M5L5W6

അധ്യായം 8

ഗുരുത്വാകർഷണം (GRAVITATION)

8.1 ആമുഖം
8.2 കെപ്ലറുടെ നിയമങ്ങൾ
8.3 സാർവിക ഗുരുത്വാകർഷണ നിയമം
8.4 ഗുരുത്വസ്ഥിരാങ്കം
8.5 ഭൂഗുരുത്വത്വരണം
8.6 ഭൗമോപരിതലത്തിന് താഴെയും മുകളിലുമുള്ള ഭൂഗുരുത്വത്വരണം
8.7 ഗുരുത്വസ്ഥിതികോർജം
8.8 പലായനവേഗം
8.9 ഭൗമോപഗ്രഹങ്ങൾ
8.10 പരിക്രമണം ചെയ്യുന്ന ഒരു ഉപഗ്രഹത്തിന്റെ ഊർജം
8.11 ഭൂസ്ഥിര, ധ്രുവീയ ഉപഗ്രഹങ്ങൾ
8.12 ഭാരമില്ലായ്മ
സംഗ്രഹം
വിചിന്തന വിഷയങ്ങൾ
പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ
കൂടുതൽ പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ

8.1 ആമുഖം

എല്ലാ വസ്തുക്കളെയും ഭൂമി അതിന്റെ കേന്ദ്രത്തിലേക്ക് ആകർഷിക്കുന്നുവെന്നത് വളരെക്കാലം മുമ്പുതന്നെ നമുക്കറിയാവുന്ന കാര്യമാണ്. മുകളിലേക്കെറിയുന്ന ഏതൊരു വസ്തുവും തിരിച്ച് ഭൂമിയിലേക്കു പതിക്കുന്നത്, മലമുകളിൽനിന്ന് താഴേക്ക് ഇറങ്ങുന്നതിനേക്കാൾ കൂടുതൽ ക്ഷീണമാണ് മലകയറുമ്പോൾ അനുഭവപ്പെടുന്നത്, മഴത്തുള്ളികൾ മേഘങ്ങളിൽനിന്ന് താഴേക്കു തന്നെ വീഴുന്നത് തുടങ്ങി നിരവധി പ്രതിഭാസങ്ങൾ നമുക്ക് പരിചിതമാണ്. മാസിൽ വ്യത്യാസമുള്ള വസ്തുക്കളാണെങ്കിലും അവ ഒരേ ത്വരണത്തോടെയാണു ഭൂമിയിലേക്കു പതിക്കുന്നതെന്ന് തിരിച്ചറിഞ്ഞത് ഇറ്റാലിയൻ ഭൗതിക ശാസ്ത്രജ്ഞനായ ഗലീലിയോ (Galileo 1564-1642) യായിരുന്നു. ഈ വസ്തുത വിശദീകരിക്കാൻ അദ്ദേഹം പരസ്യമായി ഒരു പ്രദർശനം തന്നെ സംഘടിപ്പിച്ചതായി പറയപ്പെടുന്നു. ചരിവുതലത്തിലൂടെ താഴേക്കുരുളുന്ന വസ്തുക്കളിൽ നടത്തിയ പരീക്ഷണങ്ങളിലൂടെ അദ്ദേഹം കണ്ടെത്തിയ ഭൂഗുരുത്വത്വരണത്തിന്റെ മൂല്യം, പിൽക്കാലത്ത് നിർണയിക്കപ്പെട്ട മൂല്യത്തോടു വളരെ അടുത്തു നിൽക്കുന്നതാണ്.

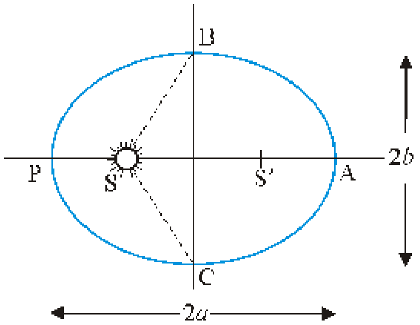
തങ്ങളുമായി ബന്ധമില്ലെന്നു തോന്നിയിട്ടും, നക്ഷത്രങ്ങളെയും ഗ്രഹങ്ങളെയും അവയുടെ ചലനങ്ങളെയും പുരാതനകാലം തൊട്ട് തന്നെ വിവിധ രാജ്യക്കാർ നിരീക്ഷിച്ചുവന്നിരുന്നു. പല നക്ഷത്രങ്ങളും വർഷങ്ങളോളം ആകാശത്തു സ്ഥാനമാറ്റമില്ലാതെ കാണുന്നതും ഈ നക്ഷത്രങ്ങളുടെ പശ്ചാത്തലത്തിൽ ഗ്രഹങ്ങൾ ക്രമമായ ചലനങ്ങളിലേർപ്പെടുന്നതും അവരിൽ കൗതുകമുണ്ടാക്കി. ഗ്രഹചലനങ്ങളെക്കുറിച്ചു രേഖപ്പെടുത്തപ്പെട്ട ഏറ്റവും ആദ്യത്തെ മാതൃക, ഏതാണ്ട് 2000 വർഷങ്ങൾക്കുമുമ്പ് ടോളമി (Ptolemy) ആവിഷ്കരിച്ച 'ഭൗമകേന്ദ്ര' (Geocentric) സിദ്ധാന്തമാണ്. ഇതിൽ സൂര്യനും നക്ഷത്രങ്ങളും മറ്റെല്ലാ ഗ്രഹങ്ങളും ഉൾപ്പെടെയുള്ള ആകാശഗോളങ്ങൾ ഭൂമിക്കു ചുറ്റും പരിക്രമണം ചെയ്യുന്നതായാണ് വിശദീകരിക്കുന്നത്. ആകാശഗോളങ്ങളെല്ലാം വർത്തുളപാതയിൽ മാത്രം സഞ്ചരിക്കുന്നതായി അക്കാലത്ത് കരുതപ്പെട്ടിരുന്നു. നമുക്കു കാണാൻ കഴിയുന്ന ഗ്രഹചലനങ്ങൾ വിശദീകരിക്കാൻ സങ്കീർണമായ ചലനമാതൃകകൾ ടോളമി മുന്നോട്ടുവച്ചു. ഗ്രഹങ്ങൾ വർത്തുളപാതകളിൽ (Circular Orbits) സഞ്ചരിക്കുന്നതായും ഈ വർത്തുളപാതകളുടെ കേന്ദ്രങ്ങൾ ഭൂമിയെ വലയംചെയ്യുന്ന വലിയ വർത്തുളപാതകളിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്നതായും അദ്ദേഹം വിശദീകരിച്ചു. 400 വർഷങ്ങൾക്കിപ്പുറം സമാനമായ സിദ്ധാന്തങ്ങൾ ഇന്ത്യൻ ജ്യോതിശ്ശാസ്ത്രജ്ഞരും ആവിഷ്കരിക്കുകയുണ്ടായി. എന്നാൽ സൂര്യൻ ഗ്രഹങ്ങളുടെ കേന്ദ്രമാ

ണെന്ന കുറേക്കൂടി മനോഹരമായ 'സൗരകേന്ദ്ര' (Heliocentric) മാതൃക ആര്യഭടൻ (എ.ഡി.അഞ്ചാം നൂറ്റാണ്ട്) അദ്ദേഹത്തിന്റെ പുസ്തകത്തിൽ വിശദീകരിക്കുന്നുണ്ട്. ആയിരം വർഷങ്ങൾക്കുശേഷം പോളിഷ് സന്ന്യാസി നിക്കൊളാസ് കോപ്പർനിക്കസ് (Nicolas Copernicus 1473-1543) അവതരിപ്പിച്ച കൃത്യതയുള്ള മാതൃകയിൽ, നിശ്ചലമായതും കേന്ദ്രത്തിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നതുമായ സൂര്യനു ചുറ്റും ഗ്രഹങ്ങൾ വൃത്തപാതകളിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്നുവെന്ന് വിശദമാക്കി. അദ്ദേഹത്തിന്റെ സിദ്ധാന്തം ക്രിസ്തീയസഭക്ക് അനഭിമതമായിരുന്നു. അതുകൊണ്ടു തന്നെ, അദ്ദേഹത്തെ പിന്തുണച്ച ഗലീലിയോക്ക് തന്റെ വിശ്വാസങ്ങളുടെ പേരിൽ വിചാരണ നടപടികൾ നേരിടേണ്ടിവന്നു. ഗലീലിയോയുടെ സമകാലികനായ ഡെൻമാർക്കുകാരൻ ടൈക്കോ ബ്രാഹെ (Tycho Brahe 1546-1601) എന്ന മഹാനായ ശാസ്ത്രകാരൻ നഗ്നനേത്രങ്ങൾകൊണ്ട് ഗ്രഹങ്ങളെ നിരീക്ഷിക്കാൻ തന്റെ ജീവിതകാലം മുഴുവൻ ചെലവഴിച്ചു. അങ്ങനെ സമാഹരിച്ച വിവരങ്ങളെ അദ്ദേഹത്തിന്റെ സഹായിയായിരുന്ന ജോഹാനസ് കെപ്ലർ (Johannes Kepler 1571-1640) പിന്നീട് ഗണിതപരമായി വിശകലനം ചെയ്തു. കെപ്ലറുടെ നിയമങ്ങൾ (Kepler's laws) എന്ന പേരിൽ ഇപ്പോൾ അറിയപ്പെടുന്ന മൂന്ന് മനോഹരനിയമങ്ങൾ ഈ ഡാറ്റയിൽനിന്ന് അദ്ദേഹം ഉരുത്തിരിച്ചെടുത്തു. സാർവിക ഗുരുത്വനിയമം (universal law of gravitation) പ്രസ്താവിച്ചുകൊണ്ട് ഭൗതികശാസ്ത്രത്തിൽ ഒരു മഹത്തായ കാൽവയ്പ് നടത്താൻ ന്യൂട്ടനെ പ്രാപ്തനാക്കിയത് കെപ്ലറുടെ ഈ നിയമങ്ങളാണ്.

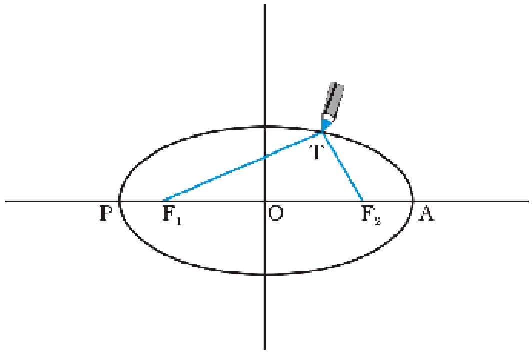
8.2 കെപ്ലറുടെ നിയമങ്ങൾ (Kepler's Laws)

ഗ്രഹചലനങ്ങളെ സംബന്ധിച്ച് മൂന്നു നിയമങ്ങളാണ് ജോഹാനസ് കെപ്ലർ ആവിഷ്കരിച്ചത്. അവ താഴെ കൊടുത്തവിധത്തിൽ പ്രസ്താവിക്കാം.

1. പരിക്രമണപാതകളുടെ നിയമം (Law of Orbits)



ചിത്രം 8.1(a) സൂര്യനു ചുറ്റും ഒരു ഗ്രഹം ചലിക്കുന്ന ദീർഘവൃത്തപാത. സൂര്യനോട് ഏറ്റവും അടുത്ത ബിന്ദുവാണ് P, ഏറ്റവും അകന്ന ബിന്ദു A യും. P യെ പെരിഹീലിയൺ എന്നും A യെ അപ്ഹീലിയൺ എന്നും പറയുന്നു. AP യുടെ പകുതി ദൂരമാണ് സെമിമേജർ അക്ഷം.



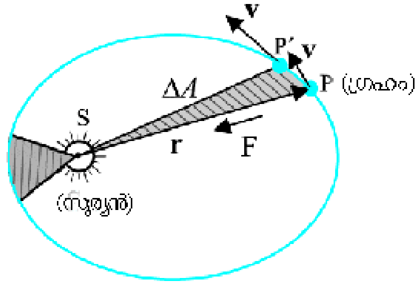
ചിത്രം 8.1(b) ദീർഘവൃത്തം വരയ്ക്കുന്ന വിധം. F_1, F_2 എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഒരു ചരടിന്റെ അഗ്രങ്ങൾ ഉറപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. ചരടിൽ ഒരു പെൻസിലിന്റെ മുനയുള്ള ഭാഗം ചേർത്ത് വലിച്ചുപിടിച്ച് ചുറ്റും ചലിപ്പിക്കുന്നു.

എല്ലാ ഗ്രഹങ്ങളും ദീർഘവൃത്താകാര പരിക്രമണപാതങ്ങളിലൂടെ (Elliptical orbits), അതിന്റെ ഫോക്കസുകളിലൊന്നിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്ന സൂര്യനു ചുറ്റും ചലിക്കുന്നു. (ചിത്രം 8.1 a). ഗ്രഹചലനങ്ങൾക്കു വൃത്തപാതകൾ മാത്രം നിഷ്കർഷിച്ച കോപ്പർനിക്കസിന്റെ മാതൃകയിൽ നിന്നുള്ള വലിയമാറ്റമാണ് ഈ നിയമം.
നമുക്കുപരിചിതമായ വൃത്തം ദീർഘവൃത്തത്തിന്റെ (Ellipse) ഒരു സവിശേഷരൂപമാണ്. ദീർഘവൃത്തങ്ങൾ താഴെ പറയുന്നതരത്തിൽ ലളിതമായി വരക്കാവുന്നതാണ്.

കടലാസിൽ F_1 , F_2 എന്നീ രണ്ടുബിന്ദുക്കൾ രേഖപ്പെടുത്തി, അവയിൽ രണ്ട് ആണികൾ തറക്കുക. നീളമുള്ള ഒരു ചരടെടുത്ത് അതിന്റെ അഗ്രങ്ങൾ ഈ ആണികളിൽ കെട്ടുക. ചരട് എപ്പോഴും വലിഞ്ഞുനിൽക്കത്തക്ക രീതിയിൽ ഒരു പെൻസിൽ ഉപയോഗിച്ച് ആണികൾക്കു ചുറ്റും ഒരു വലയം വരക്കുക (ചിത്രം 8.1b). ഇങ്ങനെ കിട്ടുന്ന അടഞ്ഞ വലയമാണ് (closed loop) ദീർഘവൃത്തം. ദീർഘവൃത്തത്തിലെ ഏതെങ്കിലും ഒരു ബിന്ദു (T) വിലേക്ക് F_1, F_2 എന്നിവയിൽനിന്നുള്ള അകലങ്ങളുടെ തുക എല്ലായ്പ്പോഴും ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യയായിരിക്കും (ഉപയോഗിച്ച ചരടിന്റെ ആകെ നീളമായിരിക്കും ഇത്). ഇവിടെ F_1 ഉം F_2 വും ദീർഘവൃത്തത്തിന്റെ ഫോക്കസുകൾ എന്ന് അറിയപ്പെടുന്നു. F_1, F_2 എന്നിവയെ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന നേർരേഖ നീട്ടി വരച്ചാൽ ചിത്രം (8.1 b) യിൽ കാണുന്ന രീതിയിൽ ദീർഘവൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളായ P യിലും A യിലും എത്തും. രേഖ PA യുടെ മധ്യബിന്ദു ദീർഘവൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം എന്നും PO = AO എന്ന നീളത്തെ ദീർഘവൃത്തത്തിന്റെ സെമിമേജർ അക്ഷം എന്നും വിളിക്കുന്നു. ദീർഘവൃത്തത്തിന്റെ രണ്ട് ഫോക്കസുകളും കൂടിച്ചേർന്ന് ഒന്നായിത്തീർന്നാൽ, അത് നമുക്ക് സുപരിചിതമായ വൃത്തമായിത്തീരും. അതിന്റെ സെമിമേജർ അക്ഷം ഈ വൃത്തത്തിന്റെ ആരവുമായിരിക്കും.

2. പരപ്പളവുകളുടെ നിയമം (Law of areas)

ഒരു ഗ്രഹത്തെയും സൂര്യനെയും തമ്മിൽ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന നേർരേഖ തുല്യ ഇടവേളകളിൽ തുല്യ പരപ്പളവുകൾ ഉണ്ടാക്കി സഞ്ചരിക്കുന്നു (ചിത്രം 8.2). ഗ്രഹങ്ങൾ സൂര്യനിൽ നിന്ന് അകലെയാകുമ്പോൾ സാവധാനത്തിലും അടുത്താവുമ്പോൾ കൂടുതൽ വേഗത്തിലും സഞ്ചരിക്കുന്നു എന്ന നിരീക്ഷണത്തിൽ നിന്നാണ് ഈ നിയമം ഉടലെടുക്കുന്നത്.



ചിത്രം 8.2 P എന്ന ഗ്രഹം സൂര്യനു ചുറ്റും ദീർഘവൃത്താകാരപാതയിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്നു. Δt എന്ന വളരെ കുറഞ്ഞ സമയംകൊണ്ട് ഉണ്ടാക്കുന്ന പരപ്പളവാണ് ഷെയ്ഡ് ചെയ്തിരിക്കുന്ന ഭാഗം ΔA

3. പരിക്രമണകാലങ്ങളുടെ നിയമം (Law of Periods)

ഒരു ഗ്രഹത്തിന്റെ പരിക്രമണകാലത്തിന്റെ (Period of revolution) വർഗം ദീർഘവൃത്തസഞ്ചാരപാതയുടെ സെമിമേജർ അക്ഷത്തിന്റെ (semi-major axis) ക്യൂബിന് ആനുപാതികമായിരിക്കും.

താഴെ കൊടുത്ത പട്ടിക സൂര്യനു ചുറ്റുമുള്ള ഗ്രഹങ്ങളുടെ ഏകദേശ പരിക്രമണ കാലവും അവയുടെ സെമിമേജർ അക്ഷങ്ങളുടെ മൂല്യങ്ങളും നൽകുന്നു.

പട്ടിക 8.1: താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഗ്രഹചലനങ്ങളിൽ നിന്നുള്ള ഡാറ്റ കെപ്ലറുടെ പരിക്രമണ കാലത്തെ സംബന്ധിച്ച നിയമത്തെ സ്ഥിരീകരിക്കുന്നു.

a – സെമിമേജർ അക്ഷം, 10^{10}m ന്റെ യൂണിറ്റുകളിൽ

T – ഗ്രഹങ്ങളുടെ പരിക്രമണകാലം, വർഷങ്ങളിൽ (y)

Q – (T^2/a^3) അനുപാതം, 10^{-34} $y^2 m^{-3}$ ന്റെ യൂണിറ്റുകളിൽ

ഗ്രഹം	a	T	Q
ബുധൻ	5.79	0.24	2.95
ശുക്രൻ	10.8	0.615	3.00
ഭൂമി	15.0	1	2.96
ചൊവ്വ	22.8	1.88	2.98
വ്യാഴം	77.8	11.9	3.01
ശനി	143	29.5	2.98
യുറാനസ്	287	84	2.98
നെപ്ട്യൂൺ	450	165	2.99
പ്ലൂട്ടോ*	590	248	2.99

ഏത് കേന്ദ്രീയബലത്തിനും (Central force) ബാധകമായുള്ള കോണീയ ആക്ക (Angular momentum) സംരക്ഷണനിയമത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി പരപ്പളവുകളുടെ നിയമം (Law of areas) മനസിലാക്കാൻ കഴിയും. കേന്ദ്രബലം എന്നത് സൂര്യനെയും ഗ്രഹത്തെയും ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന സദിശത്തിലൂടെ ഗ്രഹത്തിൻമേൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന ബലമാണ്. സൂര്യൻ ആധാരബിന്ദുവി (Origin) ലാണെന്നും ഗ്രഹത്തിന്റെ സ്ഥാനവും ആക്കവും സൂചിപ്പിക്കുന്ന സൂചകങ്ങൾ യഥാക്രമം r, p എന്നിവയാണെന്നും കരുതുക. m മാസുള്ള ഗ്രഹം Δt സഞ്ചാരസമയംകൊണ്ട് നിർമിക്കുന്ന പരപ്പളവ് ΔA താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന രീതിയിലായിരിക്കും (ചിത്രം. 8.2),

$$\Delta A = 1/2\,(\mathbf{r} \times \mathbf{v}\,\Delta t) \quad (8.1)$$

അതിനാൽ,

$$\Delta A / \Delta t = 1/2\,(\mathbf{r} \times \mathbf{p})/m, \text{ (കാരണം, } \mathbf{v} = \mathbf{p}/m)$$

$$= \mathbf{L} / (2\,m) \quad (8.2)$$

ഇവിടെ, **v** പ്രവേഗവും **L** കോണീയ ആക്കവുമാണ്; ഇത് **(r × p)** ക്ക് തുല്യവുമാണ്. **r** ന്റെ ദിശയിലുള്ള ഒരു കേന്ദ്രീയബലത്തെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം, ഗ്രഹം പരിക്രമണം ചെയ്യുമ്പോൾ L എന്നത് ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യയായിരിക്കും. ആയതിനാൽ, മുകളിലുള്ള സമവാക്യം (8.2) പ്രകാരം ΔA/Δt ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യയായിരിക്കും. ഇതാണ് പരപ്പളവുകളുടെ നിയമം. ഗുരുത്വാകർഷണം ഒരു കേന്ദ്രബലമായതിനാലാണ് പരപ്പളവുകളുടെ നിയമം അതിന് ബാധകമാകുന്നത്.

