

باب 9



4817CH09

الجبری عبارتیں اور تماشلاں

9.1 عبارتیں کیا ہیں؟

چھلی جماعتوں میں ہم الجبری عبارتوں (یا صرف عبارتوں) سے واقف ہو چکے ہیں۔ عبارتوں کی کچھ مثالیں یہ ہیں۔

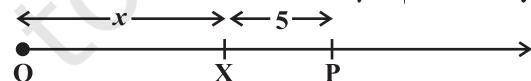
$$x + 3, 2y - 5, 3x^2, 4xy + 7$$

آپ اور بہت سی عبارتیں بناسکتے ہیں۔ آپ جانتے ہیں کہ ان کی تشکیل متغیر اور مستقلوں سے ہوتی ہے۔ عبارت $5 - 2y$ متغیر y اور مستقلہ 2 اور 5 سے مل کر بنی ہے۔ عبارت $7 - 4xy + 7$ کو متغیر x اور y اور مستقلہ 4 اور 7 سے تشکیل دیا گیا ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ عبارت $5 - 2y$ میں y کی قدر کچھ بھی ہو سکتی ہے یہ $\frac{5}{2}, -\frac{7}{3}, -3, 0, \frac{5}{2}, 5, 2, \text{ وغيرہ}$ ہو سکتی ہے؛ حقیقت میں y کی لامحدود قدریں ہو سکتی ہیں۔ عبارت کے متغیر کی قدر بدلتے کی قدر بدل جاتی ہے۔ اس طرح y کی مختلف قدر ہونے سے $5 - 2y$ کی قدر بدل جاتی ہے۔

جب، $y = 0$ ، $2y - 5 = 2 \times 0 - 5 = -5$ اور جب $y = 2$ ، $2y - 5 = 2(2) - 5 = -1$ وغیرہ۔ y کی کچھ اور قدروں کے لیے عبارت $5 - 2y$ کی قدر معلوم کیجیے۔

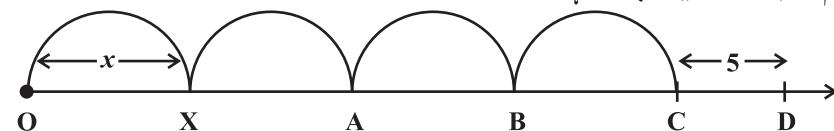
عددی خط اور عبارت :

عبارت $x + 5$ پر غور کیجیے۔ مان لیجیے کہ عددی خط پر متغیر x کا مقام X ہے۔



X عددی خط پر کہیں بھی ہو سکتا ہے، لیکن یہ ضروری ہے کہ $x + 5$ کی قدر X کے دائیں طرف 5 اکائی کے فاصلہ پر نقطہ P سے ظاہر ہوتی ہے۔ اسی طرح $4 - x$ کی قدر X کے باائیں طرف 4 اکائی کے فاصلہ پر ہوگی۔

$4x + 5$ کے مقام کے بارے میں کیا کہا جاسکتا ہے؟



C کا مقام نقطہ C پر ہوگا۔ مبدأ سے C کا فاصلہ X کے فاصلہ کا چار گنا ہوگا۔ $4x + 5$ کا مقام C، D کے دائیں طرف 5 اکائی کے فاصلہ پر ہوگا۔



(c) 3 کی رکنی جس میں x اور y متغیر ہوں۔

(d) 2 کشیر کنی جس میں 4 یا اس سے زیادہ ارکان ہوں۔



9.4 یکساں اور غیر یکساں ارکان

مندرجہ ذیل عبارتوں کو دیکھیے:

$$7x, 14x, -13x, 5x^2, 7y, 7xy, -9y^2, -9x^2, -5yx$$

ان میں یکساں ارکان ہیں:

$$(i) 7x, 14x, -13x \text{ یکساں ارکان ہیں}.$$

$$(ii) 5x^2 \text{ اور } -9x^2 \text{ یکساں ارکان ہیں}.$$

$$(iii) 7xy \text{ اور } -5yx \text{ یکساں ارکان ہیں}.$$

$$7x \text{ اور } 7y \text{ یکساں کیوں نہیں ہیں؟}$$

$$7x \text{ اور } 7xy \text{ یکساں کیوں نہیں ہیں؟}$$

$$7x \text{ اور } 5x^2 \text{ یکساں کیوں نہیں ہیں؟}$$



کوشش کیجیے

دواستے ارکان لکھیے جو مندرجہ ذیل کے یکساں ہوں

$$2l \quad (iii)$$

$$4mn^2 \quad (ii)$$

$$7xy \quad (i)$$

9.5 الجبری عبارتوں کی جمع اور تفریق

چھپلی جماعتوں میں ہم سیکھ پکے ہیں کہ الجبری عبارتوں کی جمع اور تفریق کیسے کی جاتی ہے۔

مثال کے طور پر $5 + 4x - 7x^2$ اور $10 - 9x - 4x^2$ کو جوڑنے کے لیے ہم اس طرح کرتے ہیں

$$\begin{array}{r} 7x^2 - 4x + 5 \\ + \quad \quad \quad 9x - 10 \\ \hline 7x^2 + 5x - 5 \end{array}$$

مشاهدہ کیجیے کہ ہم کیسے جمع کرتے ہیں۔ ہم جمع ہونے والی ہر عبارت کو علاحدہ قطار میں رکھتے ہیں۔ ایسا کرنے میں ہم یکساں ارکان کے نیچے یکساں ارکان ہی رکھتے ہیں اور ان کو جمع کر دیتے ہیں جیسا کہ ظاہر کیا گیا ہے۔ اس لیے $5 + (-10) = 5 - 10 = -5$ ۔ اسی طرح $-4x + 9x = (-4 + 9)x = 5x$ ۔ آئیے کچھ اور مثالیں لیتے ہیں۔

کوشش کیجیے

1. ایک متغیر اور متغیر والی عبارتوں کی پانچ پانچ مثالیں دیجیے۔
 $x, x-4, 2x+1, 3x-2$ کو عددی خط پر لکھائیے۔



9.2 ارکان، اجزاء ضربی اور ضریب

عبارت $4x + 5$ کو لیجیے۔ یہ عبارت دو ارکان $4x$ اور 5 سے مل کر بنی ہے۔ ارکان کو جمع کر کے عبارت بنائی جاتی ہے۔ رکن خود بھی اجزاء ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں بنائے جاسکتے ہیں۔ رکن $4x$ اپنے اجزاء ضربی 4 اور x کا حاصل ضرب ہے۔ رکن 5 صرف ایک جزو ضربی 5 سے بنائے ہے۔

عبارت $7xy - 5x$ کے دور کن ہیں $7xy$ اور $-5x$ ، رکن $7xy$ اجزاء ضربی 7 ، x اور y کا حاصل ضرب ہے۔ کسی رکن کا عددی جزو ضربی اس کا عددی ضریب کہلاتا ہے۔ جیسے رکن $7xy$ کا عددی ضریب 7 اور $x - 5$ کا عددی ضریب -5 ہے۔

کوشش کیجیے

- عبارت $x^2y^2 - 10x^2y + 5xy^2$ کے ہر رکن کے ضریب کی شناخت کیجیے۔

9.3 یک رکنی، دو رکنی اور کثیر رکنی

جس عبارت میں صرف ایک رکن ہوتا ہے اسے یک رکنی کہتے ہیں۔ دور کنوں والی عبارت کو دو رکنی کہا جاتا ہے۔ تین رکن والی عبارت کو سرکنی اور اسی طرح اور بھی۔ مجموعی طور پر ایک عبارت جس میں ایک یا ایک سے زیادہ ارکان ہوں اور جن کے ضریب غیر صفر ہوں (اوہ متغیروں کے صحیح منفی وقت نمانہ ہوں) کثیر رکنی میں ارکان کی کوئی بھی تعداد ایک یا ایک سے زیادہ ہو سکتی ہے۔

