1. **સમગુણોત્તર શ્રેણી $\frac{5}{2}, \frac{5}{4}, \frac{5}{8}, \ldots\ldots$ નું 20 મું પદ તથા n મું પદ શોધો.**

➡ આપેલ સમગુણોત્તર શ્રેણી માટે,

પ્રથમ પદ $a = \frac{5}{2}$ તથા સામાન્ય ગુણોત્તર $r = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{5}{2}} = \frac{1}{2}$

20 મું પદ $a_{20} = ar^{(20-1)}$

$= \frac{5}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{19}$

$= \frac{5}{(2)^{20}}$

n મું પદ $a_n = ar^{n-1}$

$= \frac{5}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$= \frac{5}{2^n}$

2. **એક સમગુણોત્તર શ્રેણીનું 8 મું પદ 192 છે અને સામાન્ય ગુણોત્તર 2 છે, તો તેનું 12 મું પદ શોધો.**

➡ ધારો કે સમગુણોત્તર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ a તથા સામાન્ય ગુણોત્તર r છે.

આપેલ છે કે, $a_8 = 192$ તથા $r = 2$, $a_{12} = ?$

હવે $a_8 = a(r)^{8-1}$

$\therefore\ 192 = a(2)^7$

$\therefore\ a = \frac{192}{(2)^7}$ ....(i)

$a_{12} = ar^{12-1} = \frac{192}{(2)^7}(2)^{11}$ ($\because$ (i) પરથી)

$= 192(2)^4$

$= 192 \times 16$

$= 3072$

$\therefore$ 12 મું પદ 3072 છે.

3. **સમગુણોત્તર શ્રેણીના પાંચમાં, આઠમાં અને અગિયારમાં પદ અનુક્રમે p, q અને s હોય, તો બતાવો કે, $q^2 = ps$.**

➡ ધારો કે સમગુણોત્તર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ a તથા સામાન્ય ગુણોત્તર r છે.

આપેલ છે કે, $a_5 = p$, $a_8 = q$ તથા $a_{11} = s$

$\therefore\ ar^{5-1} = p$, $ar^{8-1} = q$ તથા $ar^{11-1} = s$

$\therefore\ ar^4 = p$, $ar^7 = q$ તથા $ar^{10} = s$

હવે, $q^2 = (ar^7)^2$

$= a^2 r^{14}$

$= (ar^4)(ar^{10})$

$= pq$

4. **એક સમગુણોત્તર શ્રેણીનું ચોથું પદ બીજા પદના વર્ગ જેટલું છે અને પ્રથમ પદ -3 છે, તો તેનું 7 મું પદ શોધો.**

➡ સમગુણોત્તર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ $a = -3$.

ધારો કે, શ્રેણીનો સામાન્ય ગુણોત્તર r છે.

આપેલ છે કે, $a_4 = (a_2)^2$

$\therefore ar^{4-1} = (ar)^2$

$\therefore ar^3 = a^2 r^2$

$\therefore r = a = -3$

7 મું પદ $a_7 = ar^{7-1}$

$= (-3)\ (-3)^6$

$= -2187$

$\therefore$ શ્રેણીનું 7 મું પદ -2187 છે.

5. સમગુણોત્તર શ્રેણી $-6, 18, -54$ ..... નું 12 મું પદ તથા n મું પદ શોધો.

જવાબ **$2(3)^{12}$; $(-1)^n 6\ (3)^{n-1}$**

6. સમગુણોત્તર શ્રેણી $\sqrt{3}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{3\sqrt{3}}$ ...... નું 6 હું પદ શોધો.

જવાબ $\sqrt{3}\left(\frac{1}{3}\right)^5$

7. એક સમગુણોત્તર શ્રેણીનું ચોથું પદ 27 છે. તથા 7 મું પદ 729 છે. તો આ શ્રેણી મેળવો.

જવાબ **1, 3, 9, ...**

8. એક સમગુણોત્તર શ્રેણીનું ચોથું પદ 4 છે. તો તેનાં પ્રથમ પાંચ પદોનો ગુણાકાર મેળવો.

જવાબ **1024**

9. સમગુણોત્તર શ્રેણીઓ 5, 10, 20,...... અને 1280, 640, 320...... નું n મું પદ સમાન હોય તો n શોધો.

જવાબ **$n = 5$**

10. શ્રેણી $2, 2\sqrt{2}, 4$..... નું કયું પદ 128 થાય ?

➥ શ્રેણી $2, 2\sqrt{2}, 4$..... માટે,

પ્રથમ પદ $a = 2$ તથા સામાન્ય ગુણોત્તર $r = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

ધારો કે, આપેલ શ્રેણીનું n મું પદ $a_n = 128$

$\therefore a(r)^{n-1} = 128$

$\therefore 2\left(\sqrt{2}\right)^{n-1} = 128$

$\therefore (2)^{\frac{n-1}{2}} = 64 = (2)^6$

$\therefore \frac{n-1}{2} = 6$ ($\because$ આધાર સમાન હોય ત્યારે ઘાતાંકો સરખાવતાં)

$\therefore n = 13$

$\therefore$ આપેલ સમગુણોત્તર શ્રેણીનું 13 મું પદ 128 છે.

11. શ્રેણી $\sqrt{3}, 3, 3\sqrt{3}$,..... નું કયું પદ 729 થાય ?

➥ શ્રેણી $\sqrt{3}, 3, 3\sqrt{3}$,..... માટે, પ્રથમ પદ $= \sqrt{3}$

સામાન્ય ગુણોત્તર $r = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

ધારો કે, આપેલ શ્રેણીનું n મું પદ 729 છે.

$\therefore a_n = 729$

$\therefore a\ (r)^{n-1} = 729$

$\therefore \sqrt{3}\left(\sqrt{3}\right)^{n-1} = 729$

$\therefore \left(\sqrt{3}\right)^n = 729$

$\therefore (3)^{\frac{n}{2}} = (3)^6$

$\therefore \frac{n}{2} = 6$ ($\because$ આધાર સમાન હોય ત્યારે ઘાતાંકો સરખાવતાં)

$\therefore\ n = 12$

$\therefore$ આપેલ સમગુણોત્તર શ્રેણીનું 12 મું પદ 729 છે.