ജോഹാനസ് കെപ്ലർ (1571–1630) ജോഹാനസ് കെപ്ലർ ജർമൻ വംശജനായ ശാസ്ത്രജ്ഞനാണ്. ടൈക്കോ ബ്രാഹേയുടെയും സഹപ്രവർത്തകരുടെയും കഠിന പ്രയത്നങ്ങളിലൂടെയുള്ള നിരീക്ഷണങ്ങൾ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തി ഗ്രഹചലനങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട മൂന്ന് നിയമങ്ങൾ അദ്ദേഹം രൂപീകരിക്കുകയുണ്ടായി. ബ്രാഹേയുടെ ഒരു സഹായിയായിരുന്നു കെപ്ലർ. നീണ്ട പതിനാറുവർഷമെടുത്താണ് അദ്ദേഹം മൂന്നു ഗ്രഹനിയമങ്ങളിൽ എത്തിച്ചേർന്നത്. ഒരു ടെലിസ്കോപ്പിൽ വന്നു പതിക്കുന്ന പ്രകാശത്തിന് എന്തു സംഭവിക്കുന്നുവെന്ന് ആദ്യമായി വിശദീകരിച്ച അദ്ദേഹം ജ്യാമിതീയപ്രകാശികത്തിന്റെ (Geometrical optics) ഉപജ്ഞാതാവായും അറിയപ്പെടുന്നു.

ഉദാഹരണം 8.1 : ചിത്രം 8.1 (a) യിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന P എന്ന പെരിഹീലിയണിൽ ഗ്രഹത്തിന്റെ വേഗം v_P വും, സൂര്യനും ഗ്രഹവും തമ്മിലുള്ള ദൂരം (SP) r_P യും ആണെന്നിരിക്കട്ടെ. $\{r_P, v_P\}$ എന്നിവയെ തത്തുല്യമായ അപ്ഹീലിയണിലുള്ള അളവുകൾ $\{r_A, v_A\}$ എന്നിവയുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തുക. ഒരേ സമയമെടുത്താണോ ഗ്രഹം BAC, CPB എന്നീ ഭാഗങ്ങളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നത്?

* പേജ് 182 ൽ ബോക്സിൽ നൽകിയിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങൾകൂടി വായിക്കുക.

ഉത്തരം: r_p യും v_p യും പരസ്പരം ലംബമാണെന്ന് സൂക്ഷ്മവിശകലനത്തിൽ മനസ്സിലാക്കാമെന്നതിനാൽ, P യിലെ കോണീയ ആക്കത്തിന്റെ കേവലവില $L_p = m_p r_p v_p$

അതുപോലെ, $L_A = m_p r_A v_A$

കോണീയ ആക്കസംരക്ഷണപ്രകാരം,

$$m_p r_p v_p = m_p r_A v_A$$

അഥവാ, $\frac{v_p}{v_A} = \frac{r_A}{r_p}$ $r_A > r_p$ ആയതിനാൽ, $v_p > v_A$

ചിത്രം 8.1 ലെ SB, SC എന്നീ സദിശ ആരങ്ങളും ദീർഘവൃത്തവും അതിരായിട്ടുള്ള പരപ്പളവ് SBAC, പരപ്പളവ് SBPC യെക്കാൾ കൂടുതലായിരിക്കും. കെപ്ലറുടെ രണ്ടാം നിയമപ്രകാരം, തുല്യസമയം കൊണ്ട് തുല്യപരപ്പളവ് ഉണ്ടാക്കുന്നു. ആയതിനാൽ, CPB കടക്കാനെടുക്കുന്ന തിനേക്കാൾ കൂടുതൽ സമയമെടുത്താണ് ഗ്രഹം BAC കടന്നുപോകുന്നത്.

8.3 സാർവിക ഗുരുത്വനിയമം (Universal Law of Gravitation)

മരത്തിൽനിന്നും താഴേക്കു വീഴുന്ന ആപ്പിളിന്റെ നിരീക്ഷണമാണ്, ഭൂഗുരുത്വാകർഷണത്തിന്റെയും കെപ്ലറുടെ നിയമങ്ങളുടെയും വിശദീകരണത്തിലേക്ക് നയിച്ച സാർവികഗുരുത്വനിയമത്തിൽ എത്തിച്ചേരാൻ ന്യൂട്ടണു പ്രചോദനമായതെന്നു പറയപ്പെടുന്നു. ന്യൂട്ടന്റെ വാദഗതിയനുസരിച്ച്, R_m ആരമുള്ള ഒരു പരിക്രമണ പാതയിലൂടെ കറങ്ങുന്ന ചന്ദ്രന് ഭൂമിയുടെ ഗുരുത്വാകർഷണംകൊണ്ട് ഒരു അഭികേന്ദ്രത്വരണം ഉണ്ടായിരിക്കും. അതിന്റെ കേവലവില,

$$a_m = \frac{V^2}{R_m} = \frac{4\pi^2 R_m}{T^2} \quad \text{------------} \quad (8.3)$$

ഇതിൽ, ചന്ദ്രന്റെ വേഗമായ V യെ പരിക്രമണകാലം (T) യുമായി $V = 2\pi R_m/T$ എന്ന രീതിയിൽ ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. പരിവൃത്തി T ഏകദേശം 27.3 ദിവസങ്ങളും അക്കാലത്ത് അറിയാമായിരുന്ന R_m ന്റെ മൂല്യം ഏകദേശം 3.84×10^8m ഉം ആണ്. ഈ വിലകൾ സമവാക്യം (8.3) ൽ ആരോപിച്ചാൽ, നമുക്കു ലഭിക്കുന്ന a_m ന്റെ മൂല്യം ഭൂമിയുടെ ആകർഷണബലം കൊണ്ടുണ്ടാവുന്ന ഭൗമോപരിതലത്തിലെ ഭൂഗുരുത്വത്വരണം (Acceleration due to gravtiy) g യെക്കാൾ വളരെ കുറഞ്ഞതായിരിക്കും.

കേന്ദ്രബലങ്ങൾ (Central Forces)

ആധാരബിന്ദുവിനെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയുള്ള ഒരു കണത്തിന്റെ കോണീയ ആക്കത്തിലെ മാറ്റത്തിന്റെ നിരക്ക് (Time rate of change of angular momentum) $\frac{d\mathbf{l}}{dt} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ ആണെന്ന് നമുക്കു അറിയാം. F ബലംകൊണ്ട് ഒരു കണികക്കുണ്ടാകുന്ന ടോർക്ക് $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ പൂജ്യമാണെങ്കിൽ, അതിന്റെ കോണീയ ആക്കം സ്ഥിരമായിരിക്കും. ഒന്നുകിൽ **F** പൂജ്യമാവുകയോ അല്ലെങ്കിൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്നത് **r** ലൂടെയാവുകയോ ചെയ്യുമ്പോഴാണ് ഇങ്ങനെ സംഭവിക്കുന്നത്. രണ്ടാമത്തെ വ്യവസ്ഥ നിറവേറ്റുന്ന ബലങ്ങളിലാണ് നമുക്ക് താൽപ്പര്യം. ഈ നിബന്ധന പാലിക്കുന്നവയാണ് കേന്ദ്രബലങ്ങൾ (Central forces). ഒരു 'കേന്ദ്ര'ബലം എല്ലായ്പ്പോഴും നിശ്ചിത ബിന്ദുവിലേക്കോ ബിന്ദുവിൽനിന്നോ ആയിരിക്കും അനുഭവപ്പെടുക. അതായത്, ഒരു നിശ്ചിത ബിന്ദുവിനെ അപേക്ഷിച്ച് പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ബലത്തിന്റെ സ്ഥാനസദിശത്തിലൂടെ (position vector) യായിരിക്കും (താഴെ കൊടുത്ത ചിത്രം കാണുക). കൂടാതെ, കേന്ദ്രീയബലം **F** ന്റെ കേവലവില **r** നെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. **r** എന്നത് നിശ്ചിത സ്ഥാനത്തുനിന്നു ബലം പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള ദൂരമാണ്; **F = F(r).**

കേന്ദ്രീയബലംകൊണ്ടുള്ള ചലനത്തിൽ കോണീയ ആക്കം എപ്പോഴും സംരക്ഷിക്കപ്പെടുന്നു. ഇതിൽനിന്നും ലഭിക്കുന്ന രണ്ട് സുപ്രധാന ഫലങ്ങളിവയാണ്:

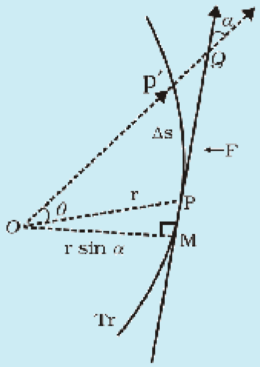
(1) കേന്ദ്രീയബലംകൊണ്ടുള്ള ഒരു കണത്തിന്റെ ചലനം എല്ലായ്പ്പോഴും ഒരു തലത്തിൽ മാത്രം ഒതുങ്ങി നിൽക്കുന്നു.

(2) കേന്ദ്രീയബലത്തെ അപേക്ഷിച്ച് ഒരു കണത്തിന്റെ സ്ഥാനസദിശത്തിന് ഒരു സ്ഥിര ഏരിയൽ പ്രവേഗമുണ്ട് (Areal velocity). മറ്റൊരു വിധത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ, ആ വസ്തു കേന്ദ്ര ബലത്തിന്റെ സ്വാധീനത്തിനനുസരിച്ച് നീങ്ങുന്നതിനാൽ, സ്ഥാനസദിശം തുല്യ ഇടവേളകളിൽ തുല്യ പരപ്പളവ് ഉണ്ടാക്കി സഞ്ചരിക്കുന്നു.

ഈ രണ്ടു ഫലങ്ങളും നമുക്ക് തെളിയിക്കാൻ ശ്രമിക്കാം. ഏരിയൽ പ്രവേഗം താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ളതാണെന്ന് മനസ്സിലാക്കാമല്ലോ: $dA/dt = ½\, r\, v \sin \alpha$

സൂര്യന്റെ ഗുരുത്വബലം കൊണ്ട് ഒരു ഗ്രഹത്തിനുണ്ടാകുന്ന ചലനത്തിൽ നമുക്ക് മുകളിലെ ചർച്ചയുടെ ഫലം പ്രയോഗിച്ചുനോക്കാം. സൂര്യനു വളരെ ഭാരമുള്ളതിനാൽ നിശ്ചലാസ്ഥയിലാണെന്നു പരിഗണിക്കാം.

ഗ്രഹത്തിന്മേൽ സൂര്യന്റെ ഗുരുത്വബലം സൂര്യന്റെ ദിശയിലാണ്. ഈ ബലവും F = F(r) എന്ന നിബന്ധനയെ പാലിക്കുന്നുണ്ട്, കാരണം $F=\frac{Gm_1 m_2}{r^2}$ ആണ്. ഇതിൽ m_1, m_2 എന്നിവ ഗ്രഹത്തിന്റെയും സൂര്യന്റെയും മാസുകളും G ഗുരുത്വസ്ഥിരാങ്കവുമാണ്. അതിനാൽ, മുകളിൽ ചർച്ചചെയ്ത (1), (2) എന്നീ രണ്ടു ഫലങ്ങളും ഗ്രഹചലനങ്ങളിൽ പ്രയോഗിക്കാവുന്നതാണ്. ഫലം (2) കെപ്ലറുടെ പ്രശസ്തമായ രണ്ടാം നിയമമാണെന്നു കാണാം.



കേന്ദ്രീയബലത്തിൽ ഒരു വസ്തുവിനുണ്ടാകുന്ന സഞ്ചാരപഥമാണ് Tr. P എന്ന സ്ഥാനത്ത് ബലം പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്നത് OP യിലൂടെയാണ്. ആധാര ബിന്ദുവായെടുക്കുന്ന O ബലത്തിന്റെ കേന്ദ്രവുമാണ്. Δt സമയംകൊണ്ട്, ആ വസ്തു P യിൽനിന്ന് P' ലേക്ക് നീങ്ങുന്നു. ചാപം $PP' = \Delta s = v\,\Delta t$. സഞ്ചാരപാതയിലെ P എന്ന ബിന്ദുവിൽ വരക്കുന്ന സ്പർശരേഖ PQ, P യിലെ പ്രവേഗത്തിന്റെ ദിശ തരുന്നു. Δt സമയം കൊണ്ട് ഉണ്ടാകുന്ന POP′ ഖണ്ഡത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $POP' \approx (r \sin \alpha)\, PP'/2 = (r\, v \sin \alpha)\, \Delta t/2.)$

ഭൂഗുരുത്വം കാരണമുള്ള ബലം അകലത്തിനനുസരിച്ച് കുറയുന്നുവെന്ന് ഇതിൽനിന്നു വ്യക്തമാകുന്നു. ഭൂകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലത്തിന്റെ വിപരീതവർഗത്തിനനുസരിച്ച് ഭൂഗുരുത്വബലം കുറയുന്നുവെന്ന് അനുമാനിച്ചാൽ, $a_m \,\alpha\, R_m^{-2}$ എന്നെഴുതാം. ഭൂഗുരുത്വത്വരണം ആണല്ലോ g. അതിനാൽ $g \,\alpha\, R_E^{2}$ എന്നുമെഴുതാം. ഇവിടെ R_E സൂചിപ്പിക്കുന്നത് ഭൂമിയുടെ ആരമാണ്. മേൽ പ്രസ്താവിച്ച രണ്ടു ബന്ധങ്ങളുമുപയോഗിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്നത്,

$$\frac{g}{a_m} = \frac{R_m^2}{R_E^2} = 3600 \qquad (8.4)$$

ഇത് g യുടെ മൂല്യവുമായും ($9.8\ ms^{-2}$) സമവാക്യം (8.3) പ്രകാരം ലഭിക്കുന്ന a_m ന്റെ മൂല്യവുമായും യോജിക്കുന്നതായി കാണാം. ഈ നിരീക്ഷണങ്ങളാണ് താഴെ കൊടുത്ത സാർവികഗുരുത്വനിയമം പ്രസ്താവിക്കുന്നതിലേക്ക് ന്യൂട്ടനെ നയിച്ചത്.

പ്രപഞ്ചത്തിലുള്ള എല്ലാ വസ്തുക്കളും പരസ്പരം ആകർഷിക്കുന്നു, അവ തമ്മിലുള്ള പരസ്പരാകർഷണബലം മാസുകളുടെ ഗുണനഫലത്തിന് നേർ അനുപാതത്തിലും അവ തമ്മിലുള്ള അകലത്തിന്റെ വർഗത്തിനു വിപരീതാനുപാതത്തിലുമായിരിക്കും.

ന്യൂട്ടന്റെ പ്രസിദ്ധമായ 'മാത്തമാറ്റിക്കൽ പ്രിൻസിപ്പിൾസ് ഓഫ് നാച്വറൽ ഫിലോസഫി' (ചുരുക്കത്തിൽ 'പ്രിൻസിപ്പിയ') എന്ന ഗ്രന്ഥത്തിൽനിന്നാണ് ഈ ഉദ്ധരണി.

ഗണിതപരമായി, ന്യൂട്ടന്റെ ഗുരുത്വാകർഷണനിയമം ഇങ്ങനെയെഴുതാം: പോയിന്റ് മാസ് m_2 വിൻമേൽ മറ്റൊരു പോയിന്റ് മാസ് m_1 കൊണ്ടുണ്ടാവുന്ന ബലത്തിന്റെ കേവലവില,

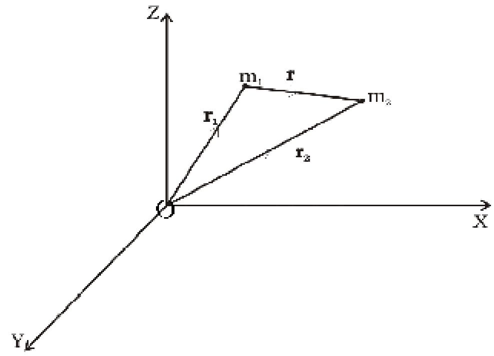
$$|\mathbf{F}| = G\,\frac{m_1\ m_2}{r^2} \qquad \text{--------}\ (8.5)$$

സമവാക്യം (8.5) സദിശരൂപത്തിലെഴുതിയാൽ,

$$\mathbf{F} = G\,\frac{m_1\ m_2}{r^2}\left(-\hat{\mathbf{r}}\right) = -G\,\frac{m_1\ m_2}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}$$

$$= -G\,\frac{m_1\ m_2}{|\mathbf{r}|^3}\,\hat{\mathbf{r}}$$

ഇതിൽ G എന്നത് സാർവിക ഗുരുത്വസ്ഥിരാങ്കവും, $\hat{\mathbf{r}}$ എന്നത് m_1 ൽനിന്ന് m_2 വിലേക്കുള്ള യൂണിറ്റ് സദിശ (unit vector) വുമാണ്. കൂടാതെ ചിത്രം 8.3ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതു പോലെ $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ ഉം ആണ്.

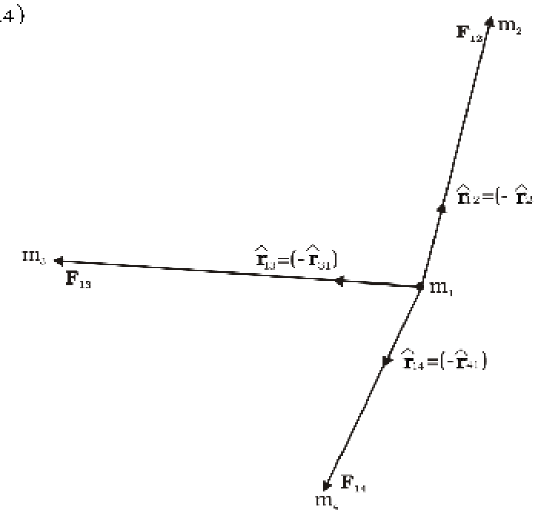


ചിത്രം8.3 m_1 നുമേൽ m_2 പ്രയോഗിക്കുന്ന ഗുരുത്വബലം r ലൂടെയായിരിക്കും ഇതിൽ സദിശം r എന്നത് $(r_2 - r_1)$ ആയിരിക്കും.

ഗുരുത്വബലം 'ആകർഷണ' സ്വഭാവമുള്ളതാണ്. അതായത്, **-r** ന്റെ ദിശയിലൂടെയാണ് ബലം F അനുഭവപ്പെടുന്നത്. ന്യൂട്ടന്റെ മൂന്നാം ചലനനിയമപ്രകാരം m_1 ൽ m_2 പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം തീർച്ചയായും **-F** ആയിരിക്കും. ഇതുപ്രകാരം, ഒന്നാമത്തെ വസ്തുവിനുമേൽ രണ്ടാമത്തെ വസ്തു പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം $\mathbf{F}_{12}$

വും രണ്ടാമത്തെ വസ്തുവിൽ ഒന്നാമത്തെ വസ്തു പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം $\mathbf{F}_{21}$ വും തമ്മിൽ $\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$ എന്ന് ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

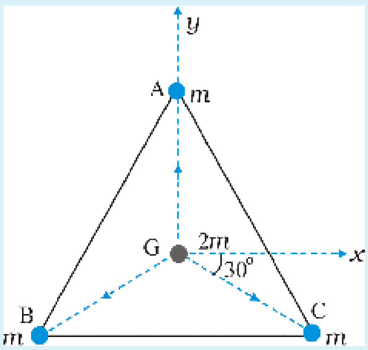
സമവാക്യം (8.5) ബിന്ദുസമാനവസ്തുക്കൾക്കുള്ളതാണ് (Point objects). സ്ഥൂലവസ്തുക്കളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് സമവാക്യം ഉപയോഗിക്കേണ്ടിവരുമ്പോൾ ഈ വസ്തുത നമ്മുടെ മനസ്സിലുണ്ടാകേണ്ടതുണ്ട്. പോയിന്റ് മാസുകളുടെ ഒരു ശേഖരമാണുള്ളതെങ്കിൽ, അതിൽ ഏതെങ്കിലും ഒന്നിൻമേലുള്ള ഗുരുത്വബലം മറ്റു പോയിന്റ് മാസുകളോരോന്നും പ്രയോഗിക്കുന്ന ഗുരുത്വാകർഷണബലങ്ങളുടെ സദിശതുകയായിരിക്കും. (ചിത്രം 8.4)



ചിത്രം 8.4 പോയിന്റ് മാസ് m_1 ൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ഗുരുത്വബലം m_2, m_3, m_4 എന്നീ മാസുകൾ പ്രയോഗിക്കുന്ന ഗുരുത്വബലങ്ങളുടെ സദിശതുകയായിരിക്കും. m_1 ന്മേലുള്ള ആകെ ബലം,

$$\mathbf{F}_1 = \frac{Gm_2\, m_1}{r_{21}^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{21} + \frac{Gm_3\, m_1}{r_{31}^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{31} + \frac{Gm_4\, m_1}{r_{41}^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{41}$$

ഉദാഹരണം 8.2: ഒരു സമഭുജത്രികോണം ABC യുടെ മൂന്നു മൂലകളിൽ m kg വീതമുള്ള മൂന്നു തുല്യ മാസുകൾ വച്ചിരിക്കുന്നു. (a) ത്രികോണമധ്യം G യിൽ വച്ചിട്ടുള്ള 2m മാസിൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന ബലം എന്ത്? (b) A യിലുള്ള മാസ് ഇരട്ടിയാക്കിയാൽ ബലം എന്തായിരിക്കും? AG = BG = CG = 1m എന്നെടുക്കുക. (ചിത്രം 8.5 കാണുക)



ചിത്രം 8.5 ΔABC യുടെ മൂന്നു മൂലകളിൽ മൂന്ന് തുല്യ മാസുകൾ വച്ചിരിക്കുന്നു. 2m മാസ് ത്രികോണ മധ്യം G യിൽ വച്ചിരിക്കുന്നു.

