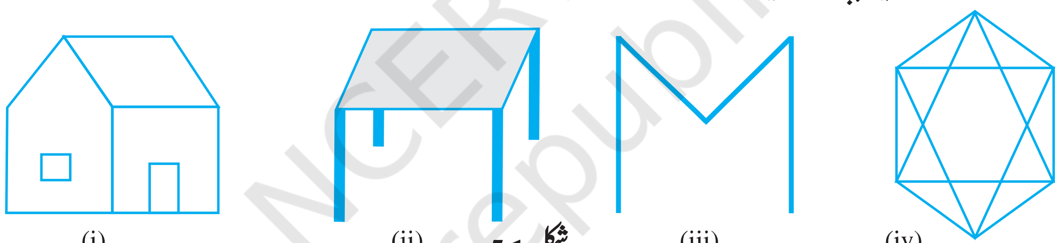
باب 5

خطوط اور زاویے

5.1 تعارف (Introduction)

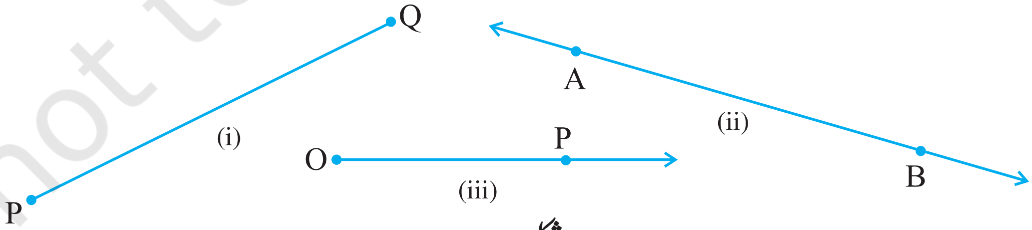
آپ یہ جانتے ہیں کہ کسی دی گئی شکل میں خط، قطعہ خط یا زاویے کو کیسے پہچانا جاتا ہے۔ کیا آپ مندرجہ ذیل اشکال (تصویر 5.1) میں مختلف خطوط اور زاویے پہچان سکتے ہیں؟



شکل 5.1

کیا آپ یہ بھی پہچان سکتے ہیں کہ یہ زاویے حادہ یا منفرجہ یا قائمہ ہیں؟

دہرائیے کہ ایک قطعہ خط میں دو آخری نقطے ہوتے ہیں۔ اگر ہم ان آخری نقطوں دونوں کو اطراف میں بنا خاتمہ کے بڑھاتے چلے جائیں تو ہم کو ایک خط حاصل ہوتا ہے۔ اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں خط کا کوئی آخری نقطہ / سرا نہیں ہوتا ہے۔ دوسری طرف یاد کیجیے کہ شعاع کا صرف ایک ہی آخری نقطہ ہوتا ہے۔ (جس کو ابتدائی نقطہ کہتے ہیں)۔ مثال کے طور پر، درج ذیل تصاویر کو دیکھیے۔



شکل 5.2

یہاں، تصویر 5.2(i) میں ایک قطعہ خط دکھایا گیا ہے۔ تصویر 5.2(ii) میں ایک خط دکھایا گیا ہے۔ اور تصویر 5.2(iii) میں ایک شعاع ہے۔ ایک قطعہ خط PQ کو عام طور پر علامت $\overline{PQ}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ خط AB کی علامت $\overleftrightarrow{AB}$ سے ظاہر کرتے ہیں اور شعاع OP کو علامت $\overrightarrow{OP}$ سے ظاہر کرتے ہیں۔ اپنی روزمرہ کی زندگی سے قطعہ خط اور شعاع کی کچھ مثالیں دیجیے اور ان کے بارے میں اپنے

© NCERT not to be republished

دوستوں سے بات کیجیے۔

پھر دہرائیے کہ دو خطوط یا دو قطعہ خط کے ملنے سے ایک زاویہ بنتا ہے۔ تصویر 5.1 میں کونوں کا مشاہدہ کیجیے کونے تب ہی بنتے ہیں جب دو خط یا قطعہ خط کسی ایک نقطہ پر ملتے ہیں۔ مثال کے طور پر، نیچے دی گئی تصاویر کو دیکھیے۔

شکل 5.3

تصویر 5.3(i) میں قطعہ خط AB اور BC ایک دوسرے کو B پر کاٹ رہے ہیں اور زاویہ ABC بنا رہے ہیں، اور پھر قطعہ خط BC اور AC نقطہ C پر ایک دوسرے کو کاٹ رہے ہیں زاویہ ACB بنانے کے لیے اور اسی طرح اور جب کہ تصویر 5.3(ii) میں خط PQ اور RS ایک دوسرے کو نقطہ O پر کاٹ رہے ہیں اور چار زاویے بنا رہے ہیں یہ زاویہ ہیں POS، SOQ، QOR اور ROP۔ ایک زاویہ ABC کو علامت ∠ABC سے ظاہر کرتے ہیں۔ لہٰذا، تصویر 5.3(i) میں بننے والے زاویے ∠ABC ، ∠BCA اور ∠BAC اور شکل 5.3(ii) میں چار زاویے ∠POS, ∠SOQ, ĐQOR اور ∠POR ہیں۔ یہ آپ پہلے ہی پڑھ چکے ہیں کہ زاویہ حادہ، منفرجہ یا زاویہ قائمہ کی درجہ بندی کیسے کی جاتی ہے۔

کوشش کیجیے:

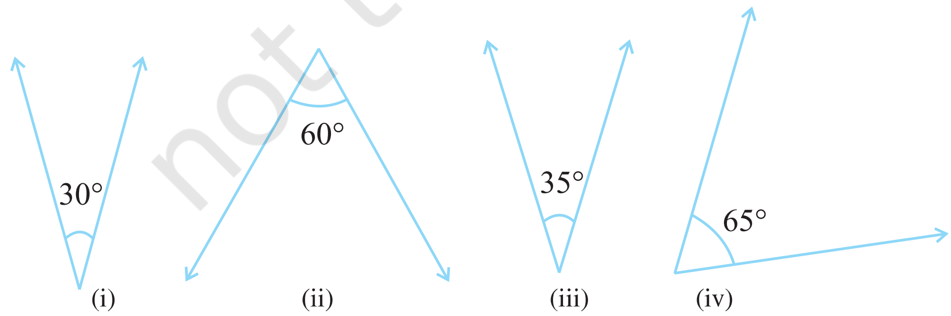
آس پاس سے دس اشکال کی فہرست بنائیے اور اس میں زاویہ حادہ منفرجہ اور زاویہ قائمہ معلوم کیجیے۔

نوٹ: زاویہ ABC کی پیمائش کے لئے ہم علامت m∠ABC لکھتے ہیں یا خالی ∠ABC بھی لکھ دیتے ہیں۔ یہ عبارت سے ہی معلوم ہوتا ہے کہ یہ زاویہ کو ظاہر کر رہی ہے یا پیمائش کے لیے ہے۔

5.2 ہم رشتہ زاویے (Related Angles)

5.2.1 اتمالی زاویے (Complementary Angles)

جب دو زاویوں کی پیمائش کا جوڑ 90° ہوتا ہے تو اپنے زاویوں کو اتمالی زاویے کہتے ہیں۔



کیا یہ زاویے دونوں اتمالی زاویے ہیں؟
ہاں

کیا یہ زاویے دونوں (ii) اتمالی زاویے
نہیں

شکل 5.4

© NCERT not to be republished

جب کبھی دو زاویے اتمامی زاویے ہوتے ہیں تو وہ ایک دوسرے کے تتمہ کہلاتے ہیں۔ اوپر دی گئی تصویر (تصویر 5.4) میں 30° کا زاویہ 60° کے زاویے کا تتمہ ہے اور 60°، 30° کا۔

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

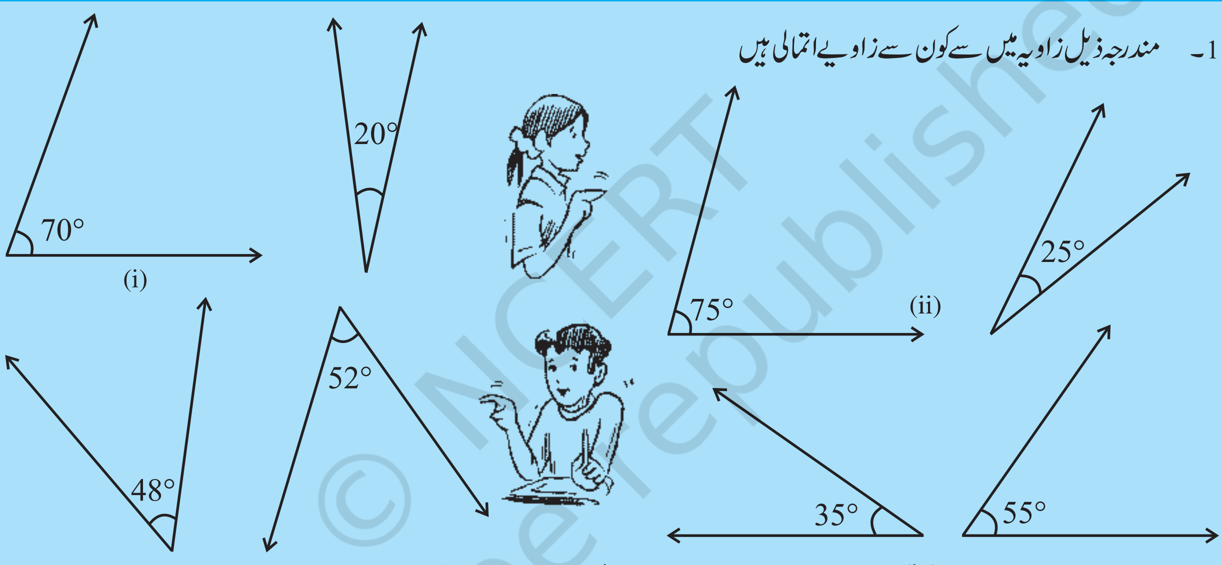
1۔ کیا دو زاویہ حادہ ایک دوسرے کے تتمہ ہو سکتے ہیں؟

2۔ کیا دو زاویہ منفرجہ ایک دوسرے کے تتمہ ہو سکتے ہیں؟

3۔ کیا دو زاویہ قائمہ ایک دوسرے کے تتمہ ہو سکتے ہیں؟

کوشش کیجیے:

1۔ مندرجہ ذیل زاویہ میں سے کون سے زاویے اتمامی ہیں



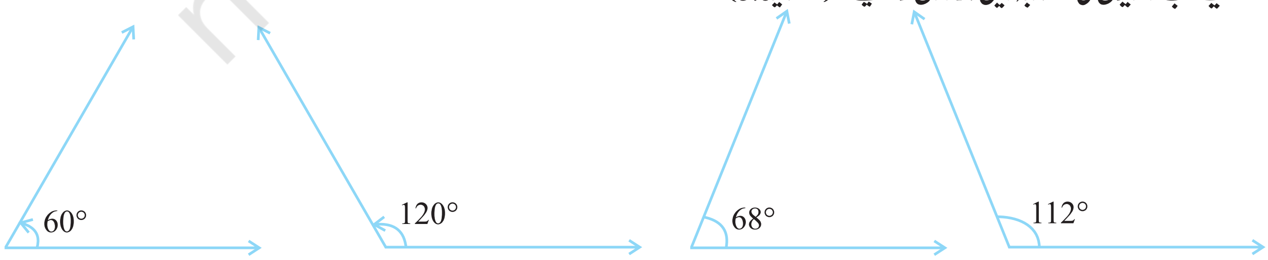
شکل 5.5

2۔ مندرجہ ذیل زاویوں میں سے ہر ایک کے تتمہ کی پیمائش بتائیے؟ (i)450، (ii)650، (iii)410، (iv)540

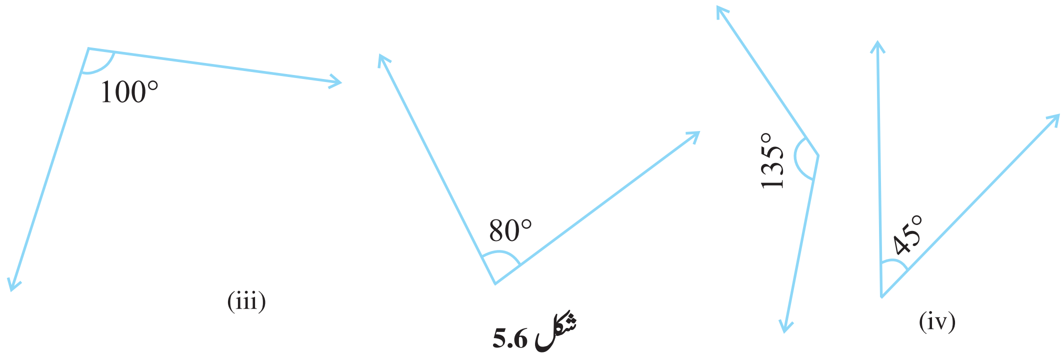
3۔ دو اتمامی زاویوں کا فرق 12° ہے۔ زاویوں کی پیمائش بتائیے۔

5.2 تکمیلی زاویے (Supplementary Angles)

آئیے اب زاویوں کی مندرجہ ذیل جوڑوں کو دیکھیے۔ (تصویر 5.6)



© NCERT not to be republished



شکل 5.6

کیا آپ نے اس بات پر دھیان دیا ہے کہ اوپر دیے جوڑوں میں سے ہر ایک جوڑے کی پیمائش کا جوڑ 180° ہے۔ زاویوں کے ایسے جوڑے تکمیلی زاویے کہلاتے ہیں۔ جب دو زاویے تکمیلی زاویے ہوتے ہیں تو وہ دونوں ایک دوسرے کا تکملہ کہلاتے ہیں۔

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

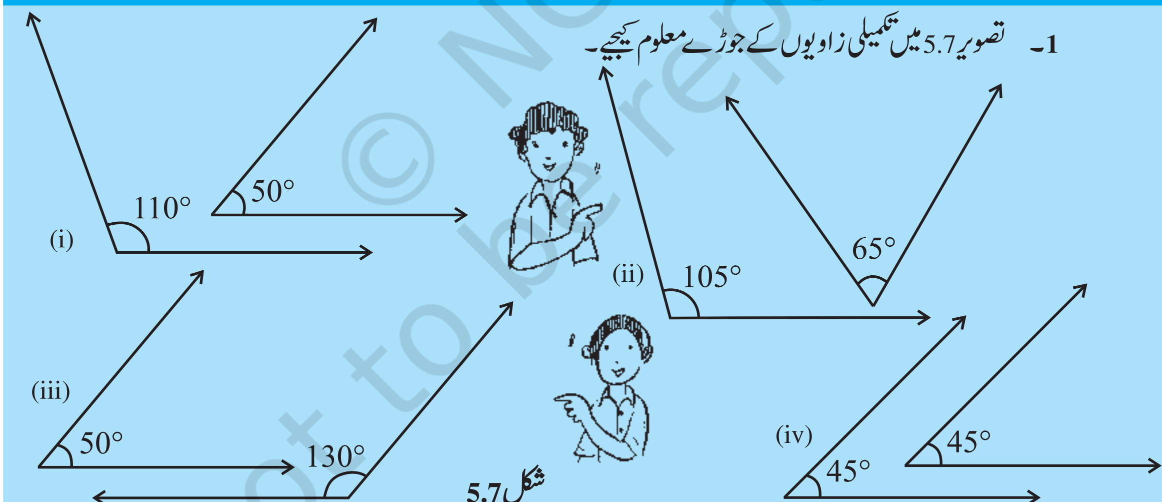
1۔ کیا دو زاویے منفرجہ تکمیلی زاویے ہو سکتے ہیں؟

2۔ کیا دو زاویہ حادہ تکمیلی زاویے ہو سکتے ہیں؟

3۔ کیا دو زاویہ قائمہ تکمیلی زاویے ہو سکتے ہیں؟

کوشش کیجیے:

1۔ تصویر 5.7 میں تکمیلی زاویوں کے جوڑے معلوم کیجیے۔



شکل 5.7

2۔ مندرجہ ذیل زاویوں میں سے ہر ایک زاویے کے تکملہ کی پیمائش بتائیے۔

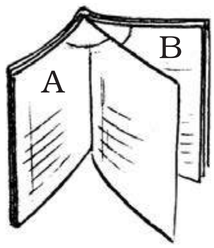
(i) 100° (ii) 90° (iii) 55° (iv) 125°

3۔ دو تکمیلی زاویوں میں سے بڑے زاویے کی پیمائش چھوٹے سے 44° زیادہ ہے۔ ان کی پیمائش بتائیے۔

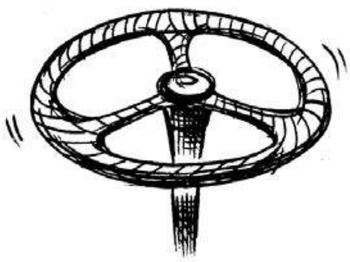
5.2.3 متصل زاویے (Adjacent Angles)

مندرجہ ذیل تصویروں کو دیکھیے۔

© NCERT not to be republished



جب ہم ایک کتاب کو کھولتے ہیں تو وہ اوپر بنی تصویر جیسی لگتی ہے A اور B کی شکل میں ہمیں ایسے زاویوں کا جوڑ نظر آ رہا ہے جو آپ کو دوسرے کے بغل میں ہیں۔



ایک کار موڑنے کے پہیے کو دیکھیے۔ پہیہ کے مرکز پر آپ کو تین زاویے بنتے نظر آئیں گے۔ جو کہ ایک دوسرے کے بغل میں ہیں۔

شکل 5.8

راس A اور B پر ہمیں ایسے زاویے نظر آ رہے ہیں جو ایک دوسرے کے برابر برابر ہیں۔ یہ زاویے ایسے ہیں جس میں

(i) جن کا راس مشترک ہے۔

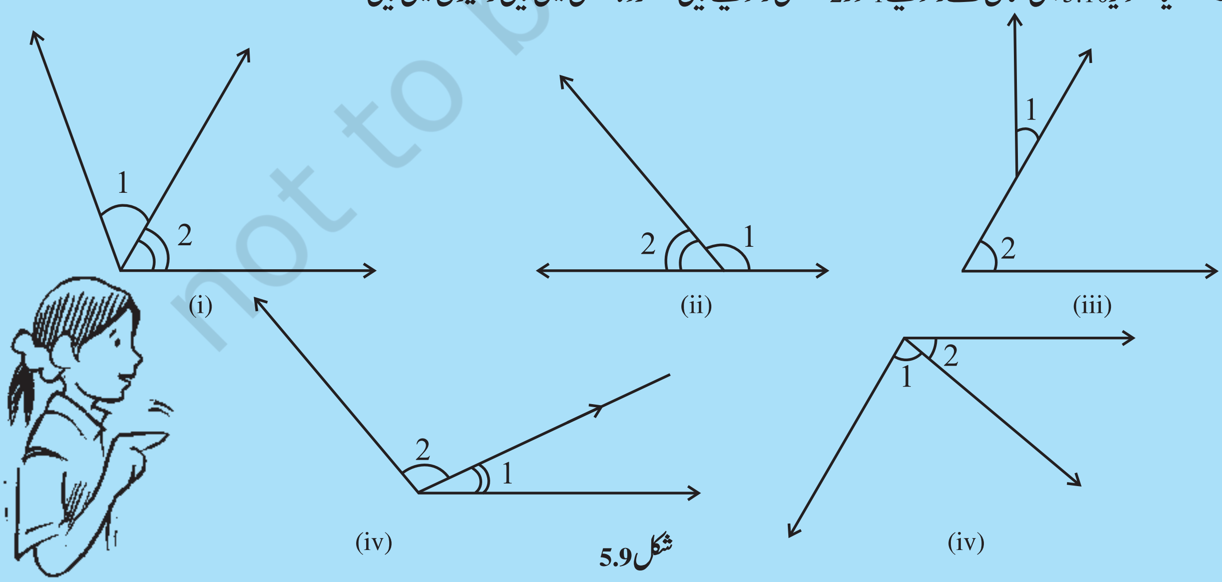
(ii) جن کا ایک بازو مشترک ہے۔

(iii) دونوں زاویوں کے غیر مشترک بازو، مشترک بازو کے الگ الگ سمت میں ہیں۔

زاویوں کے ایسے جوڑوں کو متصل زاویے کہتے ہیں۔ متصل زاویوں کا مشترک راس اور ایک بازو مشترک ہوتا ہے۔ مگر ان کا کوئی اندرونی نقطہ مشترک نہیں ہوتا ہے۔

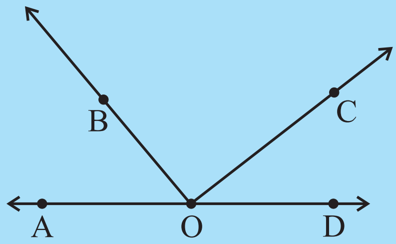
کوشش کیجیے:

1۔ کیا تصویر 5.10 میں نشان لگے زاویے 1 اور 2 متصل زاویے ہیں؟ اگر وہ متصل نہیں ہیں تو کیوں نہیں ہیں؟



شکل 5.9

© NCERT not to be republished



شکل 5.10

2۔ دی گئی تصویر 5.10 میں کیا مندرجہ ذیل زاویے متصل زاویے ہیں۔

(a) ∠AOB اور ∠BOC

(b) ∠BOD اور ∠BOC

اپنے جواب کی وضاحت بھی کیجیے۔

سوچیے بحث کیجیے اور لکھیے

1۔ کیا دو متصل زاویے تکمیلی زاویے ہو سکتے ہیں؟

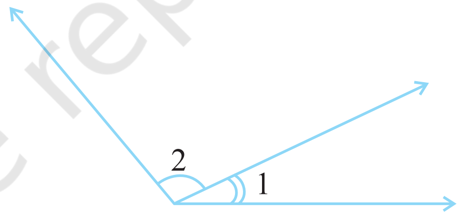
2۔ کیا دو متصل زاویے اتمامی زاویے ہو سکتے ہیں؟

3۔ کیا دو زاویے منفرجہ متصل زاویے ہو سکتے ہیں؟

4۔ کیا ایک زاویہ حادہ ایک زاویہ منفرجہ کا متصل ہو سکتا ہے؟

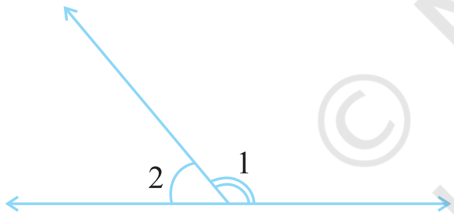
5.2.4 خطی جوڑا (Linear Pair)

خطی جوڑا متصل زاویوں کا ایک ایسا جوڑا ہوتا ہے جن کے غیر مشترک بازو مقابل شعاعیں ہوں۔



کیا ∠1، ∠2 خطی جوڑا ہے۔؟ نہیں (کیوں)

(i)



کیا ∠1, ∠2 خطی جوڑا ہے؟ ہاں

(ii)

شکل 5.11

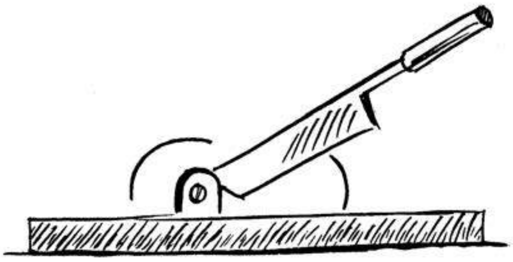
اوپر دی گئی تصویر (i) 5.11 میں دیکھیے کہ مقابل شعاعیں (جو کہ ∠1 اور ∠2 کی غیر مشترک اضلاع ہیں) ایک خط بنا رہی ہیں۔ لہٰذا ∠1+∠2 کی پیمائش 180° ہوگی۔

خطی جوڑے کے زاویے تکمیلی زاویے ہوتے ہیں۔

دھیان سے دیکھیے کہ تکمیلی زاویوں کا ایک جوڑا اس وقت خطی جوڑا بنتا ہے جب ان کو ایک دوسرے کے متصل رکھا جاتا ہے۔ کیا آپ اپنے اطراف میں خطی جوڑوں کی کچھ اور مثالیں دیکھتے ہیں۔

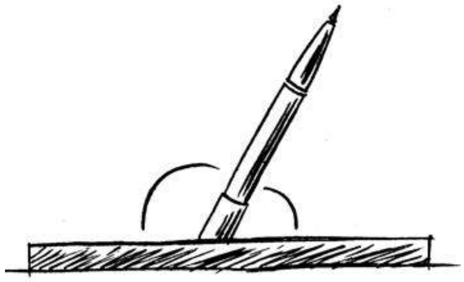
سبزی کاٹنے کے ایک بورڈ کو دھیان سے دیکھیے۔ (شکل 5.12)

© NCERT not to be republished



سبزی کاٹنے والا بورڈ

سبزی کاٹنے والا چاقو، بورڈ کے ساتھ متصل زاویوں کا ایک جوڑا بنا رہا ہے۔



ایک پین اسٹینڈ

پین، اسٹینڈ کے ساتھ متصل زاویوں کا ایک جوڑا بنا رہا ہے

شکل 5.12

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

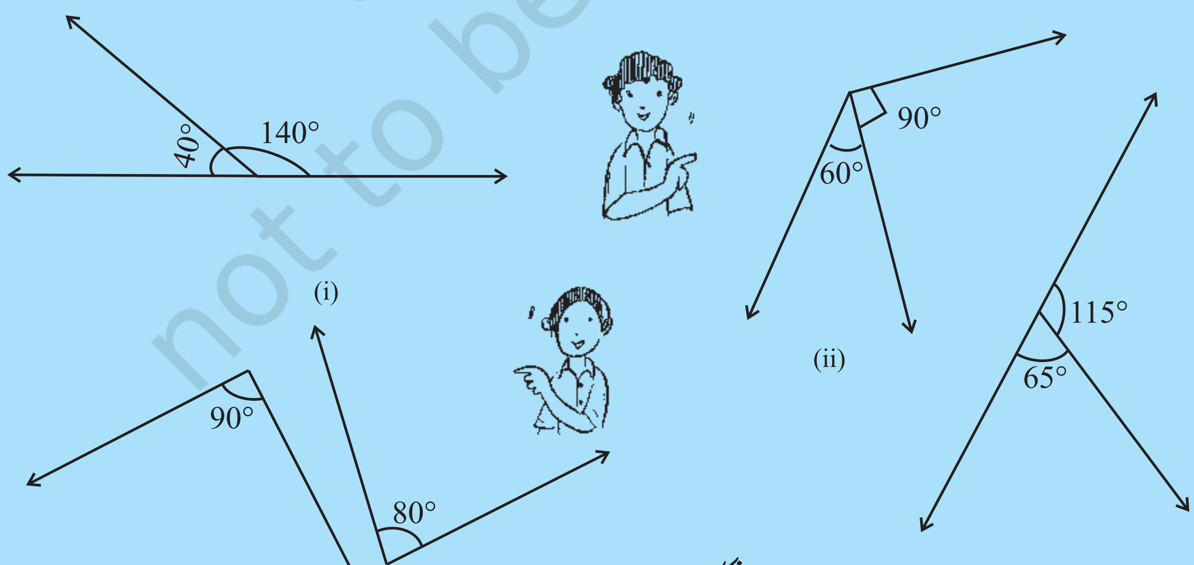
1۔ کیا دو زاویہ حادہ ایک خطی جوڑا بنا سکتے ہیں؟

2۔ کیا دو زاویہ منفرجہ کا ایک خطی جوڑا بنا سکتے ہیں؟

3۔ کیا دو زاویہ قائمہ ایک خطی جوڑا بنا سکتے ہیں؟

کوشش کیجیے:

جانچ کیجیے کہ مندرجہ ذیل زاویوں کے کون سے جوڑے متصل زاویے بنا رہے ہیں؟

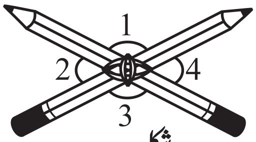


شکل 5.13

© NCERT not to be republished

5.2.5 متقابل راسی زاویے (Vertically Opposite Angles)

دو پنسلیں لیجیے اور ان کو درمیان میں سے ربر بینڈ کی مدد سے باندھ دیجیے (تصویر 5.14) تصویر میں بنے چار زاویوں 3∠ ،2∠ ،1∠ اور 4∠ کو دیکھیے۔



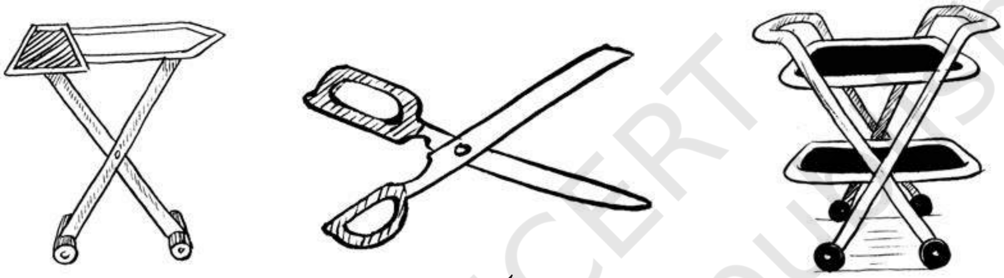
شکل 5.14

1∠ ، کا 3∠ متقابل راس ہے۔

2∠ اور 4∠ کا کا متقابل راس ہے۔

ہم زاویے 1∠ اور 3∠ کو متقابل راس زاویوں کا ایک جوڑا کہہ سکتے ہیں۔ کیا آپ متقابل راس زاویوں کے دوسرے جوڑے کا نام بتا سکتے ہیں؟ کیا 1∠ ، 3∠ کے برابر ہے؟ کیا 2∠ ، 4∠ کے برابر ہے؟

اس کی جانچ کرنے سے پہلے آیئے ہم اصل زندگی میں متقابل راسی زاویوں کی کچھ مثالیں دیکھتے ہیں۔ (شکل 5.15)

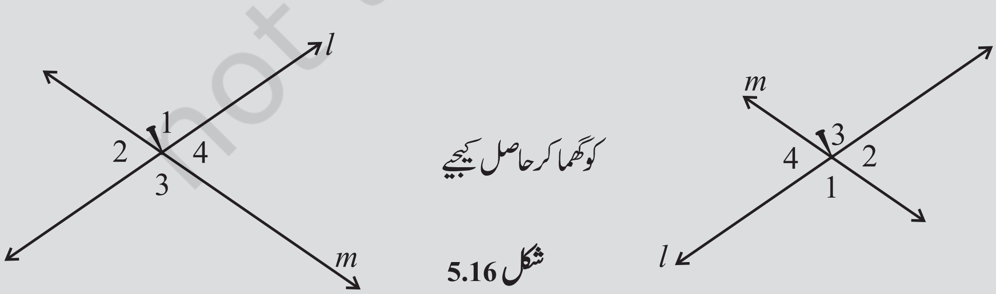


شکل 5.15

خود کریں

دو خطوط l اور m کھینچیے جو کہ ایک دوسرے کو ایک ہی نقطہ پر کاٹیں اب آپ تصویر (5.16) میں دکھائے گئے 3∠ ،2∠ ،1∠ اور 4∠ کی طرح زاویوں پر نشان لگائیں آر پار دکھائی نے والے کاغذ پر تصویر کی ایک نقل بنا لیجیے۔