12. શ્રેણી $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \ldots$ નું કયું પદ $\frac{1}{19683}$ થાય ?

➥ શ્રેણી $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \ldots$ માટે,

પ્રથમ પદ $a = \frac{1}{3}$, સામાન્ય ગુણોત્તર $r = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$.

ધારો કે, આપેલ શ્રેણીનું n મું પદ $\frac{1}{19683}$ છે.

$\therefore\ ar^{n-1} = \frac{1}{19683}$

$\therefore\ \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \frac{1}{19683}$

$\therefore\ \frac{1}{(3)^n} = \frac{1}{(3)^9}$

$\therefore\ n = 9$

$\therefore$ આપેલ સમગુણોત્તર શ્રેણીનું 9 મું પદ $\frac{1}{19683}$ છે.

13. x ની કઈ કિંમત માટે $-\frac{2}{7}, x, -\frac{7}{2}$ સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં થાય ?

➥ $-\frac{2}{7}, x, -\frac{7}{2}$ સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં છે.

$\therefore\ \frac{x}{-\frac{2}{7}} = \frac{-\frac{7}{2}}{x}$

$\therefore\ x^2 = \left(-\frac{7}{2}\right)\left(-\frac{2}{7}\right) = 1$

$\therefore\ x = \pm 1$

14. x ની કઈ કિંમત માટે $(x + 9), (x - 6), 4$ સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં થાય ?

જવાબ **$\pm$ 1**

15. બે સંખ્યાઓનો સમાંતર મધ્યક 5 છે. અને સમગુણોત્તર મધ્યક 4 છે. તો તે બે સંખ્યાઓ શોધો.

જવાબ **2 અને 8**

16. a, b, c ધન સંખ્યાઓ હોય તો સાબિત કરો કે, $a^2 + b^2 + c^2 > ab + bc + ca$

જવાબ **288, 144, 72, 36, 18**

17. ચોક્કસ પ્રકારનાં જીવાણું દર કલાકે 4% પ્રમાણે વધે છે. શરૂઆતમાં 40 જીવાણુ હોય તો ચાર કલાકના અંતે કેટલા જીવાણુઓ હાજર હશે ? ચોથા કલાકમાં કેટલા જીવાણુઓ વધ્યા હશે ?

જવાબ **170, 45**

18. એક મોટર સાયકલ ₹. 60,000 માં ખરીદી. જો દર વર્ષે તેની કિંમતમાં 10% ઘટાડો થતો હોય તો ચોથા વર્ષનાં અંતે તેની કિંમત કેટલી હશે ?

જવાબ **₹. 39,366**

19. એક ચોરસની બાજુની લંબાઈ 10 સેમી. છે. ચોરસની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને જોડીને બીજા ચોરસ બનાવવામાં આવે છે. ફરીથી બીજા ચોરસની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને જોડીને ત્રીજો ચોરસ બનાવવામાં આવે છે. આ પ્રમાણે ચોથો, પાંચમો,.... ચોરસ દોરવામાં આવે છે. આ પ્રમાણે દોરેલ બધાં જ ચોરસનાં ક્ષેત્રફળનો સરવાળો મેળવો.

(Hint : $a + ar + ar^2 + \ldots\ \infty = \frac{a}{1-r}$)

જવાબ **200 ચો.સેમી.**

20. **એક દડો 120 મીટરની ઊંચાઈએથી નીચે ફેંકવામાં આવે છે. દડો જમીનને અથડાઈને ફરીથી તેની ઊંચાઈનાં $\frac{4}{5}$ ભાગે પાછો ઊંચો જાય છે. તો તે દડો સ્થિર થાય ત્યારે તેને કાપેલ અંતર મેળવો.**

જવાબ **1080 મીટર**

21. **શ્રેણી $\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2\sqrt{2}}$...... નું કયું પદ $\frac{1}{512\sqrt{2}}$ થાય ?**

જવાબ **11**

22. **શ્રેણી 18, −12, 8,..... નું કયું પદ $\frac{512}{729}$ થાય ?**

જવાબ **9**

23. **a, b, c, d સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં હોય તો સાબિત કરો કે, $a^2 - b^2, b^2 - c^2, c^2 - d^2$ સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં છે.**

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

24. **એક સમગુણોત્તર શ્રેણીનું ત્રીજું પદ 18 અને છઠ્ઠું પદ 486 છે. તો તેનું 9 મું પદ શોધો.**

જવાબ **13122**

25. **સમગુણોત્તર શ્રેણીઓમાં નિર્દેશિત પદોનો સરવાળો શોધો : 0.15, 0.015, 0.0015, ... પ્રથમ 20 પદ**

➡ આપેલ સમગુણોત્તર શ્રેણી માટે,

પ્રથમ પદ $a = 0.15$

સામાન્ય ગુણોત્તર $r = \frac{0.015}{0.15} = \frac{1}{10} < 1$

$n = 20$

સમગુણોત્તર શ્રેણીનાં n પદોનો સરવાળો,

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \qquad (r < 1)$$

$$\therefore \text{ માંગેલ સરવાળો } S_{20} = \frac{0.15\left(1 - \left(\frac{1}{10}\right)^{20}\right)}{1 - \frac{1}{10}}$$

$$= \frac{0.15\left(1 - \frac{1}{(10)^{20}}\right)}{\frac{9}{10}}$$

$$= \frac{1}{6}\left(1 - \frac{1}{(10)^{20}}\right)$$

$$= \frac{1}{6}\left(1 - (0.1)^{20}\right)$$

26. **સમગુણોત્તર શ્રેણીઓમાં નિર્દેશિત પદોનો સરવાળો શોધો : $\sqrt{7}, \sqrt{21}, 3\sqrt{7}$, ... પ્રથમ n પદ**

