1. વિધાનમાંથી કયું સત્ય અને કયું અસત્ય છે તે નક્કી કરો : જો $x \in$ A અને A $\in$ B, તો $x \in$ B.

➥ આ વિધાન અસત્ય છે.

જો $x \in$ A અને A $\subset$ B હોય, તો $x \in$ B થાય.

2. વિધાનમાંથી કયું સત્ય અને કયું અસત્ય છે તે નક્કી કરો : જો A $\subset$ B અને B $\in$ C, તો A $\in$ C.

➥ આ વિધાન અસત્ય છે.

જો A $\subset$ B અને B $\subset$ C હોય, તો A $\subset$ C થાય.

3. વિધાનમાંથી કયું સત્ય અને કયું અસત્ય છે તે નક્કી કરો : જો A $\subset$ B અને B $\subset$ C, તો A $\subset$ C.

➥ આ વિધાન સત્ય છે.

4. વિધાનમાંથી કયું સત્ય અને કયું અસત્ય છે તે નક્કી કરો : જો A $\not\subset$ B અને B $\not\subset$ C, તો A $\not\subset$ C.

➥ આ વિધાન અસત્ય છે.

A = {1, 2}, B = {2, 3}, C = {1, 2, 5}

અહીં A $\not\subset$ B અને B $\not\subset$ C પરંતુ A $\subset$ C.

5. વિધાનમાંથી કયું સત્ય અને કયું અસત્ય છે તે નક્કી કરો : જો $x \in$ A અને A $\not\subset$ B, તો $x \in$ B.

➥ આ વિધાન અસત્ય છે.

A = {1, 2}, B = {2, 3, 4, 5}

અહીં 1 $\in$ A અને A $\not\subset$ B, 1 $\notin$ B.

$\therefore$ $x \in$ A અને A $\not\subset$ B તો જરૂરી નથી કે $x \in$ B.

6. વિધાનમાંથી કયું સત્ય અને કયું અસત્ય છે તે નક્કી કરો : જો A $\subset$ B અને $x \notin$ B, તો $x \notin$ A

➥ આ વિધાન સત્ય છે.

7. ગણનાં ગુણધર્મોનો ઉપયોગ કરીને સાબિત કરો કે (i) A $\cup$ (A $\cap$ B) = A

➥ A $\cup$ (A $\cap$ B) = (A $\cup$ A) $\cap$ (A $\cup$ B) ($\because$ વિભાજનનો નિયમ)

= A $\cap$ (A $\cup$ B)

= A ($\because$ A $\subset$ A $\cup$ B)

8. ગણનાં ગુણધર્મોનો ઉપયોગ કરીને સાબિત કરો કે (ii) A $\cap$ (A $\cup$ B) = A.

➥ A $\cap$ (A $\cup$ B) = (A $\cap$ A) $\cup$ (A $\cap$ B) ($\because$ વિભાજનનો નિયમ)

= A $\cup$ (A $\cap$ B)

= A ($\because$ A $\cap$ B $\subset$ A)

9. સાબિત કરો કે A $\cap$ B = A $\cap$ C પરથી B = C કહી શકાય નહિ.

➥ ધારો કે, A = {1, 2, 3, 4}, B = {3, 4, 5, 6}

તથા C = {1, 3, 4, 7, 8}

A $\cap$ B = {3, 4} તથા A $\cap$ C = {3, 4}

$\therefore$ A $\cap$ B = A $\cap$ C

પરંતુ સ્પષ્ટ છે કે, ગણ B $\neq$ ગણ C.

આમ, A $\cap$ B = A $\cap$ C પરથી B = C કહી શકાય નહીં.

10. નીચેના આપેલ ગણો પૈકી કયા ગણ આપેલ ગણો પૈકી કયા ગણના ઉપગણ છે તે નક્કી કરો :

A = {x : $x \in$ R અને x એ સમીકરણ $x^2 - 8x + 12 = 0$ નું સમાધાન કરે છે.}

B = {2, 4, 6} **C = {2, 4, 6, 8,.....}** **D = {6}**

➡ $x^2 - 8x + 12 = 0$

$\therefore x^2 - 2x - 6x + 12 = 0$

$\therefore x(x - 2) - 6(x - 2) = 0$

$\therefore (x - 2)(x - 6) = 0$

$\therefore x = 2, x = 6$

A = {2, 6}, B = {2, 4, 6}, C = {2, 4, 6, 8,...}, D = {6}

(i) ગણ A નાં બધાં જ સભ્યો ગણ B તથા ગણ C માં આવેલાં છે.