یک رکنی کی مثالیں $4x^2, 3xy, -7z, 5xy^2, 10y, -9, 82mnp$ ، وغیرہ۔

دو رکنی کی مثالیں $a+b, 4l+5m, a+4, 5-3xy, z^2-4y^2$ ، وغیرہ۔

سرکنی کی مثالیں $a+b+c, 2x+3y-5, x^2y-xy^2+y^2$ ، وغیرہ۔

کثیر رکنی کی مثالیں $a+b+c+d, 3xy, 7xyz-10, 2x+3y+7z$ ، وغیرہ۔

کوشش کیجیے

1. مندرجہ ذیل کثیر رکنی کی یک رکنی، دو رکنی اور سرکنی کے طور پر درجہ بندی کیجیے۔

$$-z+5, x+y+z, y+z+100, ab-ac, 17$$

2. بنائیے

(a) دو رکنی جس میں متغیر صرف x ہو۔

(b) دو رکنی جس میں x اور y متغیر ہوں۔



$$l^2 + m^2, m^2 + n^2, n^2 + l^2, \quad (\text{iv}) \quad 2p^2q^2 - 3pq + 4, 5 + 7pq - 3p^2q^2 \quad (\text{iii})$$

$$2lm + 2mn + 2nl$$

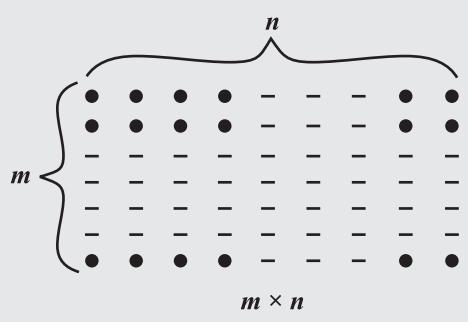
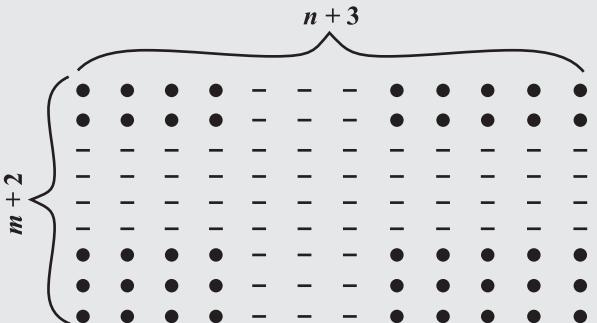
$12a - 9ab + 5b - 3$ کو $4a - 7ab + 3b + 12$ میں سے گھٹائیے۔ .4

$5xy - 2yz - 2zx + 10xyz$ کو $3xy + 5yz - 7zx$ میں سے گھٹائیے۔

$4p^2q - 3pq + 5pq^2 - 8p + 7q - 10$ کو $18 - 3p - 11q + 5pq - 2pq^2 + 5p^2q$ میں سے گھٹائیے۔

9.6 الجبری عبارتوں کا حاصل ضرب: تعارف

(i) مندرجہ ذیل نقطوں کے نمونوں کو دیکھیے۔

نقطوں کی کل تعداد	نقطوں کے نمونے
4×9	
5×7	
$m \times n$	
$(m+2) \times (n+3)$	

نقطوں کی تعداد معلوم کرنے کے لیے
ہمیں قطراروں کی تعداد کو عبارتوں
کے کالموں کی تعداد کی عبارتوں سے
ضرب کرنا ہے۔

یہاں قطراروں کی تعداد 2 بڑھائی گئی
ہے یعنی $m+2$ اور کالموں کی تعداد
 $n+3$ بڑھائی گئی ہے یعنی 3

مثال 1 : کو جمع کیجیے۔

حل : تینوں عبارتوں کو مختلف قطاروں میں رکھیے جس میں یکساں ارکان کے نیچے یکساں ارکان ہی ہوں۔

$$\begin{array}{r}
 7xy + 5yz - 3zx \\
 + 4yz + 9zx - 4y \\
 + -2xy - 3zx + 5x \\
 \hline
 5xy + 9yz + 3zx + 5x - 4y
 \end{array}$$

(نوٹ کیجیے xz ایسا ہی ہے جیسا zx)

لہذا عبارتوں کا حاصل جمع $5xy + 9yz + 3zx + 5x - 4y$ ہے۔ نوٹ کیجیے کہ کس طرح دوسری اور تیسری عبارت کے ارکان $-4y$ اور $5x$ کو جواب میں ویسے ہی لکھ دیا گیا ہے۔ کیوں کہ دوسری عبارتوں میں ان کے یکساں ارکان نہیں تھے۔

مثال 2 : $7x^2 - 4xy + 8y^2 + 5x - 3y$ کو $5x^2 - 4y^2 + 6y - 3$ سے گھٹائیے۔

$$\begin{array}{r}
 7x^2 - 4xy + 8y^2 + 5x - 3y \\
 - 5x^2 - 4y^2 + 6y - 3 \\
 (-) (+) (-) (+) \\
 \hline
 2x^2 - 4xy + 12y^2 + 5x - 9y + 3
 \end{array}$$

حل:

نوٹ کیجیے کہ کسی عدد کو گھٹانا ایسا ہی ہے جیسے اس کے جمی ممکوس کو جمع کرنا۔ اس لیے -3 کو گھٹانا ایسا ہی ہے جیسے $+3$ کو جمع کرنا۔ اسی طرح y کو گھٹانا ایسا ہی ہے جیسے $-6y$ کو جمع کرنا؛ x^2 کو گھٹانا ایسا ہی ہے جیسے $+4x^2$ کو جمع کرنا اور ایسے ہی آگے تک۔ دوسری قطار کے ہر ایک رکن کے نیچے کھلی گئی تیسری قطار میں لکھی علامتوں سے ہمیں پتہ چلتا ہے کہ ہمیں کون سا عمل کرنا ہے۔

مشق 9.1

1. مندرجہ ذیل عبارتوں کے ارکان اور ان کے ضریبوں کی شناخت کیجیے۔
- | | | |
|------------------------------|----------------------------------|--------------------|
| $4x^2y^2 - 4x^2y^2z^2 + z^2$ | $1 + x + x^2$ | $5xyz^2 - 3zy$ |
| (iii) | (ii) | (i) |
| $0.3a - 0.6ab + 0.5b$ | $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} - xy$ | $3 - pq + qr - rp$ |
| (vi) | (v) | (iv) |
2. مندرجہ ذیل کشیر کنوں کی درجہ بندی، یک رکنی، دو رکنی اور سرکنی کے طور پر کیجیے۔ کون سی کشیر رکنی ان میں سے کسی بھی درجہ میں نہیں آتی؟
- $x + y, 1000, x + x^2 + x^3 + x^4, 7 + y + 5x, 2y - 3y^2, 2y - 3y^2 + 4y^3, 5x - 4y + 3xy,$
 $4z - 15z^2, ab + bc + cd + da, pqr, p^2q + pq^2, 2p + 2q$