➡ આપેલ સમગુણોત્તર શ્રેણી માટે,

પ્રથમ પદ $a = \sqrt{7}$

સામાન્ય ગુણોત્તર $r = \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{7}} = \sqrt{3} > 1$

સમગુણોત્તર શ્રેણીનાં n પદોનો સરવાળો,

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \qquad (\because r > 1)$$

$$\therefore S_n = \frac{\sqrt{7}\left((\sqrt{3})^n - 1\right)}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= \frac{\sqrt{7}\left((\sqrt{3})^n - 1\right)}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$= \frac{\sqrt{7}}{2}\left(\sqrt{3} + 1\right)\left(3^{\frac{n}{2}} - 1\right) \qquad (\because (a - b)(a + b) = a^2 - b^2)$$

27. સમગુણોત્તર શ્રેણીઓમાં નિર્દેશિત પદોનો સરવાળો શોધો : 1, $-a$, a^2, $-a^3$, ... પ્રથમ n પદ (જ્યાં $a \neq -1$)

➡ આપેલ સમગુણોત્તર શ્રેણી માટે,

પ્રથમ પદ $a = 1$

સામાન્ય ગુણોત્તર $r = \frac{-a}{1} = -a$

સમગુણોત્તર શ્રેણીનાં n પદોનો સરવાળો,

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \qquad (a < 1 \text{ આપેલ છે.})$$

$$= \frac{1\left(1 - (-a)^n\right)}{1 - (-a)}$$

$$= \frac{\left[1 - (-a)^n\right]}{1 + a}$$

28. સમગુણોત્તર શ્રેણીઓમાં નિર્દેશિત પદોનો સરવાળો શોધો : x^3, x^5, x^7, ... પ્રથમ n પદ (જ્યાં $x \neq \pm 1$)

➡ આપેલ સમગુણોત્તર શ્રેણી માટે, ($\because x < 1$)

પ્રથમ પદ $a = x^3$

સામાન્ય ગુણોત્તર $r = \frac{x^5}{x^3} = x^2$

સમગુણોત્તર શ્રેણીનાં n પદોનો સરવાળો,

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \qquad (\because x < 1)$$

$$S_n = \frac{x^3\left(1 - (x^2)^n\right)}{1 - x^2}$$

$$\therefore S_n = \frac{x^3\left(1 - x^{2n}\right)}{1 - x^2}$$

29. $\sum_{k=1}^{11} (2 + 3^k)$ ની કિંમત શોધો.

➡ $\sum_{k=1}^{11} (2 + 3^k)$

$= (2 + 3) + (2 + 3^2) + (2 + 3^3) + ... + (2 + 3^{11})$

$= (2 + 2 + 2 + ... 11 \text{ વખત}) + (3 + 3^2 + 3^3 + ... + 3^{11})$

$3 + 3^2 + 3^3 + ... + 3^{11}$ એ સમગુણોત્તર શ્રેઢી છે. જેમાં $a = 3$, $r = 3$, $n = 11$.

$Sn = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$ સૂત્રનો ઉપયોગ કરતાં,

$$= 2 \times 11 + \frac{3\left((3)^{11} - 1\right)}{3 - 1}$$

$= 22 + \frac{3}{2}(3^{11} - 1)$

30. શ્રેણી 2, 6, 18,..... નાં 7 પદોનો સરવાળો શોધો.

જવાબ **2186**

31. શ્રેણી $\frac{2}{9}, -\frac{1}{3}, +\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}$ ..... 5 પદો સુધી સરવાળો શોધો.

જવાબ $\frac{55}{72}$

32. $\sum_{n=2}^{10} 4^n$ મેળવો.

જવાબ $\frac{16}{3}[4^9 - 1]$

33. સમગુણોત્તર શ્રેણી $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}$ ..... નાં કેટલાં પદોનો સરવાળો $\frac{3069}{512}$ થાય ?

જવાબ **10**

34. સમગુણોત્તર શ્રેણી 3, 6, 12, ... નાં n પદોનો સરવાળો 381 હોય તો n શોધો.

જવાબ **10**

35. સમગુણોત્તર શ્રેણીનાં પ્રથમ 3 પદોનો સરવાળો $\frac{39}{10}$ છે અને તેમનો ગુણાકાર 1 છે, તો સામાન્ય ગુણોત્તર અને તે પદો શોધો.

➥ ધારો કે સમગુણોત્તર શ્રેણીનાં પ્રથમ ત્રણ પદો $\frac{a}{r}$, a તથા ar છે.

તેમનો ગુણાકાર $= \left(\frac{a}{r}\right)(a)(ar) = 1$

$\therefore a^3 = 1$

$\therefore a = 1$

તેમનો સરવાળો $= \frac{a}{r} + a + ar = \frac{39}{10}$

$\therefore \frac{1}{r} + 1 + 1 \cdot r = \frac{39}{10}$

$\therefore \frac{1}{r} + r = \frac{39}{10} - 1$

$\therefore \frac{1 + r^2}{r} = \frac{29}{10}$

$\therefore 10r^2 - 29r + 10 = 0$

$\therefore (2r - 5)(5r - 2) = 0$

$\therefore r = \frac{5}{2}$ અથવા $r = \frac{2}{5}$

સામાન્ય ગુણોત્તર $r = \frac{5}{2}$, $a = 1$

પદો : $\frac{2}{5}, 1, \frac{5}{2}$

સામાન્ય ગુણોત્તર $r = \frac{2}{5}$, $a = 1$

પદો : $\frac{5}{2}, 1, \frac{2}{5}$

36. સમગુણોત્તર શ્રેણી $3, 3^2, 3^3$,..... નાં પ્રથમ કેટલાં પદોનો સરવાળો 120 થાય ?

➥ સમગુણોત્તર શ્રેણી $3, 3^2, 3^3$, ... માટે

પ્રથમ પદ $a = 3$

સામાન્ય ગુણોત્તર $r = 3 > 1$

ધારો કે સમગુણોત્તર શ્રેણીનાં n પદોનો સરવાળો 120 છે.