ഉത്തരം: (a) GC യും പോസിറ്റീവ് x അക്ഷവും തമ്മിലുള്ള കോണളവ് 30° ആണ്. അതുതന്നെയാണ് GBയും നെഗറ്റീവ് x അക്ഷവും തമ്മിലുള്ള കോണളവും. ഓരോ ബലവും സദിശരീതിയിൽ എഴുതിയാൽ

$$\mathbf{F}_{GA} = \frac{Gm(2m)}{1}\hat{\mathbf{j}}$$

$$\mathbf{F}_{GB} = \frac{Gm(2m)}{1}\left(-\hat{\mathbf{i}}\cos 30^\circ - \hat{\mathbf{j}}\sin 30^\circ\right)$$

$$\mathbf{F}_{GC} = \frac{Gm(2m)}{1}\left(+\hat{\mathbf{i}}\cos 30^\circ - \hat{\mathbf{j}}\sin 30^\circ\right)$$

സൂപ്പർ പൊസിഷൻ തത്വവും (superposition principle) സദിശസങ്കലനനിയമവും (law of vector addition) ഉപയോഗിച്ചാൽ, 2m ന്മേലുള്ള പരിണത ഗുരുത്വ ബലം F_R ലഭിക്കുക.

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_{GA} + \mathbf{F}_{GB} + \mathbf{F}_{GC}$$

$$F_R - 2\,Gm^2\mathbf{j} - 2\,Gm^2(-\mathbf{i}\cos 30^0 - \mathbf{j}\sin 30^0)$$

$$2\,Gm^2(\mathbf{i}\cos 30^0 - \mathbf{j}\sin 30^0) - 0$$

മറ്റൊരു തരത്തിൽ ചിന്തിച്ചാൽ, സമമിതിയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിലും പരിണതബലം പൂജ്യമായിരിക്കുമെന്ന് നമുക്ക് പ്രതീക്ഷിക്കാനാകും.

(b) വെർട്ടെക്സ് A യിലുള്ള മാസ് ഇരട്ടിയാക്കിയാൽ,

$\mathbf{F}_{GA} = \dfrac{G2m \cdot 2m}{1}\mathbf{j} = 4Gm^2\mathbf{j}$ സമമിതി പ്രകാരം $\mathbf{F}_{GB}$, $\mathbf{F}_{GC}$ ബലങ്ങളുടെ x ഘടകങ്ങൾ റദ്ദാക്കപ്പെടുന്നു. അതേ സമയം y ഘടകം നിലനിൽക്കുന്നു. കൂടാതെ $(\mathbf{F}_{GB})_y - (\mathbf{F}_{GC})_y \therefore \mathbf{F}_R - \mathbf{F}_{GC} + \mathbf{F}_{GB} + \mathbf{F}_{GC}$ അല്ലെങ്കിൽ

$$\mathbf{F}_R - -2\,Gm^2\mathbf{j} + 4\,Gm^2\mathbf{j} - 2\,Gm^2\mathbf{j}$$

ഭൂമിയെപ്പോലുള്ള ഒരു സ്ഥൂലവസ്തുവും ഒരു പോയിന്റ് മാസും തമ്മിലുള്ള ഗുരുത്വബലത്തിൽ, സമവാക്യം (8.5) നേരിട്ട് ബാധകമാക്കാനാകില്ല. സ്ഥൂലവസ്തുവിലെ ഓരോ പോയിന്റ് മാസും തന്നിരിക്കുന്ന പോയിന്റ് മാസിൽ ഒരു ബലം പ്രയോഗിക്കും. എന്നാൽ ഈ ബലങ്ങൾ എല്ലാം ഒരേ ദിശയിലായിരിക്കില്ല. ആകെ ബലം ലഭിക്കുന്നതിനു സ്ഥൂലവസ്തുവിലെ ഓരോ പോയിന്റ് മാസും പ്രയോഗിക്കുന്ന ഈ ബലങ്ങളെ സദിശപരമായി സങ്കലനം നടത്തേണ്ടതുണ്ട്. ഇത് കലനം (Calculus) ഉപയോഗിച്ച് എളുപ്പത്തിൽ നടത്താവുന്നതാണ്. രണ്ട് പ്രത്യേക സന്ദർഭങ്ങളിൽ, ഇങ്ങനെ ചെയ്യുമ്പോൾ ലളിതമായ ഒരു നിയമം ലഭിക്കുന്നു:

(1) സമസാന്ദ്രതയുള്ള ഗോളീയഷെല്ലും (spherical shell), അതിനു തൊട്ടു പുറത്തുള്ള ഒരു പോയിന്റ് മാസും തമ്മിലുള്ള ആകർഷണബലം, ഗോളീയഷെല്ലിന്റെ മുഴുവൻ മാസും അതിന്റെ മധ്യത്തിൽ കേന്ദ്രീകരിച്ചിരിക്കുന്ന പോലെയായിരിക്കും. ഷെല്ലിന്റെ വിവിധ ഭാഗങ്ങൾ കാരണമുള്ള

ഗുരുത്വബലത്തിന് അതിന്റെ കേന്ദ്രവും പോയിന്റ് മാസും തമ്മിൽ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന നേർരേഖയിലൂടെ ഘടകങ്ങളുള്ളതുപോലെ, ഈ നേർരേഖക്ക് ലംബമായ ദിശയിലും ഘടകങ്ങളുണ്ട്. ഷെല്ലിന്റെ എല്ലാ ഭാഗങ്ങളിലുമുള്ള ബലങ്ങളുടെ തുക കാണുമ്പോൾ ഈ നേർരേഖക്ക് ലംബമായി വരുന്ന ഘടകങ്ങൾ റദ്ദാക്കപ്പെടുകയും, അതിന്റെ കേന്ദ്രവും പോയിന്റ് മാസും തമ്മിലുള്ള നേർരേഖയിലൂടെ അനുഭവപ്പെടുന്ന ബലം മാത്രം അവശേഷിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. ഈ ബലത്തിന്റെ കേവലവില മുകളിൽ കൊടുത്തതുപോലെയായിരിക്കും.

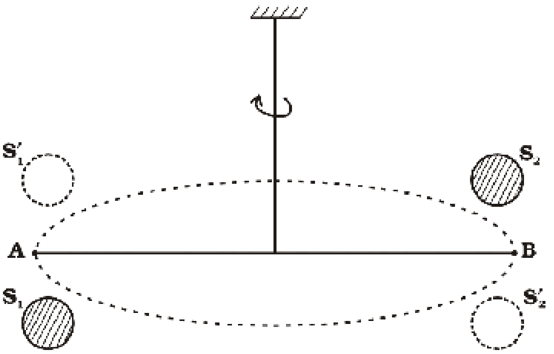
(2) **സമസാന്ദ്രതയുള്ള ഗോളീയഷെല്ലിന്റെ ഉൾവശത്തിരിക്കുന്ന ഒരു പോയിന്റ്മാസിൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന ആകർഷണബലം പൂജ്യമായിരിക്കും.** ഗോളീയ ഷെല്ലിന്റെ ഉൾഭാഗത്തിരിക്കുന്ന ഒരു പോയിന്റ് മാസിനെ അതിന്റെ വിവിധഭാഗങ്ങൾ വിവിധദിശകളിലേക്ക് ആകർഷിക്കുന്നു. ഈ ബലങ്ങൾ പരസ്പരം പൂർണമായും റദ്ദാക്കപ്പെടുന്നു എന്ന വസ്തുതയാണ് നമ്മെ പ്രസ്തുത നിഗമനത്തിലെത്തിച്ചത്.

ന്യൂട്ടന്റെ പ്രിൻസിപ്പിയ (Newton's Principia)

1619 ഓടെ കെപ്ലർ ഗ്രഹചലനങ്ങളെക്കുറിച്ചുള്ള തന്റെ മൂന്നാംനിയമം രൂപപ്പെടുത്തിയിരുന്നു. ഏതാണ്ട് 70 വർഷങ്ങൾക്കു ശേഷം 1687ൽ പ്രസിദ്ധീകരിക്കപ്പെട്ട, പ്രിൻസിപ്പിയ എന്ന ചുരുക്കപ്പേരിൽ അറിയപ്പെടുന്ന ഫിലോസഫിയ നാച്ചുറാലിസ് പ്രിൻസിപ്പിയ മാത്തമാറ്റിക്ക (Philosophiae Naturalis Principia Mathematica) എന്ന ന്യൂട്ടന്റെ പ്രസിദ്ധമായ ഗ്രന്ഥത്തിലാണ് സാർവിക ഗുരുത്വനിയമത്തിന്റെ പ്രഖ്യാപനം ഉൾക്കൊള്ളുന്നത്. 1685 കാലഘട്ടത്തിൽ, എഡ്മണ്ട് ഹാലി ('ഹാലിയുടെ ധൂമകേതു' വിന് പേരിട്ടിരിക്കുന്നത് ഇദ്ദേഹത്തോടുള്ള ബഹുമാനാർഥമാണ്), കേംബ്രിഡ്ജിൽ ന്യൂട്ടനെ സന്ദർശിക്കുകയും വിപരീതവർഗനിയമത്തിന്റെ സ്വാധീനത്താൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു വസ്തുവിന്റെ സഞ്ചാരപാതയെക്കുറിച്ച് അദ്ദേഹത്തോട് ചോദിക്കുകയും ചെയ്തു. അതൊരു ദീർഘവൃത്താകാരപാതയായിരിക്കുമെന്ന് മറുപടി കൊടുക്കാൻ ന്യൂട്ടന് യാതൊരു സംശയവും ഇല്ലായിരുന്നു. എന്തെന്നാൽ, പ്ലേഗ് പൊട്ടിപ്പുറപ്പെട്ടതു കാരണം കേംബ്രിഡ്ജിൽ നിന്ന് തന്റെ ഫാം ഹൗസിലേക്കു മടങ്ങാൻ നിർബന്ധിതനായ 1665 നോടടുത്തുള്ള കാലഘട്ടങ്ങളിൽ അദ്ദേഹം ഈ മേഖലയിൽ നിരവധി ഗവേഷണങ്ങൾ നടത്തിയിട്ടുണ്ട്. നിർഭാഗ്യവശാൽ, തന്റെ കണ്ടുപിടിത്തങ്ങൾ രേഖപ്പെടുത്തിയ കടലാസുകൾ ന്യൂട്ടന് നഷ്ടപ്പെടുകയുണ്ടായി. ന്യൂട്ടന്റെ പ്രവർത്തനങ്ങൾ പുസ്തകരൂപത്തിൽ പ്രസിദ്ധീകരിക്കാൻ ഹാലി അദ്ദേഹത്തിനുമേൽ സമ്മർദ്ദം ചെലുത്തുകയും അതിനാവശ്യമായ ചെലവുകൾ വഹിച്ചുകൊള്ളാമെന്ന് ഏൽക്കുകയും ചെയ്തു. 18 മാസത്തെ കഠിന പ്രയത്നം കൊണ്ട്, ന്യൂട്ടൻ ഈ ലക്ഷ്യം ഭംഗിയായി പൂർത്തീകരിക്കുകയുണ്ടായി. പ്രിൻസിപ്പിയ അത്യപൂർവമായ ഒരു ഉത്കൃഷ്ട ശാസ്ത്രഗ്രന്ഥമാണ്; ലഗ്രാഞ്ജെയുടെ വാക്കുകളിൽ അത് 'മനുഷ്യ മനസ്സിന്റെ ഏറ്റവും മഹത്തായ നിർമിതി'യാണ്. ഇന്ത്യൻ ജ്യോതിശാസ്ത്രജ്ഞനും നോബൽസമ്മാനജേതാവുമായ എസ്. ചന്ദ്രശേഖർ 'പ്രിൻസിപ്പിയ'യെക്കുറിച്ചുള്ള അദ്ദേഹത്തിന്റെ പ്രബന്ധം തയാറാക്കാൻ 10 വർഷം ചെലവഴിക്കുകയുണ്ടായി. അദ്ദേഹത്തിന്റെ പുസ്തകം 'ന്യൂട്ടൻസ് പ്രിൻസിപ്പിയ ഫോർ ദ കോമൺ റീഡർ' (Newton's Principia for the Common Reader), ന്യൂട്ടന്റെ രീതികളിലുള്ള സൗന്ദര്യവും വ്യക്തതയും അതിശയകരമായ മിതത്വവും കൃത്യമായി ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുന്നു.

8.4 ഗുരുത്വസ്ഥിരാങ്കം (The Gravitational Constant)

1798 ൽ ഇംഗ്ലീഷ് ശാസ്ത്രജ്ഞനായ ഹെൻറി കാവൻഡിഷ് ആണ് സാർവിക ഗുരുത്വനിയമത്തിൽ വരുന്ന ഗുരുത്വസ്ഥിരാങ്കത്തിന്റെ മൂല്യം പരീക്ഷണത്തിലൂടെ ആദ്യമായി കണ്ടെത്തിയത്. ഇതിനായി അദ്ദേഹം ഉപയോഗിച്ചിരുന്ന ഉപകരണത്തിന്റെ രേഖാചിത്രമാണ് ചിത്രം 8.6 ൽ കാണുന്നത്.



ചിത്രം 8.6 : കാവൻഡിഷിന്റെ പരീക്ഷണത്തിനുപയോഗിച്ച സംവിധാനങ്ങളുടെ രേഖാചിത്രം. A, B എന്നി മാസുകളുടെ ഇരുവശങ്ങളിലും വച്ചിട്ടുള്ള വലിയ ഗോളങ്ങളാണ് S_1 ഉം S_2 വും (ഷേയ്ഡ് ചെയ്തവ). വലിയ ഗോളങ്ങൾ മാസുകളുടെ മറുവശത്തേക്കു കൊണ്ടുപോകുമ്പോൾ (കുത്തുകളിട്ട വൃത്തം കൊണ്ട് കാണിച്ചപോലെ), ടോർക്കിന്റെ ദിശ എതിരാവുന്നതു കൊണ്ട് ദണ്ഡ് AB ചെറുതായി കറങ്ങുന്നു. കറക്കത്തിന്റെ കോണളവ് പരീക്ഷണത്തിലൂടെ അളക്കാവുന്നതാണ്.

AB എന്ന ദണ്ഡിന്റെ രണ്ട് അഗ്രങ്ങളിൽ ചെറിയ ഈയ ഗോളങ്ങൾ ഘടിപ്പിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഒരു നേർത്ത വയർ ഉപയോഗിച്ച് മുകളിൽനിന്ന് ഈ ദണ്ഡിനെ തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്നു. രണ്ട് വലിയ ഈയഗോളങ്ങൾ ചെറിയ ഗോളങ്ങൾക്കു സമീപം വിപരീതവശങ്ങളിലായി കൊണ്ടുവരുന്നു. വലിയ ഗോളങ്ങൾ, അവക്ക് സമീപമുള്ള ചെറിയ ഗോളങ്ങളിൽ, ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ തുല്യവും വിപരീതവുമായ ബലം പ്രയോഗിക്കുന്നു. ദണ്ഡിൽ ഒരു പരിണതബലം ഇല്ലെങ്കിലും, ദണ്ഡിന്റെ നീളത്തിന്റെ F മടങ്ങ് വരുന്ന ഒരു ടോർക്ക് ഉണ്ടാകുന്നുണ്ട്. ഇതിൽ F എന്നത് ഏതെങ്കിലും ഒരു വലിയ ഗോളവും അതിനടുത്തുള്ള ചെറിയ ഗോളവും തമ്മിലുള്ള ആകർഷണബലമാണ്. തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്ന വയർ ഈ ടോർക്ക് മൂലം തിരിക്കപ്പെടുകയും പുനസ്ഥാപന ടോർക്ക് ഗുരുത്വടോർക്കിന് തുല്യമാകുന്നതുവരെ ഇത് തുടരുകയും ചെയ്യുന്നു. നൂൽ തിരിയുന്ന കോണളവ് θ ആയാൽ, വയറിലുണ്ടാകുന്ന പുനഃസ്ഥാപന ടോർക്ക് θ ക്ക് ആനുപാതികവും $\tau\theta$ ക്ക് തുല്യവുമായിരിക്കും. ഇവിടെ τ എന്നത് യൂണിറ്റ് കോണളവിന്റെ പുനസ്ഥാപന ടോർക്ക് ആണ്. മൂല്യം അറിയാവുന്ന ഒരു ടോർക്ക് നൂലിന്മേൽ പ്രയോഗിക്കുകയും അതുമൂലം തിരിയുന്ന കോൺ അളക്കുകയും ചെയ്തുകൊണ്ട് τ എളുപ്പത്തിൽ നിർണയിക്കാൻ കഴിയും. ഗോളങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ഗുരുത്വാകർഷണബലം, പ്രവർത്തിക്കുന്നത് ഗോളകേന്ദ്രങ്ങളിൽ അവയുടെ മാസുകൾ കേന്ദ്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെയാണ്. ഒരു വലിയ ഗോളവും അതിന് സമീപമുള്ള ചെറിയ ഗോളവും തമ്മിലുള്ള അകലം d യും അവയുടെ മാസുകൾ M, m എന്നിങ്ങനെയും ആണെങ്കിൽ, അവ തമ്മിലുള്ള ഗുരുത്വാകർഷണബലം

$$F = G\frac{Mm}{d^2} \text{ ------------ } (8.6)$$

ദണ്ഡ് AB യുടെ നീളം L ആയാൽ, F നിമിത്തമുണ്ടാകുന്ന ടോർക്ക് F ഉം L ഉം തമ്മിലുള്ള ഗുണിതമായിരിക്കും. സന്തുലനാവസ്ഥയിൽ, ഇത് പുനസ്ഥാപന ടോർക്കിന് തുല്യമായിരിക്കുമെന്നതിനാൽ,

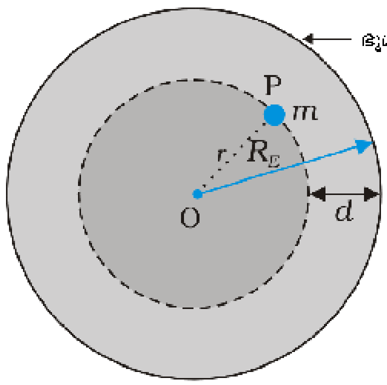
$$G\frac{Mm}{d^2}L = \tau\,\theta \text{ ------------ } (8.7)$$

θ അളക്കുന്നതിലൂടെ ഈ സമവാക്യത്തിൽനിന്ന് G കണക്കാക്കാൻ കഴിയുന്നു. കാവൻഡിഷിന് ലഭിച്ച G യുടെ മൂല്യം പുതിയ പരീക്ഷണങ്ങളിലൂടെ കൃത്യത വരുത്തിക്കൊണ്ടിരുന്നു. നിലവിലെ അംഗീകൃത മൂല്യം $G = 6.67\times10^{-11}$ N m^2/kg^2 ആണ്.

8.5 ഭൂഗുരുത്വത്വരണം (Acceleration due to Gravity of the Earth)

കേന്ദ്രത്തിൽനിന്ന് വെളിയിലേക്കു വരുന്തോറും ആരങ്ങൾ വർധിച്ചുവരുന്ന അനേകം ഏകകേന്ദ്ര ഗോളീയ ഷെല്ലുകളുടെ (spherical shells) ഒരു സമുച്ചയമായി നമുക്ക് ഭൂമിയെ സങ്കൽപിക്കാം. ഭൂമിക്ക് പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദു ഈ ഷെല്ലുകൾക്കെല്ലാം പുറത്തായതിനാൽ, ഈ ഷെല്ലുകളുടെയെല്ലാം പൊതുകേന്ദ്രത്തിൽ അവയുടെ മാസുകൾ കേന്ദ്രീകരിക്കപ്പെട്ടതുപോലെയാണ് അവ പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ ഗുരുത്വത്വബലം പ്രയോഗിക്കുന്നത്. ഷെല്ലുകളുടെയെല്ലാം മാസുകൾ ചേർന്നാൽ ഭൂമിയുടെ മാസ് ആകുന്നതിനാൽ, ഭൂമിക്ക് പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന ഗുരുത്വബലം ഭൂമിയുടെ മുഴുവൻ മാസും അതിന്റെ മധ്യത്തിൽ കേന്ദ്രീകരിച്ചതുപോലെയായിരിക്കും.

ഭൂമിയുടെ ഉള്ളിലുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിനെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം സ്ഥിതി വ്യത്യസ്തമാണ്. ചിത്രം 8.7 ഇത് വിശദീകരിക്കുന്നുണ്ട്.



ചിത്രം 8.7 : M_E മാസും R_E ആരവുമുള്ള ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിനു താഴെ d ആഴത്തിലുള്ള ഒരു ഖനിയിൽ m മാസുള്ള ഒരു വസ്തു സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു. ഭൂമിയെ നമ്മൾ ഗോളീയ സമമിതിയുള്ള (spherical Symmetry) ഒരു വസ്തുവായി പരിഗണിക്കുന്നു.