3. مندرجہ ذیل کو جمع کیجیے۔

$$a - b + ab, b - c + bc, c - a + ac \quad (\text{ii}) \qquad ab - bc, bc - ca, ca - ab \quad (\text{i})$$

9.7 یک رکنی کو یک رکنی سے ضرب کرنا

9.7.1 دو یک رکنی ضرب کرنا

ہم درج ذیل طریقے سے شروع کرتے ہیں

جسے ہم پہلے پڑھ چکے ہیں

$$4 \times x = x + x + x + x = 4x$$

$$4 \times (3x) = 3x + 3x + 3x + 3x = 12x \quad \text{اسی طرح}$$

اب مندرجہ ذیل حاصل ضرب کا مشاہدہ کیجیے۔

$$x \times 3y = x \times 3 \times y = 3 \times x \times y = 3xy \quad (\text{i})$$

$$5x \times 3y = 5 \times x \times 3 \times y = 5 \times 3 \times x \times y = 15xy \quad (\text{ii})$$

$$5x \times (-3y) = 5 \times x \times (-3) \times y \quad (\text{iii})$$

$$= 5 \times (-3) \times x \times y = -15xy$$

کچھ اور مثالیں دیکھئے

$$5 \times 4 = 20$$

یعنی پہلی یک رکنی کا ضریب \times دوسرا یک رکنی کا ضریب =

حاصل ضرب کا ضریب

$$x \times x^2 = x^3$$

دوسری یک رکنی کا الجبرا جز ضریب \times پہلی یک رکنی کا الجبرا جز ضریب = حاصل ضرب کا الجبرا جز ضریب

$$5x \times 4x^2 = (5 \times 4) \times (x \times x^2) \quad (\text{iv})$$

$$= 20 \times x^3 = 20x^3$$

$$5x \times (-4xyz) = (5 \times -4) \times (x \times xyz) \quad (\text{v})$$

$$= -20 \times (x \times x \times yz) = -20x^2yz$$

غور کیجیے کہ دونوں یک رکنی کے الجبرا حصوں کے مختلف متغروں کی قوتوں کو ہم کس طرح اکٹھا کرتے ہیں۔ ہم نے یہاں قوت نما کا طریقہ استعمال کیا ہے۔

9.7.2 تین یا تین سے زیادہ یک رکنی کی کشہ کو ضرب کرنا

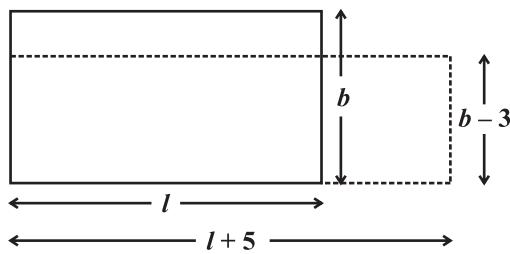
مندرجہ ذیل مثالوں کا مشاہدہ کیجیے۔

$$2x \times 5y \times 7z = (2x \times 5y) \times 7z = 10xy \times 7z = 70xyz \quad (\text{i})$$

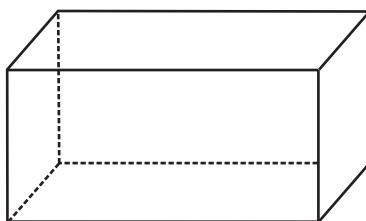
$$4xy \times 5x^2y^2 \times 6x^3y^3 = (4xy \times 5x^2y^2) \times 6x^3y^3 = 20x^3y^3 \times 6x^3y^3 = 120x^3y^3 \times x^3y^3 \quad (\text{ii})$$

$$= 120 (x^3 \times x^3) \times (y^3 \times y^3) = 120x^6 \times y^6 = 120x^6y^6$$

یہ ظاہر ہے کہ پہلے ہم دو یک رکنی کو ضرب کرتے ہیں اور پھر نتیجہ میں حاصل ایک یک رکنی کو تیسرا یک رکنی سے ضرب کرتے ہیں۔ اس طریقہ کی توسعہ ہم بہت سی یک رکنیوں کے حاصل ضرب کے لیے کر سکتے ہیں۔



مستطیل کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے ہمیں
الجبری عبارتوں کو ضرب کرنا پڑتا ہے جیسے
 $(l+5) \times (b-3)$ یا $l \times b$



(ii) کیا آپ ایسی صورت حال کے بارے میں جانتے ہیں جن میں دوالجبری عبارتوں کو ضرب کرنا پڑتا ہو؟
ایسے کہتی ہے ”ہم مستطیل کے رقبہ کے بارے میں سوچتے ہیں، مستطیل کا رقبہ $b \times l$ ہے جہاں لمبائی ہے اور b چوڑائی۔ اگر مستطیل کی لمبائی 5 اکائی بڑھا دی جائے یعنی $(l+5)$ اکائی اور چوڑائی 3 اکائی کم کر دی جائے یعنی $(b-3)$ اکائی تو مستطیل کا رقبہ $(l+5) \times (b-3)$ ہو گا۔

(iii) کیا آپ جم کے بارے میں جانتے ہیں؟ (ایک مستطیل نما صندوق کا جم اس کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی کے حاصل ضرب سے حاصل ہوتا ہے)

(iv) سریتا کہتی ہے کہ جب ہم چیزیں خریدتے ہیں تو ہمیں ضرب کرنا پڑتا ہے۔ مثال کے طور پر اگر ایک درجن کیلئے کی قیمت = ₹ p ہے

اور اسکول کی پنک کے لیے کیلوں کی ضرورت = z درجن

تو ہمیں ادا کرنے پڑیں گے = ₹ $(p \times z)$

مان بھیجیے ایک درجن کیلئے کی قیمت 2 ₹ کم ہوتی اور پنک کے لیے 4 درجن کیلوں کی ضرورت کم ہوتی

تو ہر ایک درجن کیلئے کی قیمت = ₹ $(p-2)$

اور کیلئے کی ضرورت = ₹ $(z-4)$ درجن

اس لیے ہمیں ادا کرنے پڑتے = ₹ $(p-2) \times (z-4)$

کوشش کیجیے

کیا آپ ایسی دو اور صورتیں بتاسکتے ہیں جہاں الجبری عبارتوں کو ضرب کرنا پڑ سکتا ہے؟

[اشارہ : • رفتار اور وقت پر غور کیجیے؛

• سو مفرد، اصل زر اور سو مفرد کی شرح پر غور کیجیے، وغیرہ]



نکوہ بالا سمجھی مثالوں میں ہم نے دو یادو سے زیادہ رقموں کو ضرب کیا ہے۔ اگر قمیں الجبری عبارتوں کی شکل میں دی گئی ہوں اور ہمیں ان کا حاصل ضرب معلوم کرنا ہو تو ہمیں یہ جاننا پاہیے کہ یہ حاصل ضرب کیسے حاصل کیا جائے گا۔ آئیے اسے منظم طریقے سے کرتے ہیں شروع کرنے کے لیے ہم دو یہ رکنی کو ضرب کرتے ہیں۔