$\therefore A \subset B$ અને $A \subset C$

(ii) ગણ B નાં બધાં જ સભ્યો ગણ C માં આવેલાં છે.

$\therefore B \subset C$

(iii) ગણ D નાં સભ્ય ગણ A, ગણ B તથા ગણ C માં આવેલાં છે.

$\therefore D \subset A, D \subset B$ અને $D \subset C$

11. ગણ A, B અને C માટે $A \cup B = A \cup C$ અને $A \cap B = A \cap C$ છે તો સાબિત કરો કે, B = C.

➡ $A \cup B = A \cup C$

$\Rightarrow (A \cup B) \cap C = (A \cup C) \cap C$

$\Rightarrow (A \cap C) \cup (B \cap C) = C$

$\Rightarrow (A \cap B) \cup (B \cap C) = C$ ....(i) ($\because A \cap C = A \cap B$)

ફરીથી, $A \cup B = A \cup C$

$\Rightarrow (A \cup B) \cap B = (A \cup C) \cap B$

$\Rightarrow B = (A \cap B) \cup (C \cap B)$

$\Rightarrow B = (A \cap B) \cup (B \cap C)$ ....(ii)

પરિણામ (i) અને (ii) પરથી B = C.

12. સાબિત કરો કે $A \subset B$, તો $(C - B) \subset (C - A)$

➡ ધારો કે, $\forall x \in C - B$

$\therefore x \in C$ તથા $x \notin B$ (તફાવત ગણની વ્યાખ્યા)

$\therefore x \in C$ તથા $x \notin A$ ($\because A \subset B$)

$\therefore \forall x \in C - B$

$\therefore (C - B) \subset (C - A)$

13. જો P(A) = P(B) હોય, તો સાબિત કરો કે, A = B

➡ P(A) = P(B)

હવે $A \subset A$ હોવાથી $A \in P(A)$

$\therefore A \in P(B)$ ($\because P(A) = P(B)$)

$\therefore A \subset B$ ....(i)

ફરીથી $B \subset B$ હોવાથી $B \in P(B)$

$\therefore B \in P(A)$ ($\because P(B) = P(A)$)

$\therefore B \subset A$ ....(ii)

પરિણામ (i) અને (ii) પરથી A = B.

14. કોઈપણ ગણ A અને B માટે $P(A) \cup P(B) = P(A \cup B)$ સત્ય છે ? તમારા જવાબની યથાર્થતા ચકાસો.

➡ ધારો કે, A = {4, 5}, B = {5, 6}

$\therefore A \cup B = \{4, 5, 6\}$

હવે $P(A) = \{\phi, \{4\}, \{5\}, \{4, 5\}\}$

$P(B) = \{\phi, \{5\}, \{6\}, \{5, 6\}\}$

$\therefore P(A) \cup P(B) = \{\phi, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{4, 5\}, \{5, 6\}\}$...(i)

$P(A \cup B) = \{\phi, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{4, 5\}, \{5, 6\}, \{4, 6\}, \{4, 5, 6\}\}$...(ii)

પરિણામ (i) અને (ii) ઉપરથી સ્પષ્ટ છે કે,

$P(A) \cup P(B) \neq P(A \cup B)$

$\therefore$ આપેલ વિધાન અસત્ય છે.

15. કોઈપણ ગણ A અને B માટે સાબિત કરો કે, $A = (A \cap B) \cup (A - B)$ અને $A \cup (B - A) = A \cup B$

➡ $A - B = A \cap B'$

હવે $(A \cap B) \cup (A - B) = (A \cap B) \cup (A \cap B')$

$= A \cap (B \cup B')$ ($\because$ વિભાજનનો નિયમ)

$= A \cap (U)$

$= A$

$B - A = B \cap A'$

$A \cup (B - A) = A \cup (B \cap A')$

$= (A \cup B) \cap (A \cup A')$

$= (A \cup B) \cap U$

$= A \cup B$

16. ગણ A, B અને C એવા શોધો કે જેથી $A \cap B$, $B \cap C$ અને $A \cap C$ અરિક્ત ગણો થાય અને $A \cap B \cap C = \phi$ બને.