$\therefore S_n = 120$

$\therefore \dfrac{a(r^n - 1)}{r - 1} = 120$

$\therefore \dfrac{3(3^n - 1)}{3 - 1} = 120$

$\therefore 3^n - 1 = \dfrac{120 \times 2}{3}$

$\therefore 3^n - 81 = 3^4$

$\therefore n = 4$

∴ આપેલ સમગુણોત્તર શ્રેણીનાં ચાર પદોનો સરવાળો 120 છે.

37. સમગુણોત્તર શ્રેણીનાં પ્રથમ 3 પદોનો સરવાળો 16 છે અને પછીનાં ત્રણ પદોનો સરવાળો 128 છે, તો આ શ્રેણીનું પ્રથમ પદ, સામાન્ય ગુણોત્તર અને n પદોનો સરવાળો શોધો.

➡ સમગુણોત્તર શ્રેણીનાં પદો :

$a, ar, ar^2, ar^3, ar^4, ar^5, ...$

પ્રથમ ત્રણ પદોનો સરવાળો = 16

$\therefore a + ar + ar^2 = 16$

$\therefore a\,[(1 + r + r^2)] = 16$ ....(i)

પછીનાં ત્રણ પદોનો સરવાળો = 128

$\therefore ar^3 + ar^4 + ar^5 = 128$

$\therefore ar^3\,[(1 + r + r^2)] = 128$ ....(ii)

પરિણામ (ii) ને પરિણામ (i) વડે ભાગતાં,

$\dfrac{ar^3\,(1 + r + r^2)}{a\,(1 + r + r^2)} = \dfrac{128}{16}$

$\therefore r^3 = 8 = 2^3 \Rightarrow r = 2$

હવે પરિણામ (i) માં $r = 2$ મૂકો.

$a\,(1 + 2 + 4) = 16$

$\therefore a = \dfrac{16}{7}$

∴ શ્રેણીનું પ્રથમ પદ $a = \dfrac{16}{7}$

તથા સામાન્ય ગુણોત્તર $r = 2$ છે.

∴ n પદોનો સરવાળો $S_n = \dfrac{a\,(r^n - 1)}{r - 1}$ ($\because r = 2 > 1$ છે.)

$= \dfrac{\frac{16}{7}(2^n - 1)}{2 - 1}$

$= \dfrac{16}{7}(2^n - 1)$

38. આપેલ સમગુણોત્તર શ્રેણી માટે $a = 729$ અને 7 મું પદ 64 હોય તો S_7 શોધો.

➡ આપેલ સમગુણોત્તર શ્રેણી માટે,

પ્રથમ પદ $a = 729$

ધારો કે સામાન્ય ગુણોત્તર $= r$

7 મું પદ, $a_7 = 64$

$\therefore ar^{7-1} = 64$

$\therefore 729(r)^6 = 64$

$\therefore r^6 = \left(\dfrac{2}{3}\right)^6 \Rightarrow r = \dfrac{2}{3} < 1$

હવે, $S_n = \dfrac{a(1 - r^n)}{1 - r}$ ($\because r < 1$)

$$\therefore S_7 = \frac{729\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^7\right)}{1 - \frac{2}{3}}$$

$$= (3)^6 (3) \left(\frac{3^7 - 2^7}{3^7}\right)$$

$$= 3^7 - 2^7$$

$$= 2059$$

39. **જેનાં પ્રથમ બે પદોનો સરવાળો –4 હોય અને પાંચમું પદ ત્રીજા પદથી ચાર ગણું હોય એવી સમગુણોત્તર શ્રેણી શોધો.**

➡ સમગુણોત્તર શ્રેણી : a, ar, ar^2, ar^3, ar^4 ....

પ્રથમ બે પદનો સરવાળો $= -4$

$\therefore a + ar = -4$

$\therefore a(1 + r) = -4$ ....(i)

પાંચમું પદ એ ત્રીજા પદથી ચાર ગણું છે.

$a_5 = 4(a_3)$

$\therefore ar^4 = 4(ar^2)$

$\therefore r^2 = 4 \Rightarrow r = \pm 2$

જો $r = 2$ હોય તો (i) $\Rightarrow a(1 + 2) = -4$

$\Rightarrow a = \frac{-4}{3}$

જો $r = -2$ હોય તો (i) $\Rightarrow a(1 - 2) = -4$

$\Rightarrow a = 4$

$a = \frac{-4}{3}$, $r = 2$ હોય તો,

સમગુણોત્તર શ્રેણી : $\frac{-4}{3}, \frac{-8}{3}, \frac{-16}{3}$ ....

$a = 4, \quad r = -2$ હોય તો,

સમગુણોત્તર શ્રેણી : 4, –8, 16, –32 ......

40. **શ્રેણી $\sqrt{3}, 3, 3\sqrt{3}$ .... નાં કેટલાં પદોનો સરવાળો $39 + 13\sqrt{3}$ થશે ?**

જવાબ 6

41. **સાબિત કરો કે, સમગુણોત્તર શ્રેણીનાં પ્રથમ n પદોનાં સરવાળા તથા $(n + 1)$ પદથી $2n$ પદ સુધીનાં સરવાળાનો ગુણોત્તર $\frac{1}{r^n}$ છે.**

જવાબ સ્વપ્રયત્ને

42. **સમગુણોત્તર શ્રેણીનાં પ્રથમ ત્રણ પદોનો સરવાળો 21 અને તે પછીનાં ત્રણ પદોનો સરવાળો 168 હોય તો પ્રથમ પાંચ પદોનો સરવાળો શોધો.**

જવાબ 93

43. **જો સમગુણોત્તર શ્રેણીનાં પ્રથમ બે પદોનો સરવાળો $\frac{9}{2}$ હોય અને છઠ્ઠું પદ એ તેનાં ત્રીજા પદથી 8 ગણું હોય તો તે શ્રેણી શોધો.**

જવાબ $\frac{3}{2}$, 3, 6, 12,.....