مشق 9.2

1. مندرجہ ذیل یک رکنی جوڑوں کا حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

$$4p^3, -3p \quad (\text{iv}) \qquad -4p, 7pq \quad (\text{iii}) \qquad -4p, 7p \quad (\text{ii}) \qquad 4, 7p \quad (\text{i})$$

$$4p, 0 \quad (\text{v})$$

2. مستطیلوں کے رقبے معلوم کیجیے جن کی لمبائیاں اور چوڑائیاں یک رکنی کی شکل میں دی گئی ہیں۔

$$(p, q); (10m, 5n); (20x^2, 5y^2); (4x, 3x^2); (3mn, 4np)$$

3. حاصل ضرب کے جدول کو مکمل کیجیے۔

$-9x^2y^2$	$7x^2y$	$-4xy$	$3x^2$	$-5y$	$2x$	$\frac{\text{پہلی یک رکنی} \leftarrow}{\text{دوسری یک رکنی} \downarrow}$
...	$4x^2$	$2x$
...	$-15x^2y$	$-5y$
...	$3x^2$
...	$-4xy$
...	$7x^2y$
...	$-9x^2y^2$

4. مستطیل نام صندوقوں کا جنم معلوم کیجیے جن کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی بالترتیب ذیل میں دی گئی ہے۔

$$a, 2b, 3c \quad (\text{iv}) \qquad xy, 2x^2y, 2xy^2 \quad (\text{iii}) \qquad 2p, 4q, 8r \quad (\text{ii}) \qquad 5a, 3a^2, 7a^4 \quad (\text{i})$$

5. حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

$$2, 4y, 8y^2, 16y^3 \quad (\text{iii}) \qquad a, -a^2, a^3 \quad (\text{ii}) \qquad xy, yz, zx \quad (\text{i})$$

$$m, -mn, mnp \quad (\text{v}) \qquad a, 2b, 3c, 6abc \quad (\text{iv})$$

9.8 ایک یک رکنی کو کثیر رکنی سے ضرب کرنا

9.8.1 ایک یک رکنی کو دو رکنی سے ضرب کرنا

آئیے یک رکنی $3x$ کو دو رکنی $5y + 2$ سے ضرب کریں یعنی $? = 3x \times (5y + 2)$ معلوم کیجیے۔

یاد کیجیے $3x$ اور $(5y + 2)$ اعداد کو ظاہر کرتے ہیں اس لیے قسمی اصول کا استعمال کرنے سے

$$3x \times (5y + 2) = (3x \times 5y) + (3x \times 2) = 15xy + 6x$$

ہم حاصل ضرب کو دوسرے طریقے سے بھی معلوم کر سکتے ہیں۔

$$4xy \times 5x^2y^2 \times 6x^3y^3 = (4 \times 5 \times 6) \times (x \times x^2 \times x^3) \times (y \times y^2 \times y^3) = 120x^6y^6$$

کوشش کیجیے

$$4x \times 5y \times 7z$$

پہلے $4x \times 5y$ معلوم کیجیے اور پھر اس کو $7z$ سے ضرب کیجیے۔

یا پہلے $5y \times 7z$ معلوم کیجیے اور اس کو $4x$ سے ضرب کیجیے۔

کیا نتیجہ ایک ہی ہے؟ آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟

کیا ضرب کرتے وقت ترتیب کی اہمیت ہے؟



مثال 3 : ایک مستطیل جس کی لمبائی اور چوڑائی دی ہوئی ہے، کے رقبہ کے جدول کو پورا کیجیے۔

حل :

رقبہ	چوڑائی	لمبائی
$3x \times 5y = 15xy$	$5y$	$3x$
.....	$4y^2$	$9y$
.....	$5bc$	$4ab$
.....	$3lm^2$	$2l^2m$

مثال 4 : مندرجہ ذیل جدول میں تین مستطیل نما صندوقوں کی لمبائی، چوڑائی اور انچائی دی ہوئی ہے۔ ہر ایک کا جنم معلوم کیجیے۔

انچائی	چوڑائی	لمبائی	
$5cz$	$3by$	$2ax$	(i)
p^2m	n^2p	m^2n	(ii)
$8q^3$	$4q^2$	$2q$	(iii)

حل : جنم = لمبائی × چوڑائی × انچائی

$$(5cz) \times (3by) \times (2ax) = \text{جم} \quad \text{اس طرح (i) کے لیے}$$

$$(cz) \times (by) \times (ax) \times 5 \times 3 \times 2 =$$

$$30abcxyz =$$

$$p^2m \times n^2p \times m^2n = \text{جم} \quad \text{کے لیے (ii)}$$

$$(p \times p^2) \times (n \times n^2) \times (m^2 \times m) =$$

$$m^3n^3p^3 =$$

$$8q^3 \times 4q^2 \times 2q = \text{جم} \quad \text{کے لیے (iii)}$$

$$8 \times 4 \times 2 \times q^3 \times q^2 \times q =$$

$$64q^6 =$$

حل :

$$x(x-3)+2 = x^2 - 3x + 2 \quad (\text{i})$$

$$x^2 - 3x + 2 = (1)^2 - 3(1) + 2 \quad \text{کے لئے } x=1$$

$$= 1 - 3 + 2 = 3 - 3 = 0$$

$$3y(2y-7) - 3(y-4) - 63 = 6y^2 - 21y - 3y + 12 - 63 \quad (\text{ii})$$

$$= 6y^2 - 24y - 51$$

$$6y^2 - 24y - 51 = 6(-2)^2 - 24(-2) - 51 \quad \text{کے لئے } y=-2$$

$$= 6 \times 4 + 24 \times 2 - 51$$

$$= 24 + 48 - 51 = 72 - 51 = 21$$

مثال 6 : جمع کیجیے:

$$2(y^3 - 4y^2 + 5) \text{ اور } 4y(3y^2 + 5y - 7) \quad (\text{ii}) \quad 6m^2 - 13m \text{ اور } 5m(3-m) \quad (\text{i})$$

حل :

$$5m(3-m) = (5m \times 3) - (5m \times m) = 15m - 5m^2 \quad (\text{i}) \quad \text{پہلی عبارت}$$

اب دوسری عبارت کو اس میں جوڑنے پر

$$4y(3y^2 + 5y - 7) = (4y \times 3y^2) + (4y \times 5y) + (4y \times (-7)) \quad (\text{ii}) \quad \text{پہلی عبارت}$$

$$= 12y^3 + 20y^2 - 28y$$

$$2(y^3 - 4y^2 + 5) = 2y^3 + 2 \times (-4y^2) + 2 \times 5 \quad \text{دوسری عبارت}$$

$$= 2y^3 - 8y^2 + 10$$

$$12y^3 + 20y^2 - 28y$$

ان دونوں عبارتوں کو جوڑنے پر

$$+ 2y^3 - 8y^2 + 10$$

$$\hline$$

$$14y^3 + 12y^2 - 28y + 10$$

مثال 7 : $2pq(p+q)$ کو $3pq(p-q)$ سے گھٹایے۔

$$3pq(p-q) = 3p^2q - 3pq^2$$

حل :

ہم عام طور سے تحسیب میں تلقیٰ اصول کا استعمال کرتے ہیں۔ مثلاً:

(یہاں ہم نے تلقیٰ اصول استعمال کیا)

$$7 \times 106 = 7 \times (100 + 6)$$

$$= 7 \times 100 + 7 \times 6$$

$$= 700 + 42 = 742$$

$$7 \times 38 = 7 \times (40 - 2)$$

$$= 7 \times 40 - 7 \times 2$$

$$= 280 - 14 = 266$$



(یہاں ہم نے تلقیٰ اصول استعمال کیا)

اسی طرح سے $(-3x) \times (-5y + 2) = (-3x) \times (-5y) + (-3x) \times (2) = 15xy - 6x$

