1. **જો R_1 અને R_2 ત્રિજ્યાઓવાળા બે વર્તુળોના ક્ષેત્રફળોનો સરવાળો એ R ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળના ક્ષેત્રફળ જેટલો હોય, તો ....**

(A) $R_1 + R_2 = R$ (B) $R_1^2 + R_2^2 = R^2$ (C) $R_1 + R_2 < R$ (D) $R_1^2 + R_2^2 < R^2$

જવાબ (B) $R_1^2 + R_2^2 = R^2$

અહીં, વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ

= પ્રથમ વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ + બીજા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ

$\therefore \quad \pi R^2 = \pi R_1^2 + \pi R_2^2$

$\therefore \quad R^2 = R_1^2 + R_2^2$

2. **જો R_1 અને R_2 ત્રિજ્યાઓવાળા બે વર્તુળોના પરિઘોનો સરવાળો એ R ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળના પરિઘ જેટલો હોય, તો ....**

(A) $R_1 + R_2 = R$ (B) $R_1 + R_2 > R$ (C) $R_1 + R_2 < R$ (D) એક પણ નહિ

જવાબ. (A) $R_1 + R_2 = R$

અહીં, વર્તુળનો પરિઘ

= પ્રથમ વર્તુળનો પરિઘ + બીજા વર્તુળનો પરિઘ

$\therefore \quad 2\pi R = 2\pi R_1 + 2\pi R_2$

$\therefore \quad R = R_1 + R_2$

3. **જો એક વર્તુળનો પરિઘ એક ચોરસની પરિમિતિ જેટલો હોય, તો ....**

(A) વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = ચોરસનું ક્ષેત્રફળ (B) વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ > ચોરસનું ક્ષેત્રફળ

(C) વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ < ચોરસનું ક્ષેત્રફળ (D) એક પણ નહિ

જવાબ. (B) વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ > ચોરસનું ક્ષેત્રફળ

અહીં, વર્તુળનો પરિઘ = ચોરસની પરિમિતિ

$\therefore \quad 2\pi R = 2$ (જયાં r વર્તુળની ત્રિજ્યા અને a ચોરસની બાજુ છે)

$\therefore \quad \frac{22}{7} r = 2a$

$\therefore \quad r = \frac{7}{22} \times 2a$

$\therefore \quad r = \frac{7}{11} a \qquad \text{... (i)}$

હવે, વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ, $A_1 = \pi r^2$

$= \pi \left(\frac{7a}{11}\right)^2 \qquad$ [$\because$ (i) પરથી]

$= \frac{22}{7} \times \frac{49a^2}{121}$

$\therefore \quad A_1 = \frac{14}{11} a^2 \qquad \text{... (ii)}$

અને ચોરસનું ક્ષેત્રફળ, $A_2 = (a)^2$ ... (iii)

પરિણામ (ii) અને (iii) પરથી,

$A_1 = \frac{14}{11} A_2$ મળશે.

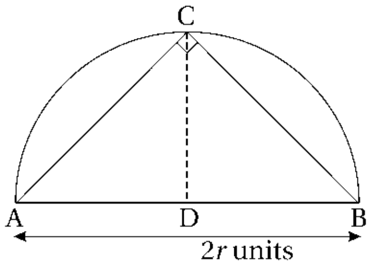
$\therefore A_1 > A_2$

તેથી, વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ > ચોરસનું ક્ષેત્રફળ

4. r ત્રિજ્યાવાળા એક અર્ધવર્તુળમાં અંતર્ગત સૌથી મોટા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ ..... છે.

(A) r^2 ચો. (B) $\frac{1}{2} r^2$ ચો. (C) $2r^2$ ચો. (D) $\sqrt{2}\, r^2$ ચો. એકમ

જવાબ. (A) r^2 ચો. એકમ



અર્ધવર્તુળના પરિઘ પર કોઈ એક બિંદુ C લો. અને તેને વ્યાસ ABના બે અંત્યબિંદુઓ A અને B સાથે જોડો.

$\therefore \angle C = 90^\circ$ ($\because$ અર્ધવર્તુળમાં અંતર્ગત ખૂણો 90° હોય છે.)

તેથી, ΔABC કાટકોણ ત્રિકોણ છે.