اب نقل والے کاغذ کو اصل تصویر پر اس طرح رکھیے کہ 1∠ ، 1∠ پر ہی پڑے، 2∠ ، 2∠ پر ہی پڑے وغیرہ نقطہ تقاطع پر ایک پن لگا دیجیے۔ اب نقل والے کاغذ کو 180o کے زاویے سے گھمائیے۔ کیا خطوط پھر سے ایک بار منطبق ہو رہے ہیں۔



شکل 5.16

آپ نے پایا کہ 1∠ اور 3∠ نے اپنے مقام آپس میں بدل لیے ہیں۔ اور اسی طرح 2∠ اور 4∠ نے بھی یہ سب خطوط کے

مقامات کو منتشر کیے بنا ہی ہوا ہے۔ لہٰذا $\angle 3 = \angle 1$ اور $\angle 4 = \angle 2$

ہم نے یہ نتیجہ اخذ کیا کہ جب دو خطوط ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں تو بننے والے متقابل راس زاویے آپس میں برابر ہوتے ہیں

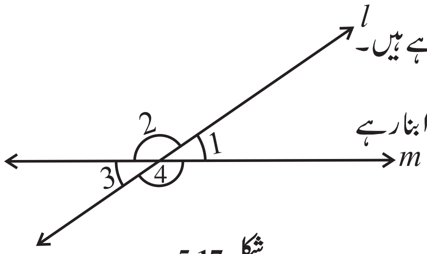
آیئے اب ہم اس کو جیومیٹری کی مدد سے ثابت کرتے ہیں۔

مان لیجیے دو خطوط l اور m میں

ہم اس نتیجہ پر منطقی استدلال کی مدد سے پہنچیں گے۔

مان لیجیے l اور m دو خطوط ہیں جو ایک دوسرے کو نقطہ O پر کاٹتے ہیں اور $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ اور $\angle 4$ کے بنا رہے ہیں۔

ہم ثابت کرنا چاہتے ہیں $\angle 4 = \angle 2$ اور $\angle 3 = \angle 1$



شکل 5.17

اب $\angle 1 = 180^\circ - \angle 2$ (کیونکہ $\angle 1$ اور $\angle 2$ خطی زاویوں کا ایک جوڑا بنا رہے ہیں۔

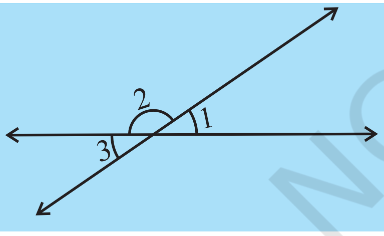
اس لیے $(\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ)$ (i)

اسی طرح، $\angle 3 = 180^\circ - \angle 2$ (کیونکہ $\angle 2$ اور $\angle 3$ خطی زاویوں کا ایک جوڑا بنا رہے ہیں۔ اس لیے، $(\angle 3 = 180^\circ - \angle 2)$ (ii)

اس لیے $\angle 3 = \angle 1$ [(i) اور (ii) کی مدد سے]

اس طرح ہم $\angle 4 = \angle 2$ کو بھی ثابت کر سکتے ہیں (کوشش کریں!)

کوشش کیجیے:



1۔ دی گئی تصویر میں، اگر $\angle 1 = 30^\circ$ ہے تو $\angle 2$ اور $\angle 3$ معلوم کیجیے۔

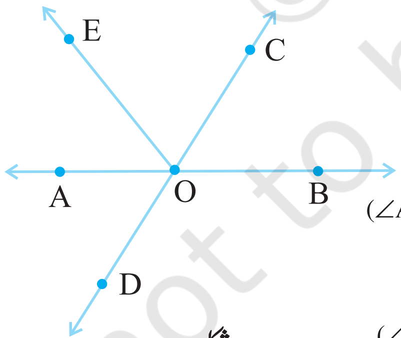
2۔ اپنے اطراف سے متقابل راس زاویوں کی ایک مثال دیجیے۔

مثال 1 تصویر (5.18) میں پہچانیے

(i) متصل زاویوں کے پانچ جوڑے

(ii) تین خطی جوڑے

(iii) متقابل راس زاویوں کے دو جوڑے۔



شکل 5.18

حل (i) متصل زاویوں کے پانچ جوڑے ہیں۔ $(\angle AOE, \angle EOC)$, $(\angle EOC, \angle COB)$, $(\angle AOC, \angle COB)$, $(\angle COB, \angle BOD)$, $(\angle EOB, \angle BOD)$

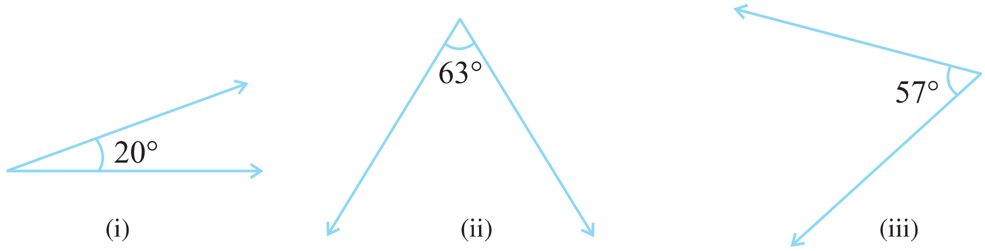
(ii) خطی جوڑے ہیں۔ $(\angle AOE, \angle EOB)$, $(\angle AOC, \angle COB)$, $(\angle COB, \angle BOD)$

(iii) متقابل راس زاویے ہیں۔ $(\angle COB, \angle BOD)$ اور $(\angle AOC, \angle BOD)$

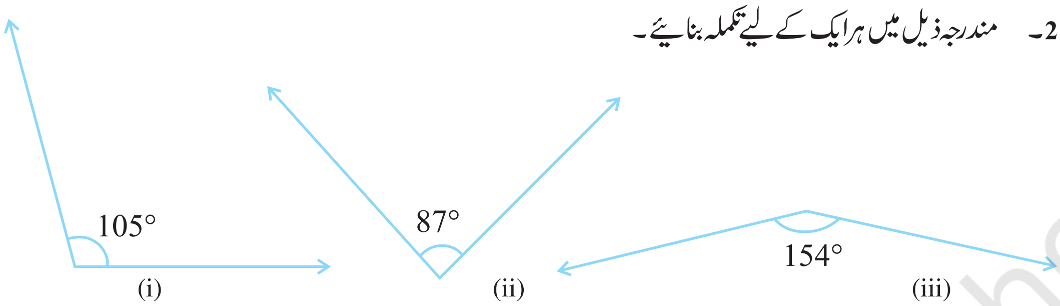
مشق 5.1

1۔ مندرجہ ذیل میں ہر ایک کے لیے تتمہ معلوم کیجیے۔

© NCERT not to be republished



2۔ مندرجہ ذیل میں ہر ایک کے لیے تکملہ بنائیے۔



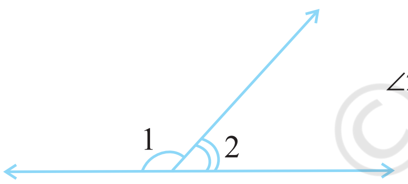
3۔ زاویوں کے دیے گئے مندرجہ ذیل جوڑوں میں سے اتمائی اور تکمیلی زاویوں کو پہچانیے۔

(i) 65°, 115° (ii) 63°, 27° (iii) 112°, 68°

(iv) 130°, 50° (v) 45°, 45° (vi) 80°, 10°

4۔ وہ زاویہ بنائیے جو اپنے تمہ کے برابر ہو۔

5۔ وہ زاویہ بنائیے جو اپنے تکملیہ کے برابر ہو۔

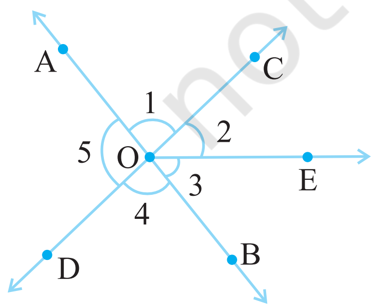


6۔ دی گئی تصویر میں ∠1 اور ∠2 تکمیلی زاویے ہیں اگر ∠1 کو کم کیا جائے تو ∠2 میں تبدیلی آئے گی تا کہ دونوں زاویے تکمیلی زاویے بنے رہے ہیں۔

7۔ کیا دو زاویے تکمیلی زاویے ہو سکتے ہیں اگر دونوں (i) حادہ ہوں؟ (ii) منفرجہ ہوں؟ (iii) قائمہ ہوں؟

8۔ ایک زاویہ 45° سے بڑا ہے۔ کیا یہ 45° سے بڑے، 45° سے چھوٹے یا 45° کے برابر زاویے کا اتمائی زاویہ ہو سکتا ہے۔

9۔ سامنے دی گئی تصویر میں:



(i) کیا ∠1، ∠2 کا متصل ہے؟

(ii) کیا ∠AOC، ∠AOE کا متصل ہے؟

(iii) کیا ∠COE اور ∠EOD خطی جوڑا بنا رہے ہیں؟

(iv) کیا ∠BOD اور ∠DOA تکمیلی جوڑا بنا رہے ہیں؟

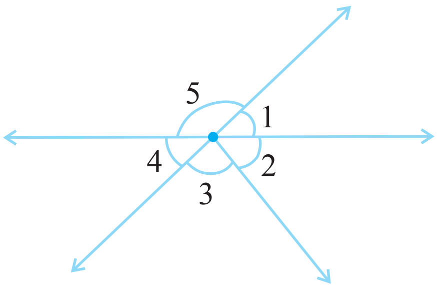
(v) کیا ∠1، ∠4 کا متقابل راسی زاویہ ہے؟

(vi) ∠5 کا متقابل راسی زاویہ کون سا ہے؟

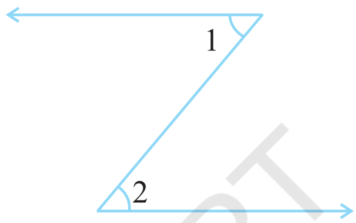
© NCERT not to be republished

10۔ بتائیے کون سے زاویے ہیں :