اور $5xy \times (y^2 + 3) = (5xy \times y^2) + (5xy \times 3) = 5xy^3 + 15xy$

ایک کیک رکنی × دوڑکنی کے بارے میں آپ کا کیا خیال ہے؟

مثال کے طور پر $(5y + 2) \times 3x = ?$

ہم تقلیلی اصول کا استعمال کر سکتے ہیں جیسے: $a \times b = b \times a$ یا عام طور پر $a \times b = b \times a$

اسی طرح سے $(5y + 2) \times 3x = 3x \times (5y + 2) = 15xy + 6x$

کوشش کیجیے

$$a^2(2ab - 5c) \quad (\text{ii})$$

$$2x(3x + 5xy) \quad (\text{i})$$

حاصل ضرب معلوم کیجیے



9.8.2 ایک کیک رکنی کو سردکنی سے ضرب کرنا

3p × (4p² + 5p + 7) پر غور کیجیے جس طرح ہم پہلے کرچکے ہیں یہاں تلقیٰ اصول کا استعمال کریں گے۔

$$3p \times (4p^2 + 5p + 7) = (3p \times 4p^2) + (3p \times 5p) + (3p \times 7)$$

$$= 12p^3 + 15p^2 + 21p$$

سرکنی کے ہر کن کو ایک رکنی سے ضرب کیجیے اور حاصل ضرب کو جمع کیجیے۔

غور کیجیے کہ تلقیٰ اصول کو استعمال کرنے سے ہم رکن برقن ضرب کرتے ہیں۔

کوشش کیجیے

حاصل ضرب معلوم کیجیے:

$$(4p^2 + 5p + 7) \times 3p$$

مثال 5: عبارت کو مختصر کیجیے اور ہدایت کے مطابق قدر معلوم کیجیے:

$$3y(2y - 7) - 3(y - 4) - 63 \quad \text{لے کے } y = -2 \quad (\text{ii})$$

$$x(x - 3) + 2 \quad \text{لے کے } x = 1 \quad (\text{i})$$

جمع کیجیے : (a) $r(r-p) + q(q-r) + p(p-q)$: .5

جمع کیجیے : (b) $2y(z-y-x) + 2x(z-x-y)$

گھٹائیے : (c) $4l(10n - 3m + 2l) + 3l(l - 4m + 5n)$

گھٹائیے : (d) $4c(-a+b+c) + 3a(a+b+c) - 2b(a-b+c)$

9.9 ایک کشیر کنی کو کشیر کنی سے ضرب کرنا

9.9.1 دور کنی کو دور کنی سے ضرب کرنا

آئیے ایک دور کنی $(2a + 3b)$ کو دوسری دور کنی $(3a + 4b)$ سے ضرب کرتے ہیں۔ ہم اس کو قدم بے قدم کرنے ہیں جیسا کہ ہم پہلے بھی کرچکے ہیں۔ اس میں بھی ہم ضرب کا قسمی اصول استعمال کریں گے۔

$$(3a + 4b) \times (2a + 3b) = 3a \times (2a + 3b) + 4b \times (2a + 3b)$$

غور کیجیے کہ ایک دور کنی کا ہر رکن دوسری دور کنی کے ہر رکن سے ضرب کیا جاتا ہے۔	$ \begin{aligned} &= (3a \times 2a) + (3a \times 3b) + (4b \times 2a) + (4b \times 3b) \\ &= 6a^2 + 9ab + 8ba + 12b^2 \\ &= 6a^2 + 17ab + 12b^2 \quad (ba = ab) \end{aligned} $
--	---

جب ہم ایک رکن کو دوسرے رکن سے ضرب کرتے ہیں تو ہم امید کرتے ہیں کہ $2 \times 2 = 4$ رکن موجود ہونا چاہیے لیکن ان میں دور کن یکساں ہیں جن کو ایک ساتھ ملا دیا گیا ہے، اور اس طرح ہمیں 3 رکن حاصل ہوتے ہیں۔ کشیر کنی کی کشیر کنی سے ضرب کرتے وقت ہمیں یکساں ارکانوں کو تلاش کرنا چاہیے اور انھیں ملانا چاہیے۔

مثال 8 : ضرب کیجیے

$$(3x + 5y) \text{ اور } (x - y) \quad (\text{ii}) \qquad (2x + 3) \text{ اور } (x - 4) \quad (\text{i})$$

حل :

$$(x - 4) \times (2x + 3) = x \times (2x + 3) - 4 \times (2x + 3) \quad (\text{i})$$

$$= (x \times 2x) + (x \times 3) - (4 \times 2x) - (4 \times 3) = 2x^2 + 3x - 8x - 12$$

$$(یکساں ارکان جمع کرنے پر) \qquad = 2x^2 - 5x - 12$$

$$(x - y) \times (3x + 5y) = x \times (3x + 5y) - y \times (3x + 5y) \quad (\text{ii})$$

$$= (x \times 3x) + (x \times 5y) - (y \times 3x) - (y \times 5y)$$

$$(یکساں ارکان جمع کرنے پر) \qquad = 3x^2 + 5xy - 3yx - 5y^2 = 3x^2 + 2xy - 5y^2$$

$$2pq(p+q) = 2p^2q + 2pq^2$$

اور

$$2p^2q + 2pq^2$$

گھٹانے پر

$$3p^2q - 3pq^2$$

— +

$$\underline{-p^2q + 5pq^2}$$

مشق 9.3

1. مندرجہ ذیل میں ہر عبارت کے جوڑے کا حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

$$a^2 - 9, 4a \quad (\text{iv}) \quad a + b, 7a^2b^2 \quad (\text{iii}) \quad ab, a - b \quad (\text{ii}) \quad 4p, q + r \quad (\text{i})$$

$$pq + qr + rp, 0 \quad (\text{v})$$

2. جدول کو مکمل کیجیے۔



حاصل ضرب	دوسری عبارت	پہلی عبارت	
...	$b + c + d$	a	(i)
...	$5xy$	$x + y - 5$	(ii)
...	$6p^2 - 7p + 5$	p	(iii)
...	$p^2 - q^2$	$4p^2q^2$	(iv)
...	abc	$a + b + c$	(v)

3. حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

$$\left(\frac{2}{3} xy\right) \times \left(\frac{-9}{10} x^2 y^2\right) \quad (\text{ii}) \quad (a^2) \times (2a^{22}) \times (4a^{26}) \quad (\text{i})$$

$$x \times x^2 \times x^3 \times x^4 \quad (\text{iv}) \quad \left(-\frac{10}{3} pq^3\right) \times \left(\frac{6}{5} p^3 q\right) \quad (\text{iii})$$

$$x = \frac{1}{2} \quad (\text{ii}) \quad x = 3 \quad (\text{i}) \quad 3x(4x - 5) + 3 : \quad \text{آسان کیجیے} \quad (\text{a}) \quad .4$$

$$a = -1 \quad (\text{iii}) \quad a = 1 \quad (\text{ii}) \quad a = 0 \quad (\text{i}) \quad a(a^2 + a + 1) + 5 : \quad \text{آسان کیجیے} \quad (\text{b})$$

معلوم کیجیے۔



$$= 2a^2 - ab - 3b^2 + bc + ac - 2ac + 3bc$$

$$= 2a^2 - ab - 3b^2 + (bc + 3bc) + (ac - 2ac)$$

$$= 2a^2 - 3b^2 - ab + 4bc - ac$$

مشق 9.4

1. دورنی کی ضرب کیجیے۔

$$(3y - 4) \text{ اور } (y - 8) \quad (\text{ii})$$

$$(4x - 3) \text{ اور } (2x + 5) \quad (\text{i})$$

$$(x + 5) \text{ اور } (a + 3b) \quad (\text{iv})$$

$$(2.5l + 0.5m) \text{ اور } (2.5l - 0.5m) \quad (\text{iii})$$

$$(3pq - 2q^2) \text{ اور } (2pq + 3q^2) \quad (\text{v})$$

$$4 \left(a^2 - \frac{2}{3} b^2 \right) \text{ اور } \left(\frac{3}{4} a^2 + 3b^2 \right) \quad (\text{vi})$$

2. حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

$$(x + 7y)(7x - y) \quad (\text{ii})$$

$$(5 - 2x)(3 + x) \quad (\text{i})$$

$$(p^2 - q^2)(2p + q) \quad (\text{iv})$$

$$(a^2 + b)(a + b^2) \quad (\text{iii})$$

3. آسان کیجیے۔

$$(a^2 + 5)(b^3 + 3) + 5 \quad (\text{ii})$$

$$(x^2 - 5)(x + 5) + 25 \quad (\text{i})$$

$$(t + s^2)(t^2 - s) \quad (\text{iii})$$

$$(a + b)(c - d) + (a - b)(c + d) + 2(ac + bd) \quad (\text{iv})$$

$$(x + y)(x^2 - xy + y^2) \quad (\text{vi}) \quad (x + y)(2x + y) + (x + 2y)(x - y) \quad (\text{v})$$

$$(1.5x - 4y)(1.5x + 4y + 3) - 4.5x + 12y \quad (\text{vii})$$

$$(a + b + c)(a + b - c) \quad (\text{viii})$$

مثال کیا ہے؟ 9.10

$$(a + 1)(a + 2) = a^2 + 3a + 2$$

a کی کسی قدر 10 = a کے لیے ہم اس مساوات کے طریقہ کی قدر معلوم کریں گے۔

مثال 9: ضرب کیجیے

$$(5a - 3b) \text{ اور } (a^2 + 2b^2) \quad (\text{ii})$$

$$(b - 5) \text{ اور } (a + 7) \quad (\text{i})$$

حل:

$$(a + 7) \times (b - 5) = a \times (b - 5) + 7 \times (b - 5) \quad (\text{i})$$

$$= ab - 5a + 7b - 35$$

نوت کیجیے کہ اس ضرب میں یکساں ارکان موجود نہیں ہیں۔

$$(a^2 + 2b^2) \times (5a - 3b) = a^2 (5a - 3b) + 2b^2 \times (5a - 3b) \quad (\text{ii})$$

$$= 5a^3 - 3a^2b + 10ab^2 - 6b^3$$

9.9.2 دور کنی کی سر کنی سے ضرب

اس ضرب میں، ہم سہ رکنی کے تینوں ارکان میں سے ہر کن کی دور کنی کے ہر ایک رکن سے ضرب کرتے ہیں۔ اس طرح ہمیں $3 \times 2 = 6$ ارکان حاصل ہوں گے جو گھٹ کے 5 یا اس سے بھی کم ہو سکتے ہیں، اگر ہر کن کو ایک رکن سے ضرب کرنے پر یکساں ارکان بننے ہیں۔ تو غور کیجیے:

$$(a + 7) \times (a^2 + 3a + 5) = a \times (a^2 + 3a + 5) + 7 \times (a^2 + 3a + 5)$$

دور کنی سر کنی [تقسیمی اصول کا استعمال کرتے ہوئے]

$$= a^3 + 3a^2 + 5a + 7a^2 + 21a + 35$$

$$= a^3 + (3a^2 + 7a^2) + (5a + 21a) + 35$$

$$(آخر میں صرف 4 ہی رکن کیوں ہیں؟) = a^3 + 10a^2 + 26a + 35$$

مثال 10: مختصر کیجیے

حل: ہمارے پاس ہے

$$(a + b)(2a - 3b + c) - (2a - 3b)c = a(2a - 3b + c) + b(2a - 3b + c)$$

$$= 2a^2 - 3ab + ac + 2ab - 3b^2 + bc$$

$$(نوت: 2ab - 3ab = -ab) = 2a^2 - ab - 3b^2 + bc + ac$$

$$(2a - 3b)c = 2ac - 3bc \quad \text{اور}$$

اس لیے

$$(a + b)(2a - 3b + c) - (2a - 3b)c = 2a^2 - ab - 3b^2 + bc + ac - (2ac - 3bc)$$

ظاہر ہے کہ یہ ایک تماش ہے کیوں کہ RHS میں موجود عبارت کو اصل ضرب کے عمل سے LHS سے حاصل کیا گیا ہے۔ آپ تصدیق کر سکتے ہیں کہ a اور b کی کسی بھی قدر کے لیے تماش کے دونوں طرف کی قدریں یکساں ہیں۔

- اس کے بعد ہم حاصل ضرب $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a(a-b) - b(a-b)$ پر غور کرتے ہیں۔

$$= a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \text{ہمارے پاس}$$

(II)

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

یا

- آخر میں ہم $(a+b)(a-b) = a(a-b) + b(a-b)$ پر غور کریں گے۔ ہمارے پاس ہے $(ab = ba)$ کیوں کہ $= a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$

(III)

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

یا

تماشلات (I) ، (II) اور (III) معياری تماشلات کہلاتی ہیں۔



کوشش کیجیے

1. تماش (I) میں b کی جگہ پر $-b$ رکھیے۔ کیا آپ کو تماش (II) حاصل ہوتا ہے؟

- اب ہم ایک اور اہم تماش پر غور کرتے ہیں۔

$$(x+a)(x+b) = x(x+b) + a(x+b)$$

$$= x^2 + bx + ax + ab$$

(IV)

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

یا



کوشش کیجیے

1. $x = 5$ ، $b = 3$ ، $a = 2$ کے لیے تماش (IV) کی تصدیق کیجیے۔

2. تماش (IV) میں $a = b$ لینے پر آپ کو کیا حاصل ہوتا ہے؟ کیا یہ تماش (I) سے متعلق ہے؟

3. تماش (IV) میں $c = -b$ اور $a = -c$ لینے پر آپ کو کیا حاصل ہوتا ہے؟ کیا یہ تماش (II) سے متعلق ہے؟

4. تماش (IV) میں $a = -b$ لیجیے۔ آپ کو کیا حاصل ہوتا ہے؟ کیا یہ تماش (III) سے متعلق ہے؟

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ تماش (IV) باقی تینوں تماشلات کی عام شکل ہے؟

$$\text{LHS} = (a+1)(a+2) = (10+1)(10+2) = 11 \times 12 = 132 \quad \text{کے لیے } a=10$$

$$\text{RHS} = a^2 + 3a + 2 = 10^2 + 3 \times 10 + 2 = 100 + 30 + 2 = 132$$

لہذا $a=10$ کے لیے برابری کے دونوں طرف کی قدر مساوی ہیں۔

آئیے، اب $a=-5$ کو لیں

$$\text{LHS} = (a+1)(a+2) = (-5+1)(-5+2) = (-4) \times (-3) = 12$$

$$\text{RHS} = a^2 + 3a + 2 = (-5)^2 + 3(-5) + 2$$

$$= 25 - 15 + 2 = 10 + 2 = 12$$

$$\text{لہذا } a=-5 \text{ کے لیے بھی } \text{LHS} = \text{RHS}$$

ہم دیکھتے ہیں کہ a کی کسی بھی قدر کے لیے $\text{LHS} = \text{RHS}$ ہے۔ ایسی برابری جو متغیر کی ہر قدر کے لیے درست ہوتا ہے اس کا نام تماشہ ہے۔ اس طرح،

$$(a+1)(a+2) = a^2 + 3a + 2 \quad \text{ایک تماشہ ہے۔}$$

ایک مساوات اس میں موجود متغیر کی صرف ایک قدر کے لیے ہی درست ہوتی ہے۔ یہ متغیر کی تمام قدروں کے لیے صحیح نہیں ہوتی۔ مثال کے طور پر مساوات

$$a^2 + 3a + 2 = 132$$

یہ صرف $a=10$ کے لیے صحیح ہے جیسا کہ اور دکھایا گیا ہے۔ لیکن $a=-5$ یا $a=0$ وغیرہ کے لیے درست نہیں ہے۔ کوشش کیجیے کہ دکھائیے کہ $a^2 + 3a + 2 = 132$ اور $a=-5$ اور $a=0$ کے لیے درست نہیں ہے۔