ഭൂമി നിർമിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നത് ഏകകേന്ദ്ര ഷെല്ലുകൾ കൊണ്ടാണെന്നും മാസ് m ഉള്ള ഒരു വസ്തു ഭൂകേന്ദ്രത്തിൽനിന്ന് r ദൂരം അകലെയാണെന്നും സങ്കൽപിക്കുക. P എന്ന ബിന്ദു r ആരമുള്ള ഗോളത്തിനു പുറത്താണു കിടക്കുന്നത്. r നേക്കാൾ കൂടിയ ആരമുള്ള ഷെല്ലുകളെ സംബന്ധിച്ച് P അവക്കുള്ളിലായതുകൊണ്ട്, മുമ്പു പ്രസ്താവിച്ച ഫലമനുസരിച്ച് P ക്ക് വെളിയിലുള്ള ഷെല്ലുകളുടെ മാസ് P യിലിരിക്കുന്ന m മാസിൽ ഗുരുത്വബലമൊന്നും പ്രയോഗിക്കുന്നില്ല. ആരം $\leq$ r ആയ ഷെല്ലുകൾ r ആരമുള്ള ഒരു ഗോളം രൂപീകരിക്കു

ന്നതായി സങ്കൽപിക്കാം. P എന്ന ബിന്ദു അതിന്റെ ഉപരിതലത്തിലാണ് സ്ഥിതിചെയ്യുന്നത്. അതിനാൽ, ഈ ചെറിയ ഗോളത്തിന്റെ മാസ് M_r ഗോളമധ്യത്തിൽ കേന്ദ്രീകരിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നതുപോലെ ഈ ഗോളം P യിലുള്ള മാസ് m നു മേൽ ഒരു ബലം പ്രയോഗിക്കുന്നു. P യിലുള്ള m മാസിന്മേലുള്ള ബലത്തിന്റെ അളവ് താഴെ കൊടുത്തതായിരിക്കും.

$$F = \frac{Gm\,(M_r)}{r^2} \qquad \text{---------} \ (8.9)$$

ഭൂമിയെ പൂർണമായും സമസാന്ദ്രതയുള്ള ഗോളമായി സങ്കല്പിച്ചാൽ അതിന്റെ മാസ് $M_E = \frac{4\pi}{3} R_E^3 \rho$ ആയിരിക്കും. ഇതിൽ M_E ഭൂമിയുടെ മാസും R_E ആരവും ρ സാന്ദ്രതയുമാണ്. r ആരമുള്ള ഗോളത്തിന്റെ മാസ് $M_r = \frac{4\pi}{3} r_i^3 \rho$ ഉം ആണ്. അതിനാൽ,

$$F = Gm\left(\frac{4\pi}{3}\rho\right)\frac{r^3}{r^2} = Gm\left(\frac{M_E}{R_E^3}\right)\frac{r^3}{r^2}$$

$$= \frac{G\,m\,M_E}{R_E^{\,3}}\,r \qquad \text{-----------} \ (8.10)$$

m മാസ് ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിലാണെങ്കിൽ $r = R_E$ യും സമവാക്യം (8.10) പ്രകാരം ഗുരുത്വബലം താഴെ കൊടുത്തപോലെ എഴുതാം:

$$F = G\,\frac{M_E m}{R_E^2} \qquad \text{----------} \ (8.11)$$

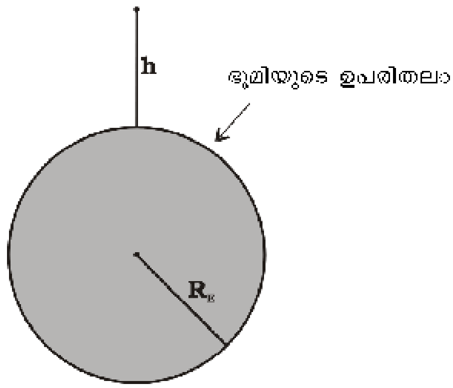
m മാസിന്മേൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന ത്വരണം സാധാരണ അടയാളപ്പെടുത്തുന്നത് g എന്ന പ്രതീകം ഉപയോഗിച്ചാണ്. ഇത് ന്യൂട്ടന്റെ രണ്ടാം ചലന നിയമമനുസരിച്ച് ബലം F മായി ബന്ധിപ്പിച്ചാൽ, F = mg അപ്പോൾ,

$$g = \frac{F}{m} = \frac{GM_E}{R_E^2} \qquad \text{----------} \ (8.12)$$

ത്വരണം g അനായാസം അളക്കാവുന്നതാണ്. R_E യുടെ മൂല്യം നമുക്ക് പരിചിതമായ ഒന്നാണ്. കാവൻഡിഷിന്റെ പരീക്ഷണത്തിൽനിന്നു (അല്ലെങ്കിൽ മറ്റു വിധത്തിൽ) ലഭിച്ച G യുടെ അളവുമായി g, R_E എന്നിവയുടെ മൂല്യങ്ങൾ യോജിപ്പിക്കുമ്പോൾ, സമവാക്യം (8.12) ൽ നിന്ന് M_E നിർണയിക്കാനാവും. കാവൻഡിഷ് 'ഭൂമിയുടെ ഭാരമളന്നു' എന്ന പ്രശസ്തമായ പ്രസ്താവനക്കു കാരണമിതായിരിക്കാം.

8.6 ഭൗമോപരിതലത്തിനു താഴെയും മുകളിലുമുള്ള ഭൂഗുരുത്വത്വരണം (Acceleration due to gravity below and above the surface of Earth)

ചിത്രം 8.8 (a) യിൽ കാണിച്ചതുപോലെ ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിനു മുകളിലായി h ഉയരത്തിൽ ഒരു പോയിന്റ് മാസ് പരിഗണിക്കുക. ഭൂമിയുടെ ആരത്തെ R_E എന്നു സൂചിപ്പിക്കാം. ഈ ബിന്ദു ഭൂമിക്കു പുറത്തായതിനാൽ ഭൂകേന്ദ്രത്തിൽനിന്നു അതിലേക്കുള്ള ദൂരം $(R_E + h)$ ആയിരിക്കും.



(a)

ചിത്രം 8.8 (a) ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിനു മുകളിൽ h ഉയരത്തിലുള്ള g.

പോയിന്റ് മാസ് m ൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന ബലത്തെ F(h) എന്നു സൂചിപ്പിക്കുകയാണെങ്കിൽ, സമവാക്യം (8.5) ൽനിന്ന് നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നത് ഇപ്രകാരമായിരിക്കും:

$$F(h) = \frac{GM_E m}{(R_E + h)^2} \qquad \text{----------} \ (8.13)$$

പോയിന്റ് മാസിൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന ത്വരണം $F(h)/m = g(h)$ എന്നത്

$$g(h) = \frac{F(h)}{m} = \frac{GM_E}{(R_E + h)^2} \qquad \text{-----------} \ (8.14)$$

ഇത് ഉപരിതലത്തിലെ g യുടെ മൂല്യത്തേക്കാൾ കുറവാണല്ലോ.

$h << R_E$ ആയാൽ, സമവാക്യം (8.14) ന്റെ വലതുവശം (RHS) വിപുലീകരിക്കുമ്പോൾ

$$g(h) = \frac{GM_E}{R_E^2 (1 + h/R_E)^2} = g\,(1 + h/R_E)^{-2}$$

$\frac{h}{R_E} << 1$ ആകുന്നിടത്ത്, ബൈനോമിയൽ വിപുലീകരണം (Binomial Expansion) ഉപയോഗിച്ചാൽ കിട്ടുക,

$$g(h) \cong g\left(1 - \frac{2h}{R_E}\right) \text{ ---------- (8.15)}$$

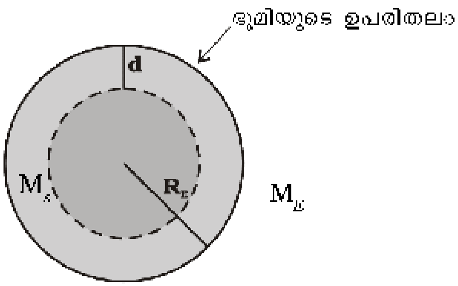
സമവാക്യം (8.15) അനുസരിച്ച് ചെറിയ ഉയരങ്ങളെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം g യുടെ മൂല്യം $(1 - 2h/R_E)$ എന്ന രീതിയിലാണ് കുറയുന്നത്.

ഇനി, ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിൽനിന്ന് d ആഴത്തിലുള്ള ഒരു പോയിന്റ് മാസ് പരിഗണിക്കുക (ചിത്രം 8.8 b). ഭൂകേന്ദ്രത്തിൽനിന്ന് അതിലേക്കുള്ള ദൂരം ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചതുപോലെ $(R_E - d)$ ആണ്.

ഭൂമിയെ $(R_E - d)$ ആരമുള്ള ഒരു ചെറിയ ഗോളത്താലും d കനമുള്ള ഒരു ഗോളീയ ഷെല്ലിനാലും നിർമിക്കപ്പെട്ടതായി കരുതാം. മുമ്പ് സൂചിപ്പിച്ച പാഠഭാഗമനുസരിച്ച്, d കനമുള്ള ബാഹ്യ ഷെൽകൊണ്ട് m മാസിലുള്ള ബലം പൂജ്യമാണെന്നു മനസ്സിലാക്കാം. $(R_E - d)$ ആരമുള്ള ചെറിയ ഗോളത്തെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം പോയിന്റ് മാസ് അതിനു പുറത്താണ്. അതിനാൽ, മുമ്പു പ്രസ്താവിച്ചപോലെ ഈ ചെറിയ ഗോളംകൊണ്ടുള്ള ബലം അതിന്റെ മുഴുവൻ മാസും ഗോളത്തിന്റെ കേന്ദ്രബിന്ദുവിലാണെന്ന വിധത്തിലായിരിക്കും. ചെറിയ ഗോളത്തിന്റെ മാസ് M_s ആണെങ്കിൽ,

$$M_s / M_E = (R_E - d)^3 / R_E^3 \text{ ---------- (8.16)}$$

കാരണം, ഗോളത്തിന്റെ മാസ് അതിന്റെ ആരത്തിന്റെ ക്യൂബിന് ആനുപാതികമാണ്.



(b)

ചിത്രം 8.8 (b) d ആഴത്തിലുള്ള g. ഇതിൽ $(R_E - d)$ ആരമുള്ള ചെറിയ ഗോളം മാത്രമേ g ഉണ്ടാകാൻ കാരണമാകുന്നുള്ളൂ.

അതിനാൽ, പോയിന്റ് മാസിൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന ബലം

$$F(d) = G\, M_s\, m \,/\, (R_E - d)^2 \text{ ----------- (8.17)}$$

മുകളിലെ സമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് M_s നു പകരം വില നൽകിയാൽ,

$$F(d) = G\, M_E\, m\, (R_E - d) \,/\, R_E^3 \text{ ----------- (8.18)}$$

സമവാക്യം (8.18) ൽ നിന്നു d ആഴത്തിലുള്ള ഗുരുത്വത്വരണം $g(d) = \frac{F(d)}{m}$

അതായത് $g(d) = \frac{F(d)}{m} = \frac{GM_E}{R_E^3}(R_E - d)$

$$= g\frac{R_E - d}{R_E} = g(1 - d / R_E) \qquad (8.19)$$

അതുകൊണ്ട്, d ആഴത്തിലുള്ള ഗുരുത്വത്വരണം ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിൽനിന്ന് താഴേക്കുപോകുംതോറും $(1-d/R_E)$ എന്ന തോതിൽ കുറയുന്നു. ഭൂഗുരുത്വത്വരണത്തെ സംബന്ധിച്ച ഏറ്റവും ശ്രദ്ധേയമായ കാര്യം, അതിന്റെ മൂല്യം ഏറ്റവും കൂടുതൽ ഭൗമോപരിതലത്തിലാണെന്നും മുകളിലേക്കോ താഴേക്കോ പോകുമ്പോൾ അത് കുറഞ്ഞുകൊണ്ടിരിക്കുന്നുവെന്നതുമാണ്.

8.7 ഗുരുത്വസ്ഥിതികോർജം (Gravitational Potential Energy)

ഒരു പ്രത്യേക സ്ഥാനത്തിരിക്കുന്ന വസ്തുവിൽ സംഭരിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്ന ഊർജം എന്ന തരത്തിൽ സ്ഥിതികോർജം (Potential energy) എന്ന ആശയത്തെക്കുറിച്ച് നാം മുമ്പ് ചർച്ചചെയ്തിട്ടുണ്ട്. ഒരു വസ്തുവിൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ബലം മൂലം അതിന് സ്ഥാനമാറ്റം ഉണ്ടായാൽ, വസ്തുവിൽ ആ ബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തിയുടെ അളവ് അതിന്റെ സ്ഥിതികോർജത്തിലുള്ള മാറ്റമായി കാണപ്പെടും. മുമ്പ് നാം മനസ്സിലാക്കിയതുപോലെ, ഒരു ബലംചെയ്ത പ്രവൃത്തി പാതയെ ആശ്രയിക്കുന്നില്ലെങ്കിൽ അത്തരം ബലങ്ങളാണ് സംരക്ഷിതബലങ്ങൾ (Conservative forces).

ഗുരുത്വബലം ഒരു സംരക്ഷിതബലമാണ്. ഈ ബലംകൊണ്ടുണ്ടാകുന്ന സ്ഥിതികോർജമാണ് ഗുരുത്വ സ്ഥിതികോർജം (Gravitational Potential energy). ഇതിനെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന ഒരു സമവാക്യം നമുക്ക് കണ്ടെത്താം. ഭൗമോപരിതലത്തിനു മുകളിൽ ഭൂമിയുടെ ആരത്തേക്കാൾ വളരെ കുറഞ്ഞ അകലത്തിൽ (ഭൗമോപരിതലത്തിനടുത്ത്) ചില സ്ഥാനങ്ങൾ പരിഗണിക്കുക. അത്തരം സന്ദർഭങ്ങളിൽ ഗുരുത്വബലം പ്രായോഗികമായി ഒരു സ്ഥിരമൂല്യമുള്ളതായിരിക്കും. അത് mg ക്ക് തുല്യവും ഭൂമിയുടെ കേന്ദ്രത്തിനു നേരെയുമായിരിക്കും. ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിൽ നിന്ന് h_1 ഉയരത്തിലുള്ള ഒരു ബിന്ദുവും, അതിന് നേരെ മുകളിൽ h_2 ഉയരത്തിലുള്ള മറ്റൊരു ബിന്ദുവും പരിഗണിക്കുക. ഒന്നാമത്തെ ബിന്ദുവിൽനിന്ന് m മാസുള്ള ഒരു വസ്തുവിനെ രണ്ടാമത്തെ ബിന്ദുവിലേക്ക് ഉയർത്തുന്നതിനാവശ്യമായ പ്രവൃ

ത്തിയെ W_{12} എന്ന് സൂചിപ്പിക്കാം.

W_{12} = ബലം × സ്ഥാനാന്തരം

= $mg(h_2 - h_1)$ --------(8.20)

ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിൽനിന്ന് h ഉയരത്തിലുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിലെ സ്ഥിതികോർജം W(h) നെ,

$W(h) = mgh + W_o$ -------- (8.21)

എന്നെഴുതിയാൽ (ഇതിൽ W_o = ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യ); ഇതിൽനിന്ന് വ്യക്തമാവുന്നത്

$W_{12} = W(h_2) - W(h_1)$ --------(8.22)

എന്നാണ്.

ഒരു വസ്തുവിനെ ചലിപ്പിക്കുന്ന പ്രവൃത്തി എന്നത്, അതിന്റെ അവസാനസ്ഥാനത്തും ആദ്യസ്ഥാനത്തും ഉള്ള സ്ഥിതികോർജങ്ങളുടെ വ്യത്യാസമായിരിക്കും. W_0 എന്ന സ്ഥിരാങ്കം സമവാക്യം (8.22) ൽ റദ്ദാവുന്നതായി കാണാവുന്നതാണ്. മുകളിലെ സമവാക്യത്തിൽ h = 0 എന്ന് കൊടുത്താൽ നമുക്ക് $W(h = 0) = W_0$ എന്നു കിട്ടും. h = 0 എന്നത് ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിലുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. അതിനാൽ, ഭൗമോപരിതലത്തിലെ സ്ഥിതികോർജമാണ് W_0.

നാമിപ്പോൾ രൂപീകരിച്ച ഫലം ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിനു മുകളിൽ ഏത് ഉയരത്തിലുമുള്ള സ്ഥാനങ്ങൾക്ക് സാധുവായിരിക്കില്ല. ഗുരുത്വാകർഷണബലം mg ഒരു സ്ഥിരമൂല്യമാണെന്ന നിഗമനത്തിനു ഇവിടെ സാധുതയില്ല എന്നതാണ് ഇതിനു കാരണം. എന്നിരുന്നാലും, നാം നടത്തിയ ചർച്ചകളിൽ നിന്ന് മനസ്സിലാക്കാനാകുന്നത്, ഭൂമിക്കു പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിലെ ഒരു വസ്തുവിൻമേൽ ഭൂമിയുടെ കേന്ദ്രത്തിലേക്കുള്ള ഗുരുത്വബലം

$$F = \frac{G M_E m}{r^2} \text{----------(8.23)}$$

എന്നാണ്. ഇതിൽ M_E = ഭൂമിയുടെ മാസ്, m = വസ്തുവിന്റെ മാസ് r = ഭൂമിയുടെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് വസ്തുവിലേക്കുള്ള ദൂരം $r = r_1$ ൽനിന്ന് $r = r_2$ വിലേക്ക് $(r_2 > r_1)$ ലംബപാതയിലൂടെ ഒരു വസ്തുവിനെ ഉയർത്താനുള്ള പ്രവൃത്തിയാണ് കണക്കാക്കുന്നതെങ്കിൽ, സമവാക്യം (8.20) നു പകരം ലഭിക്കുന്നത് താഴെ കൊടുക്കുന്നതായിരിക്കും.

$$W_{12} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{G M m}{r^2} dr$$

$$= -G M_E m \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) \text{-------(8.24)}$$

അതിനാൽ, സമവാക്യം (8.21) ന്റെ സ്ഥാനത്ത് r അകലത്തിലുള്ള സ്ഥിതികോർജം W(r) നെ താഴെ കാണിച്ച രീതിയിൽ ബന്ധപ്പെടുത്താം.

$$W(r) = -\frac{G M_E m}{r} + W_1, \text{ -------- (8.25)}$$

ഈ സമവാക്യം r > R ആകുമ്പോഴാണ് സാധുവാകുന്നത്. അതിനാൽ, ഒരിക്കൽക്കൂടി $W_{12} = W(r_2) - W(r_1)$ എന്നു ലഭിക്കുന്നു. സമവാക്യം (8.25) ൽ, r അനന്തമാണെന്ന് കരുതിയാൽ ലഭിക്കുക, $W(r = \infty) = W_1$. അതിനാൽ, അനന്തതയിലെ സ്ഥിതികോർജം W_1 ആകുന്നു. (8.22), (8.24) എന്നീ സമവാക്യങ്ങളിൽ നിന്ന് രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിലുള്ള സ്ഥിതികോർജ വ്യത്യാസത്തിന് മാത്രമേ വ്യക്തമായ അർഥമുള്ളുവെന്നു ശ്രദ്ധിക്കേണ്ടതാണ്. W_1 നെ പൂജ്യത്തിന് തുല്യമാക്കിയാൽ, ഒരു ബിന്ദുവിലെ സ്ഥിതികോർജമെന്നത് അനന്തതയിൽനിന്ന് ഒരു വസ്തുവിനെ ആ ബിന്ദുവിലേക്ക് മാറ്റാൻ ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തിയായിരിക്കും.

ഒരു ബിന്ദുവിലിരിക്കുന്ന വസ്തുവിൻമേൽ ഭൂമിയുടെ ഗുരുത്വബലംകൊണ്ടുള്ള അതിന്റെ സ്ഥിതികോർജം നമ്മൾ കണ്ടെത്തിക്കഴിഞ്ഞു. അത് ആ വസ്തുവിന്റെ മാസിന് ആനുപാതികമാണ്. ഭൂഗുരുത്വബലംകൊണ്ടുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിലെ ഗുരുത്വപൊട്ടൻഷ്യൽ (Gravitational Potential) നിർവചിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നത് ആ ബിന്ദുവിലെ യൂണിറ്റ് മാസിന്റെ സ്ഥിതികോർജം എന്നാണ്. മുമ്പു നടത്തിയ ചർച്ചകളിൽ നിന്ന്, r അകലത്തിലിരിക്കുന്ന m_1, m_2 എന്നീ മാസുകളുള്ള രണ്ടു വസ്തുക്കളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ഗുരുത്വസ്ഥിതികോർജം താഴെ കൊടുത്ത രീതിയിലാണെന്ന് മനസ്സിലാക്കാം.

$$V = -\frac{G m_1 m_2}{r}$$ ($r \to \infty$ ആകുമ്പോൾ V = 0 എന്നെടുക്കുകയാണെങ്കിൽ)

കണികകളുടെ ഒരു ഒറ്റപ്പെട്ട വ്യൂഹത്തിന്റെ ആകെ സ്ഥിതികോർജം, സാധ്യമായ എല്ലാ ജോടി ഘടകകങ്ങളുടെയും ഊർജങ്ങളുടെ (മുകളിലെ സമവാക്യം അനുസരിച്ച്) തുകയായിരിക്കും.

സൂപ്പർപൊസിഷൻ തത്വത്തിന്റെ പ്രയോഗത്തിന് ഒരു ഉദാഹരണമാണിത്.

ഉദാഹരണം 8.3: *l* വശമുള്ള ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ മൂലകളിൽ വച്ചിട്ടുള്ള നാലു വസ്തുക്കൾ ചേർന്ന വ്യൂഹത്തിന്റെ സ്ഥിതികോർജം കണ്ടെത്തുക. കൂടാതെ, സമചതുരത്തിന്റെ മധ്യത്തിലുള്ള സ്ഥിതികോർജവും കാണുക.