➡ $A = \{a, b\}$ $B = \{b, c, d\}$ $C = \{a, c, f\}$

$A \cap B = \{a, b\} \cap \{b, c, d\} = \{b\} \neq \phi$

$B \cap C = \{b, c, d\} \cap \{a, c, f\} = \{c\} \neq \phi$

$A \cap C = \{a, b\} \cap \{a, c, f\} = \{a\} \neq \phi$

અને $A \cap B \cap C = \{a, b\} \cap \{b, c, d\} \cap \{a, c, f\} = \phi$

17. એક શાળાના 600 વિદ્યાર્થીઓના સર્વેક્ષણમાં 150 વિદ્યાર્થીઓ ચા પીતા હતા અને 225 કૉફી પીતા હતા. 100 વિદ્યાર્થીઓ ચા અને કૉફી બંને પીતા હતા. કૉફી અને ચા બંને પૈકી કંઈપણ નહિ પીનારા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા શોધો.

➡ ધારો કે, ચા પીતા હોય તેવા વિદ્યાર્થીઓનો ગણ = A

કૉફી પીતા હોય તેવા વિદ્યાર્થીઓનો ગણ = B

$n(A) = 150,$ $n(B) = 225$

$n(A \cap B) = 100,$ $n(U) = 600$

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$= 150 + 225 - 100$

$= 275$

કૉફી અને ચા બંને પૈકી કોઈપણ નહિં પીનાર વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા $= n(A' \cap B')$

$= n((A \cup B)')$

$= n(U) - n(A \cup B)$

$= 600 - 275$

$= 325$

18. વિદ્યાર્થીઓના એક જૂથમાં, 100 વિદ્યાર્થીઓ હિન્દી જાણે છે, 50 અંગ્રેજી જાણે છે અને 25 બંને ભાષા જાણે છે. આ જૂથમાં કેટલા વિદ્યાર્થીઓ હશે ?

➡ ધારો કે, હિન્દી જાણનાર વિદ્યાર્થીઓનો ગણ = A

અંગ્રેજી જાણનાર વિદ્યાર્થીઓનો ગણ = B

હવે, $n(A) = 100$, $n(B) = 50$, $n(A \cap B) = 25$

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$= 100 + 50 - 25$

$= 125$

આ જૂથમાં 125 વિદ્યાર્થીઓ હશે.

19. સાબિત કરો કે નીચે આપેલી ચારેય શરતો સમકક્ષ છે :

(i) $A \subset B$, (ii) $A - B = \phi$ (iii) $A \cup B = B$ (iv) $A \cap B = A$

➥ $A \subset B$

$A - B = \{x : x \in A$ પરંતુ $x \notin B\}$

$A \subset B$ હોવાથી ગણ A નાં બધાં જ ઘટકો ગણ B માં છે.

$\therefore A - B = \phi$

ફરીથી $A - B = \phi$

$\Rightarrow A \subset B$

$\Rightarrow A \cup B = B$

હવે $A \cup B = B \Rightarrow A \subset B$

$\Rightarrow A \cap B = A$

$A \cap B = A \Rightarrow A \subset B$

આમ, આપેલ ચારેય શરતો સમાન છે.

20. A અને B ગણો છે. કોઈ ગણ X માટે જો $A \cap X = B \cap X = \phi$ અને $A \cup X = B \cup X$ તો સાબિત કરો કે $A = B$. (<u>સૂચન :</u> $A = A \cap (A \cup X)$, $B = B \cap (B \cup X)$ અને વિભાજનના નિયમનો ઉપયોગ કરો.)

➥ આપેલ છે કે, $A \cup X = B \cup X$

$\therefore A \cap (A \cup X) = A \cap (B \cup X)$

$\therefore A = (A \cap B) \cup (A \cap X)$

$= (A \cap B) \cup (B \cap X)$ ($\because A \cap X = B \cap X$ ક્રમ પરથી)

$= (A \cup X) \cap B$ (ક્રમ પરથી)

$= (B \cup X) \cap B = B$

$A = B$

21. 60 વ્યક્તિઓના સર્વેક્ષણમાં, 25 વ્યક્તિઓ સમાચારપત્ર H વાંચતા, 26 સમાચારપત્ર T વાંચતા, 26 સમાચારપત્ર I વાંચતા, 9 H અને I વાંચતા, 11 H અને T બંને વાંચતા, 8 T અને I વાંચતા તથા 3 તમામ સમાચારપત્ર વાંચતા માલૂમ પડ્યા.