44. **એક સમાંતર શ્રેણીમાં પ્રથમ પદ 27 છે. તથા તેનું આઠમું પદ $\frac{1}{81}$ છે. તો તેનાં પ્રથમ 10 પદોનો સરવાળો શોધો.**

જવાબ $\frac{81}{2}\left(1 - \frac{1}{3^{10}}\right)$

45. **જો સમગુણોત્તર શ્રેણીનાં ચોથા, દસમાં અને સોળમાં પદ અનુક્રમે x, y અને z હોય તો, સાબિત કરો કે, x, y, z સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં છે.**

➡ ધારો કે સમગુણોત્તર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ a તથા સામાન્ય ગુણોત્તર r છે.

ચોથું પદ $a_4 = x$ અર્થાત્ $ar^3 = x$

દસમું પદ $a_{10} = y$ અર્થાત્ $ar^9 = y$
સોળમું પદ $a_{16} = z$ અર્થાત્ $ar^{15} = z$

$$y^2 = (ar^9)^2 = a^2r^{18} = (ar^3)(ar^{15}) = xz$$

$\therefore y^2 = xz \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{z}{y}$

$\therefore x, y, z$ સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં છે.

46. 8, 88, 888, 8888..... શ્રેણીનાં પ્રથમ n પદોનો સરવાળો શોધો.

➡ $S_n = 8 + 88 + 888 + 8888 + \ldots\ldots\ldots\ n$ પદો

$= \frac{8}{9}[9 + 99 + 999 + 9999 + \ldots\ldots\ldots + n$ પદો $]$

$= \frac{8}{9}[(10-1) + (100-1) + (1000-1) (10000-1) + \ldots\ldots\ldots + n$ પદો $]$

$= \frac{8}{9}\Big[\big(10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + n$ પદો$\big)$

$- (1 + 1 + 1 + 1 + \ldots\ldots\ldots + n$ પદો$)\Big]$

$= \frac{8}{9}\left[\frac{10\,(10^n - 1)}{10 - 1} - n\right]$ ($\because$ અહીં સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં $a = 10$, $r = 10$ લેતાં)

$$S_n = \frac{8}{9}\left[\frac{10}{9}(10^n - 1) - n\right] = \frac{80}{81}(10^n - 1) - \frac{8n}{9}$$

47. શ્રેણીઓ 2, 4, 8, 16, 32 અને 128, 32, 8, 2, $\frac{1}{2}$ નાં સંગત પદોના ગુણાકારનો સરવાળો શોધો.

➡ આપેલ શ્રેણીઓ : 2, 4, 8, 16, 32 અને 128, 32, 8, 2, $\frac{1}{2}$

તેમનાં સંગત પદોનો ગુણાકાર : 2×128, 4×32, 8×8, 16×2, $32 \times \frac{1}{2}$

$\therefore$ 256, 128, 64, 32, 16

જે સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં છે.

જેનું પ્રથમ પદ $a = 256$, સામાન્ય ગુણોત્તર $r = \frac{128}{256} = \frac{1}{2} < 1$

પદોની સંખ્યા $n = 5$

સમગુણોત્તર શ્રેણીનો સરવાળો,

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \quad (\because r < 1)$$

$\therefore$ માંગેલ સરવાળો $S_5 = \frac{256\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^5\right)}{1 - \frac{1}{2}}$

$= \frac{256\left(1 - \frac{1}{32}\right)}{\frac{1}{2}}$

$= \frac{256 \times 31 \times 2}{32}$

$= 496$

48. શ્રેણીઓ $a, ar, ar^2, \ldots\ldots, ar^{n-1}$ અને $A, AR, AR^2, \ldots\ldots, AR^{n-1}$ નાં સંગત પદોના ગુણાકાર દ્વારા મળતાં પદો સમગુણોત્તર શ્રેણી બનાવે છે તેમ સાબિત કરો અને તેનો સામાન્ય ગુણોત્તર શોધો.

➡ આપેલ સમગુણોત્તર શ્રેણીઓ :

$a, ar, ar^2, ..., ar^{n-1}$ અને $A, AR, AR^2, ..., AR^{n-1}$ છે.

તેમનાં સંગત પદોનો ગુણાકાર :

$Aa, AR\,ar, AR^2\,ar^2, ..., AR^{n-1}\,ar^{n-1}$ છે.

અહીં $\frac{AR\,ar}{Aa} = Rr$

$\frac{AR^2\,ar^2}{AR\,ar} = Rr$

$\therefore$ સંગત પદોનાં ગુણાકાર દ્વારા મળતી શ્રેણી પણ સમગુણોત્તર શ્રેણી છે. જેમનો સામાન્ય ગુણોત્તર Rr છે.

49. જેમાં ત્રીજું પદ, પ્રથમ પદથી 9 જેટલું વધારે હોય અને બીજું પદ ચોથા પદથી 18 જેટલું વધારે હોય તેવી સમગુણોત્તર શ્રેણીનાં પ્રથમ ચાર પદ શોધો.

➡ ધારો કે સમગુણોત્તર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ a તથા સામાન્ય ગુણોત્તર r છે.

આપેલ છે કે, $a_3 = a + 9$ અને $a_2 = a_4 + 18$

$\therefore ar^2 = a + 9$ અને $ar = ar^3 + 18$

$\therefore ar^2 - a = 9$

$\therefore a = \frac{9}{r^2 - 1}$ ....(i)

$ar = ar^3 + 18$

(i) પરથી, $\frac{9r}{r^2 - 1} = \frac{9r^3}{r^2 - 1} + 18$

$\therefore 9r = 9r^3 + 18r^2 - 18$

$\therefore 9r^3 + 18r^2 - 9r - 18 = 0$

$\therefore 9r^2 (r + 2) - 9(r + 2) = 0$

$\therefore (r + 2)(9r^2 - 9) = 0$

$\therefore r = -2$ અથવા $r = \pm 1$

હવે $r = -2$ અને $a = \frac{9}{r^2 - 1} \Rightarrow a = \frac{9}{4 - 1} = 3$

$\therefore$ સમગુણોત્તર શ્રેણીનાં પ્રથમ ચાર પદો :

$a, \quad ar, \quad ar^2, \quad ar^3$

$\Rightarrow 3, \quad -6, \quad 12, \quad -24$ છે.