ഉത്തരം:

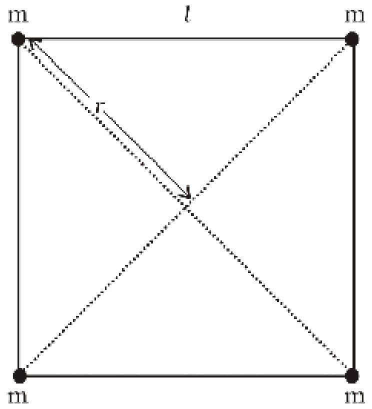
l വശമുള്ള ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ മൂലകളിലുള്ള നാല് മാസുകൾ പരിഗണിക്കുക; (ചിത്രം. 8.9 കാണുക). *l*

അകലത്തിലുള്ള നാല് മാസ് ജോടികളും $\sqrt{2}\ell$ അകലമുള്ള രണ്ടു വികർണജോടികളുമുണ്ട്. അതിനാൽ,

$$W(r) = -4\frac{Gm^2}{l} - 2\frac{Gm^2}{\sqrt{2}\,l}$$

$$= -\frac{2Gm^2}{l}\left(2+\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -5.41\frac{Gm^2}{l}$$ സമചതുരത്തിന്റെ മധ്യത്തിലുള്ള സ്ഥിതികോർജവും $(r = \sqrt{2}\,l/2)$

എന്നത് $U(r) \;\; -4\sqrt{2}\frac{Gm}{l}$



ചിത്രം 8.9

8.8 പലായനവേഗം (Escape Speed)

മുകളിലേക്കെറിഞ്ഞ കല്ല് തിരികെ ഭൂമിയിൽ പതിക്കുന്നതായി നാം കണ്ടിട്ടുണ്ട്. യന്ത്രങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചാണ് എറിയുന്നതെങ്കിൽ, ആ വസ്തുവിനെ നമുക്ക് കൂടുതൽ കൂടുതൽ പ്രാരംഭവേഗത്തിൽ എറിയാനും അങ്ങനെ ആ വസ്തുവിന് കൂടുതൽ ഉയരത്തിൽ എത്തിച്ചേരാനുമാകും. നിങ്ങളുടെ മനസ്സിൽ ഇപ്പോൾ ഉയർന്നുവരുന്ന സ്വാഭാവികമായ ഒരു ചോദ്യം ഇതാവാം: 'ഭൂമിയിൽ തിരിച്ചുവീഴാതിരിക്കത്തക്ക വിധം ഉയർന്ന പ്രാരംഭവേഗത്തിൽ ഒരു വസ്തുവിനെ നമുക്ക് എറിയാനാകുമോ?' ഈ ചോദ്യത്തിന് ഉത്തരം കണ്ടെത്താൻ ഊർജസംരക്ഷണനിയമം സഹായിക്കും. എറിയപ്പെട്ട വസ്തു അനന്തതയിലെത്തിയെന്നും അവിടെ അതിന്റെ വേഗം V_f ആണെന്നും കരുതുക. ഒരു വസ്തുവിന്റെ ഊർജം അതിന്റെ സ്ഥിതികോർജത്തിന്റെയും ഗതികോർജത്തിന്റെയും തുകയാണല്ലോ. അനന്തതയിലെ ഗുരുത്വാകർഷണ സ്ഥിതികോർജത്തെ W_1 എന്ന് മുമ്പ് നമ്മൾ സൂചിപ്പിട്ടുണ്ട്. എറിയപ്പെട്ട വസ്തുവിന്റെ അനന്തതയിലെ ആകെ ഊർജം,

$$E(\infty) = W_1 + \frac{mV_f^2}{2} \quad \text{---------} \; (8.26)$$

ഭൂകേന്ദ്രത്തിൽനിന്ന് $(h - R_E)$ അകലെയുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് V_i പ്രാരംഭവേഗത്തിൽ ഒരു വസ്തുവിനെ എറിഞ്ഞാൽ, തുടക്കത്തിൽ അതിന്റെ ഊർജം

$$E\,(h+R_E) = \frac{1}{2}mV_i^2 - \frac{GmM_E}{(h+R_E)} + W_1 \quad \text{----} \; (8.27)$$

എന്നായിരിക്കും. ഊർജസംരക്ഷണ നിയമപ്രകാരം സമവാക്യങ്ങൾ (8.26) ഉം (8.27) ഉം തുല്യമായിരിക്കണം. അതിനാൽ

$$\frac{mV_i^2}{2} - \frac{GmM_E}{(h+R_E)} = \frac{mV_f^2}{2} \quad \text{-------} \; (8.28)$$

സമവാക്യത്തിന്റെ വലതുഭാഗത്തുള്ളത് ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ മൂല്യം പൂജ്യമായുള്ള ഒരു പോസിറ്റീവ് അളവാണ്. അതിനാൽ ഇടതുഭാഗത്തുള്ള അളവും അത് പോലെത്തന്നെയായിരിക്കേണ്ടതുണ്ട്. ഒരു വസ്തു അനന്തതയിലെത്തുന്നത് അതിന്റെ V_i താഴെ പറയും പ്രകാരമാവുമ്പോഴാണ്,

$$\frac{mV_i^2}{2} - \frac{GmM_E}{(h+R_E)} \geq 0 \quad \text{---------} \; (8.29)$$

സമവാക്യത്തിന്റെ ഇടതുഭാഗത്തുള്ള അളവ് പൂജ്യത്തിന് തുല്യമാവുമ്പോഴാണ് V_i യുടെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ മൂല്യം ലഭിക്കുന്നത്. ആയതിനാൽ, അനന്തതയിലെത്താൻ (ഭൂമിയിൽനിന്ന് പലായനം ചെയ്ത്) ഒരു വസ്തുവിന് ആവശ്യമായ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ വേഗത കിട്ടാൻ

$$\frac{1}{2}m\left(V_i^2\right)_{min} = \frac{GmM_E}{h+R_E} \quad \text{------} \; (8.30)$$

വസ്തുവിനെ എറിയുന്നത് ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിൽ നിന്നാണെങ്കിൽ, h − 0, നമുക്ക് ലഭിക്കുക

$$(V_i)_{min} = \sqrt{\frac{2GM_E}{R_E}} \quad \text{--------} \; (8.31).$$

$g = GM_E / R_E^2$ എന്ന ബന്ധം ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ ലഭിക്കുക

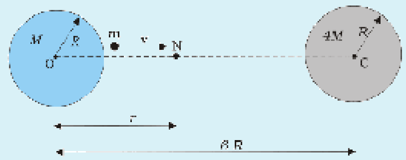
$$(V_i)_{min} = \sqrt{2gR_E} \qquad (8.32).$$

g യുടെയും R_E യുടെയും മൂല്യങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുകയാണെങ്കിൽ, $(V_i)_{min} \approx 11.2$ km/s എന്നു ലഭിക്കും. ഇതിനെ പലായനവേഗ (Escape speed) മെന്നും, ചിലപ്പോൾ പലായനപ്രവേഗമെന്നും പറയുന്നു.

ചന്ദ്രന്റെ ഉപരിതലത്തിൽനിന്ന് എറിയപ്പെടുന്ന ഒരു വസ്തുവിനെ സംബന്ധിച്ചും സമവാക്യം (8.32) പ്രയോഗിക്കാവുന്നതാണ്. സമവാക്യത്തിൽ കാണുന്ന g ക്കു

പകരം ചന്ദ്രോപരിതലത്തിലെ ഗുരുത്വ ത്വരണവും R_E യ്ക്കു പകരം ചന്ദ്രന്റെ ആരവും ഉപയോഗിച്ചാൽ മതി. രണ്ടിന്റെയും മൂല്യങ്ങൾ ഭൂമിയുടേതിനേക്കാൾ ചെറുതും അതിനാൽത്തന്നെ ചന്ദ്രനിലെ പലായനവേഗം ഭൂമിയുടേതിന്റെ ഏതാണ്ട് അഞ്ചിലൊന്നുമാണ് (2.3 km/s). ചന്ദ്രന് അന്തരീക്ഷം ഇല്ലാതിരിക്കാനുള്ള കാരണവുമിതാണ്. ചന്ദ്രോപരിതലത്തിൽ വാതകതന്മാത്രകൾ രൂപപ്പെട്ടാൽ, അവയ്ക്ക് ഇതിനേക്കാൾ കൂടിയ പ്രവേഗം ഉണ്ടാവുകയും ചന്ദ്രന്റെ ഗുരുത്വവലിവിൽനിന്ന് രക്ഷപ്പെടുകയും ചെയ്യും.

ഉദാഹരണം 8.4 : തുല്യ ആരം (R) ഉള്ളതും എന്നാൽ M, 4M എന്നിങ്ങനെ മാസുകളുള്ളതുമായ രണ്ടു സമദൃഢഗോളങ്ങളുടെ (Uniform solid spheres) കേന്ദ്രങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം ചിത്രം 8.10 ൽ കാണിച്ചപോലെ 6R ആണ്. രണ്ടു ഗോളങ്ങളും ഉറപ്പിച്ചുവച്ചിരിക്കുന്നു. M മാസുള്ള ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലത്തിൽനിന്ന് രണ്ടാമത്തെ ഗോളത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിലേക്കു നേരിട്ട് m മാസുള്ള ഒരു വസ്തുവിനെ വിക്ഷേപിക്കുന്നു. രണ്ടാമത്തെ ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലത്തിലെത്താൻ പ്രക്ഷേപിതത്തിനുണ്ടാകേണ്ട (projectile) ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ വേഗത്തിനുള്ള സൂത്രവാക്യം കണ്ടെത്തുക.



ചിത്രം 8.10

ഉത്തരം:

രണ്ടു ഗോളങ്ങൾ പരസ്പരം എതിർദിശയിലുള്ള രണ്ടു ഗുരുത്വാകർഷണബലങ്ങൾ ഈ പ്രക്ഷേപിതത്തിന്മേൽ പ്രയോഗിക്കുന്നു. രണ്ടു ബലങ്ങൾ പരസ്പരം കൃത്യമായി റദ്ദാക്കപ്പെടുന്ന ബിന്ദുവിനെയാണ് ഉദാസീനബിന്ദു N (Neutral point) എന്നു നിർവചിക്കുന്നത്. ON = r ആണെങ്കിൽ,

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{4GMm}{(6R-r)^2}$$

$$(6R-r)^2 = 4r^2$$

$$6R - r = \pm 2r$$

$$r = 2R \quad \text{അല്ലെങ്കിൽ} \quad r = -6R.$$

നിർവീര്യബിന്ദുവിന് r = – 6R എന്ന മൂല്യം ഈ ഉദാഹരണത്തിൽ യോജിക്കുകയില്ല.

അതിനാൽ ON = r = 2R.

N ൽ എത്താൻ കഴിയുന്ന വേഗത്തിൽ ആ വസ്തുവിനെ വിക്ഷേപിച്ചാൽ മതിയാകും. അതിനുശേഷം, 4M ന്റെ കൂടിയ ഗുരുത്വാകർഷണവലിവ് ലഭ്യമാകും. M ന്റെ ഉപരിതലത്തിലുള്ള യാന്ത്രികോർജം

$$E_i = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} - \frac{4GMm}{5R}$$

നിർവീര്യബിന്ദു N ൽ, വേഗം പൂജ്യത്തോടടുക്കുന്നു. N ലെ യാന്ത്രികോർജം പൂർണമായും സ്ഥിതികോർജമായിരിക്കും.

$$E_N = -\frac{GMm}{2R} - \frac{4GMm}{4R}$$

യാന്ത്രികോർജ സംരക്ഷണനിയമമനുസരിച്ച്

$$\frac{1}{2}v^2 - \frac{GM}{R} - \frac{4GM}{5R} = -\frac{GM}{2R} - \frac{GM}{R}$$

$$v^2 = \frac{2GM}{R}\left(\frac{4}{5} - \frac{1}{2}\right)$$

$$v = \left(\frac{3GM}{5R}\right)^{1/2}$$

ഇവിടെ സൂചിപ്പിക്കേണ്ട ഒരു കാര്യം; N ൽ പ്രക്ഷേപത്തിന്റെ വേഗം പൂജ്യമാണ്. എന്നാൽ 4M മാസുള്ള വലിയ ഗോളത്തിൽ ഇടിക്കുമ്പോൾ പൂജ്യമാകുന്നുമില്ല. ഈ വേഗത്തിന്റെ കണക്കുകൂട്ടൽ വിദ്യാർഥികൾക്ക് ഒരു പരിശീലനപ്രശ്നമായി മാറ്റിവെക്കുന്നു.

8.9 ഭൗമോപഗ്രഹങ്ങൾ (Earth Satellites)

ഭൂമിയെ ചുറ്റിക്കറങ്ങുന്ന വസ്തുക്കളാണ് ഭൗമോപഗ്രഹങ്ങൾ. ഈ ചലനം സൂര്യനു ചുറ്റും ഗ്രഹങ്ങളുടെ ചലനത്തിന് സമാനമായതുകൊണ്ടുതന്നെ കെപ്ലറുടെ ചലനനിയമങ്ങൾ ഇവിടെയും ബാധകമാണ്. വിശേഷിച്ച്, ഭൂമിക്കു ചുറ്റുമുള്ള അവയുടെ പരിക്രമണപാതകൾ വൃത്താകാരമോ ദീർഘവൃത്താകാരമോ ആകുമ്പോൾ. ഭൂമിയുടെ ഒരേയൊരു സ്വാഭാവിക ഉപഗ്രഹമാണ് ചന്ദ്രൻ. അതിന്റെ പരിക്രമണപാത ഏറെക്കുറേ വൃത്താകാരവും പരിക്രമണകാലം ഏകദേശം 27.3 ദിവസങ്ങളുമാണ്. ഇത് ഏകദേശം ചന്ദ്രന്റെ ഭ്രമണകാലയളവിന് തുല്യവുമാണ്. 1957 മുതൽ വാർത്താവിനിമയം, ഭൂഭൗതികം, കാലാവസ്ഥാപഠനം തുടങ്ങിയ മേഖലകളിലെ പ്രായോഗിക ഉപയോഗങ്ങൾക്കായി കൃത്രിമഭൗമ ഉപഗ്രഹങ്ങൾ വിക്ഷേപിക്കാൻ സാങ്കേതികവിദ്യയുടെ പുരോഗതി ഇന്ത്യ ഉൾപ്പെടെ നിരവധി രാജ്യങ്ങളെ പ്രാപ്തമാക്കിയിട്ടുണ്ട്.

ഭൂമിയുടെ കേന്ദ്രത്തിൽനിന്ന് $(R_E + h)$ അകലത്തിൽ വൃത്താകാരപാതയിലുള്ള ഒരു ഉപഗ്രഹത്തെ പരിഗണിക്കുക. ഇതിൽ R_E ഭൂമിയുടെ ആരത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. m ഉപഗ്രഹത്തിന്റെ മാസും V അതിന്റെ വേഗവുമാണെങ്കിൽ, ഈ പരിക്രമണപാതക്കാവശ്യമായ അഭികേന്ദ്രബലം

$$F\ (\text{അഭികേന്ദ്രം}) = \frac{mV^2}{(R_E + h)} \quad \text{--------} \ (8.33)$$

ഇത് കേന്ദ്രത്തെ ലാക്കാക്കിയുള്ളതാണ്. ഗുരുത്വാകർഷണബലമാണ് ഈ അഭികേന്ദ്രബലം നൽകുന്നത്. അത്,

$$F\ (\text{ഗുരുത്വം}) = \frac{G\,m\,M_E}{(R_E + h)^2} \quad \text{---------} \ (8.34)$$

(8.33), (8.34) എന്നീ സമവാക്യങ്ങളുടെ വലതുവശങ്ങൾ തുലനം ചെയ്യുമ്പോൾ m റദ്ദാക്കപ്പെടുന്നു, അപ്പോൾ നമുക്ക് ലഭിക്കുക

$$V^2 = \frac{G\,M_E}{(R_E + h)} \quad (8.35)$$

അതായത്, h കൂടുന്നതിനനുസരിച്ച് V കുറയുകയാണ് ചെയ്യുന്നത്. h = 0 ആവുമ്പോൾ സമവാക്യം (8.35) ൽ നിന്ന് വേഗത V ലഭിക്കുന്നത്,

$$V^2\ (h = 0) = GM / R_E = gR_E \quad \text{------} \ (8.36)$$

ഇവിടെ നമ്മൾ $g = GM / R_E^2$ എന്ന ബന്ധം ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നു. ഓരോ പരിക്രമണപാതയിലും V വേഗത്തിൽ ഉപഗ്രഹം $2\pi(R_E + h)$ ദൂരം സഞ്ചരിക്കുന്നു. അതിനാൽ അതിന്റെ പരിക്രമണകാലം T

$$T = \frac{2\pi(R_E + h)}{V} = \frac{2\pi(R_E + h)^{3/2}}{\sqrt{G\,M_E}} \quad \text{----------} \ (8.37)$$

സമവാക്യം (8.35) ൽനിന്ന് V യുടെ മൂല്യം പകരം നൽകുകയും ശേഷം സമവാക്യം (8.37) ന്റെ ഇരുവശത്തിന്റെയും വർഗം കാണുകയും ചെയ്താൽ ലഭിക്കുക,

$$T^2 = k\ (R_E + h)^3 \quad \text{-----} \quad (8.38)$$

(ഇവിടെ $k = 4\pi^2 / GM_E$)

ഭൂമിക്കു ചുറ്റുമുള്ള ഉപഗ്രഹങ്ങളുടെ ചലനത്തിൽ പ്രയോഗിക്കാവുന്ന കെപ്ലറുടെ മൂന്നാം നിയമമാണിത് (Law of Periods). ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തോടു വളരെ അടുത്തുള്ള ഒരു ഉപഗ്രഹത്തെ സംബന്ധിച്ച് R_E യുമായി താരതമ്യപ്പെടുത്തുമ്പോൾ h അവഗണിക്കാവുന്നതാണ്.

> ▶ **ഉദാഹരണം 8.5:** ചൊവ്വാഗ്രഹത്തിന് രണ്ട് ഉപഗ്രഹങ്ങളുണ്ട് ഫോബോസും ഡീമോസും. (i) ഫോബോസിന്റെ പരിക്രമണകാലം 7 മണിക്കൂർ 39 മിനിറ്റും പരിക്രമണ ആരം 9.4×10^3 km മാണ്. ചൊവ്വയുടെ മാസ് കണക്കാക്കുക. (ii) ചൊവ്വയും ഭൂമിയും സൂര്യനെ ചുറ്റി വൃത്താകാര പാതയിലാണ് സഞ്ചരിക്കുന്നതെന്ന് കരുതുക. അതിൽ ചൊവ്വയുടെ പരിക്രമണപാതയുടെ ആരം ഭൂമിയുടേതിന്റെ 1.52 മടങ്ങുമാണ്. ഒരു ചൊവ്വാ വർഷത്തിന്റെ ദൈർഘ്യം എത്ര ദിവസങ്ങളായിരിക്കും?

അത്തരം ഉപഗ്രഹങ്ങളുടെ T യെ T_0 എന്ന് സൂചിപ്പിക്കുകയും അത് താഴെ കൊടുക്കുന്ന രീതിയിൽ പ്രതിപാദിക്കുകയും ചെയ്യാം.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{R_E / g} \quad \text{----------} \ (8.39)$$

$g = 9.8\ m\ s^{-2}$, $R_E = 6400$ km എന്നിങ്ങനെയുള്ള വിലകൾ നൽകിയാൽ ലഭിക്കുക,

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{6.4 \times 10^6}{9.8}}\ \ s$$

ഇത് ഏകദേശം 85 മിനിറ്റാണ്.

ഉത്തരം:

(i) സമവാക്യം (8.38) ൽ ഭൂമിയുടെ മാസിനു പകരം ചൊവ്വയുടെ മാസ് M_m കൊടുക്കുക.

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_m} R^3$$

$$M_m = \frac{4\pi^2}{G}\frac{R^3}{T^2}$$

$$= \frac{4 \times (3.14)^2 \times (9.4)^3 \times 10^{18}}{6.67 \times 10^{-11} \times (459 \times 60)^2}$$

$$M_m = \frac{4 \times (3.14)^2 \times (9.4)^3 \times 10^{18}}{6.67 \times (4.59 \times 6)^2 \times 10^{-5}}$$

$= 6.48 \times 10^{23}$ kg.

(ii) കെപ്ലറുടെ മൂന്നാമത്തെ നിയമം ഒരിക്കൽക്കൂടി നമുക്കുപയോഗിക്കാം:

$$\frac{T_M^2}{T_E^2} = \frac{R_{MS}^3}{R_{ES}^3}$$

ഇതിൽ, R_{MS} ചൊവ്വയിൽനിന്നു സൂര്യനിലേക്കുള്ള ദൂരവും R_{ES} ഭൂമിയിൽനിന്നു സൂര്യനിലേക്കുള്ള ദൂരവുമാണ്.

$\therefore\ T_M = (1.52)^{3/2} \times 365$

$= 684$ ദിവസങ്ങൾ

> ▶ **ഉദാഹരണം 8.6:** ഭൂമിയുടെ ഭാരം കാണൽ: താഴെ ചില ഡാറ്റ തന്നിരിക്കുന്നു. $g = 9.81\ ms^{-2}$, $R_E = 6.37 \times 10^6$ m, ചന്ദ്രനിലേക്കുള്ള ദൂരം $R = 3.84 \times 10^8$ m, ചന്ദ്രന്റെ പരിക്രമണകാലം 27.3 ദിവസങ്ങൾ. രണ്ട് വ്യത്യസ്ത മാർഗങ്ങളിലൂടെ ഭൂമിയുടെ മാസ് M_E കാണുക.