(i) ઓછામાં ઓછું એક સમાચારપત્ર વાંચનાર

(ii) માત્ર એક જ સમાચારપત્ર વાંચનાર વ્યક્તિઓની સંખ્યા શોધો.

➥ ધારો કે, સમાચારપત્ર H વાંચતા વ્યક્તિઓનો ગણ = H

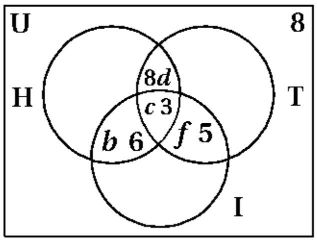
સમાચારપત્ર T વાંચતા વ્યક્તિઓનો ગણ = T

સમાચારપત્ર I વાંચતા વ્યક્તિઓનો ગણ = I

$n(H) = 25$, $n(T) = 26$, $n(I) = 26$

$n(H \cap I) = 9$ $n(H \cap T) = 11$ $n(T \cap I) = 8$

$n(H \cap T \cap I) = 3$, $n(U) = 60$



આપેલ માહિતીનો ઉપયોગ કરીને વેન આકૃતિ દોરતાં ઉપર પ્રમાણે વેન આકૃતિ મળશે.

(i) ઓછામાં ઓછું એક સમાચારપત્ર વાંચનાર

$n(H \cup T \cup I) = n(H) + n(T) + n(I) - n(H \cap T) - n(T \cap Z) - n(H \cap Z) + n(H \cap T \cap I)$

$= 25 + 26 + 26 - 9 - 11 - 8 + 3$

$= 80 - 28$

$= 52$

(ii) માત્ર એક જ સમાચારપત્ર વાંચનાર વ્યક્તિઓની સંખ્યા

$n(H) + n(T) + n(I) - 2 \cdot n(H \cap I) - 2 \cdot n(H \cap T) - 2 \cdot n(T \cap I) + 3 \cdot n(H \cap T \cap I)$

$= 25 + 26 + 26 - 2(9) - (2)11 - (2)8 + (3)3$

$= 86 - 56$

$= 30$

$n(H \cup T \cup I) = n(H) + n(T) + n(I) - n(H \cap T) - n(T \cap Z) - n(H \cap Z) + n(H \cap T \cap I)$

$= 25 + 26 + 26 - 9 - 11 - 8 + 3$

$= 80 - 28$

$= 52$

(ii) માત્ર એક જ સમાચારપત્ર વાંચનાર વ્યક્તિઓની સંખ્યા

$= a + e + g$

$= 8 + 10 + 12$

$= 30$

22. **એક સર્વેક્ષણમાં 21 વ્યક્તિ ઉત્પાદન A પસંદ કરે છે, 26 ઉત્પાદન B પસંદ કરે છે અને 29 ઉત્પાદન C પસંદ કરે છે. જો 14 વ્યક્તિઓ ઉત્પાદન A અને B બંને પસંદ કરતી હોય, 12 વ્યક્તિઓ ઉત્પાદન C અને A પસંદ કરતી હોય, 14 વ્યક્તિઓ ઉત્પાદન B અને C પસંદ કરતી હોય તથા 8 વ્યક્તિઓ ત્રણેય ઉત્પાદન પસંદ કરતી હોય, તો માત્ર ઉત્પાદન C પસંદ કરતી વ્યક્તિઓની સંખ્યા શોધો.**