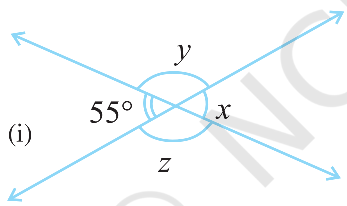
(i) متقابل راسی زاویے (ii) خطی جوڑے

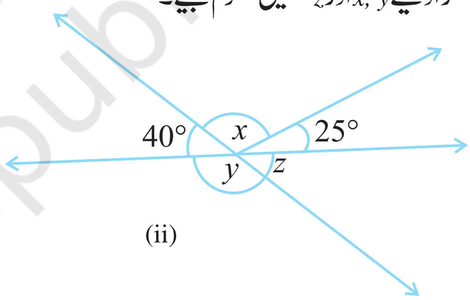


11۔ مندرجہ ذیل تصویر میں کیا 1∠، 2∠ کا متصل زاویہ ہے۔ کیا وجہ بتائیے۔



12۔ زاویے x, y اور z قیمتیں معلوم کیجیے۔





© NCERT not to be republished

13۔ خالی جگہیں بھریے۔

(i) اگر دو زاویے اتمامی زاویے ہیں تو ان کی پیمائش کا جوڑ ہے________

(ii) اگر دو زاویے تکمیلی زاویے ہیں تو ان کی پیمائش کا جوڑ ہے________

(iii) خطی جوڑا بنانے والے دو زاویے ہیں________

(iv) اگر دو متصل زاویے تکمیلی ہیں تو وہ بناتے ہیں ایک________

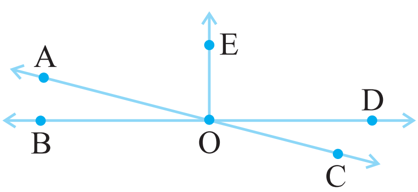
(v) اگر دو خطوط ایک دوسرے کو ایک نقطہ پر کاٹتے ہیں تو متقابل راس زاویے ہمیشہ________ ہوتے ہیں۔

(vi) اگر دو خطوط ایک دوسرے کو ایک نقطہ پر کاٹتے ہیں اور اگر متقابل راس زاویوں کا ایک جوڑا حادہ زاویہ کا ہے تو دوسرا جوڑا________ ہوگا۔

14۔ سامنے دی گئی تصویر میں زاویوں کے مندرجہ ذیل جوڑے بنائیے۔

(i) منفرجہ متقابل راس زاویے۔

(ii) متصل اتمامی زاویے۔



(iii) برابر تکمیلی زاویے۔

(iv) نابرابر تکمیلی زاویے۔

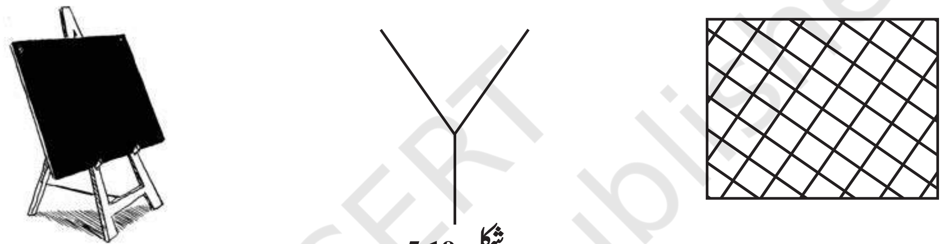
(v) ایسے متصل زاویے جو کہ خطی جوڑا نہیں بنا رہے ہوں۔

5.3 خطوط کے جوڑے (Pais of Lines)

5.3.1 قطع کرنے والے خطوط (Intersecting Lines)

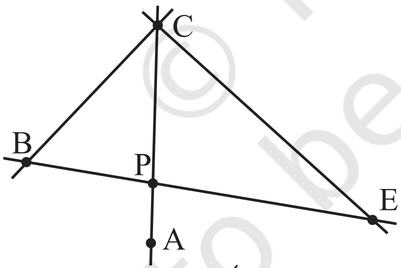
اپنے اسٹینڈ پر کھڑا تختہ سیاہ، قطعہ خطوط سے بننے والے حرف y اور دروازے یا کھڑکی کی جالی (تصویر پر 5.19)۔ ان سب میں کیا مشترک ہے؟ یہ قطع کرنے والے خطوط کی مثالیں ہیں۔

دو خطوط l اور m ایک دوسرے کا قطع کرتے ہیں اگر ان میں ایک نقطہ مشترک ہوتا ہے اور اس نقطہِ مشترک کو نقطہِ تقاطع کہتے ہیں۔



شکل 5.19

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے



شکل 5.20

تصویر 5.20 میں AC اور BE ایک دوسرے کو P پر کاٹ رہے ہیں۔

AC اور BC ایک دوسرے کو C پر کاٹ رہے ہیں۔ AC اور EC ایک دوسرے کو C پر کاٹ رہے ہیں۔ قطع کرنے والے خطوط کے دس اور جوڑے ڈھونڈ ھنے کی کوشش کیجیے۔

کیا یہ ضروری ہے کہ دو خط یا دو قطعہ خط ایک دوسرے کو کاٹیں؟ کیا آپ تصویر میں قطعہ خط کے دو ایسے جوڑے بتا سکتے ہیں جو ایک دوسرے کو قطع نہ کرتے ہوں۔

کیا دو خط ایک دوسرے کو ایک نقطہ سے زیادہ نقطوں پر کاٹ سکتے ہیں؟ اس کے بارے میں سوچیے۔

کوشش کیجیے:

1۔ اپنے آس پاس سے دو ایسی مثالیں ڈھونڈیے جہاں دو خطوط ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کر رہے ہوں۔

2۔ کسی مساوی الاضلاع مثلث کے تینوں راسوں پر قطع کرنے والے خطوط سے بننے والے زاویوں کی پیمائش بتائیے۔

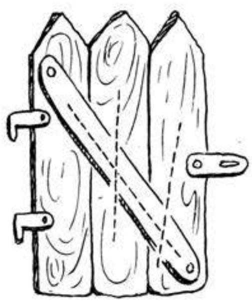
3۔ ایک مستطیل بنائیے اور اس کے چاروں راسوں پر قطع کرنے والے خطوط سے بننے والے زاویوں کی پیمائش کیجیے۔

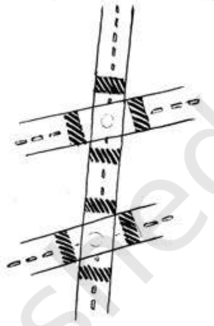
© NCERT not to be republished

4۔ اگر دو خطوط ایک دوسرے کو کاٹ رہے ہوں تو کیا وہ ہمیشہ ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر کاٹیں گے؟

5.3.2 خط قاطع (Transversal)

آپ نے اکثر کسی سڑک کو دو یا دو سے زیادہ سڑکوں کو کاٹ کر گزرتے ہوئے دیکھا ہوگا، یا ایک ریلوے لائن کو دوسری بہت سی لائنوں کو کاٹ کر گزرتے دیکھا ہوگا۔ ان سے خط قاطع کا تصور ملتا ہے۔

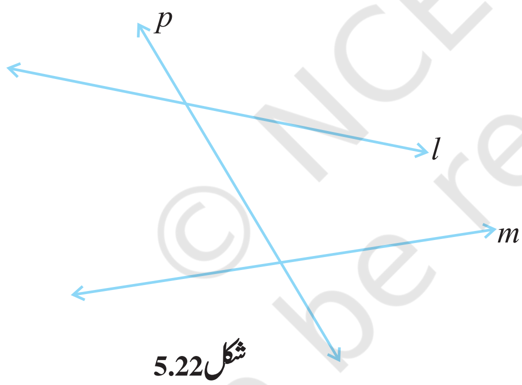

(i)


(ii)

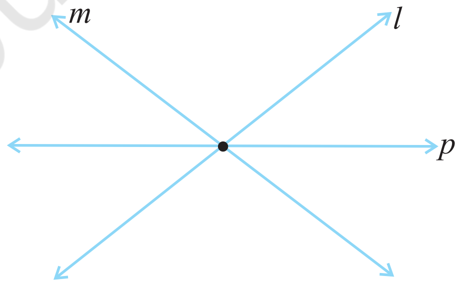
شکل 5.21

ایک خط جو دو یا دو سے زیادہ خطوط کو مختلف نقطوں پر کاٹتا ہے خط قاطع کہلاتا ہے۔

تصویر 5.22 میں خطوط l اور m کے لیے p ایک خط قاطع ہے



شکل 5.22



شکل 5.23

تصویر 5.23 میں خط قاطع نہیں ہے حالانکہ یہ دو خطوط l اور m کو کاٹ رہا ہے کیا آپ بتا سکتے ہیں کیوں؟

کوشش کیجیے:

1۔ مان لیجیے دو خطوط دیے گئے ہیں۔ ان خطوط کے لیے کتنے خط قاطع کھینچ سکتے ہیں؟

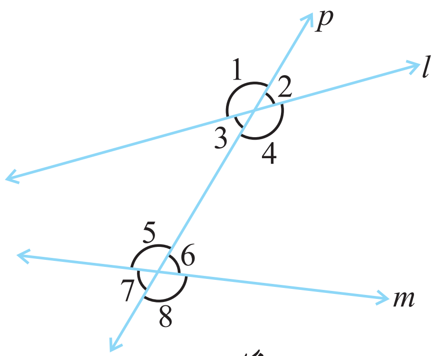
2۔ اگر ایک خط تین خطوط کے لئے قاطع ہے تو کل کتنے نقطہ تقاطع ہوں گے؟

3۔ اپنے آس پاس کچھ قاطع خطوط کو پہچاننے کی کوشش کیجیے۔

5.3.3 خط قاطع سے بننے والے زاویے (Angles made by a Transversal)

تصویر 5.24 میں آپ نے خطوط l اور m کو قاطع p سے کٹتے ہوئے دیکھا ہے۔ آٹھ زاویے جن کے نام 1 سے 8 تک رکھے گئے ہیں، کے کچھ خاص نام بھی ہیں۔

© NCERT not to be republished



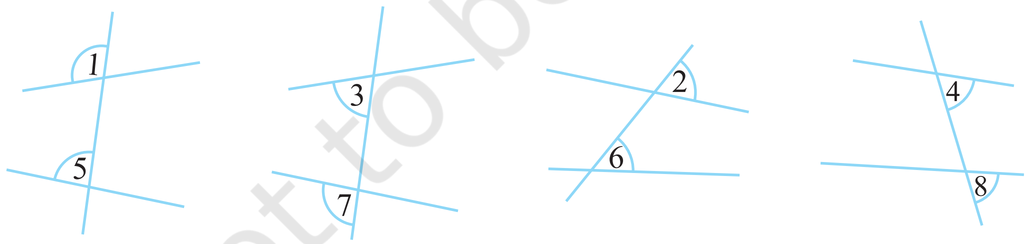
شکل 5.24

اندرونی زاویے/داخلی زاویے	∠3, ∠4, ∠5, ∠6
باہری زاویے/بیرونی زاویے	∠1, ∠2, ∠7, ∠8
نظیری زاویوں کے جوڑے	∠1 اور ∠5, ∠2 اور ∠6, ∠3 اور ∠7, ∠4 اور ∠8
متبادل داخلی زاویوں کے جوڑے	∠3 اور ∠6, ∠4 اور ∠5
متبادل بیرونی زاویوں کے جوڑے	∠1 اور ∠8, ∠2 اور ∠7
قاطع کے ایک ہی جانب بننے والے داخلی زاویوں کے جوڑے	∠3 اور ∠5, ∠4 اور ∠6