9.11 معیاری تماشات

اب ہم تین ایسی تماشات کا مطالعہ کریں گے جو ہمارے لیے بہت مفید ہیں۔ یہ تماشات ایک دور کرنی کو دوسری دور کرنی سے ضرب کرنے پر حاصل ہوتی ہیں۔

آئیے پہلے حاصل ضرب

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$

$$= a(a+b) + b(a+b)$$

$$= a^2 + ab + ba + b^2$$

$$(ab = ba \text{ کہ کیوں})$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

(I)

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

اس طرح

$$= 16p^2 - 24pq + 9q^2$$

کیا آپ اس بات سے متفق ہیں کہ $(4p - 3q)^2$ کا مرکز معلوم کرنے کے لیے سیدھے ضرب کے مقابلے تماشات کا استعمال زیادہ آسان ہے؟

$$(4.9)^2 = (5.0 - 0.1)^2 = (5.0)^2 - 2(5.0)(0.1) + (0.1)^2 \quad (\text{ii})$$

$$= 25.00 - 1.00 + 0.01 = 24.01$$

کیا 4.9 کا مرکز سیدھے ضرب کے مقابلے میں تماش (II) کی مدد سے زیادہ آسان نہیں ہے؟

مثال 13 : تماش (III) کا استعمال کرتے ہوئے معلوم کیجیے

$$194 \times 206 \quad (\text{iii}) \quad 983^2 - 17^2 \quad (\text{ii}) \quad \left(\frac{3}{2}m + \frac{2}{3}n\right) \left(\frac{3}{2}m - \frac{2}{3}n\right) \quad (\text{i})$$

حل :

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{2}m + \frac{2}{3}n\right) \left(\frac{3}{2}m - \frac{2}{3}n\right) &= \left(\frac{3}{2}m\right)^2 - \left(\frac{2}{3}n\right)^2 \quad (\text{i}) \\ &= \frac{9}{4}m^2 - \frac{4}{9}n^2 \end{aligned}$$

اسے سیدھے طریقے سے حل کرنے کی کوشش کیجیے۔
آپ دیکھیں گے کہ تماش (III) کا استعمال سے اس کو حل کرنا نسبتاً زیادہ آسان ہے۔

$$983^2 - 17^2 = (983 + 17)(983 - 17) \quad (\text{ii})$$

$$[a = 983, b = 17, a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)] \quad \text{یہاں}\] \\ 983^2 - 17^2 = 1000 \times 966 = 966000 \quad \text{اس لیے}$$

$$194 \times 206 = (200 - 6) \times (200 + 6) = 200^2 - 6^2 \quad (\text{iii})$$

$$= 40000 - 36 = 39964$$

مثال 14 : مندرجہ ذیل کے حاصل ضرب معلوم کرنے کے لیے تماش $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ کا استعمال کیجیے۔

$$95 \times 103 \quad (\text{ii})$$

$$501 \times 502 \quad (\text{i})$$

حل :

$$501 \times 502 = (500 + 1) \times (500 + 2) = 500^2 + (1 + 2) \times 500 + 1 \times 2 \quad (\text{i})$$

$$= 250000 + 1500 + 2 = 251502$$

$$95 \times 103 = (100 - 5) \times (100 + 3) = 100^2 + (-5 + 3) \times 100 + (-5) \times 3 \quad (\text{ii})$$

$$= 10000 - 200 - 15 = 9785$$

9.12 تماشلات کا استعمال

اب ہم دیکھیں گے کہ کس طرح تماشلات کا استعمال دور کنی کے ضرب اور اعداد کے ضرب کے بہت سے مسائل کو حل کرنے کے لیے بھی آسان تبادل طریقہ فراہم کرتا ہے۔

مثال 11 : تماش (I) کا استعمال کرتے ہوئے، معلوم کیجیے

حل :

$$[\text{تماش (I)} \text{ کے استعمال سے}] \quad (2x + 3y)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2 \quad (\text{i})$$

$$= 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

ہم $(2x + 3y)^2$ کی قدر سیدھے طور پر معلوم کر سکتے ہیں۔

$$(2x + 3y)^2 = (2x + 3y)(2x + 3y)$$

$$= (2x)(2x) + (2x)(3y) + (3y)(2x) + (3y)(3y)$$

$$= 4x^2 + 6xy + 6yx + 9y^2$$

$$= 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

($xy = yx$ کہ کیوں)

تماش (I) کے استعمال سے ہمیں $(2x + 3y)$ کا مربع معلوم کرنے کا ایک تبادل طریقہ حاصل ہوتا ہے۔ کیا آپ نے غور کیا ہے کہ نہ کوہہ بالا سیدھے طریقے کے مقابلے تماش کے طریقے میں کم اقدام ہوتے ہیں؟ آپ اس طریقے کی اہمیت اور زیادہ سمجھیں گے جب آپ $(2x + 3y)$ کے مقابلے میں بہت پچیدہ دور کنی عبارتوں کا مربع معلوم کرنے کی کوشش کریں گے۔

$$(103)^2 = (100 + 3)^2 \quad (\text{ii})$$

$$= 100^2 + 2 \times 100 \times 3 + 3^2$$

$$= 10000 + 600 + 9 = 10609$$

ہم 103 کو سیدھے 103 سے ضرب کر کے بھی درج بالا جواب حاصل کر سکتے ہیں۔ کیا آپ نے غور کیا ہے کہ سیدھے طریقے سے 103 کا مربع معلوم کرنے کے مقابلے تماش (I) کا طریقہ آسان ہے؟ 1013 کا مربع معلوم کرنے کی کوشش کیجیے۔ آپ اس حالت میں بھی سیدھے ضرب کے طریقے کے مقابلے تماشلوں کے استعمال کے طریقے کو زیادہ آسان پائیں گے۔

مثال 12 : تماش (II) کے استعمال سے معلوم کیجیے۔

حل :