ബുധൻ, ചൊവ്വ ഒഴികെയുള്ള എല്ലാ ഗ്രഹങ്ങളുടെയും പരിക്രമണപഥം ഏതാണ്ട് വൃത്താകൃതിയിലാണ്. ഉദാഹരണമായി, ഭൂമിയുടെ സെമിമൈനർ അക്ഷവും സെമിമേജർ അക്ഷവും തമ്മിലുള്ള അനുപാതം,

$b/a = 0.99986$

ഉത്തരം:

സമവാക്യം (8.12) ഉപയോഗിച്ചാൽ,

$$M_E = \frac{g\,R_E^2}{G}$$

$$= \frac{9.81 \times (6.37 \times 10^{6})^2}{6.67 \times 10^{11}}$$

$= 5.97 \times 10^{24}$ kg.

ചന്ദ്രൻ ഭൂമിയുടെ ഉപഗ്രഹമാണ്. കെപ്ലറുടെ മൂന്നാം നിയമത്തിന്റെ രൂപീകരണത്തിൽനിന്ന് സമവാക്യം (8.38) കാണുക).

$$T^2 = \frac{4\pi^2 R^3}{G M_E}$$

$$M_E = \frac{4\pi^2 R^3}{G T^2}$$

$$= \frac{4 \times 3.14 \times 3.14 \times (3.84)^3 \times 10^{24}}{6.67 \times 10^{11} \times (27.3 \times 24 \times 60 \times 60)^2}$$

$$= 6.02 \times 10^{24} \text{ kg}$$

രണ്ട് മാർഗങ്ങളും ഏതാണ്ട് ഒരേ ഉത്തരമാണ് നല്കുന്നത്. വ്യത്യാസം 1% ൽ താഴെ മാത്രമാണ്.

ഉദാഹരണം 8.7: സമവാക്യം (8.38) ലെ സ്ഥിരാങ്കം k യെ ദിവസങ്ങളിലും കിലോമീറ്ററുകളിലും കണക്കാക്കുക. $k = 10^{13}$ $s^2 m^3$ എന്നു തന്നിരിക്കുന്നു. ചന്ദ്രൻ ഭൂമിയിൽനിന്ന് 3.84 10^5 km അകലെയാണുള്ളത്. അതിന്റെ പരിക്രമണകാലം എത്ര ദിവസങ്ങളായിരിക്കും?

ഉത്തരം:

$k = 10^{13}$ $s^2 m^3$ എന്നു തന്നിട്ടുണ്ട്,

$$k = 10^{13}\left[\frac{1}{(24 \times 60 \times 60)^2} d^2\right]\left[\frac{1}{(1/1000)^3 km^3}\right]$$

$= 1.33 \times 10^{-14}$ d^2 km^{-3}

സമവാക്യം (8.38) ഉം തന്നിരിക്കുന്ന k യുടെ മൂല്യവും ഉപയോഗിച്ച് ചന്ദ്രന്റെ പരിക്രമണകാലം

$T^2 = (1.33 \times 10^{14})(3.84 \times 10^5)^3$

$T = 27.3$ d

(R_E h) നു പകരം ദീർഘവൃത്തത്തിന്റെ സെമിമേജർ അക്ഷം കൊടുക്കുകയാണെങ്കിൽ, ദീർഘവൃത്തത്തിലും സമവാക്യം (8.38) നമുക്ക് ഉപയോഗിക്കാനാകും. അപ്പോൾ ഈ ദീർഘവൃത്തത്തിന്റെ ഏതെങ്കിലും ഒരു ഫോക്കസിൽ ആയിരിക്കും ഭൂമി.

8.10 പരിക്രമണം ചെയ്യുന്ന ഒരു ഉപഗ്രഹത്തിന്റെ ഊർജം (Energy of an Orbiting Satellite)

വൃത്തപാതയിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഉപഗ്രഹത്തിന്റെ ഗതികോർജം, സമവാക്യം (8.35) ഉപയോഗിച്ചാൽ,

$$KE = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{G m M_E}{2(R_E + h)}, \text{ ----- } (8.40)$$

അനന്തതയിലെ ഗുരുത്വസ്ഥിതികോർജം പൂജ്യമെന്ന് പരിഗണിക്കുമ്പോൾ, ഭൂമിയുടെ കേന്ദ്രത്തിൽനിന്ന് (R_E h) അകലത്തിലുള്ള സ്ഥിതികോർജം

$$P.E = -\frac{G m M_E}{(R_E + h)} \text{ ---------- } (8.41)$$

K.E പോസിറ്റീവും P.E നെഗറ്റീവുമാണ്. എന്നാൽ P.E യുടെ കേവലവിലയുടെ പകുതിയാണ് K.E. അതിനാൽ, ആകെ ഊർജം

$$E = K.E + P.E = -\frac{G m M_E}{2(R_E + h)} \text{ ------ } (8.42)$$

വർത്തുളപാതയിൽ ചുറ്റുന്ന ഉപഗ്രഹത്തിന്റെ ആകെ ഊർജം നെഗറ്റീവും അതിന്റെ കേവലവില ഗതികോർജത്തിന്റെ ഇരട്ടിയുമാണ്.

പരിക്രമണപാത ദീർഘവൃത്തമാകുമ്പോൾ K.E യും P.E യും ഓരോ ബിന്ദുവിലും വ്യത്യാസപ്പെട്ടുകൊണ്ടിരിക്കും. വൃത്താകാരപാതയിലെന്നപോലെ ആകെ ഊർജം സ്ഥിരവും നെഗറ്റീവുമായിരിക്കുമെന്നാണ് നമ്മൾ പ്രതീക്ഷിക്കുന്നത്. കാരണം, മുമ്പ് നാം ചർച്ച ചെയ്തതുപോലെ ആകെ ഊർജം പോസിറ്റീവോ പൂജ്യമോ ആയാൽ ഈ വസ്തുക്കൾ അനന്തതയിലേക്ക് രക്ഷപ്പെടുന്നു. ഉപഗ്രഹങ്ങൾ ഭൂമിയിൽനിന്ന് എപ്പോഴും ഒരു നിശ്ചിത ദൂരം അകലെയായതിനാൽ അവയുടെ ഊർജം പോസിറ്റീവോ പൂജ്യമോ ആകാൻ കഴിയില്ല.

ഉദാഹരണം 8.8: ഭൂമിക്കു ചുറ്റും ഏതാണ്ട് $2R_E$ ആരത്തിലുള്ള വൃത്താകാരപരിക്രമണപാതയിലൂടെ 400 kg മാസുള്ള ഒരു ഉപഗ്രഹം സഞ്ചരിക്കുന്നുണ്ടെന്ന് കരുതുക. $4R_E$ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്താകാരപരിക്രമണപാതയിലേക്ക് അതിനെ മാറ്റണമെങ്കിൽ എത്രമാത്രം ഊർജം ആവശ്യമായിവരും? ഗതികോർജത്തിലും സ്ഥിതികോർജത്തിലുമുള്ള മാറ്റങ്ങൾ എന്തെല്ലാം?

ഉത്തരം:

തുടക്കത്തിൽ,

$$E_i = \frac{G M_E m}{4 R_E}$$

എന്നാൽ അവസാനം,

$$E_f = \frac{G M_E m}{8 R_E}$$

ആകെ ഊർജത്തിലെ മാറ്റം

$\Delta E = E_f - E_i$

$$\frac{G M_E m}{8 R_E} \left(\frac{G M_E}{R_E^2}\right)\frac{m R_E}{8}$$

$$\Delta E = \frac{g\,m\,R_E}{8} = \frac{9.81 \times 400 \times 6.37 \quad 10^6}{8} = 3.13 \quad 10^9 J$$

ഗതികോർജം കുറയുകയും അത് ΔE യെ അനുകരിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. $\Delta K = K_f - K_i = -3.13 \times 10^9 J$ സ്ഥിതികോർജത്തിലെ മാറ്റം ആകെ ഊർജമാറ്റത്തിന്റെ ഇരട്ടിയാണ്. $\Delta V = V_f - V_i = -6.25 \times 10^9 J$

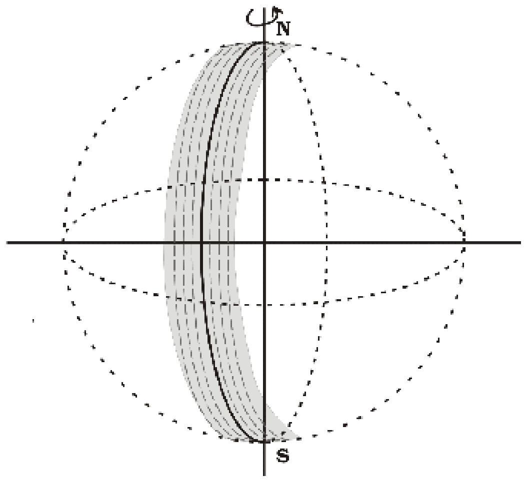
8.11 ഭൂസ്ഥിര ഉപഗ്രഹങ്ങളും ധ്രുവീയ ഉപഗ്രഹങ്ങളും (Geostationary and Polar satellites)

$(R_E + h)$ ന്റെ മൂല്യം ക്രമീകരിച്ച് സമവാക്യം (8.37) ലെ T യെ 24 മണിക്കൂർ ആക്കുമ്പോൾ ശ്രദ്ധേയമായ ഒരു പ്രതിഭാസം കാണാം. ഉപഗ്രഹത്തിന്റെ പരിക്രമണ കാലം 24 മണിക്കൂർ ആകും. ഉപഗ്രഹത്തിന്റെ വൃത്താകാര പരിക്രമണപഥം ഭൂമധ്യരേഖാപ്രതലത്തിലും അതിന്റെ പരിക്രമണകാലം ഭൂമിയുടെ (സ്വന്തം അച്ചുതണ്ടിലുള്ള) ഭ്രമണകാലത്തിന് തുല്യവുമാണെങ്കിൽ, അത്തരം ഒരു ഉപഗ്രഹം ഭൂമിയിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നു നോക്കുമ്പോൾ നിശ്ചലമായിരിക്കുന്നതായി കാണപ്പെടും. R_E യോട് താരതമ്യപ്പെടുത്തുമ്പോൾ, ഇവിടെ നമ്മൾ പരിഗണിക്കുന്ന $(R_E + h)$ വളരെ കൂടുതലായിരിക്കും.

$$R_E + h = \left(\frac{T^2 G M_E}{4\pi^2}\right)^{1/3} \qquad \text{---------} (8.43)$$

T = 24 മണിക്കൂർ ആയാൽ, h ലഭിക്കുന്നത് 35,800 km ആയിരിക്കും. R_E യെ അപേക്ഷിച്ച് ഇത് വളരെ കൂടുതലാണ്. വൃത്താകാരപരിക്രമണപാതയിൽ ഭൂമധ്യരേഖാപ്രതലത്തിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്ന T = 24 മണിക്കൂർ ആയ ഉപഗ്രഹങ്ങളെ ഭൂസ്ഥിര ഉപഗ്രഹങ്ങൾ (Geostationary Satellites) എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഭൂമിയും അതേ ആവർത്തനകാലത്തിൽ (Period) ഭ്രമണം ചെയ്യുന്നതിനാൽ, ഭൂമിയിൽ എവിടെനിന്നു നോക്കിയാലും ഈ ഉപഗ്രഹം നിശ്ചലമായി കാണപ്പെടുമെന്ന് വ്യക്തമാണ്. ഭൂമിക്കു മുകളിൽ ഇത്രയധികം ഉയരത്തിൽ ഉപഗ്രഹത്തെ എത്തിക്കാൻ വളരെ ശക്തികൂടിയ റോക്കറ്റുകൾ ആവശ്യമാണ്. എന്നാൽ നിരവധി പ്രായോഗിക നേട്ടങ്ങൾ ലക്ഷ്യം വച്ചുകൊണ്ടാണ് ഇത്തരം ഉപഗ്രഹങ്ങൾ വിക്ഷേപണം ചെയ്യുന്നത്.

ഒരു നിശ്ചിത ആവൃത്തിക്കു മുകളിലുള്ള വൈദ്യുതകാന്തികതരംഗങ്ങൾ അയണോസ്ഫിയറിൽനിന്ന് പ്രതിഫലിക്കപ്പെടുന്നില്ലായെന്ന് നമുക്കറിയാം. റേഡിയോ പ്രക്ഷേപണത്തിനുപയോഗിക്കുന്ന 2 MHz മുതൽ 10 MHz വരെ ആവൃത്തിയുള്ള റേഡിയോ തരംഗങ്ങൾ ഈ ക്രാന്തിക ആവൃത്തിക്ക് (critical frequency) താഴെയുള്ളതാണ്. അതുകൊണ്ട് അവ അയണോസ്ഫിയറാൽ പ്രതിഫലിപ്പിക്കപ്പെടുന്നു. ഭൂമിയുടെ വക്രത കാരണം നേരിട്ടുള്ള തരംഗങ്ങൾ എത്താൻ പരാജയപ്പെടുന്ന സ്ഥലങ്ങളിൽ ഒരു ആന്റിനയിൽനിന്നുള്ള റേഡിയോ പ്രക്ഷേപണം അങ്ങനെയാണ് എത്തിച്ചേരുന്നത്. ടെലിവിഷൻ സംപ്രേഷണത്തിലും മറ്റു വാർത്താവിനിമയ രീതികളിലും ഉപയോഗിക്കുന്ന തരംഗങ്ങൾ വളരെ കൂടിയ ആവൃത്തിയുള്ളവയും അതുകൊണ്ട് തന്നെ ദൃഷ്ടിരേഖക്കപ്പുറം (line of sight) സ്വീകരിക്കപ്പെടാൻ കഴിയാത്തവയുമാണ്. പ്രക്ഷേപണ കേന്ദ്രത്തിനു മുകളിൽ സ്ഥിരമായി കാണപ്പെടുന്ന ഒരു ഭൂസ്ഥിര ഉപഗ്രഹത്തിന് ഈ സിഗ്നലുകൾ സ്വീകരിക്കാനും ഭൂമിയിലെ വിശാലമായ സ്ഥലങ്ങളിലേക്കു തിരികെ പ്രക്ഷേപണം ചെയ്യാനും സാധിക്കും. വാർത്താവിനിമയരംഗത്ത് വ്യാപകമായി ഉപയോഗിക്കുന്ന ഭൂസ്ഥിര ഉപഗ്രഹങ്ങളാണ് ഇന്ത്യ വിക്ഷേപിച്ച ഇൻസാറ്റ് (INSAT) ഉപഗ്രഹശ്രേണിയിലേത്.



ചിത്രം 8.11 ഒരു ധ്രുവീയ ഉപഗ്രഹം. ഒരു പരിക്രമണത്തിനിടെ ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിലുള്ള ഒരു ചെറുഭാഗം (ഷേഡ് ചെയ്ത് കാണിച്ചിരിക്കുന്നു) ഉപഗ്രഹത്തിൽനിന്നു ദൃശ്യമാകുന്നു. ഉപഗ്രഹത്തിന്റെ അടുത്ത പരിക്രമണത്തിൽ, ഭൂമി അതിന്റെ അച്ചുതണ്ടിൽ ഒരൽപ്പം കറങ്ങുന്നതിനാൽ, തൊട്ടടുത്തുള്ള ഒരു ചെറുഭാഗം ദൃശ്യമാകും

മറ്റൊരു കൂട്ടം ഉപഗ്രഹങ്ങളെ ധ്രുവീയ ഉപഗ്രഹങ്ങൾ (Polar satellite) എന്നു വിളിക്കുന്നു (ചിത്രം 8.11). ഇവ താഴ്ന്ന ഉന്നതി (h; 500 to 800 km) ഉപഗ്രഹങ്ങളാണ്. അവ ഭൂമിയുടെ ധ്രുവങ്ങൾക്ക് ചുറ്റും തെക്കുവടക്കു ദിശയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നു എന്നാൽ ഭൂമി അതിന്റെ അച്ചുതണ്ടിൽ പടിഞ്ഞാറുകിഴക്കു ദിശയിലാണ് കറങ്ങുന്നത്. ഉപഗ്രഹത്തിന്റെ പരിക്രമണകാലം ഏകദേശം 100 മിനിറ്റ് ആയതിനാൽ ഒരു ദിവസത്തിൽ പലതവണ അത് ഭൂമിയെ ചുറ്റിക്കറങ്ങുന്നു. ഭൂമിയിൽനിന്ന് അതിന്റെ ഉയരം 500 മുതൽ 800 km ആയതിനാൽ, അതിൽ ഘടിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന ക്യാമറക്ക് ഭൂമിയുടെ ചെറുഭാഗങ്ങളെ

ബഹിരാകാശത്തേക്ക് ഇന്ത്യയുടെ കുതിപ്പ്

1975 ൽ താഴ്ന്നവിതാനത്തിലുള്ള പരിക്രമണപാതയിലുള്ള ഉപഗ്രഹമായ ആര്യഭട്ട വിക്ഷേപിച്ചുകൊണ്ടാണ് ഇന്ത്യ ബഹിരാകാശയുഗത്തിലേക്കു പ്രവേശിക്കുന്നത്. പദ്ധതിയുടെ ആദ്യവർഷങ്ങളിൽ വിക്ഷേപണവാഹനങ്ങൾ ലഭ്യമാക്കിയിരുന്നത് പഴയ സോവിയറ്റ് യൂണിയനായിരുന്നു. രോഹിണി പരമ്പരയിലെ ഉപഗ്രഹങ്ങളെ ബഹിരാകാശത്തേക്ക് അയക്കുന്നതിനായി 1980 കളുടെ തുടക്കത്തിൽ തദ്ദേശീയമായ വിക്ഷേപണവാഹനങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചു. 1980കളുടെ അവസാനം ധ്രുവീയ ഉപഗ്രഹങ്ങളെ ബഹിരാകാശത്തേക്ക് അയക്കുന്നതിനുള്ള പദ്ധതി ആരംഭിച്ചു. ഐ.ആർ.എസ്. (ഇന്ത്യൻ റിമോട്ട് സെൻസിങ് സാറ്റലൈറ്റുകൾ) എന്ന പേരിൽ ഉപഗ്രഹങ്ങളുടെ ഒരു പരമ്പര ആരംഭിച്ചു. ഭാവിയിൽ ഈ പദ്ധതി തുടരുമെന്ന് പ്രതീക്ഷിക്കുന്നു. സർവേകൾ, കാലാവസ്ഥാപ്രവചനങ്ങൾ, ബഹിരാകാശത്തുള്ള പരീക്ഷണങ്ങൾ എന്നിവക്ക് ഈ ഉപഗ്രഹങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ഇൻസാറ്റ് (ഇന്ത്യൻ നാഷണൽ സാറ്റലൈറ്റ്) പരമ്പരയിലുള്ള ഉപഗ്രഹങ്ങൾ 1982 മുതൽ ആശയവിനിമയത്തിനും കാലാവസ്ഥാപ്രവചനത്തിനുമായി പ്രവർത്തനസജ്ജമാക്കിയിട്ടുണ്ട്. യൂറോപ്യൻ വിക്ഷേപണവാഹനങ്ങൾ ഇൻസാറ്റ് പരമ്പരയിൽ ഉപയോഗപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്. ഒരു പരീക്ഷണാത്മക ആശയവിനിമയ ഉപഗ്രഹം (ജിസാറ്റ് 1) സ്പെയ്സിലേക്ക് അയച്ചുകൊണ്ട് 2001 ൽ ഇന്ത്യ അതിന്റെ ഭൂസ്ഥിരവിക്ഷേപണശേഷി പരീക്ഷിച്ചു.

1984 ൽ രാകേഷ് ശർമ ആദ്യമായി ഇന്ത്യൻ ബഹിരാകാശയാത്രികനായി. നിരവധി കേന്ദ്രങ്ങൾ ഒരു കുടക്കു കീഴിൽ പ്രവർത്തിപ്പിക്കുന്ന സ്ഥാപനമാണ് ഇന്ത്യൻ സ്പേസ് റിസർച്ച് ഓർഗനൈസേഷൻ (ഐ.എസ്. ആർ.ഒ.). അതിന്റെ പ്രധാന വിക്ഷേപണകേന്ദ്രം ചെന്നൈ നഗരത്തിൽനിന്ന് 100 കിലോമീറ്റർ വടക്കുള്ള ശ്രീഹരിക്കോട്ടയിൽ (SHAR) ആണ്. നാഷണൽ റിമോട്ട് സെൻസിങ് ഏജൻസി (എൻ.ആർ.എസ്.എ) ഹൈദരാബാദിനു സമീപമാണ്. അഹ്മദാബാദിലെ ഫിസിക്കൽ റിസർച്ച് ലബോറട്ടറി (PRL) ആണ് ബഹിരാകാശ-അനുബന്ധ മേഖലകളിലെ ദേശീയ ഗവേഷണകേന്ദ്രം.

മാത്രമേ ഒരു പരിക്രമണത്തിൽ കാണാൻ കഴിയൂ. തുടർന്നുള്ള പരിക്രമണങ്ങളിൽ സമീപഭാഗങ്ങൾ കാണാനാകുന്നു. അങ്ങിനെ ഒരു ദിവസംകൊണ്ട് പല ഭാഗങ്ങളായി ഭൂമിയെ പൂർണമായും വീക്ഷിക്കാൻ കഴിയുന്നു. ഈ ഉപഗ്രഹങ്ങൾക്ക് ധ്രുവപ്രദേശവും ഭൂമധ്യരേഖാപ്രദേശവും അടുത്തും വ്യക്തമായും കാണാനാവും. ഇത്തരം ഉപഗ്രഹങ്ങളിൽനിന്നു ശേഖരിക്കുന്ന വിവരങ്ങൾ വിദൂരസംവേദനം, കാലാവസ്ഥാപഠനം, അതുപോലെ ഭൂമിയുടെ പാരിസ്ഥിതികപഠനങ്ങൾ എന്നിവക്ക് വളരെയധികം സഹായകമാണ്.