$r = \pm 1$ હોય તો $a = \frac{9}{r^2 - 1} \Rightarrow a = \frac{9}{1 - 1} = \frac{9}{0}$ જે શક્ય નથી.

આમ, માંગેલ પદો 3, –6, 12, –24 છે.

50. $0.3 + 0.33 + 0.333 + ...$ n પદ સુધી મેળવો. પદોનો સરવાળો શોધો.

જવાબ $\frac{1}{3}n - \frac{1}{27}(1 - 10^{-n})$

51. $7 + 77 + 777 + 7777 + ...$ n પદ સુધી મેળવો. પદોનો સરવાળો શોધો.

જવાબ $\frac{70}{81}(10^n - 1) - \frac{7n}{9}$

52. $x(x + y) + x^2(x^2 + y^2) + x^3(x^3 + y^3) + ...$ n પદ સુધી મેળવો. પદોનો સરવાળો શોધો.

જવાબ $x^2\left(\frac{x^{2n} - 1}{x^2 - 1}\right) + xy\left(\frac{(xy)^n - 1}{xy - 1}\right)$

53. શ્રેણી $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2, \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2, \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^2, ...$ નાં n પદોનો સરવાળો મેળવો. પદોનો સરવાળો શોધો.

જવાબ $\left(\frac{x^{2n} - 1}{x^2 - 1}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^{2n}}\right) + 2n$

54. સમગુણોત્તર શ્રેણીનું p મું, q મું અને r મું પદ પણ અન્ય સમગુણોત્તર શ્રેણીનાં ત્રણ ક્રમિક પદ હોય તો સાબિત કરો

કે, p, q, r સમાંતર શ્રેણીમાં છે. પદોનો સરવાળો શોધો.

જવાબ સ્વપ્રયત્ને

55. સમગુણોત્તર શ્રેણીનાં એ p, q, r માં પદો અનુક્રમે a, b, c હોય તો સાબિત કરો કે, $a^{q-r}\, b^{r-p}\, c^{p-q} = 1$.

➥ ધારો કે, સમગુણોત્તર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ A અને સામાન્ય ગુણોત્તર R છે.

શ્રેણીનું p મું પદ $= a$ અર્થાત્ $AR^{p-1} = a$

q મું પદ $= b$ અર્થાત્ $AR^{q-1} = b$

r મું પદ $= c$ અર્થાત્ $AR^{r-1} = c$

હવે, $a^{q-r} \cdot b^{r-p} \cdot c^{p-q}$

$$= \left(AR^{p-1}\right)^{q-r} \cdot \left(AR^{q-1}\right)^{r-p} \cdot \left(AR^{r-1}\right)^{p-q}$$

$$= (A)^{q-r}\left(R^{p-1}\right)^{q-r} \cdot (A)^{r-p}\left(R^{q-1}\right)^{r-p} \cdot (A)^{p-q}\left(R^{r-1}\right)^{p-q}$$

$$= (A)^{q-r+r-p+p-q} \cdot (R)^{pq-pr-q+r+qr-pq-r+p+pr-qr-p+q}$$

$$= (A)^0 \cdot (R)^0$$

$$= 1$$

56. સમગુણોત્તર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ a અને n મું પદ b છે. જો n પદોનો ગુણાકાર P હોય, તો સાબિત કરો $P^2 = (ab)^n$.

➥ સમગુણોત્તર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ $= a$

ધારો કે શ્રેણીનો સામાન્ય ગુણોત્તર $= r$

n મું પદ $a_n = b \quad \therefore ar^{n-1} = b \quad$ ....(i)

n પદોનો ગુણાકાર $= p$

$\therefore p = (a)(ar)(ar^2)\,(ar^3)$ .... (ar^{n-1})

$= [(a)(a)(a)(a)$ .... n વખત$]\ [r \times r^2 \times r^3 \times$ ...... $\times\, r^{n-1}]$

$= a^n \cdot [r^{1+2+3+......+(n-1)}]$

$= a^n \cdot r^{\frac{(n-1)n}{2}} \qquad \left(\because \Sigma n = \frac{n(n+1)}{2}\text{ નું સૂત્ર}\right)$

$$\therefore p^2 = \left(a^n \cdot r^{\frac{n(n-1)}{2}}\right)^2$$

$= a^{2n} \cdot r^{n(n-1)} = a^n \cdot a^n \cdot r^{n(n-1)}$

$= (a \cdot ar^{n-1})^n$

$= (a \cdot b)^n \qquad (\because$ પરિણામ (i) પરથી$)$

57. સાબિત કરો કે સમગુણોત્તર શ્રેણીનાં પ્રથમ n પદોના સરવાળાનો $(n+1)$ પદથી $(2n)$ માં પદ સુધીના સરવાળા સાથેનો ગુણોત્તર $\frac{1}{r^n}$ થાય.

➥ ધારો કે સમગુણોત્તર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ a તથા સામાન્ય ગુણોત્તર r છે.

શ્રેણી : $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n + a_{n+1} + ... + a_{2n}$ છે.

$$\text{માંગેલ ગુણોત્તર} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n}{a_{n+1} + a_{n+2} + ... + a_{2n}}$$

$$= \frac{a + ar + ar^2 + ... + ar^{n-1}}{ar^n + ar^{n+1} + ... + ar^{2n-1}}$$

$$= \frac{a\left(\frac{1-r^n}{1-r}\right)}{ar^n\left(\frac{1-r^n}{1-r}\right)} \qquad (\because r < 1)$$

$$= \frac{1}{r^n}$$

58. જો a, b, c, d સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં હોય, તો બતાવો કે, $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$.

➥ a, b, c, d સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં છે.

ધારો કે, તેમનો સામાન્ય ગુણોત્તર r છે.