હવે, AB પર વેધ CD દોરો જેથી $CD = AD = DB = r$ એકમ થાય.

$\therefore$ સૌથી મોટા ΔABCનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times AB \times CD$

$= \frac{1}{2} \times 2r \times r$

$= r^2$ ચો.એકમ

5. જો કોઈ વર્તુળની પરિમિતિ એક ચોરસની પરિમિતિ જેટલી હોય, તો તેમના ક્ષેત્રફળોનો ગુણોત્તર ..... છે.

(A) 22 : 7 (B) 14 : 11 (C) 7 : 22 (D) 11 : 14

જવાબ. (B) 14 : 11

ધારો કે વર્તુળની ત્રિજ્યા r છે અને ચોરસની બાજુનું માપ a છે. અહીં, વર્તુળની પરિમિતિ = ચોરસની પરિમિતિ

$\therefore \quad 2\pi r = 4a$

$\therefore \quad a = \frac{\pi r}{2}$ ... (i)

હવે, $\frac{\text{વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ}}{\text{ચોરસનું ક્ષેત્રફળ}} = \frac{\pi r^2}{(a)^2} = \frac{\pi r^2}{\left(\frac{\pi r}{2}\right)^2}$ ...[$\because$ (i) પરથી]

$= \frac{\pi r^2}{\pi^2 r^2 / 4}$

$= \frac{4}{\pi}$

$$= \frac{4}{22/7} = \frac{28}{22} = \frac{14}{11}$$

$\therefore$ માગેલ ગુણોત્તર = 14 : 11

6. કોઈ જગ્યાએ 16 મી અને 12 મી વ્યાસવાળા બે વર્તુળાકાર બગીચાઓના ક્ષેત્રફળોના સરવાળા જેટલા ક્ષેત્રફળવાળો એક વર્તુળાકાર બગીચો બનાવવાનો પ્રસ્તાવ છે. તો નવા બગીચાની ત્રિજ્યા ..... હશે.

(A) 10 મી (B) 15 મી (C) 20 મી (D) 24 મી

જવાબ. (A) 10 મી

16 મી વ્યાસવાળા પ્રથમ વર્તુળાકાર બગીચાનું ક્ષેત્રફળ

$= \pi r_1^2$

$= \pi\left(\frac{16}{2}\right)^2 \quad [\because r_1 = \frac{d_1}{2} = \frac{16}{2} = 8$ મી$]$

$= \pi(8)^2$

$= 64\pi$ મી^{2}

12 મી વ્યાસવાળા બીજા વર્તુળાકાર બગીચાનું ક્ષેત્રફળ

$= \pi r_2^2$

$= \pi\left(\frac{12}{2}\right)^2 \quad [\because r_2 = \frac{d_2}{2} = \frac{12}{2} = 6$ મી$]$

$= \pi(6)^2$

$= 36\pi$ મી^{2}

ધારો કે નવા વર્તુળાકાર બગીચાની ત્રિજ્યા R છે.

અહીં, નવા વર્તુળાકાર બગીચાનું ક્ષેત્રફળ

= પ્રથમ વર્તુળાકાર બગીચાનું ક્ષેત્રફળ
+ બીજા વર્તુળાકાર બગીચાનું ક્ષેત્રફળ

$\therefore \pi R^2 = 64\pi + 36\pi$

$\therefore \pi R^2 = 100\pi$

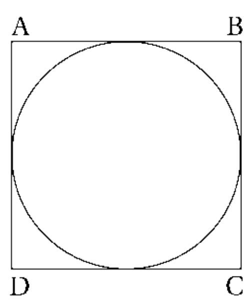
$\therefore R^2 = 100$

$\therefore$ R = 10 મી

7. 6 સેમી બાજુવાળા એક ચોરસમાં અંતર્ગત વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ ..... છે.

(A) 36π સેમી^{2} (B) 18π સેમી^{2} (C) 12π સેમી^{2} (D) 9π સેમી^{2}

જવાબ. (D) 9π સેમી^{2}



અહીં, ચોરસની બાજુનું માપ = 6 સેમી

$\therefore$ વર્તુળનો વ્યાસ (d) = ચોરસની બાજુનું માપ = 6 સેમી

∴ વર્તુળની ત્રિજ્યા (r) = $\frac{d}{2} = \frac{6}{2} = 3$ સેમી

∴ વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = $\pi r^2 = \pi(3)^2 = 9\pi$ સેમી^{2}

8. 8 સેમી ત્રિજ્યાવાળા એક વર્તુળમાં અંતર્ગત ચોરસનું ક્ષેત્રફળ ..... છે.

