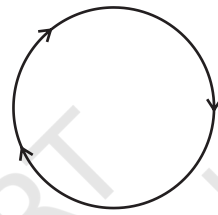
کیا آپ ایسی کوئی مثال دے سکتے ہیں، جس میں شے اپنی رفتار کی عددی قدر تو نہیں بدلتی لیکن صرف حرکت کی سمت تبدیل کر لیتی ہے۔



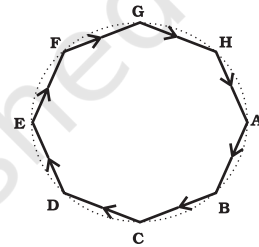
(b) چھ پہلو نما راستہ



(a) مستطیل نما راستہ



(c) آٹھ پہلو نما راستہ



(d) ڈائری راستہ

شکل 8.9: ایک دوڑ میں حصہ لینے والے کھلاڑی کی مختلف شکلوں کے بند راستوں پر حرکت

آئیے، ایک جسم کی بند راستے پر حرکت کی ایک مثال دیکھیں۔ شکل 8.9(a) میں ایک کھلاڑی کا مستطیل راستہ ABCD دکھایا گیا ہے۔ ہم مان لیتے ہیں کہ کھلاڑی دوڑ کے راستے کے حصوں پر یکساں رفتار سے دوڑتا ہے، یعنی کہ 'AB'، 'BC'، 'CD' اور 'DA' راستوں پر۔ اپنے آپ کو راستے پر رکھنے کے لیے وہ کونوں پر اپنی چال تیزی سے تبدیل کرتا ہے۔ اسے ایک چکر پورا کرنے میں اپنی حرکت کی سمت کتنی بار تبدیل کرنا پڑے گی؟ صاف ظاہر ہے کہ مستطیل راستے پر ایک چکر پورا کرنے کے لیے اسے اپنی حرکت کی سمت چار مرتبہ تبدیل کرنا ہوگی۔

اب فرض کیجیے کہ وہی کھلاڑی مستطیل نما راستے کے بجائے ایک چھ پہلو نما راستے ABCDEF پر دوڑ رہا ہے، جیسا کہ شکل 8.9(b) میں دکھایا گیا ہے۔ اس صورت میں کھلاڑی کو ایک چکر پورا کرنے میں اپنی

حرکت کی سمت چھ مرتبہ تبدیل کرنا پڑے گی۔ کیا ہوگا اگر راستہ چھ پہلو نما نہ ہو کر باقاعدہ ہشت پہلو (Regular Polygon) ہو، جس میں آٹھ اضلاع، مساوی لمبائیوں، کے ہوتے ہیں، جیسا کہ شکل 8.9(c) دکھایا گیا ہے۔ یہ دیکھنے میں آتا ہے کہ جیسے جیسے راستے کے اضلاع کی تعداد میں اضافہ ہوتا ہے، کھلاڑی کو اتنی ہی زیادہ مرتبہ مڑنا پڑتا ہے۔ اگر ہم اضلاع کی تعداد لامتناہی کر دیں، تو راستے کی شکل کیسی ہوگی؟ اگر آپ ایسا کریں تو آپ دیکھیں گے کہ راستے کی شکل، دائرہ جیسی ہوتی جائے گی اور ہر ضلع کی لمبائی مختصر ہو کر نقطہ ہو جائے گی۔ اگر کھلاڑی اس دائری راستے پر مستقلہ عددی قدر والی رفتار سے حرکت کرے، تو اس کی رفتار میں آنے والی تبدیلی صرف اس کی حرکت کی سمت کی تبدیلی کی وجہ سے ہوگی۔ اس لیے ایسے کھلاڑی کی حرکت، جو ایک دائری راستے پر حرکت کر رہا ہے، اسراع حرکت کی ایک مثال ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ ایک دائرہ، جس کا نصف قطر r ہے، اس کا محیط (Circumference) $2\pi r$ ہوگا۔ اگر کھلاڑی r نصف قطر والے دائری راستے کا ایک چکر لگانے میں t سیکنڈ لیتا ہے، تو رفتار v دی جاتی ہے:

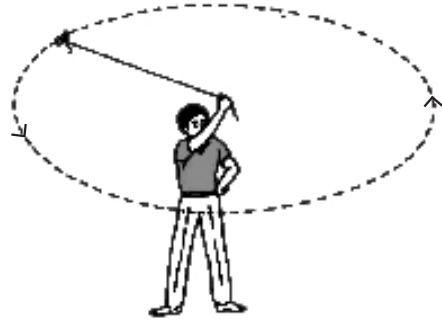
$$v = \frac{2\pi r}{t} \quad (8.13)$$

جب کوئی شے دائرے راستے پر یکساں چال کے ساتھ حرکت کرتی ہے تو اس کی حرکت، یکساں دائری حرکت کہلاتی ہے۔