(تماش II کے استعمال سے)

$$(4p - 3q)^2 = (4p)^2 - 2(4p)(3q) + (3q)^2 \quad (\text{i})$$

$$(4pq + 3q)^2 - (4pq - 3q)^2 = 48pq^2 \quad (\text{iv})$$

$$(a-b)(a+b) + (b-c)(b+c) + (c-a)(c+a) = 0 \quad (\text{v})$$

6. تماثل کا استعمال کرتے ہوئے قدر معلوم کیجیے۔

$$998^2 \quad (\text{iv})$$

$$102^2 \quad (\text{iii})$$

$$99^2 \quad (\text{ii})$$

$$71^2 \quad (\text{i})$$

$$8.9^2 \quad (\text{viii})$$

$$78 \times 82 \quad (\text{vii})$$

$$297 \times 303 \quad (\text{vi})$$

$$5.2^2 \quad (\text{v})$$

$$10.5 \times 9.5 \quad (\text{ix})$$

7. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ کا استعمال کرتے ہوئے ذیل کی قدر معلوم کیجیے۔

$$153^2 - 147^2 \quad (\text{iii}) \quad (1.02)^2 - (0.98)^2 \quad (\text{ii}) \quad 51^2 - 49^2 \quad (\text{i})$$

$$12.1^2 - 7.9^2 \quad (\text{iv})$$

8. $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$, کا استعمال کرتے ہوئے ذیل کی قدر معلوم کیجیے۔

$$9.7 \times 9.8 \quad (\text{iv})$$

$$103 \times 98 \quad (\text{iii})$$

$$5.1 \times 5.2 \quad (\text{ii}) \quad 103 \times 104 \quad (\text{i})$$

ہم نے کیا سیکھا؟

1. متغیر اور مستقلوں سے عبارت بنتی ہے۔
2. عبارت بنانے کے لیے ارکان کو جمع کیا جاتا ہے خود ارکان کی تنقیل اجزاء ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں ہوتی ہے۔
3. عبارت جس میں ایک، دو اور تین ارکان ہوتے ہیں بالترتیب یک رکنی، دو رکنی اور سه رکنی کہلاتی ہے۔ عام طور پر ایک یا اس سے زیادہ ارکان والی عبارت جس میں غیر صفحیح اعداد ضریب ہوں (او متغیر کی قوت غیر منفی ہو) کیش رکنی کہلاتی ہے۔
4. یکساں متغیروں سے یکساں ارکان بننے ہیں اور ان متغیروں کی قوت بھی یکساں ہوتی ہے۔ یکساں ارکان کے ضریب مساوی ہوں یہ ضروری نہیں ہے۔
5. کیش رکنی کو جمع کرنے (یا گھٹانے) کے لیے سب سے پہلے یکساں ارکان تلاش کیجیے اور انھیں جمع (یا گھٹا) کیجیے۔ اس کے بعد غیر یکساں ارکان کا استعمال کیجیے۔
6. بہت سی حالتوں میں ہمیں الجبری عبارتوں کو ضرب کرنے کی ضرورت پڑتی ہے۔ مثال کے طور پر مستطیل کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے، جس کے اضلاع الجبری عبارتوں کی شکل میں دیے گئے ہوں۔
7. یک رکنی کو یک رکنی سے ضرب کرنے پر ہمیشہ ایک یک رکنی ہی حاصل ہوتی ہے۔
8. ایک کیش رکنی کو ایک یک رکنی سے ضرب کرنے کے لیے ہم کیش رکنی کے ہر رکن کو یک رکنی سے ضرب کرتے ہیں۔

مشق نمبر 9.5



1. مندرجہ ذیل حاصل ضرب معلوم کرنے کے لیے مناسب تماثل کا استعمال کیجیے۔

$$(2a-7)(2a-7) \quad (\text{iii}) \qquad (2y+5)(2y+5) \quad (\text{ii}) \qquad (x+3)(x+3) \quad (\text{i})$$

$$(1.1m-0.4)(1.1m+0.4) \quad (\text{v}) \qquad (3a-\frac{1}{2})(3a-\frac{1}{2}) \quad (\text{iv})$$

$$(6x-7)(6x+7) \quad (\text{vii}) \qquad (a^2+b^2)(-a^2+b^2) \quad (\text{vi})$$

$$\left(\frac{x}{2}+\frac{3y}{4}\right)\left(\frac{x}{2}+\frac{3y}{4}\right) \quad (\text{ix}) \qquad (-a+c)(-a+c) \quad (\text{viii})$$

$$(7a-9b)(7a-9b) \quad (\text{x})$$

2. مندرجہ ذیل حاصل ضرب کو معلوم کرنے کے لیے تماثل کا استعمال کیجیے۔

$$(4x+5)(4x+1) \quad (\text{ii}) \qquad (x+3)(x+7) \quad (\text{i})$$

$$(4x+5)(4x-1) \quad (\text{iv}) \qquad (4x-5)(4x-1) \quad (\text{iii})$$

$$(2a^2+9)(2a^2+5) \quad (\text{vi}) \qquad (2x+5y)(2x+3y) \quad (\text{v})$$

$$(xyz-4)(xyz-2) \quad (\text{vii})$$

3. تماثل کا استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل مریبعوں کو معلوم کیجیے۔

$$(6x^2-5y)^2 \quad (\text{iii}) \qquad (xy+3z)^2 \quad (\text{ii}) \qquad (b-7)^2 \quad (\text{i})$$

$$(2xy+5y)^2 \quad (\text{vi}) \qquad (0.4p-0.5q)^2 \quad (\text{v}) \qquad \left(\frac{2}{3}m+\frac{3}{2}n\right)^2 \quad (\text{iv})$$

4. آسان کیجیے۔

$$(2x+5)^2 - (2x-5)^2 \quad (\text{ii}) \qquad (a^2-b^2)^2 \quad (\text{i})$$

$$(4m+5n)^2 + (5m+4n)^2 \quad (\text{iv}) \qquad (7m-8n)^2 + (7m+8n)^2 \quad (\text{iii})$$

$$(2.5p-1.5q)^2 - (1.5p-2.5q)^2 \quad (\text{v})$$

$$(m^2-n^2m)^2 + 2m^3n^2 \quad (\text{vii}) \qquad (ab+bc)^2 - 2ab^2c \quad (\text{vi})$$

5. طاہر کیجیے۔

$$(9p-5q)^2 + 180pq = (9p+5q)^2 \quad (\text{ii}) \qquad (3x+7)^2 - 84x = (3x-7)^2 \quad (\text{i})$$

$$\left(\frac{4}{3}m-\frac{3}{4}n\right)^2 + 2mn = \frac{16}{9}m^2 + \frac{9}{16}n^2 \quad (\text{iii})$$

not to be republished
© NCERT

9. کیٹرکنی کو دورکنی (یاسدکنی) سے ضرب کرنے کے لیے ہم کو رکن سے ضرب کرتے ہیں، یعنی کیٹرکنی کا ہر رکن دورکنی (یاسدکنی) کے ہر رکن سے ضرب کیا جاتا ہے۔ غور کیجیے کہ اس طرح سے ضرب میں حاصل ضرب کے یکساں ارکان حاصل ہو سکتے ہیں اور انھیں ایک جگہ کرنا پڑتا ہے۔
10. تمثیل ایک ایسی برابری ہے جو متغیر کی کچھ مخصوص قدروں کے لیے درست ہوتی ہے جب کہ مساوات متغیر کی کچھ مخصوص قدروں کے لیے درست ہوتی ہے۔ مساوات تمثیل نہیں ہے۔

11. مندرجہ ذیل معیاری تمثیلات ہیں:

$$(I) \quad (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(II) \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(III) \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

12. دوسرا ہم تمثیل ہے

$$(IV) \quad (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

13. مذکورہ بالا چار تمثیلات اجبری عبارتوں کا حاصل ضرب معلوم کرنے اور مرتع معلوم کرنے میں مددگار ہوتی ہیں۔ یہ تمثیلات ہمیں اعداد کا حاصل ضرب معلوم کرنے کے لیے ایک آسان تبادل طریقے سے روشناس کرتی ہیں۔