(A) 256 સેમી^{2} (B) 128 સેમી^{2} (C) $64\sqrt{2}$ સેમી^{2} (D) 64 સેમી^{2}

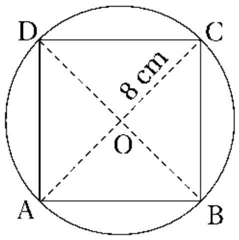
જવાબ. (B) 128 સેમી^{2}

અહીં, વર્તુળની ત્રિજ્યા r = OC = 8 સેમી

∴ વર્તુળનો વ્યાસ = AC = 2 × OC

= 2 × 8 = 16 સેમી

જે ચોરસનો વિકર્ણ થશે.



ધારો કે ચોરસની બાજુનું માપ x છે.

કાટકોણ ત્રિકોણ ABCમાં,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ (∵ પાયથાગોરસ પ્રમેય મુજબ)

∴ $(16)^2 = x^2 + x^2$

∴ $256 = 2x^2$

∴ $x^2 = \frac{256}{2} = 128$

આમ, ચોરસનું ક્ષેત્રફળ $x^2 = 128$ સેમી^{2} થાય.

9. 36 સેમી અને 20 સેમી વ્યાસવાળા બે વર્તુળોના પરિઘોના સરવાળા જેટલા પરિઘવાળા એક વર્તુળની ત્રિજ્યા ..... છે.

(A) 56 સેમી (B) 42 સેમી (C) 28 સેમી (D) 16 સેમી

જવાબ. (C) 28 સેમી

પ્રથમ વર્તુળનો પરિઘ = $\pi d_1 = \pi(36)$ (∵ $d_1 = 36$ સેમી)

= 36π સેમી

બીજા વર્તુળનો પરિઘ = $\pi d_2 = \pi(20)$ (∵ $d_2 = 20$ સેમી)

= 20π સેમી

હવે, નવા વર્તુળનો પરિઘ = પ્રથમ વર્તુળનો પરિઘ

+ બીજા વર્તુળનો પરિઘ

∴ $\pi D = 36\pi + 20\pi$

∴ $\pi D = 56\pi$

∴ $D = 56$

∴ માગેલ વર્તુળની ત્રિજ્યા = $\frac{56}{2} = 28$ સેમી

10. 24 સેમી અને 7 સેમી ત્રિજ્યાઓવાળા બે વર્તુળોના ક્ષેત્રફળોના સરવાળા જેટલા ક્ષેત્રફળવાળા એક વર્તુળનો વ્યાસ ..... છે.

(A) 31 સેમી (B) 25 સેમી (C) 62 સેમી (D) 50 સેમી

જવાબ. (D) 50 સેમી

ધારો કે $r_1 = 24$ સેમી અને $r_2 = 7$ સેમી

$\therefore$ પ્રથમ વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ $= \pi r_1^2 = \pi(24)^2 = 576\pi$ સેમી^{2}

અને બીજા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ $= \pi r_2^2 = \pi(7)^2 = 49\pi$ સેમી^{2}

ધારો કે નવા વર્તુળની ત્રિજ્યા R છે.

અહીં નવા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = પ્રથમ વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ + બીજા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ

$\therefore \pi R^2 = 576\pi + 49\pi$

$\therefore R^2 = 625$

$\therefore R = 25$ સેમી

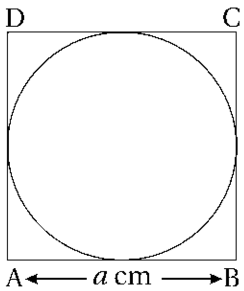
$\therefore$ નવા વર્તુળનો વ્યાસ $= 2R$

$= 2 \times 25$

$= 50$ સેમી

11. વિધાન સત્ય છે કે અસત્ય તે કારણસહ જણાવો : શું a સેમી બાજુવાળા ચોરસમાં અંતર્ગત વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ πa^2 સેમી^{2} હોઈ શકે ? કારણ આપો.