8.11 سرگرمی

- ایک دھاگے کا ٹکڑا لیجیے اور اس کے ایک سرے پر ایک پتھر باندھ دیجیے۔ دھاگے کو دوسرے سرے سے پکڑ کر اس طرح گھمائیے کہ وہ مستقلہ چال سے حرکت کرتے ہوئے ایک دائرہ بنائے گا جیسا کہ شکل 8.10 میں دکھایا گیا ہے۔
- اب دھاگے کو چھوڑ دیجیے اور پتھر کو جانے دیجیے۔
- کیا اب بتا سکتے ہیں کہ چھوڑے جانے کے بعد پتھر کس سمت میں حرکت کرے گا؟
- اس سرگرمی کو چند مرتبہ دہرائیے اور ہر بار پتھر کو دائری راستے کے مختلف مقام پر چھوڑیے۔ جانچئے کہ وہ سمت جس میں چھوڑے جانے کے بعد، پتھر حرکت کرتا ہے، ہر بار یکساں رہتی ہے یا نہیں؟

ہے، کیونکہ ایک بار جب پتھر چھوڑ دیا جاتا ہے تو وہ اسی سمت میں حرکت کرتا رہتا ہے، جس میں وہ اس لمحہ وقت پر حرکت کر رہا تھا جب اسے چھوڑا گیا۔ اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ پتھر جب دائری راستے پر حرکت کرتا ہے، تو اس کی حرکت کی سمت ہر نقطے پر تبدیل ہوتی رہتی ہے۔ کھیلوں کے مقابلے کے دوران جب کوئی کھلاڑی بھالا یا گولا پھینکتا ہے تو وہ بھالے یا گولے کو اپنے ہاتھ میں پکڑتا ہے، اور پھر اپنے جسم کو گھما کر اسے دائری حرکت دیتا ہے۔ ہاتھ سے چھوڑے جانے پر بھالا یا گولا اس سمت میں حرکت کرتا ہے، جس میں وہ چھوڑے جانے والے وقت حرکت کر رہا تھا، بالکل اسی طرح، جیسا کہ آپ نے اوپر بیان کی گئی سرگرمی میں، پتھر کی حرکت میں دیکھا تھا۔ اسی طرح یکساں دائری حرکت کرنے والی اور بھی بہت سی جانی پہچانی مثالیں ہیں، جیسے کہ زمین یا چاند کی حرکت، زمین کے گرد دائری راستے پر حرکت کرتا ہوا سیارچہ، مستقلہ چال سے دائری راستے پر سائیکل چلاتا ہوا شخص وغیرہ۔



شکل 8.10: ایک پتھر جو مستقلہ عدودی قدر والی رفتار سے حرکت کرتے ہوئے ایک دائری راستہ بنا رہا ہے۔

اگر آپ اس مشغلے میں، چھوڑے جانے کے بعد پتھر کی حرکت کی سمت کا بغور مشاہدہ کریں تو آپ دیکھیں گے کہ پتھر ایک ایسے خطِ مستقیم پر حرکت کرتا ہے جو دائرے راستے پر محاس (Tangent) ہے۔ ایسا اس لیے ہوتا

آپ
نے کیا
سیکھا



- حرکت مقام کی تبدیلی ہے۔ اسے طے کئے گئے فاصلے یا منتقلی کی شکل میں بیان کیا جاسکتا ہے۔
- کسی شے کی حرکت یکساں بھی ہو سکتی ہے اور غیر یکساں بھی۔ یہ اس پر منحصر ہے کہ اس کی رفتار مستقلہ ہے یا تبدیلی ہو رہی ہے۔
- کسی شے کی چال اکائی وقت میں طے کیا گیا فاصلہ ہے اور رفتار اکائی وقت میں ہوئی منتقلی ہے۔
- کسی شے کا اسراع اکائی وقت میں آئی رفتار میں تبدیلی ہے۔
- کسی شے کی یکساں حرکت اور غیر یکساں حرکت کو گراف کے ذریعے دکھایا جاسکتا ہے۔
- مستقلہ اسراع کے ساتھ حرکت کرتے ہوئے جسم کی حرکت کو تین مساواتوں کے ذریعے بیان کیا جاسکتا ہے۔

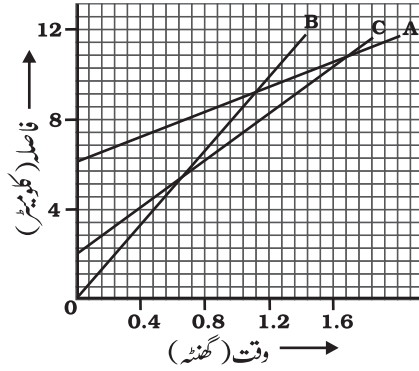
$$v = u + at \quad ; \quad s = ut + \frac{1}{2}at^2 \quad ; \quad 2as = v^2 - u^2$$

- جہاں u شے کی آغازی رفتار ہے جو یکساں اسراع a کے ساتھ وقت t تک حرکت کرتی ہے v اس کی اختتامی رفتار ہے اور s وہ فاصلہ ہے جو شے وقت t میں طے کرتی ہے۔
- وہ جسم جو ایک دائری راستے پر مستقلہ چال کے ساتھ حرکت کرتا ہے، اس کی حرکت یکساں دائری حرکت کہلاتی ہے۔