نوٹ: نظیری زاویوں (جیسے شکل 5.25 میں ∠1 اور ∠5) میں شامل ہیں:

(i) مختلف راسیں (ii) قاطع کے ایک ہی جانب اور

(iii) دو خطوط کی متعلقہ نظیری حالت (اوپر یا نیچے، دائیں یا بائیں) میں ہیں۔



شکل 5.25

شکل 5.26

متبادل داخلی زاویے (جیسا کہ تصویر 5.26 میں ∠3 اور ∠6 ہیں)

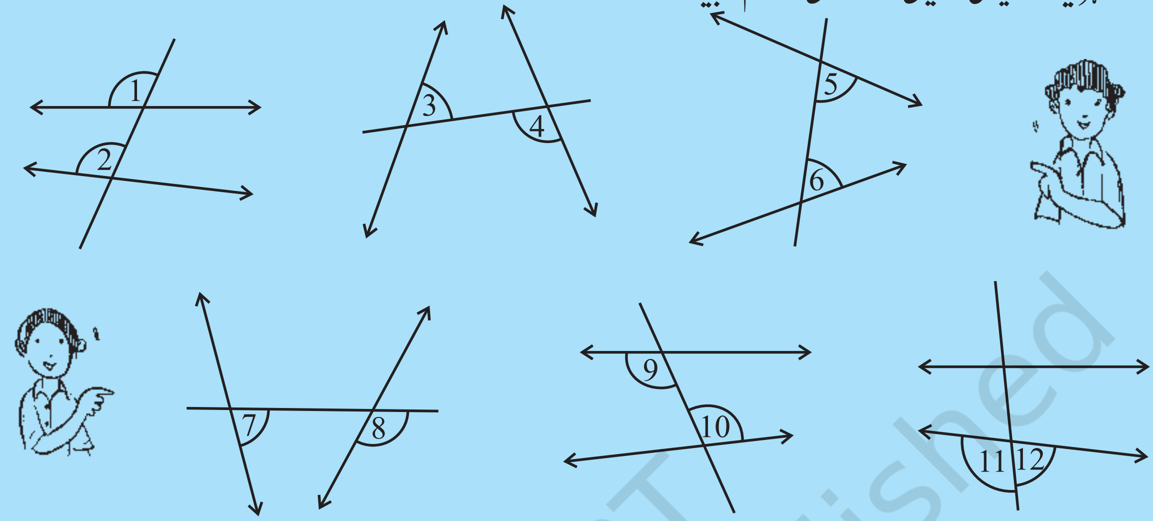
(i) مختلف راسیں ہیں۔

(ii) قاطع کے متقابل اطراف میں ہیں۔ اور

(iii) دو خطوط کے درمیان میں ہیں۔

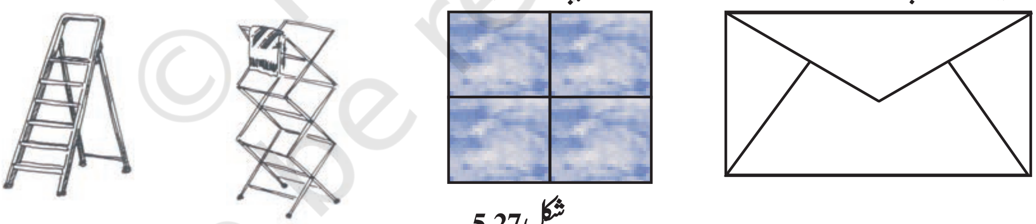
کوشش کیجیے:

ہر ایک تصویر میں زاویوں کے جوڑوں کے نام دیجیے۔



5.3.4 متوازی خطوط کا قاطع (Transversal of Parallel Lines)

کیا آپ کو یاد ہے کہ متوازی خطوط کون سے خطوط ہوتے ہیں؟ یہ ایک مستوی میں بننے والے ایسے خطوط ہوتے ہیں جو کہیں پر بھی نہیں ملتے ہیں۔ کیا آپ مندرجہ ذیل تصاویر میں متوازی خطوط کو پہچان سکتے ہیں؟ (شکل 5.25)



شکل 5.27

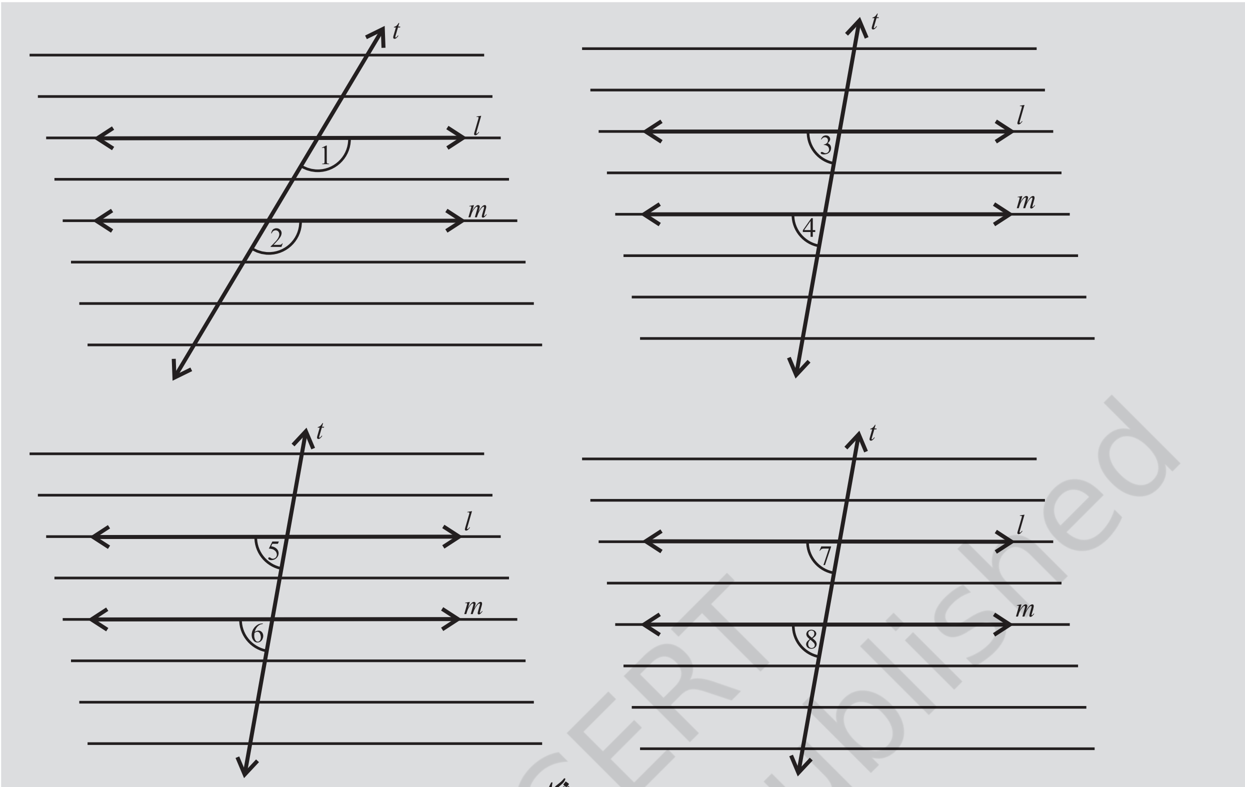
متوازی خطوط کے قاطع بہت سے دلچسپ نتائج سامنے لاتے ہیں۔

خود کریں

ایک لائن دار صفحہ لیجیے۔ (گہرے رنگ سے) دو متوازی خطوط l اور m بنائیے۔ خطوط l اور m پر ایک قاطع t بنائیے۔ دکھائے گئے طریقے سے ∠1 اور ∠2 کی نشاندہی کیجیے۔ (تصویر (i)5.28) بنائی گئی تصویر پر ایک شفاف کاغذ رکھیے خطوط l، m اور t کی نقل اتاریے۔ t کے سہارے شفاف کاغذ کو دھیرے دھیرے کھسکائیے جب تک کہ l اور m نہ مل جائیں۔ آپ نے دیکھا کہ چھاپی گئی تصویر کا ∠1، ابتدائی تصویر کے ∠2 پر منطبق ہوتا ہے۔ دراصل آپ مندرجہ ذیل میں دیے گئے سبھی نتائج مشابہ نقل اتارنے اور کھسکانے والی سرگرمی کے ذریعے دیکھ سکتے ہیں۔

(i) $\angle 1 = \angle 2$ (ii) $\angle 3 = \angle 4$ (iii) $\angle 5 = \angle 6$ (iv) $\angle 7 = \angle 8$

© NCERT not to be republished

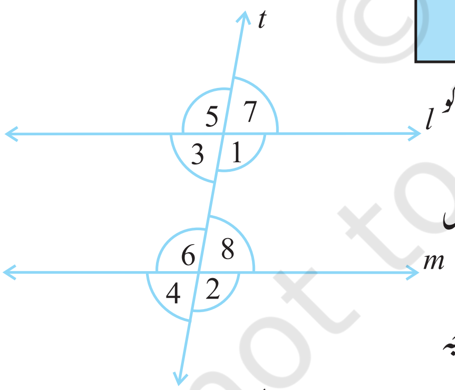


شکل 5.28

یہ سرگرمی مندرجہ ذیل حقیقت کو ظاہر کر رہی ہے۔

> اگر دو متوازی خطوط کو ایک قاطع کاٹ رہا ہے تو نظیری زاویوں کے ہر جوڑے کی پیمائش آپس میں برابر ہوگی۔

ہم اس نتیجہ کی مدد سے ایک اور دلچسپ نتیجہ اخذ کرتے ہیں تصویر 5.29 کو دیکھیے۔



شکل 5.29

جب متوازی خطوط l اور m کو t کاٹے گا تو $\angle 7 = \angle 3$ ہوگا۔ (متقابل راس زاویے) لیکن $\angle 8 = \angle 7$ (نظیری زاویے) اس لیے $\angle 8 = \angle 3$