➠ ના.



ધારો કે ABCD એ a સેમી બાજુવાળો એક ચોરસ છે.

$\therefore$ વર્તુળનો વ્યાસ = ચોરસની બાજુ = a સેમી

$\therefore$ વર્તુળની ત્રિજ્યા $(r) = \dfrac{a}{2}$ સેમી

$\therefore$ વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ $= \pi(r)^2 = \pi\left(\dfrac{a}{2}\right)^2 = \dfrac{\pi a^2}{4}$ સેમી^{2}

આમ, વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ $\dfrac{\pi a^2}{4}$ સેમી^{2} છે.

12. વિધાન સત્ય છે કે અસત્ય તે કારણસહ જણાવો : એક વૃત્તખંડનું ક્ષેત્રફળ તેને સંગત વૃત્તાંશના ક્ષેત્રફળથી ઓછું હોય છે. શું આ વિધાન સત્ય છે ? કેમ ?

➠ ના.

આ વિધાન લઘુવૃત્તખંડ માટે સાચું છે. પરંતુ ગુરૂવૃત્તખંડ માટે સાચું નથી. ગુરૂવૃત્તખંડનું ક્ષેત્રફળ તેને સંગત વૃત્તાંશના ક્ષેત્રફળથી હંમેશા વધુ હોય છે.

13. વિધાન સત્ય છે કે અસત્ય તે કારણસહ જણાવો : d વ્યાસવાળા એક વર્તુળાકાર પૈંડા દ્વારા એક પરિભ્રમણમાં કાપેલ અંતર $2\pi d$ સેમી હોઈ શકે ? કેમ ?

➠ ના.

વર્તુળાકાર પૈંડા દ્વારા એક પરિભ્રમણમાં કાપેલ અંતર

= તેનો પરિઘ

= πd

= $\pi(2r)$ $[\because d = 2r]$

= $2\pi r$ સેમી

14. વિધાન સત્ય છે કે અસત્ય તે કારણસહ જણાવો : 5 મીટર અંતર કાપવા માટે r ત્રિજ્યાવાળું એક વર્તુળાકાર પૈંડુ $\frac{5}{2\pi r}$ ચક્કર લગાવે છે. આ વિધાન સાચું છે ? કેમ ?

➠ હા

વર્તુળાકાર પૈંડા દ્વારા એક પરિભ્રમણમાં કપાતું અંતર $2\pi r$ છે. તેથી 5 મીટર અંતર કાપવા માટે r ત્રિજ્યાવાળું એક વર્તુળાકાર પૈંડુ $\frac{5}{2\pi r}$ ચક્કર લગાવે.

15. વિધાન સત્ય છે કે અસત્ય તે કારણસહ જણાવો : એક વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ સંખ્યાત્મક રીતે તેના પરિઘના માપ કરતાં વધુ હોય છે. આ વિધાન સત્ય છે ? કેમ ?

➠ ના.

કારણ કે જો $0 < r < 2$ હોય, તો વર્તુળના પરિઘનું માપ એ વર્તુળના ક્ષેત્રફળ કરતાં વધુ હોય છે. પરંતુ જો $r > 2$ હોય, તો વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ વર્તુળનાં પરિઘના માપ કરતાં વધુ હોય છે.

16. વિધાન સત્ય છે કે અસત્ય તે કારણસહ જણાવો : બે ભિન્ન વર્તુળોના સમાન લંબાઈવાળા ચાપોને સંગત વૃત્તાંશોનું ક્ષેત્રફળ સમાન હોય છે. શું આ વિધાન સત્ય છે ? કેમ ?

➠ ના.

સમાન વર્તુળોના ચાપ માટે આપેલ વિધાન સત્ય છે પરંતુ ભિન્ન વર્તુળોના ચાપ માટે આપેલ વિધાન અસત્ય છે.

17. વિધાન સત્ય છે કે અસત્ય તે કારણસહ જણાવો : બે ભિન્ન વર્તુળોના બે વૃત્તાંશોનું ક્ષેત્રફળ સમાન છે તો શું આ વૃત્તાંશોને સંગત ચાપોની લંબાઈ સમાન હશે ? કેમ ?