مشق

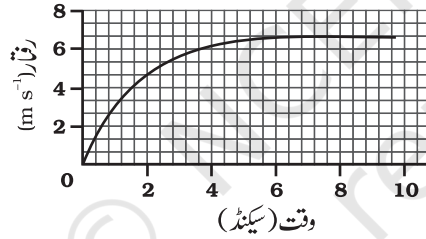


- 1- ایک کھلاڑی قطر 200 میٹر کے دائری راستے کا ایک چکر 40 سیکنڈ میں پورا کرتا ہے۔ 2 منٹ 20 سیکنڈ ختم ہونے پر اس کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ اور اس کی منتقلی کیا ہوں گے؟
- 2- جوزف ایک مستقیم 300 میٹر لمبی سڑک پر، نقطہ A سے نقطہ B تک ایک کنارے سے دوسرے کنارے تک 2.30 منٹ میں دوڑا ہے۔ پھر واپس مڑتا ہے اور آغازی نقطہ C کی سمت میں 100m واپس اگلے 1 منٹ میں دوڑتا ہے۔ جوزف کے دوڑنے کی اوسط چالیں اور اوسط رفتاریں کیا ہیں!
- (a) A سے B تک دوڑنے میں (b) A سے C تک دوڑنے میں۔
- 3- اسکول تک تمام راستے سے جانے میں عبدال اپنی اوسط چال کا حساب لگاتا ہے، اور اوسط چال 20 km/h ہے۔ لوٹتے وقت وہ اسی راستے سے واپس آتا ہے، لیکن ٹریفک کم ہونے کی وجہ سے لوٹتے وقت اس کی اوسط چال 30 km/h ہے۔ عبدال کی کل سفر کے دوران اوسط چال کیا ہے؟
- 4- ایک موٹر بوٹ، حالت سکون سے ایک جھیل میں چلنا شروع کرتی ہے اور 3.0 ms^{-2} کے یکساں اسراع سے 8.0 s تک چلتی ہے۔ وہ اس دوران کتنا فاصلہ طے کرے گی؟
- 5- ایک کار کا ڈرائیور، جو 52 km/h کی رفتار سے چل رہی ہے، بریک لگا کر یکساں منفی اسراع لگاتا ہے۔ اور کار 5 s میں رک جاتی ہے۔ دوسرا ڈرائیور، جس کی کار 3 km/h کی رفتار سے چل رہی ہے، بریک آہستہ لگاتا ہے اور اس کی کار 10 s میں رکتی ہے۔ ایک ہی گراف کاغذ پر دونوں کاروں کے چال۔ وقت گراف بھیجئے۔ دونوں میں سے کس کار نے بریک لگانے کے بعد زیادہ فاصلہ طے کیا؟
- 6- شکل 8.1 میں تین اشخاص 'A'، 'B' اور 'C' کے فاصلہ۔ وقت گراف دکھائے گئے ہیں۔ گراف کی بنیاد پر مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجئے:



شکل 8.11

- (a) تینوں میں سے سب سے تیز کون چل رہا ہے؟
 (b) کیا تینوں کسی وقت سڑک پر ایک ہی نقطہ پر ہیں؟
 (c) جب A، B سے گزرتا ہے تو C کہا ہے؟
 (d) جب B، C کے پاس پہنچ جاتا ہے، تو اس دوران وہ کتنا فاصلہ طے کرتا ہے؟
- 7- ایک گیند کو آہستگی سے 20 میٹر اونچائی سے نیچے گرایا جاتا ہے۔ اگر اس کی رفتار میں یکساں اضافہ 10 m/s^2 کی شرح سے ہوتا ہے، تو زمین سے ٹکراتے وقت اس کی رفتار کیا ہوگی؟ وہ کتنی دیر بعد زمین سے ٹکرائے گی؟
- 8- ایک کار کے لیے وقت گراف شکل 8.12 میں دکھایا گیا ہے:



شکل 8.12

- (a) معلوم کیجیے کہ کار پہلے 4 سیکنڈ میں کتنی دور جائے گی؟ گراف پر وہ رقبہ سیاہ کیجیے۔
 (b) گراف کا مستقیم حصہ کیا ظاہر کرتا ہے؟
- 9- لکھئے کہ مندرجہ ذیل میں سے کون سی صورتیں ممکن ہیں؟ ان کی ایک مثال بیجیے۔
 (a) ایک جسم جو مستقلہ اسراع مگر صفر رفتار سے حرکت کر رہا ہے۔
 (b) ایک جسم جو کسی مخصوص سمت میں حرکت کر رہا ہے اور اس پر عمودی سمت میں اسراع کام کر رہا ہے۔
- 10- ایک مصنوعی سیارچہ 42250 کلومیٹر نصف قطر کے دائری مدار میں حرکت کر رہا ہے۔ اگر وہ زمین کے گرد چکر لگانے میں 24 گھنٹے لیتا ہے تو اس کی چال کا حساب لگائیے۔