بالکل اسی طرح آپ دکھا سکتے ہیں کہ $\angle 6 = \angle 1$ ہے۔ لہٰذا ہمیں مندرجہ ذیل نتیجہ حاصل ہوگا۔

> اگر دو متوازی خطوط کو ایک قاطع کاٹتا ہے تو متبادل داخلی زاویوں کا ہر جوڑا آپس میں برابر ہوگا۔

یہ دوسرا نتیجہ ایک اور دلچسپ خصوصیت کی طرف لے جاتا ہے۔ ایک بار پھر شکل 5.29 سے

$\angle 3 + \angle 1 = 180^\circ$ ($\angle 1$ اور $\angle 3$ خطی جوڑا بناتے ہیں)

$\angle 6 = \angle 1$ (متبادل داخلی زاویوں کا ایک جوڑا) اس لئے ہم کہہ سکتے ہیں

© NCERT not to be republished

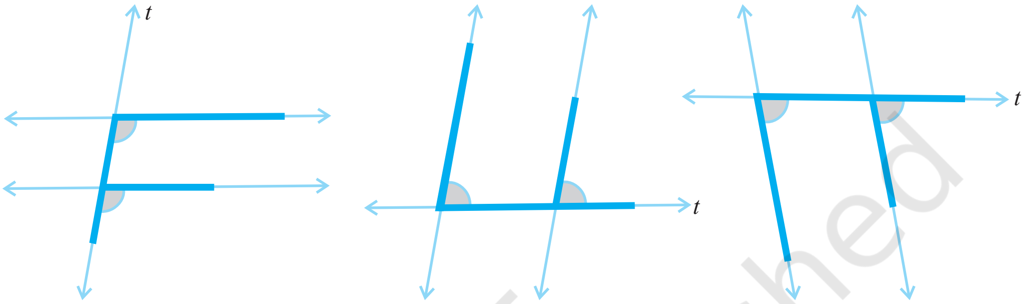
$\angle 3 + \angle 6 = 180°$

اسی طرح $\angle 1 + \angle 8 = 180°$

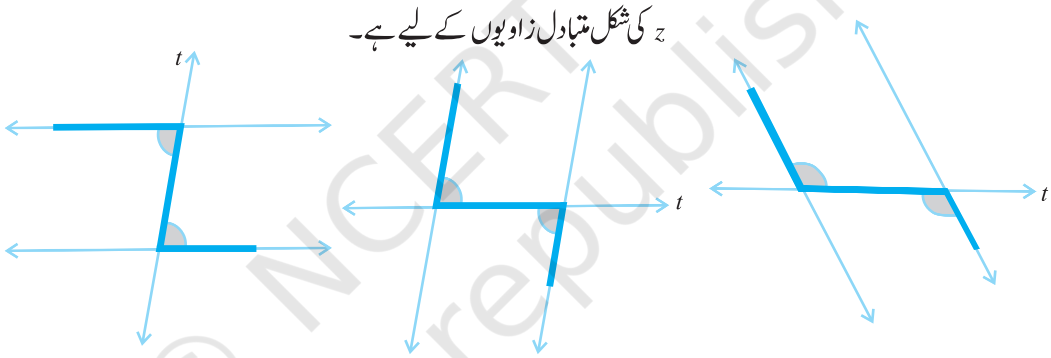
اگر دو متوازی خطوط کو کوئی ایک قاطع کاٹ رہا ہے تو قاطع کے ایک ہی جانب کے داخلی زاویے تکمیلی ہوتے ہیں۔

آپ بہت آسانی سے ان نتائج کو یاد کر سکتے ہیں اگر آپ متعلقہ اشکال کو دیکھ سکتے ہیں۔

F کی شکل نظیری زاویوں کے لیے ہے۔



z کی شکل متبادل زاویوں کے لیے ہے۔

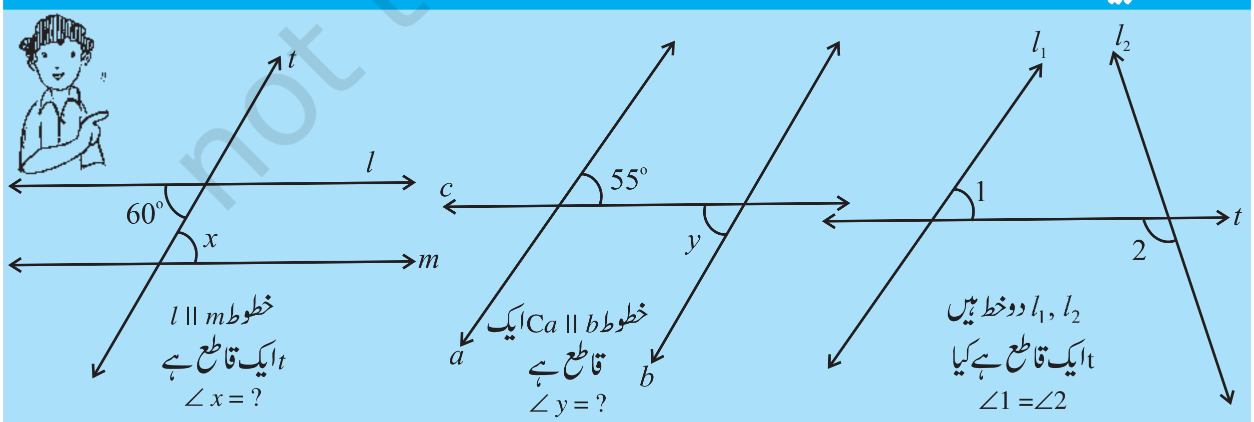


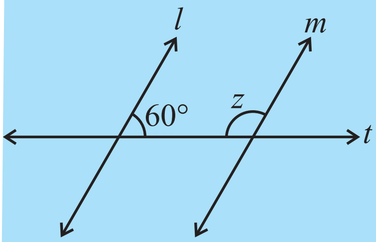
© NCERT not to be republished

خود کریں

متوازی خطوط کا ایک جوڑا اور ایک قاطع بنائیے۔ اوپر دیے گئے نتائج کو جانچنے کے لیے زاویوں کی پیمائش کیجیے۔

کوشش کیجیے:

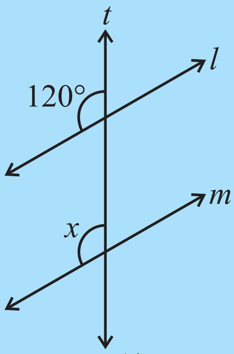




خطوط $l \parallel m$

t ایک قاطع ہے

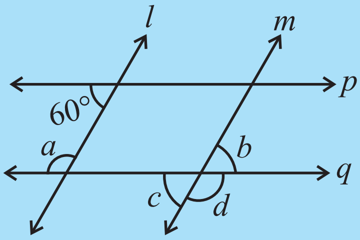
$\angle z = ?$



خطوط $l \parallel m$;

t ایک قاطع ہے

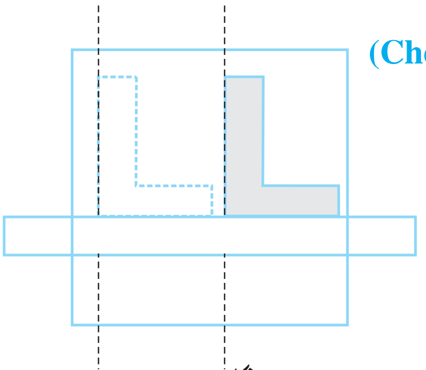
$\angle x = ?$



خطوط $l \parallel m,\ p \parallel q$;

a, b, c, d معلوم کیجیے

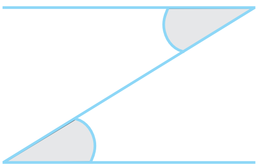
5.4 متوازی خطوط کی جانچ (Checking for Parallel Lines)



شکل 5.30

اگر دو خطوط متوازی ہیں تو آپ جانتے ہیں کہ ایک خط قاطع کے بننے سے ہمارے سامنے نتائج آتے ہیں۔ نظیری زاویوں کے جوڑے برابر ہوتے ہیں، متبادل داخلی زاویے برابر ہیں۔ اور قاطع کے ایک ہی طرف بننے والے داخلی زاویے تکمیلی ہوتے ہیں۔

جب دو خطوط دیے جاتے ہیں تو کیا یہ جانچنے کا کوئی طریقہ ہے کہ وہ خطوط متوازی ہیں یا نہیں؟ آپ کو اس ہنر کی ضرورت بہت سے روز مرہ حالات میں پڑ سکتی ہے۔



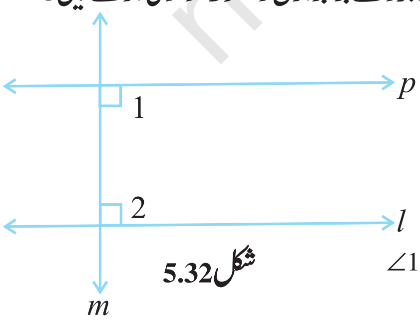
شکل 5.31

دستاویز نویس، بڑھئی کا مربع اور ایک سیدھا کنارہ (فِتا) کے استعمال سے قاطع خطوط بناتا ہے (تصویر 5.30) اس کا دعویٰ ہے کہ خطوط متوازی ہیں۔ کیسے؟

کیا آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اس نے نظیری زاویوں کو برابر رکھا ہے؟ (یہاں قاطع کون سا ہے؟) لہٰذا، جب ایک قاطع دو خطوط کو اس طرح کاٹتا ہے کہ نظیری زاویوں کے جوڑے برابر ہوں تو وہ خطوط متوازی ہوتے ہیں۔

حرف z کو دیکھیے (تصویر 5.31 میں) یہاں افقی خطوط متوازی ہیں۔ کیونکہ متبادل زاویے برابر ہیں۔

جب ایک قاطع دو خطوط کو اس طرح کاٹتا ہے کہ متبادل داخلی زاویوں کے جوڑے برابر ہوں تو خطوط متوازی ہوتے ہیں۔



شکل 5.32

ایک خط l بنایئے (تصویر 5.32)

ایک خط p بنایئے جو کہ m پر عمودی ہو۔

ایک خط m بنایئے جو خط l پر عمودی ہو۔

لہٰذا، p، l پر کھینچے گئے عمودی کے عمودی ہے۔

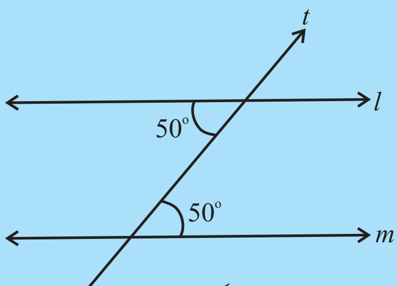
آپ نے پایا p||l کیسے؟ یہ اس لئے کہ آپ نے p کو اس طرح بنایا کہ $\angle 1 +$