$\therefore b = ar, \ c = ar^2$ તથા $d = ar^3$ થશે.

ડા.બા. $= (a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2)$

$= (a^2 + a^2r^2 + a^2r^4)(a^2r^2 + a^2r^4 + a^2r^6)$

$= a^2 (1 + r^2 + r^4) \cdot a^2r^2 (1 + r^2 + r^4)$

$= a^4r^2 (1 + r^2 + r^4)^2$ ....(i)

જ.બા. $= (ab + bc + cd)^2$

$= (a^2r + a^2r^3 + a^2r^5)^2$

$= [a^2r (1 + r^2 + r^4)]^2$

$= a^4r^2 (1 + r^2 + r^4)^2$ ....(ii)

પરિણામ (i) અને (ii) ઉપરથી,

ડા.બા. = જ.બા.

$\therefore (a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$

59. જો x, y, z સમગુણોત્તર શ્રેણીનાં ત્રણ ક્રમિક પદો હોય તો સાબિત કરો કે, $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} = \frac{1}{y}$.

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

60. જો a, b, c સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં હોય અને $a^{\frac{1}{x}} = b^{\frac{1}{y}} = c^{\frac{1}{z}}$ તો સાબિત કરો કે, x, y, z સમાંતર શ્રેણીમાં છે.

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

61. ત્રણ વાસ્તવિક સંખ્યાઓ a, b, c સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં છે. જો $a + b + c = xb$ હોય તો સાબિત કરો કે, $x < -1$ અથવા $x > 3$.

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

62. એક સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં યુગ્મ સંખ્યામાં પદો છે. શ્રેણીનાં બધા પદોનો સરવાળો એ શ્રેણીમાં અયુગ્મ સ્થાન પર આવેલ પદોનાં સરવાળાથી પાંચ ગણો હોય તો તેમનો સામાન્ય ગુણોત્તર મેળવો.

જવાબ 4

63. એક સમાંતર શ્રેણીનાં n પદોનો સરવાળો S છે. તેમનાં પદોનો ગુણાકાર P છે. તથા n પદોનાં વ્યસ્તોનો સરવાળો R છે. તો દર્શાવો કે $P^2R^n = S^n$.

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

64. 3 અને 81 વચ્ચે બે સંખ્યાઓ મેળવો કે જેથી બનતી શ્રેણી સમગુણોત્તર હોય.

➥ અહીં $a = 3, \ b = 81, \ n = 2$

ધારો કે G_1 અને G_2 એવાં છે કે જેથી, a, G_1, G_2, b સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં મળે.

અહીં $r = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{n+1}} = \left(\frac{81}{3}\right)^{\frac{1}{2+1}} = (27)^{\frac{1}{3}} = 3$

$\therefore \ G_1 = ar = 3(3) = 9$

$G_2 = ar^2 = 3(3)^2 = 27$

$\therefore$ માંગેલ 3 અને 81 વચ્ચેની સંખ્યાઓ 9 અને 27 છે. તથા 3, 9, 27 અને 81 સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં છે.

65. જો a અને b નો સમગુણોત્તર મધ્યક $\frac{a^{n+1} + b^{n+1}}{a^n + b^n}$ હોય, તો n નું મૂલ્ય શોધો.

➥ a અને b નો સમગુણોત્તર મધ્યક $\frac{a^{n+1} + b^{n+1}}{a^n + b^n}$ છે.

$\therefore \frac{a^{n+1} + b^{n+1}}{a^n + b^n} = \sqrt{ab}$

$\therefore a^{n+1} + b^{n+1} = a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} (a^n + b^n)$

$\therefore a^{n+1} + b^{n+1} = a^{\left(n+\frac{1}{2}\right)} b^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{1}{2}} b^{\left(n+\frac{1}{2}\right)}$

$\therefore a^{n+1} - a^{\left(n+\frac{1}{2}\right)} \cdot b^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\left(n+\frac{1}{2}\right)} - b^{n+1}$

$\therefore a^{\left(n+\frac{1}{2}\right)} \cdot \left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right) = b^{\left(n+\frac{1}{2}\right)}\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)$

$\therefore a^{\left(n+\frac{1}{2}\right)} = b^{\left(n+\frac{1}{2}\right)}$ $(\because a \neq b)$

$\therefore \dfrac{a^{n+\frac{1}{2}}}{b^{n+\frac{1}{2}}} = 1$

$\therefore \left(\dfrac{a}{b}\right)^{\left(n+\frac{1}{2}\right)} = 1$

$\therefore \left(\dfrac{a}{b}\right)^{\left(n+\frac{1}{2}\right)} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^{0}$ ($\because$ ઘાતાંક સરખાવતાં)

$\therefore n + \dfrac{1}{2} = 0 \Rightarrow n = -\dfrac{1}{2}$

66. બે સંખ્યાઓનો સરવાળો તેમના સમગુણોત્તર મધ્યક કરતાં છ ગણો હોય, તો બતાવો કે સંખ્યાઓનો ગુણોત્તર $\left(3+2\sqrt{2}\right):\left(3-2\sqrt{2}\right)$ થાય.

➥ ધારો કે, બે સંખ્યાઓ a અને b છે.

આપેલ શરત પ્રમાણે, $a + b = 6\sqrt{ab}$

$\therefore \dfrac{a+b}{2\sqrt{ab}} = \dfrac{3}{1}$

$\therefore \dfrac{a+b+2\sqrt{ab}}{a+b-2\sqrt{ab}} = \dfrac{3+1}{3-1}$ ($\because$ ગુણોત્તર પ્રમાણનો ઉપયોગ કરતાં)

$\therefore \dfrac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2} = \dfrac{4}{2} = 2$

$\therefore \dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \dfrac{\sqrt{2}}{1}$ ($\because$ બંને બાજુ વર્ગમૂળ લેતાં)

$\therefore \dfrac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})+(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})-(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$

$\therefore \dfrac{2\sqrt{a}}{2\sqrt{b}} = \dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$

$\therefore \left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \left(\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}\right)^2$ ($\because$ બંને બાજુ વર્ગ કરતાં)

$\therefore \dfrac{a}{b} = \dfrac{2+1+2\sqrt{2}}{2+1-2\sqrt{2}}$

$\therefore \dfrac{a}{b} = \dfrac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}$

$\therefore a : b = \left(3+2\sqrt{2}\right):\left(3-2\sqrt{2}\right)$

67. બે ધન સંખ્યાઓના સમાંતર અને સમગુણોત્તર મધ્યકો અનુક્રમે A અને G હોય, તો સાબિત કરો કે તે સંખ્યાઓ $A \pm \sqrt{(A+G)(A-G)}$ છે.