➠ ના.

સમાન વર્તુળોના ચાપ માટે આપેલ વિધાન સત્ય છે પરંતુ ભિન્ન વર્તુળોના ચાપ માટે આપેલ વિધાન અસત્ય છે.

18. વિધાન સત્ય છે કે અસત્ય તે કારણસહ જણાવો : શું a સેમી લંબાઈ અને b સેમી પહોળાઈવાળા એક લંબચોરસમાં અંતર્ગત સૌથી મોટા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ πb^2 સેમી^{2} છે ? કેમ ?

➠ ના.

વર્તુળનો વ્યાસ = લંબચોરસની પહોળાઈ = b સેમી

$\therefore$ લંબચોરસમાં અંતર્ગત સૌથી મોટા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ

$= \pi r^2 = \pi\left(\frac{b}{2}\right)^2$ $(\because d = b$ તેથી $r = \frac{b}{2})$

$= \frac{\pi b^2}{4}$ સેમી^{2}

19. વિધાન સત્ય છે કે અસત્ય તે કારણસહ જણાવો : બે વર્તુળોના પરિઘ સમાન છે, તો શું આ વર્તુળોના ક્ષેત્રફળ પણ સમાન હોય ? કેમ ?

➠ હા.

જો બે વર્તુળોના પરિઘ સમાન હોય, તો તેમની ત્રિજ્યાઓ પણ સમાન થાય. તેથી તેમના ક્ષેત્રફળ પણ સમાન થાય.

20. વિધાન સત્ય છે કે અસત્ય તે કારણસહ જણાવો : બે વર્તુળોના ક્ષેત્રફળ સમાન છે. તો શું આ વર્તુળોના પરિઘ પણ સમાન હોય ? કેમ ?

➠ હા.

બે વર્તુળોના ક્ષેત્રફળ સમાન હોય. તો તેમની ત્રિજ્યાઓ પણ સમાન થાય તેથી તેમના પરિઘ પણ સમાન થાય.

21. વિધાન સત્ય છે કે અસત્ય તે કારણસહ જણાવો : શું p સેમી વ્યાસવાળા એક વર્તુળમાં અંતર્ગત ચોરસનું ક્ષેત્રફળ p^2

સેમી^{2} હોય છે ? કેમ ?

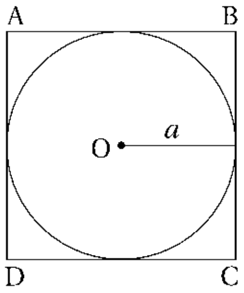
➠ ના.

જ્યારે વર્તુળમાં અંતર્ગત ચોરસ હોય, ત્યારે વર્તુળનો વ્યાસ એ ચોરસના વિકર્ણ જેટલો હોય છે. પરંતુ ચોરસની બાજુ જેટલો હોતો નથી.

●

22. વિધાન સત્ય છે કે અસત્ય તે કારણસહ જણાવો : શું a સેમી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળને પરિગત ચોરસની પરિમિતિ $8a$ સેમી હોઈ શકે? કારણ આપો.

➠ હા.



અહીં, વર્તુળની ત્રિજ્યા (r) = a સેમી

વર્તુળનો વ્યાસ (d) = 2 × ત્રિજ્યા

= $2 \times a$

= $2a$ સેમી

$\therefore$ ચોરસ ABCDની બાજુની લંબાઈ = વર્તુળનો વ્યાસ (d)

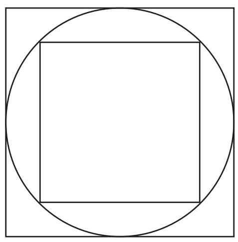
= $2a$ સેમી

$\therefore$ ચોરસ ABCDની પરિમિતિ = 4 × બાજુની લંબાઈ

= $4 \times 2a$

= $8a$ સેમી

23. વિધાન સત્ય છે કે અસત્ય તે કારણસહ જણાવો : આકૃતિમાં, d વ્યાસવાળા એક વર્તુળને અંતર્ગત એક ચોરસ તથા બીજો એક ચોરસ આ વર્તુળને પરિગત છે. શું બહારના ચોરસનું ક્ષેત્રફળ અંદરના ચોરસના ક્ષેત્રફળ કરતાં ચારગણું છે ? કારણ આપો.