➡ ધારો કે, ઉત્પાદન A પસંદ કરનાર વ્યક્તિઓનો ગણ = A

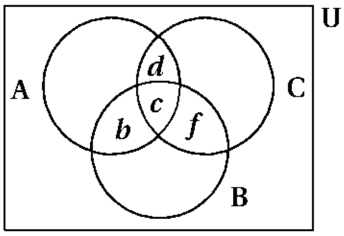
ઉત્પાદન B પસંદ કરનાર વ્યક્તિઓનો ગણ = B

ઉત્પાદન C પસંદ કરનાર વ્યક્તિઓનો ગણ = C

$n(A) = 21, \quad n(B) = 26, \quad n(C) = 29$

$n(A \cap B) = 14, \quad n(C \cap A) = 12, \quad n(B \cap C) = 14$

$n(A \cap B \cap C) = 8$



$n(A) = a + b + c + d = 21$

$n(B) = b + c + f + g = 26$

$n(C) = c + d + e + f = 29$

$n(A \cap B) = b + c = 14$

$n(C \cap A) = c + d = 12$

$n(B \cap C) = c + f = 14$

$c + f = 14 \Rightarrow 8 + f = 14 \Rightarrow f = 6$

$c + d = 12 \Rightarrow 8 + d = 12 \Rightarrow d = 4$

$b + c = 14 \Rightarrow b + 8 = 14 \Rightarrow b = 6$

$c + d + e + f = 29 \Rightarrow 8 + 4 + e + 6 = 29 \Rightarrow e = 11$

$b + c + f + g = 26 \Rightarrow 6 + 8 + 6 + g = 26 \Rightarrow g = 6$

$a + b + c + d = 21 \Rightarrow a + 6 + 8 + 4 = 21 \Rightarrow a = 3$

માત્ર ઉત્પાદન c પસંદ કરતી વ્યક્તિઓની સંખ્યા $= e = 11$

બીજી રીત :

માત્ર ઉત્પાદન c પસંદ કરતી વ્યક્તિઓની સંખ્યા,

$= n(c) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

$= 29 - 12 - 14 + 8$

$= 37 - 26$

$= 11$

23. શાળાના 880 છોકરાઓ પૈકી 224 ક્રિકેટ રમે છે. 240 હોકી રમે છે. અને 336 બાસ્કેટબોલ રમે છે. કુલ પૈકી 64 બાસ્કેટબોલ અને હોકી રમે છે. 80 ક્રિકેટ અને બાસ્કેટબોલ રમે છે. અને 40 ક્રિકેટ અને હોકી રમે છે. જો 24 છોકરાઓ આ ત્રણેય રમત રમતાં હોય તો ત્રણમાંથી એકપણ રમત ન રમતાં હોય તેવા છોકરાઓની સંખ્યા મેળવો.

➥ **240**

24. વિદ્યાર્થીને તેની પસંદગીનો કોઈપણ વિષય ભણવાની છૂટ હોય છે. 1 થી 300 ક્રમાંક ધરાવતાં વિદ્યાર્થીઓનાં સમૂહમાં જેમનો ક્રમાંક 3 થી વિભાજ્ય થાય છે તેવા વિદ્યાર્થીઓએ વિનયન શાખાઓનાં વિષય પસંદ કરેલ છે. જેમનો ક્રમાંક 5 થી વિભાજ્ય થાય છે, તેવા વિદ્યાર્થીઓએ વાણિજ્ય શાખાનો વિષય પસંદ કરેલ છે. અને જેમનો ક્રમાંક 10 થી વિભાજ્ય થાય છે. તેવા વિદ્યાર્થીઓએ વિજ્ઞાન શાખાનો વિષય પસંદ કરેલ છે, તો ફક્ત એક જ શાખાનો વિષય પસંદ કરેલ હોય તેવા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા મેળવો.

➥ **100**

25. 30 વિદ્યાર્થીઓનાં ક્લાસમાં 12 વિદ્યાર્થી ભરતકામ, 16 વિદ્યાર્થી ભૌતિકવિજ્ઞાન અને 18 વિદ્યાર્થી ઈતિહાસ પસંદ કરે છે. જો બધા વિદ્યાર્થી ઓછામાં ઓછો એક વિષય પસંદ કરે અને કોઈપણ વિદ્યાર્થી જો બધા વિષય પસંદ ના કરે તો 2 વિષય પસંદ કરતાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા મેળવો.

➥ **16**

26. A અને B બે ગણ છે. સાબિત કરો કે $(A - B) \cup B = A$ હોય તો અને તો જ $B \subset A$ થાય.

➥ **જાતે ગણો**

27. સાબિત કરો કે ગણ A અને B માટે, $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

➥ **જાતે ગણો**

28. કોઈપણ ગણ A અને B માટે સાબિત કરો કે, $A \cup B = A \cap C \Leftrightarrow A = B$

➥ **જાતે ગણો**