➡ ધારો કે, બે ધન સંખ્યાઓ a અને b છે.

∴ સમાંતર મધ્યક $A = \frac{a+b}{2} \Rightarrow a + b = 2A$

સમગુણોત્તર મધ્યક $G_1 = \sqrt{ab} \Rightarrow ab = G^2$.

હવે a અને b જેનાં બે બીજ હોય તેવું દ્વિઘાત સમીકરણ :

$x^2 - (a + b)x + ab = 0$ છે.

આમ, $x^2 - 2Ax + G^2 = 0$

દ્વિઘાત સમીકરણનો વિવેચક $D = (-2A)^2 - 4(1)G^2$

$= 4A^2 - 4G^2$

$= 4(A^2 - G^2)$

∴ દ્વિઘાત સમીકરણનાં બીજ,

$$x = \frac{+2A \pm \sqrt{D}}{2}$$

$$= \frac{+2A \pm \sqrt{4(A^2 - G^2)}}{2}$$

$$= \frac{2A \pm 2\sqrt{A^2 - G^2}}{2}$$

$$= A \pm \sqrt{(A + G)(A - G)}$$

∴ તે સંખ્યાઓ $A \pm \sqrt{(A + G)(A - G)}$ છે.

68. 576 અને 9 વચ્ચે પાંચ સંખ્યાઓ ઉમેરો કે જેથી બનતી શ્રેણી સમગુણોત્તર શ્રેણી થાય.

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

69. બે ધન સંખ્યાઓ વચ્ચે બે સમગુણોત્તર મધ્યકો G_1 અને G_2 હોય તથા એક સમાંતર મધ્યક A આવેલો હોય તો સાબિત કરો કે, $\frac{G_1^2}{G_2} + \frac{G_2^2}{G_1} = 2A$.

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

70. બે ધન સંખ્યાઓનો તફાવત 12 છે. તેમનો સમાંતર મધ્યક એ સમગુણોત્તર મધ્યક કરતાં 2 વધારે હોય તો તે સંખ્યાઓ મેળવો.

જવાબ **16 અને 4**

71. બૅક્ટેરિયાના ઉછેરમાં તેની સંખ્યા દર કલાકે બમણી થાય છે. જો શરૂઆતમાં બૅક્ટેરિયાની સંખ્યા 30 હોય, તો 2 કલાક, 4 કલાક અને n માં કલાકે બૅક્ટેરિયાની સંખ્યા શોધો.

➡ બૅક્ટેરિયાનાં ઉછેરમાં તેની સંખ્યા દર કલાકે બમણી થાય છે. શરૂઆતમાં બૅક્ટેરિયાની સંખ્યા 30 છે.

1 કલાક બાદ તેની સંખ્યા 2(30) = 60 થશે.

2 કલાક બાદ તેની સંખ્યા 2(60) = 120 થશે.

આમ, દર કલાકે તેની સંખ્યા નીચે પ્રમાણે શ્રેણીમાં મળશે.

30, 60, 120, ...

આ શ્રેણી સમગુણોત્તર શ્રેણી છે. જેનું પ્રથમપદ $a = 30$ તથા સામાન્ય ગુણોત્તર $r = \frac{60}{30} = 2$ છે.

$n = 0$ હોય ત્યારે $a = 30$

$n = 2$ હોય ત્યારે $a_2 = 30(2)^2 = 120$

$n = 4$ હોય ત્યારે $a_4 = 30(2)^4 = 480$

n કલાકે તેની સંખ્યા $30(2^n)$ થાય.

આમ, 2 કલાક, 4 કલાક અને n કલાકે બૅક્ટેરિયાની સંખ્યા અનુક્રમે 120, 480 અને $30(2^n)$ થશે.

72. બૅંકમાં ₹ 500, 10% ના વાર્ષિક ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજે મૂકીએ, તો 10 વર્ષના અંતે કેટલી રકમ મળે ?

➡ બૅંકમાં ₹. 500 મૂકવામાં આવે છે.

ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ 10% છે.

10 વર્ષના અંતે કેટલી રકમ મળશે તે શોધવી છે.

અહીં પદો સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં થશે.

જેનું પ્રથમ પદ a = ₹. 500

સામાન્ય ગુણોત્તર $r = (100 + 10)\% = 110\% = \frac{110}{100}$

$= 1.1$

દસ વર્ષના અંતે મળતી રકમ $= ar^n$

$= ₹.\ 500\ (1.1)^{10}$

73. જો દ્વિઘાત સમીકરણનાં બીજોનાં સમાંતર અને સમગુણોત્તર મધ્યક અનુક્રમે 8 અને 5 હોય, તો તે દ્વિઘાત સમીકરણ મેળવો.

➥ ધારો કે માંગેલ દ્વિઘાત સમીકરણનાં બીજ a અને b છે.

$\therefore$ સમીકરણ : $x^2 - (a + b)x + ab = 0$

હવે સમાંતર મધ્યક A = 8 $\quad \therefore \frac{a + b}{2} = 8$

$\therefore a + b = 16 \quad ....(i)$

સમગુણોત્તર મધ્યક G = 5 $\quad \therefore \sqrt{ab} = 5$

$\therefore ab = 25 \quad ....(ii)$

પરિણામ (i) અને (ii) નો ઉપયોગ કરતાં,

માંગેલ સમીકરણ : $x^2 - 16x + 25 = 0$