8.12 ഭാരമില്ലായ്മ (Weightlessness)

ഒരു വസ്തുവിന്റെ ഭാരം ഭൂമി അതിനെ ആകർഷിക്കുന്ന ബലമാണ്. ഒരു പ്രതലത്തിൽ നിൽക്കുമ്പോൾ നമ്മുടെ ഭാരത്തെ സംബന്ധിച്ച് നാം ബോധമുള്ളവരാണ്. കാരണം, നമ്മെ നിശ്ചലാവസ്ഥയിൽ നിലനിർത്താൻ ഉപരിതലം നമ്മുടെ ഭാരത്തിനു വിപരീതമായ ഒരു ബലം പ്രയോഗിക്കുന്നുണ്ട്. നിശ്ചിത ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് അഥവാ മേൽക്കൂരയിൽനിന്ന് തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്ന സ്പ്രിങ് ബാലൻസ് ഉപയോഗിച്ച് ഒരു വസ്തുവിന്റെ ഭാരം അളക്കുമ്പോൾ ഇതേ തത്വമാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്. ഗുരുത്വാകർഷണത്തിന് എതിരായ ഒരു ബലം പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്നില്ലെങ്കിൽ ആ വസ്തു താഴെ വീഴും. ഇവിടെ ഇത് ആ വസ്തുവിന്മേൽ സ്പ്രിങ് പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലത്തിന് തുല്യമാണ്. ഗുരുത്വാകർഷണവലിവു കാരണം സ്പ്രിങ് അല്പം താഴേക്ക് വലിച്ചുനീട്ടപ്പെടുകയും അതിനാൽ ആ സ്പ്രിങ് വസ്തുവിൽ ലംബമായി മുകളിലേക്കുള്ള ഒരു ബലം പ്രയോഗിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.

ഇനി, ത്രാസിന്റെ മുകളറ്റം മുറിയുടെ മേൽക്കൂരയിൽ ബന്ധിപ്പിച്ചിട്ടില്ലെന്നു കരുതുക. സ്പ്രിങ്ങിന്റെ രണ്ടഗ്രങ്ങളും അതുപോലെ ആ വസ്തുവും ഒരേ ത്വരണ (g) ത്തോടെ ചലിക്കുന്നു. സ്പ്രിങ് വലിച്ചുനീട്ടപ്പെടുകയോ ഭൂഗുരുത്വത്വരണവിധേയമായി താഴേക്കു വീഴുന്ന വസ്തുവിൻമേൽ മുകളിലേക്ക് ഏതെങ്കിലും ബലം പ്രയോഗിക്കപ്പെടുകയോ ചെയ്യുന്നില്ല. അതു വലിച്ചുനീട്ടപ്പെടാത്തതിനാൽ സ്പ്രിങ് ത്രാസിൽ രേഖപ്പെടുത്തപ്പെടുന്ന ഭാരം പൂജ്യമായിരിക്കും. ആ വസ്തു ഒരു മനുഷ്യനായിരുന്നുവെങ്കിൽ, അവളിൽ/അവനിൽ മുകളിലേക്കൊരു ബലം പ്രയോഗിക്കപ്പെടാത്തതിനാൽ അയാൾക്ക് ഭാരം അനുഭവപ്പെടുകയില്ല. ഇങ്ങനെ ഒരു വസ്തു, സ്വതന്ത്രമായ വീഴ്ചയിലാണെങ്കിൽ (Free fall) അത് ഭാരരഹിതമാണ്, ഈ പ്രതിഭാസത്തെ സാധാരണ ഭാരമില്ലായ്മ (weightlessness) എന്നു പറയുന്നു.

ഭൂമിയെ ചുറ്റിക്കറങ്ങുന്ന ഉപഗ്രഹത്തിലെ ഓരോ ഘടകത്തിനും ഭൂകേന്ദ്രത്തിലേക്ക് ഒരു ത്വരണം അനുഭവപ്പെടുന്നു. ഇത് ആ സ്ഥലത്തെ ഭൂഗുരുത്വ ത്വരണത്തിന് തുല്യമായിരിക്കും. അതായത്, ഒരു ഉപഗ്രഹത്തിനുള്ളിലുള്ള എല്ലാ വസ്തുക്കളും താഴേക്ക് വീണുകൊണ്ടിരിക്കുന്ന അവസ്ഥയിലാണ്. നമ്മൾ ഉയരത്തിൽനിന്ന് ഭൂമിയിലേക്കു പതിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്നതുപോലെയാണിത്. ഇപ്രകാരം, മനുഷ്യവാഹിനിയായ ഒരു ഉപഗ്രഹത്തിന് ഉള്ളിലുള്ളവർക്ക് ഗുരുത്വാകർഷണം അനുഭവപ്പെടുന്നില്ല. നമ്മെ സംബന്ധിച്ച് ഗുരുത്വാകർഷണമാണ് ലംബദിശയെ നിർവചിക്കുന്നത്. അതുകൊണ്ടുതന്നെ അവർക്ക് തിരശ്ചീനമോ ലംബമോ ആയ ദിശകളൊന്നുമില്ല, എല്ലാ ദിശകളും ഒരുപോലെയായിരിക്കും. ഒരു ഉപഗ്രഹത്തിൽ ഒഴുകി നീങ്ങുന്ന ബഹിരാകാശ യാത്രികരുടെ ചിത്രങ്ങൾ ഈ വസ്തുത വ്യക്തമാക്കുന്നു.

ഗുരുത്വതരംഗങ്ങൾ (Gravitational Waves)

ആൽബർട്ട് ഐൻസ്റ്റൈൻ 1915ൽ മുന്നോട്ടുവച്ച പൊതുആപേക്ഷികതാസിദ്ധാന്തത്തിന്റെ (General Theory of Relativtiy) സുപ്രധാനമായ ഒരു പ്രവചനമാണ് ഗുരുത്വതരംഗങ്ങൾ (Gravitational Waves). ഗുരുത്വാകർഷണത്തെ (Gravtiy) ഏറ്റവും തൃപ്തികരമായി വിശദീകരിക്കുന്ന ശാസ്ത്രസിദ്ധാന്തമാണ് പൊതുആപേക്ഷികതാ സിദ്ധാന്തം. ഈ സിദ്ധാന്തപ്രകാരം ഭാരമുള്ള ഒരു വസ്തുവിന് അതിനു ചുറ്റുമുള്ള സ്ഥലത്തിന്റെയും (space) സമയത്തിന്റെയും (time) ഘടനയെ മാറ്റാൻ കഴിയും. ഭാരമുള്ള വസ്തുക്കളുടെ ചലനം സ്ഥലകാലങ്ങളിൽ (space-time) ഓളങ്ങൾ സൃഷ്ടിക്കുന്നുവെന്നും ഈ സിദ്ധാന്തം പ്രവചിക്കുന്നു. മിക്കപ്പോഴും ഈ ഗുരുത്വതരംഗങ്ങൾ ഒരുതരത്തിലുമുള്ള നിരീക്ഷണങ്ങൾക്കും വഴങ്ങാത്ത അതിദുർബല പ്രതിഭാസങ്ങളാണ്. പക്ഷേ, അതീവഭാരമുള്ള വസ്തുക്കൾ അതിവേഗത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ ശക്തമായ ഗുരുത്വതരംഗങ്ങൾ പുറപ്പെടുവിക്കും. 130 കോടി പ്രകാശവർഷങ്ങൾക്കകലെ രണ്ടു തമോഗർത്തങ്ങൾ (Black holes) കൂട്ടിയിടിച്ചപ്പോൾ പുറപ്പെടുവിച്ച ഗുരുത്വതരംഗങ്ങൾ 2015 സെപ്തംബർ 14 ന് അമേരിക്കയിലെ ലൈഗോ (LIGO) നിരീക്ഷണശാലകൾ കണ്ടെത്തിയത് ജ്യോതിശാസ്ത്രത്തിൽ ഒരു പുതിയ ശാഖയുടെ തുടക്കം കുറിച്ചു. ഭൗതികശാസ്ത്രത്തിലെ 2017 വർഷത്തെ നോബൽസമ്മാനം ലൈഗോയുടെ മുഖ്യശില്പികളായ അമേരിക്കൻ ശാസ്ത്രജ്ഞർ റെയ്നർ വൈസ്സ് (Rainer Weiss), ബാരി സി. ബാരിഷ് (Barry C. Barish), കിപ് എസ്. തോൺ (Kip S. Thorne) എന്നിവർ പങ്കുവച്ചു.

ഗുരുത്വതരംഗങ്ങൾ വൈദ്യുതകാന്തികതരംഗങ്ങളിൽ നിന്നു തീർത്തും വ്യത്യസ്തമാണ്. ഗുരുത്വതരംഗങ്ങളുടെ ശക്തമായ സ്രോതസ്സുകളിൽ പലതും ഒരുതരത്തിലുള്ള പ്രകാശവും പുറപ്പെടുവിക്കുകയില്ല. ഇത്തരം പ്രതിഭാസങ്ങളെ നിരീക്ഷിക്കാനുള്ള ഒരേയൊരു മാർഗമാണ് ഗുരുത്വതരംഗങ്ങൾ. അതുകൊണ്ടു തന്നെ പ്രപഞ്ചത്തിലേക്കുള്ള ഒരു പുതിയ ജാലകമാണ് ഈ നൂതന ശാസ്ത്രശാഖ തുറന്നുതരുന്നത്. ലൈഗോയും യൂറോപ്യൻ നിരീക്ഷണശാലയായ വിർഗോയും ഒരു അന്താരാഷ്ട്ര ശാസ്ത്രകൂട്ടായ്മയുടെ ഭാഗമാണ്. ഈ കൂട്ടായ്മയുടെ ഭാഗമായി ഇന്ത്യയിലും ഒരു ലൈഗോ നിരീക്ഷണശാല സ്ഥാപിക്കാനുള്ള ശ്രമത്തിലാണ് ഇന്ത്യൻ ശാസ്ത്രസംഘം. ഗുരുത്വതരംഗങ്ങളുടെ സൈദ്ധാന്തികപഠനത്തിൽ നിർണായക സംഭാവനകൾ നൽകിയ ഇന്ത്യൻ ശാസ്ത്രസമൂഹത്തിന് ലൈഗോ ഇന്ത്യ പ്രവർത്തനസജ്ജമാകുന്നതോടെ ഗുരുത്വതരംഗങ്ങളുടെ പ്രായോഗികപഠനത്തിലും സുപ്രധാന പങ്കുവഹിക്കാൻ കഴിയുമെന്നു പ്രതീക്ഷിക്കുന്നു.

സംഗ്രഹം

1. ന്യൂട്ടന്റെ സാർവിക ഗുരുത്വനിയമം പ്രസ്താവിക്കുന്നത് r അകലത്തിലിരിക്കുന്ന m_1, m_2 എന്നീ മാസുകൾ തമ്മിലുള്ള ഗുരുത്വബലത്തിന്റെ അളവ് $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ ആയിരിക്കുമെന്നാണ്. ഇതിൽ, G സാർവിക ഗുരുത്വസ്ഥിരാങ്കവും $6.672 \quad 10^{-11}$ N m² kg⁻² അതിന്റെ മൂല്യവുമാണ്.

2. m മാസുള്ള ഒരു വസ്തുവിൽ $M_1, M_2, \ldots M_n$ മാസുകൾ പ്രയോഗിക്കുന്ന പരിണത ഗുരുത്വബലം കാണേണ്ട സന്ദർഭങ്ങളിൽ, സൂപ്പർപൊസിഷൻ തത്വം ഉപയോഗിക്കുന്നു. ഗുരുത്വനിയമമുപയോഗിച്ച് $M_1, M_2, \ldots M_n$ എന്നീ മാസുകൾ കൊണ്ടുള്ള ബലങ്ങൾ $F_1, F_2, \ldots F_n$ എന്നിങ്ങനെയാണെന്നു കരുതുക. സൂപ്പർപൊസിഷൻ തത്വത്തിൽ ഓരോ ബലവും സ്വതന്ത്രമായും മറ്റു വസ്തുക്കളുടെ സ്വാധീനമില്ലാതെയുമാണ് പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്നത്. സദിശസങ്കലനം വഴി പരിണതബലം F_R ലഭിക്കുന്നു.

$$F_R = F_1 + F_2 + \ldots\ldots + F_n = \sum_{i=1}^{n} F_i$$

ഇതിൽ ഉപയോഗിച്ച Σ എന്ന പ്രതീകം സങ്കലനത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

3. കെപ്ലറുടെ ഗ്രഹചലനനിയമങ്ങൾ പ്രസ്താവിക്കുന്നത്

(a) എല്ലാ ഗ്രഹങ്ങളും ദീർഘവൃത്താകാര പരിക്രമണപാതകളിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്നു, ഈ ദീർഘവൃത്തപാതയുടെ ഒരു ഫോക്കസിലാണ് സൂര്യനുള്ളത്.

(b) സൂര്യനിൽനിന്ന് ഗ്രഹത്തിലേക്കു വരക്കുന്ന ആരസദിശം, തുല്യസമയങ്ങളിൽ തുല്യ പരപ്പളവ് ഉണ്ടാക്കുന്നു. ഗ്രഹത്തിന്മേൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന ഗുരുത്വബലം കേന്ദ്രീയ ബലമാണെന്നും അതിനാൽ കോണീയ ആക്കം സംരക്ഷിക്കപ്പെടുന്നുവെന്നുമുള്ള വസ്തുതയാണ് ഇതിന്റെ പിൻബലം.

(c) ഒരു ഗ്രഹത്തിന്റെ പരിക്രമണകാലത്തിന്റെ വർഗം ദീർഘവൃത്തപാതയുടെ സെമിമേജർ അക്ഷത്തിന്റെ ക്യൂബിന് നേരനുപാതത്തിലാണ്. ഗ്രഹത്തിന്റെ പരിക്രമണകാലം T യും സൂര്യനു ചുറ്റുമുള്ള ഗ്രഹത്തിന്റെ വൃത്താകാര പരിക്രമണപാതയുടെ ആരം R ഉം തമ്മിൽ ബന്ധിപ്പിക്കുന്നത് $T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{G\,M_S}\right)R^3$

എന്നാണ്. ഇതിൽ M_s സൂര്യന്റെ മാസ് ആണ്. മിക്ക ഗ്രഹങ്ങൾക്കും സൂര്യനു ചുറ്റും ഏതാണ്ട് വൃത്താകാരമായ പരിക്രമണപഥങ്ങളാണുള്ളത്. ദീർഘവൃത്താകാര പരിക്രമണപഥങ്ങളെ സംബന്ധിച്ച് മുകളിൽ പറഞ്ഞ സമവാക്യം സാധുവാകുന്നത് R നു പകരം സെമിമേജർ അക്ഷം കൊടുക്കുമ്പോഴാണ്.

4. ഗുരുത്വത്വരണം

(a) ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിൽനിന്ന് h ഉയരത്തിൽ

$$g(h) = \frac{G\,M_E}{(R_E + h)^2}$$

$$\approx \frac{G\,M_E}{R_E^2}\left(1 - \frac{2h}{R_E}\right) \quad h << R_E \text{ ആകുമ്പോൾ}$$

$$g(h) = g(0)\left(1 - \frac{2h}{R_E}\right) \quad \text{ഇവിടെ } g(0) = \frac{G\,M_E}{R_E^2}$$

$h << R_E$ ആകുമ്പോൾ

(b) ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിൽനിന്ന് d ആഴത്തിൽ

$$g(d) = \frac{G\,M_E}{R_E^2}\left(1 \quad \frac{d}{R_E}\right) = g(0)\left(1 \quad \frac{d}{R_E}\right)$$

5. ഗുരുത്വാകർഷണബലം ഒരു സംരക്ഷിതബലം (Conservative force) ആയതിനാൽ, ഒരു സ്ഥിതികോർജഫലനം നിർവചിക്കാവുന്നതാണ്. r ദൂരം അകലെയിരിക്കുന്ന രണ്ടു വസ്തുക്കളുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്ന ഗുരുത്വസ്ഥിതികോർജം

$$V = \frac{G\,m_1\,m_2}{r}$$

ഇതിൽ $r \;\; > \infty$ ആകുമ്പോൾ V പൂജ്യമായെടുക്കുന്നു. കണികകളുടെ ഒരു വ്യൂഹത്തിന്റെ ആകെ സ്ഥിതികോർജം ഓരോ ജോടി കണങ്ങളുടെയും സ്ഥിതികോർജങ്ങളുടെ തുകയായിരിക്കും, അതിലെ ഓരോ ജോടിയെയും മുകളിലെ സമവാക്യത്തിന്റെ രൂപത്തിലുള്ള പദങ്ങൾ കൊണ്ട് പ്രതിനിധീകരിക്കാവുന്നതാണ്. ഈ നിർദേശം സൂപ്പർപൊസിഷൻ തത്വം അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയുള്ളതാണ്.

6. M മാസുള്ള ഭീമാകാരമായ ഒരു വസ്തുവിന്റെ സമീപം m മാസും v വേഗവുമുള്ള ഒരു കണത്തെ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഒരു ഒറ്റപ്പെട്ട വ്യൂഹം ഉണ്ടെങ്കിൽ, ആ കണത്തിന്റെ ആകെ യാന്ത്രികോർജം താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നതായിരിക്കും.

$$E \quad \frac{1}{2}m\,v^2 - \frac{G\,M\,m}{r}$$

അതായത്, ആകെ യാന്ത്രികോർജം എന്നത് ഗതികോർജത്തിന്റെയും സ്ഥിതികോർജത്തിന്റെയും തുകയാണ്. ആകെ ഊർജം ഒരു ചലനസ്ഥിര മൂല്യമാണ്.

7. $M >> m$ ആധാരമാക്കി a ആരമുള്ള ഒരു വൃത്താകാര പരിക്രമണപാതയിലൂടെ m സഞ്ചരിക്കുന്നുവെങ്കിൽ, (ഇതിൽ M >> m) ഈ വ്യൂഹത്തിന്റെ ആകെ ഊർജം

$$E \quad -\frac{G\,M\,m}{2a}$$

മുകളിൽ അഞ്ചാമത്തെ പോയന്റിൽ നൽകിയിരിക്കുന്ന പ്രകാരം സ്ഥിതികോർജത്തിൽ സൗകര്യപൂർവം ഒരു സ്ഥിരാങ്കം തിരഞ്ഞെടുത്താണ് ഇതെഴുതുന്നത്. ഏതൊരു ബന്ധിതവ്യൂഹത്തിനും ആകെ ഊർജം നെഗറ്റീവാണ്. അതായത്, ദീർഘവൃത്ത പരിക്രമണപഥം പോലെ സഞ്ചാരപാത സംവൃതമാകുന്ന ഒരു വ്യൂഹത്തിന് ഗതിക-സ്ഥിതികോർജങ്ങൾ

$$K \quad \frac{G\,M\,m}{2a}$$

$$V \quad -\frac{G\,M\,m}{a}$$

8. ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിൽനിന്നുള്ള പലായനവേഗം

$$v_e = \sqrt{\frac{2\,G\,M_E}{R_E}} = \sqrt{2gR_E}$$

അതിന്റെ മൂല്യം 11.2 km s^{-1}

9. ഗോളീയ സമമിതിയിൽ മാസ് വിതരണം ചെയ്യപ്പെട്ട ഗോളാകൃതിയിലുള്ള ഷെല്ലിനോ ഘനഗോളത്തിനോ പുറത്താണ് ഒരു കണിക സ്ഥിതിചെയ്യുന്നതെങ്കിൽ, ഗോളത്തിന്റെ മാസ് മുഴുവൻ കേന്ദ്രത്തിൽ കേന്ദ്രീകരിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നത് പോലെയാണ് അത് ആ കണികയെ ആകർഷിക്കുന്നത്.

10. ഏകസമാനമായ ഒരു ഗോള ഷെല്ലിനുള്ളിലാണ് ഒരു കണികയുള്ളതെങ്കിൽ അതിന്മേലുള്ള ഗുരുത്വാകർഷണബലം പൂജ്യമായിരിക്കും. ഒരു കണിക ഒരു ഏകസമാന ഘനഗോളത്തിനുള്ളിലാണെങ്കിൽ, കണികയിന്മേൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന ബലം ഗോളത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിലേക്കായിരിക്കും. ഈ ബലം പ്രയോഗിക്കുന്നത് ആ കണികക്ക് ഉൾഭാഗത്തുള്ള ഗോളീയ മാസ് ആയിരിക്കും.

11. ഒരു ഭൂസ്ഥിര ഉപഗ്രഹം സഞ്ചരിക്കുന്നത് ഭൂമധ്യരേഖാതലത്തിലുള്ള ഭൂകേന്ദ്രത്തിൽനിന്ന് ഏകദേശം $4.22 \quad 10^4$ km അകലത്തിലുള്ള വൃത്താകാര പരിക്രമണപാതയിലൂടെയാണ്.

ഭൗതിക അളവ്	പ്രതീകം	ഡൈമെൻഷൻ	യൂണിറ്റ്	കുറിപ്പ്
ഗുരുത്വ സ്ഥിരാങ്കം	G	$[M^{-1} L^3 T^{-2}]$	N m^2 kg^{-2}	6.67×10^{-11}
ഗുരുത്വ സ്ഥിതികോർജം	$V(r)$	$[M L^2 T^{-2}]$	J	$-\frac{GMm}{r}$ (അദിശം)
ഗുരുത്വ പൊട്ടൻഷ്യൽ	$U(r)$	$[L^2 T^{-2}]$	J kg^{-1}	$-\frac{GM}{r}$ (അദിശം)
ഗുരുത്വ തീവ്രത	$\mathbf{E}$ അഥവാ $\mathbf{g}$	$[LT^{-2}]$	m s^{-2}	$\frac{GM}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$ (സദിശം)

വിചിന്തന വിഷയങ്ങൾ

1. മറ്റൊരു വസ്തുവിന്റെ ഗുരുത്വാകർഷണ സ്വാധീനംകൊണ്ട് ഒരു വസ്തുവിനുണ്ടാകുന്ന ചലനം പരിഗണിച്ചാൽ താഴെ കൊടുത്ത അളവുകൾ സംരക്ഷിക്കപ്പെടുന്നവയാണ്.