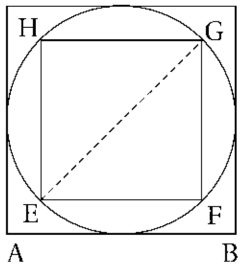


➠ ના.

અહીં, વર્તુળનો વ્યાસ d છે.

$\therefore$ વર્તુળમાં અંતર્ગત ચોરસનો વિકર્ણ = વર્તુળનો વ્યાસ = d

D C



ધારો કે અંતર્ગત ચોરસ EFGHની બાજુની લંબાઈ x છે.

કાટકોણ ત્રિકોણ ΔEFGમાં,

$EG^2 = EF^2 + FG^2$ ($\because$ પાયથાગોરસ પ્રમેય મુજબ)

$\therefore \quad d^2 = x^2 + x^2$

$\therefore \quad d^2 = 2x^2$

$\therefore \quad x^2 = \dfrac{d^2}{2}$

$\therefore$ અંતર્ગત ચોરસ EFGHનું ક્ષેત્રફળ $= x^2 = \dfrac{d^2}{2}$

હવે પરિગત ચોરસ ABCDની બાજુની લંબાઈ

$=$ વર્તુળનો વ્યાસ $= d$

$\therefore$ પરિગત ચોરસનું ક્ષેત્રફળ $= d^2 = 2x^2$

તેથી બહારના (પરિગત) ચોરસનું ક્ષેત્રફળ અંદરના (અંતર્ગત) ચોરસના ક્ષેત્રફળ કરતાં ચારગણું નથી.

24. વિધાન સત્ય છે કે અસત્ય તે કારણસહ જણાવો : જો r ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળના એક ચાપની લંબાઈ એ $2r$ ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળના ચાપની લંબાઈ જેટલી હોય, તો પ્રથમ વર્તુળને સંગત વૃત્તાંશનો ખૂણો એ બીજા વર્તુળને સંગત વૃત્તાંશના ખૂણા કરતાં બમણો હોય છે. આ વિધાન અસત્ય છે ? કેમ ?

➠ ના.

ધારો કે બે વર્તુળો C_1 અને C_2ની ત્રિજ્યાઓ અનુક્રમે r અને $2r$ તથા કેન્દ્રો અનુક્રમે O અને O' છે.

અહીં, વર્તુળ C_1ના ચાપ $\overset{\frown}{AB}$ની લંબાઈ

$=$ વર્તુળ C_2ના ચાપ $\overset{\frown}{CD}$ની લંબાઈ

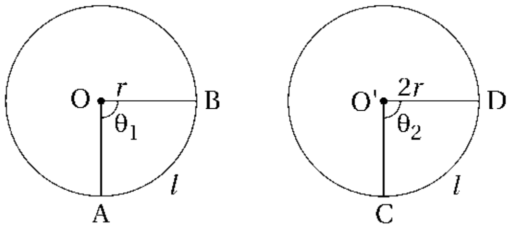
$\therefore \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD} = l$ (ધારો)

હવે ધારોકે ચાપ $\overset{\frown}{AB}$ દ્વારા કેન્દ્ર આગળ રચાતો ખૂણો θ_1 અને ચાપ $\overset{\frown}{CD}$ દ્વારા કેન્દ્ર આગળ રચાતો ખૂણો θ_2 છે.

$\therefore \quad \overset{\frown}{AB} = l = \dfrac{\theta_1}{360°} \times 2\pi r \quad \ldots \text{(i)}$

અને $\overset{\frown}{CD} = l = \dfrac{\theta_2}{360°} \times 2\pi(2r)$

$= \dfrac{\theta_2}{360°} \times 4\pi r \quad \ldots \text{(ii)}$



પરિણામ (i) અને (ii) પરથી,

$$\frac{\theta_1}{360^\circ} \times 2\pi r = \frac{\theta_2}{360^\circ} \times 4\pi r$$

$\therefore\ \theta_1 = 2\theta_2$

તેથી, પ્રથમ વર્તુળને સંગત વૃત્તાંશના ખૂણાનું માપ એ બીજા વર્તુળને સંગત વૃત્તાંશના ખૂણાના માપ કરતાં બમણું હોય છે.