© NCERT not to be republished

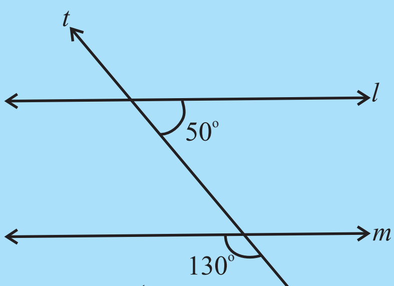
$\angle 2 = 180^{o}$

لہٰذا، جب ایک قاطع دو خطوط کو اس طرح کاٹتا ہے کہ قاطع کے ایک ہی سمت پر بننے والے داخلی زاویے تکمیلی ہوں تو یہ خطوط متوازی ہوں گے۔

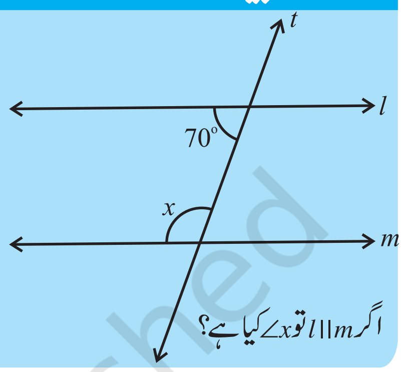
کوشش کیجیے:



کیا $m \parallel l$؟ کیوں



کیا $m \parallel l$؟ کیوں؟



اگر $l \parallel m$ تو $\angle x$ کیا ہے؟

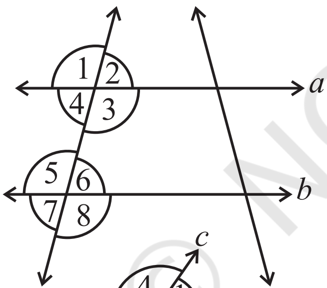
مشق 5.2

1۔ مندرجہ ذیل بیانات کے لیے استعمال کی گئی خصوصیت لکھیے۔

(i) اگر $a \parallel b$، تو $\angle 1 = \angle 5$

(ii) اگر $\angle 4 = \angle 6$، تو $a \parallel b$

(iii) اگر $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$ تو $a \parallel b$



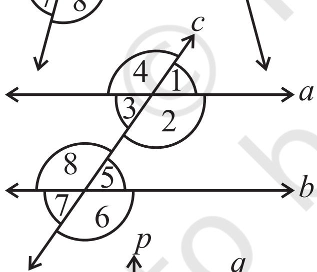
2۔ برابر میں دی گئی تصویروں میں بتائیے:

(i) نظیری زاویوں کا جوڑا

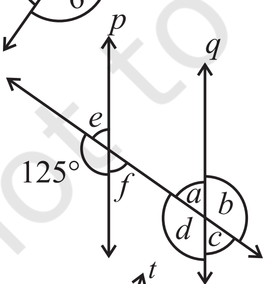
(ii) متبادل داخلی زاویوں کا جوڑا

(iii) قاطع کے ایک ہی سمت میں بننے والے داخلی زاویوں کا جوڑا

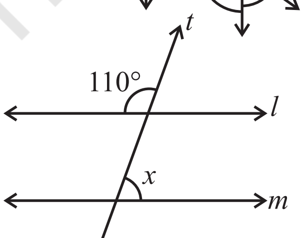
(iv) متقابل راس زاویے۔



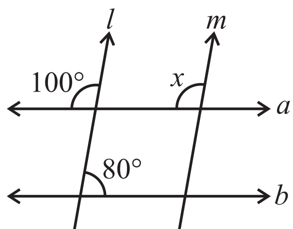
3۔ برابر میں دی گئی تصویر میں، $p \parallel q$ ہے۔ نامعلوم زاویے بتائیے۔



4۔ مندرجہ ذیل اشکال میں اگر $l \parallel m$ ہے تو x کی قیمت معلوم کیجیے۔



(i)



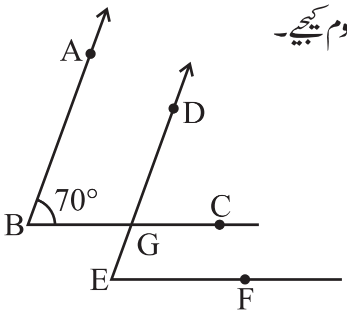
(ii)

© NCERT not to be republished

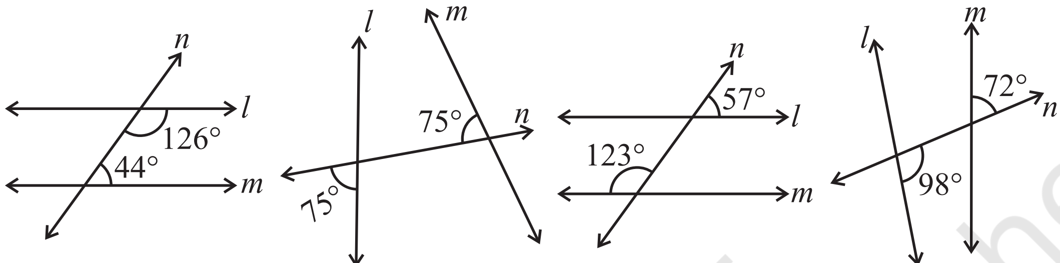
5۔ دی گئی شکل میں دو زاویوں کے بازو متوازی ہیں۔ اگر $\angle ABC = 70°$ ہے تو معلوم کیجیے۔

(i) $\angle DGC$

(ii) $\angle DEF$



6۔ نیچے دی گئی شکل میں فیصلہ کیجیے کہ کیا l اور m متوازی ہیں یا نہیں۔



(i) (ii) (iii) (iv)

ہم نے کیا سیکھا؟

1۔ ہم نے دہرایا کہ (i) ایک قطعہ خط کے دو آخری نقطے ہوتے ہیں۔

(ii) ایک شعاع کا صرف ایک آخری نقطہ ہوتا ہے۔ اس کا نقطۂ آغاز اور

(iii) ایک خط کے دونوں جانب کوئی آخری نقطہ نہیں ہوتا ہے۔

2۔ جب دو خطوط (یا شعاعیں یا قطعہ خط) ملتے ہیں تو ایک زاویہ بنتا ہے۔

زاویوں کے جوڑے	بشرط
دو اتمامی زاویے	جوڑ 90° کے برابر ہو
دو تکمیلی زاویے	جوڑ 180° کے برابر ہو
دو متصل زاویے	جس کا ایک راس مشترک ہو اور ایک بازو مشترک ہو لیکن کوئی اندرون مشترک نہ ہو۔
خطی زاویوں کا جوڑا	متصل اور تکمیلی

3۔ جب دو خطوط l اور m ملتے ہیں تو ہم کہتے ہیں کہ ایک دوسرے کو کاٹ رہے ہیں، جس نقطہ پر وہ ملتے ہیں اس کو نقطہ تقاطع کہتے ہیں۔

جب کاغذ پر ایسے خطوط بنے ہوں جو ایک دوسرے سے نہیں ملتے ہیں چاہے ہم ان کو کتنا ہی بڑھا لیں، انہیں ہم متوازی خطوط کہتے ہیں۔

4۔ (i) جب دو خطوط ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں (حرف X کی طرح) تو ہم کو متقابل زاویوں کے دو جوڑے ملتے ہیں۔ ان کو

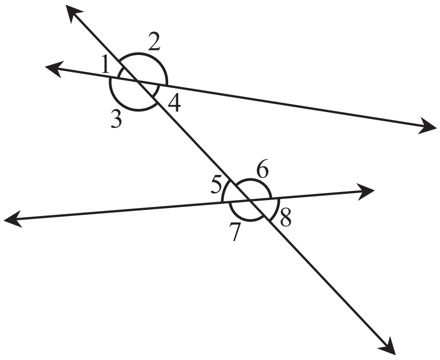
© NCERT not to be republished

متقابل راسی زاویے کہتے ہیں۔ ان کی پیائش آپس میں برابر ہوتی ہے۔

(ii) خط قاطع وہ خط ہوتا ہے جو دو یا زیادہ خطوط کو مختلف نقطوں پر کاٹے۔

(iii) ایک خط قاطع مختلف طرح کے زاویے بناتا ہے۔

(iv) تصویر میں، ہمارے پاس ہیں:



زاویوں کی قسمیں	دکھائے گئے زاویے
داخلی	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
باہری	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
نظیری	$\angle 1$ اور $\angle 5$, $\angle 2$ اور $\angle 6$, $\angle 3$ اور $\angle 7$, $\angle 4$ اور $\angle 8$
متبادل داخلی	$\angle 3$ اور $\angle 6$, $\angle 4$ اور $\angle 5$
متبادل بیرونی	$\angle 1$ اور $\angle 8$, $\angle 2$ اور $\angle 7$
ایک ہی سمت پر بننے والے داخلی زاویے	$\angle 3$ اور $\angle 5$, $\angle 4$ اور $\angle 6$

(v) جب ایک قاطع دو متوازی خطوط کو کاٹتا ہے تو ہمارے سامنے مندرجہ ذیل دلچسپ نتائج حاصل ہوتے ہیں۔

نظیری زاویوں کے ہر جوڑے کے زاویے آپس میں برابر ہوتے ہیں۔

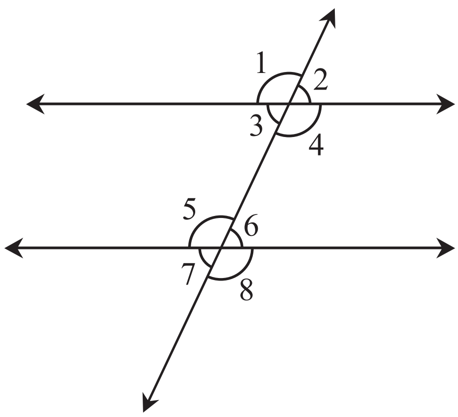
$$\angle 1 = \angle 5, \angle 3 = \angle 7, \angle 2 = \angle 6, \angle 4 = \angle 8$$

متبادل داخلی زاویوں کے ہر جوڑے کے زاویے آپس میں برابر ہوتے ہیں۔

$$\angle 3 = \angle 6, \angle 4 = \angle 5$$

خط قاطع کے ایک ہی سمت کے داخلی زاویے تکمیلی زاویے ہوتے ہیں۔

$$\angle 3 + \angle 5 = 180°, \angle 4 + \angle 6 = 180°$$



© NCERT not to be republished