   (a) കോണീയ ആക്കം
   (b) ആകെ യാന്ത്രികോർജം
   രേഖീയ ആക്കം സംരക്ഷിക്കപ്പെടുന്നുമില്ല.

2. കോണീയ ആക്കത്തിന്റെ സംരക്ഷണം കെപ്ലറുടെ രണ്ടാം നിയമത്തിലേക്കു നയിക്കുന്നു. എന്നിരുന്നാലും, ഇത് ഗുരുത്വാകർഷണത്തിന്റെ വിപരീതവർഗനിയമത്തിന് പ്രത്യേകമായല്ല. ഏത് കേന്ദ്രീയ ബലത്തിനും ഇത് ബാധകമാണ്.

3. കെപ്ലറുടെ മൂന്നാംനിയമത്തിൽ (സമവാക്യം 8.1 കാണുക) $T^2 = K_S R^3$. വൃത്താകൃതിയിലുള്ള പരിക്രമണങ്ങളിലുള്ള എല്ലാ ഗ്രഹങ്ങൾക്കും K_S എന്ന സ്ഥിരാങ്കം ഒരുപോലെയായിരിക്കും.
ഇത് ഭൂമിയെ ചുറ്റിക്കറങ്ങുന്ന ഉപഗ്രഹങ്ങൾക്കും ബാധകമാണ്. [സമവാക്യം (8.38)]
4. ഒരു ബഹിരാകാശയാത്രിക ബഹിരാകാശപേടകത്തിൽ ഭാരമില്ലായ്മ അനുഭവിക്കുന്നു. ബഹിരാകാശത്തെ ആ സ്ഥാനത്ത് ഗുരുത്വബലം കുറവാണ് എന്നതുകൊണ്ടല്ല ഇങ്ങനെ തോന്നുന്നത്. ബഹിരാകാശയാത്രികയും ഉപഗ്രഹവും ഭൂമിയിലേക്കുള്ള സ്വതന്ത്രപതനത്തിലാണ് എന്നതുകൊണ്ടാണ്.
5. r അകലത്തിലുള്ള രണ്ട് വസ്തുക്കളുമായി ബന്ധപ്പെട്ടുള്ള ഗുരുത്വസ്ഥിതികോർജം $V = -\frac{G m_1 m_2}{r}$ + ഒരു സ്ഥിരാങ്കം. ഈ സ്ഥിരാങ്കത്തിന് ഏതു വിലയും നൽകാം. ഏറ്റവും ലളിതമായ വില പൂജ്യം തന്നെയാണ്. ഈ വില സൂചിപ്പിക്കുന്നത്, $r \to \infty$ ആകുമ്പോൾ $V \to 0$. ഗുരുത്വഊർജത്തിന്റെ പൂജ്യത്തിന്റെ സ്ഥാനം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതും സ്ഥിതികോർജത്തിന്റെ സ്ഥിരാങ്കം തിരഞ്ഞെടുക്കുന്നതും സമാനമാണ്. സ്ഥിരാങ്കത്തിന്റെ തെരഞ്ഞെടുപ്പു വഴി ഗുരുത്വബലം മാറ്റപ്പെടുന്നില്ലെന്ന് മനസ്സിലാക്കുക.
6. ഒരു വസ്തുവിന്റെ മൊത്തം യാന്ത്രികോർജം അതിന്റെ ഗതികോർജത്തിന്റെയും (എപ്പോഴും പോസിറ്റീവ്) സ്ഥിതികോർജത്തിന്റെയും ആകെത്തുകയാണ്. അനന്തതയെ ആധാരമാക്കുമ്പോൾ (അതായത് അനന്തതയിലുള്ള ഒരു വസ്തുവിന്റെ സ്ഥിതികോർജം പൂജ്യമാണെന്ന് സങ്കൽപിക്കുകയാണെങ്കിൽ), ഒരു വസ്തുവിന്റെ ഗുരുത്വാകർഷണസ്ഥിതികോർജം നെഗറ്റീവാണ്. ഒരു ഉപഗ്രഹത്തിന്റെ ആകെ ഊർജം നെഗറ്റീവാണ്.
7. സ്ഥിതികോർജത്തിന് സാധാരണ കണ്ടുവരുന്ന ഗണിതാവിഷ്കാരമായ mgh യഥാർഥത്തിൽ പോയിന്റ് 6 ൽ ചർച്ചചെയ്ത ഗുരുത്വസ്ഥിതികോർജത്തിലെ വ്യത്യാസത്തിന്റെ ഒരു ഏകദേശനമാണ് (approximation).
8. രണ്ടു കണികകൾ തമ്മിലുള്ള ഗുരുത്വബലം കേന്ദ്രീയമാണെങ്കിലും പരിമിതമായ രണ്ടു ദൃഢവസ്തുക്കൾ തമ്മിലുള്ള ബലം അവയുടെ ഗുരുത്വകേന്ദ്രങ്ങളെ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന നേർരേഖയിലൂടെയാവണമെന്നില്ല. ഗോളീയ സമമിതിയുള്ള ഒരു വസ്തുവിനെ സംബന്ധിച്ച് അതിനു പുറത്തുള്ള ഒരു വസ്തുവിന്മേലുള്ള ബലം അതിന്റെ മൊത്തം മാസും കേന്ദ്രത്തിൽ കേന്ദ്രീകരിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു എന്ന തരത്തിലാണ്.
9. ഗോളീയമായ ഒരു ഷെല്ലിനുള്ളിലെ ഒരു കണത്തിന്മേലുള്ള ഗുരുത്വബലം പൂജ്യമാണ്. അകത്തുള്ള കണികകളിൽ പുറത്തുള്ള മറ്റു വസ്തുക്കൾ ഗുരുത്വാകർഷണബലം പ്രയോഗിക്കുന്നത് (വൈദ്യുത ബലങ്ങളെ പ്രതിരോധിക്കുന്ന ലോഹഷെല്ലിൽനിന്നു വ്യത്യസ്തമായി) ഈ ഷെൽ തടയുന്നില്ല. ഗുരുത്വാകർഷണത്തിൽ നിന്ന് മറച്ചുപിടിക്കൽ (gravitational shielding) സാധ്യമല്ല.

പരിശീലന പ്രശ്നങ്ങൾ

8.1 ചുവടെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക.

(a) ഒരു പൊള്ളയായ ചാലകത്തിനുള്ളിൽ വച്ചാൽ, വൈദ്യുതബലങ്ങളിൽനിന്ന് ഒരു ചാർജിനെ മറച്ചുപിടിക്കാൻ കഴിയും. പൊള്ളയായ ഗോളത്തിനകത്തോ സമാന ചുറ്റുപാടിലോ ഉള്ള ഒരു വസ്തുവിനെ സമീപസ്ഥദ്രവ്യങ്ങളുടെ ഗുരുത്വാകർഷണസ്വാധീനത്തിൽനിന്ന് മറക്കാൻ കഴിയുമോ?

(b) ഭൂമിയെ ചുറ്റുന്ന ഒരു ചെറിയ ബഹിരാകാശവാഹനത്തിനകത്തുള്ള ഒരു ബഹിരാകാശയാത്രികക്ക് ഗുരുത്വാകർഷണം കണ്ടെത്താൻ കഴിയില്ല. ഭൂമിക്കുചുറ്റും പരിക്രമണം ചെയ്യുന്ന ബഹിരാകാശ നിലയം ഏറെ വലുപ്പത്തിലുള്ളതാണെങ്കിൽ, ഗുരുത്വാകർഷണം കണ്ടെത്താനാകുമെന്ന് യാത്രികക്ക് പ്രതീക്ഷിക്കാമോ?

(c) ഭൂമിക്കുമേൽ സൂര്യനുണ്ടാക്കുന്നതും ചന്ദ്രനുണ്ടാക്കുന്നതുമായ ഗുരുത്വാകർഷണബലങ്ങൾ താരതമ്യം ചെയ്താൽ, ചന്ദ്രന്റെ ഗുരുത്വാകർഷണവലിവിനേക്കാൾ വലുതാണ് സൂര്യന്റെ വലിവ്. (തുടർന്നുള്ള പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങളിൽ ലഭ്യമായ ഡാറ്റ ഉപയോഗിച്ച് നിങ്ങൾക്ക് ഇത് സ്വയം പരിശോധിക്കാനാകും). എന്നിരുന്നാലും, ചന്ദ്രന്റെ ഗുരുത്വാകർഷണവലിവുകൊണ്ടുള്ള വേലിയേറ്റ-വേലിയിറക്ക സ്വാധീനങ്ങൾ സൂര്യന്റേതിനേക്കാൾ കൂടുതലാണ്. എന്തുകൊണ്ട്?

8.2 ശരിയായത് തിരഞ്ഞെടുക്കുക.

(a) ഉയരം വർധിക്കുന്നതിനനുസരിച്ച് ഗുരുത്വാകർഷണംമൂലം ഉണ്ടാകുന്ന ത്വരണം വർധിക്കുന്നു/ കുറയുന്നു.

(b) ആഴം വർധിക്കുന്നതിനനുസരിച്ച് ഗുരുത്വാകർഷണം മൂലം ഉണ്ടാകുന്ന ത്വരണം വർധിക്കുന്നു/ കുറയുന്നു. (ഏകസാന്ദ്രതയുള്ള ഒരു ഗോളമായി ഭൂമിയെ പരിഗണിക്കുക).

(c) ഗുരുത്വാകർഷണംമൂലം ഉണ്ടാകുന്ന ത്വരണം ഭൂമിയുടെ/വസ്തുവിന്റെ മാസിൽ നിന്നു സ്വതന്ത്രമാണ്.

(d) ഭൂമിയുടെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് r_2, r_1 അകലങ്ങളിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്ന രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾക്കിടക്കുള്ള

സരിതികോർജവ്യത്യാസത്തിന് $mg(r_2 \quad r_1)$ എന്ന സമവാക്യത്തേക്കാൾ കൂടുതൽ/കുറവ് കൃത്യതയുള്ള താണ് $GMm(1/r_2 \quad 1/r_1)$ എന്നത്.

8.3 ഭൂമിയുടേതിനേക്കാൾ രണ്ടിരട്ടി വേഗത്തിൽ സൂര്യനെ ചുറ്റുന്ന ഒരു ഗ്രഹം ഉണ്ടെന്നു കരുതുക. ഭൂമിയുടേതിനെ അപേക്ഷിച്ച് അതിന്റെ പരിക്രമണപഥത്തിന്റെ വലുപ്പം എന്തായിരിക്കും?

8.4 വ്യാഴത്തിന്റെ ഉപഗ്രഹങ്ങളിൽ ഒന്നായ Io യുടെ പരിക്രമണകാലം 1.769 ദിവസവും, പരിക്രമണപഥത്തിന്റെ ആരം 4.22×10^8 മീറ്ററുമാണ്. വ്യാഴത്തിന്റെ മാസ് സൂര്യന്റെ മാസിന്റെ ഏതാണ്ട് ആയിരത്തിലൊന്നായിരിക്കുമെന്നു തെളിയിക്കുക.

8.5 ഒരു സൗരമാസുള്ള 2.5×10^{11} നക്ഷത്രങ്ങളെ നമ്മുടെ ഗാലക്സി ഉൾക്കൊള്ളുന്നതായി കരുതുക. ഗാലക്സിയുടെ കേന്ദ്രത്തിൽനിന്ന് 50,000 പ്രകാശവർഷം അകലെയുള്ള ഒരു നക്ഷത്രം ഒരു പരിക്രമണം പൂർത്തിയാക്കാനെത്ര സമയമെടുക്കും? ക്ഷീരപഥത്തിന്റെ വ്യാസം 10^5 ly എന്നെടുക്കുക.

8.6 ശരിയായത് തിരഞ്ഞെടുക്കുക.

(a) അനന്തതയിലെ സരിതികോർജം പൂജ്യമായാൽ, പരിക്രമണം ചെയ്യുന്ന ഒരു ഉപഗ്രഹത്തിന്റെ ആകെ ഊർജം അതിന്റെ ഗതികോർജത്തിന്റെ/സരിതികോർജത്തിന്റെ നെഗറ്റീവാണ്.

(b) ഭൂമിയുടെ ഗുരുത്വാകർഷണസ്വാധീനത്തിൽനിന്ന് പുറത്തേക്ക് ഒരു പരിക്രമണ ഉപഗ്രഹത്തെ വിക്ഷേപിക്കാൻ ആവശ്യമായ ഊർജം, ഭൂമിയുടെ സ്വാധീനത്തിനപ്പുറത്ത് അതേ ഉയരത്തിലേക്ക് (ഉപഗ്രഹത്തിന്റെ) ഒരു സ്ഥിരവസ്തുവിനെ എത്തിക്കുന്നതിന് ആവശ്യമായ ഊർജ്ജത്തെക്കാൾ കൂടുതലാണ്/കുറവാണ്.

8.7 ഭൂമിയിൽനിന്ന് ഒരു വസ്തുവിന്റെ പലായനവേഗത്തെ സ്വാധീനിക്കുന്നത്
(എ) വസ്തുവിന്റെ മാസ്, (ബി) അതിനെ വിക്ഷേപിച്ച സ്ഥലം, (സി) വിക്ഷേപണദിശ,
(ഡി) വസ്തു വിക്ഷേപിക്കപ്പെട്ട സ്ഥലത്തിന്റെ സമുദ്രനിരപ്പിൽനിന്നുള്ള ഉയരം

8.8 വളരെ ദീർഘവൃത്താകാരമായ പരിക്രമണപഥത്തിലൂടെ ഒരു ധൂമകേതു സൂര്യനെ പരിക്രമണം ചെയ്യുന്നു. ധൂമകേതുവിന് അതിന്റെ പരിക്രമണപാതയിലുടനീളം സ്ഥിരമായത് ഏതൊക്കെ?
(എ) രേഖീയ വേഗം, (ബി) കോണീയവേഗം, (സി) കോണീയ സംവേഗം, (ഡി) ഗതികോർജം, (ഇ) സരിതികോർജം, (എഫ്) ആകെ ഊർജം

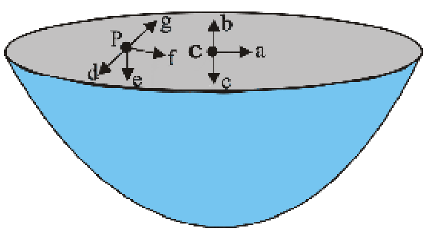
ധൂമകേതു സൂര്യന് വളരെ അടുത്തെത്തുമ്പോൾ സംഭവിക്കാവുന്ന അതിന്റെ മാസ് നഷ്ടം അവഗണിക്കുക.

8.9 താഴെ പറയുന്ന ലക്ഷണങ്ങളിൽ ഏതാണ് ശൂന്യാകാശത്തിൽ ഒരു ബഹിരാകാശയാത്രികന് ഉണ്ടാകാൻ സാധ്യതയുള്ളത്? (എ) വീർത്ത കാലടി, (ബി) വീർത്ത മുഖം, (സി) തലവേദന, (ഡി) ദിശാപ്രശ്നം.

8.10 സമസാന്ദ്രതയുള്ളതും അർധഗോളാകൃതിയിലുള്ളതുമായ ഒരു ഷെല്ലിന്റെ കേന്ദ്രത്തിലെ ഗുരുത്വാകർഷണ തീവ്രതക്ക് ഏത് അമ്പടയാളം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിച്ചിട്ടുള്ള ദിശയാണുള്ളത് (ചിത്രം 8.12 കാണുക).
(i) a, (ii) b, (iii) c, (iv) 0

8.11 മുകളിൽ കൊടുത്ത പ്രശ്നത്തിൽ, P എന്ന ഒരു ബിന്ദുവിലെ ഗുരുത്വ തീവ്രതയുടെ ദിശാസൂചകം ഏത് അമ്പടയാളം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കപ്പെടുന്നു? (i) d, (ii) e, (iii) f, (iv) g.

8.12 ഒരു റോക്കറ്റ് ഭൂമിയിൽനിന്ന് സൂര്യനിലേക്കു വിക്ഷേപിക്കുന്നു. റോക്കറ്റിന്മേൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന ഗുരുത്വബലം പൂജ്യമാകുന്നത് ഭൂകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് എത്ര അകലത്തിലാണ്? സൂര്യന്റെ മാസ് = $2 \quad 10^{30}$ kg, ഭൂമിയുടെ മാസ് = 6×10^{24} kg. മറ്റു ഗ്രഹങ്ങളുടെ സ്വാധീനങ്ങളെ അവഗണിക്കുക (പരിക്രമണ ആരം = $1.5 \quad 10^{11}$ m).



ചിത്രം 8.12

8.13 നിങ്ങൾ എങ്ങനെയാണ് 'സൂര്യനെ തൂക്കിനോക്കുന്നത്', അതായത് അതിന്റെ മാസ് കണക്കാക്കുന്നത്? സൂര്യനു ചുറ്റുമുള്ള ഭൂമിയുടെ ശരാശരി പരിക്രമണ ആരം 1.5×10^8 കിലോമീറ്ററാണ്.

8.14 ഭൗമവർഷത്തിന്റെ എത്രാണ് 29.5 മടങ്ങു വരും ഒരു ശനിവർഷം. ഭൂമി സൂര്യനിൽനിന്ന് 1.50×10^8 കിലോമീറ്റർ അകലെയാണെങ്കിൽ ശനിയിലേക്ക് സൂര്യനിൽനിന്നുള്ള ദൂരം എത്രയാണ്?

8.15 ഒരു വസ്തുവിന് ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിൽ 63 N ഭാരമുണ്ട്. ആ വസ്തു ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിനു മുകളിൽ ഭൂമിയുടെ ആരത്തിന്റെ പകുതി ഉയരത്തിലിരിക്കുകയാണെങ്കിൽ അതിൽ ഭൂമി പ്രയോഗിക്കുന്ന ഗുരുത്വബലം എന്തായിരിക്കും?

8.16 ഭൂമിയെ ഏകസാന്ദ്രതയുള്ള ഒരു ഗോളമായി കണക്കാക്കിയാൽ, അതിന്റെ ഉപരിതലത്തിൽ 250 N ഭാരമുള്ള ഒരു വസ്തുവിന് ഭൂമിയുടെ ആരത്തിന്റെ പകുതി ദൂരം ആഴത്തിലേക്കു പോയാൽ എന്തു ഭാരമുണ്ടായിരിക്കും?

8.17 ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിൽനിന്ന് 5 km s^{-1} വേഗത്തിൽ ഒരു റോക്കറ്റ് ലംബമായി വിക്ഷേപിക്കുന്നു. ഭൂമിയിലേക്കു മടങ്ങിവരുന്നതിനു മുൻപ് റോക്കറ്റിന് ഭൂമിയിൽ നിന്ന് എത്ര അകലത്തിലേക്കു പോകാനാകും? [ഭൂമിയുടെ മാസ് = $6.0 \quad 10^{24}$ kg; ഭൂമിയുടെ ശരാശരി ആരം = $6.4 \quad 10^6$ m; $G = 6.67 \quad 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}].

8.18 ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിൽ ഒരു വസ്തുവിന്റെ പലായനവേഗം 11.2 km s^{-1} ആണ്. ഇതിന്റെ മൂന്നു മടങ്ങ് വേഗത്തിൽ ഒരു വസ്തുവിനെ വിക്ഷേപിക്കുന്നു. ഭൂമിയിൽനിന്ന് വളരെ അകലെയാകുമ്പോൾ ആ വസ്തുവിന്റെ വേഗം എന്തായിരിക്കും? സൂര്യന്റെയും മറ്റു ഗ്രഹങ്ങളുടെയും സാന്നിധ്യം അവഗണിക്കുക.

8.19 ഭൗമോപരിതലത്തിൽനിന്ന് 400 കിലോമീറ്റർ ഉയരത്തിൽ ഒരു ഉപഗ്രഹം ഭൂമിയെ ചുറ്റിക്കറങ്ങുന്നു. ഭൂമിയുടെ ഗുരുത്വാകർഷണബലത്തിന് പുറത്തേക്ക് ഉപഗ്രഹത്തെ വിക്ഷേപിക്കാൻ റോക്കറ്റിന്മേൽ എത്രമാത്രം ഊർജം ചെലവാക്കണം? [സാറ്റലൈറ്റിന്റെ മാസ് = 200 kg, ഭൂമിയുടെ മാസ് = $6.0 \ 10^{24}$ kg, = $6.4 \quad 10^6$ m; $G = 6.67 \quad 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}].

8.20 ഒരു സോളാർ മാസുള്ള (= 2×10^{30} kg) രണ്ടു നക്ഷത്രങ്ങൾ നേർക്കുനേരെ കൂട്ടിയിടിക്കുന്നതിനായി പരസ്പരം അടുക്കുന്നു. അവ പരസ്പരം 10^9 km അകലെയാകുമ്പോൾ, അവയുടെ വേഗം അവഗണിക്കാവുന്നതാണ്. അവ കൂട്ടിയിടിക്കുന്ന വേഗം എന്തായിരിക്കും? ഓരോ നക്ഷത്രത്തിന്റെയും ആരം 10^4 km ആണ്. നക്ഷത്രങ്ങൾ കൂട്ടിയിടിക്കുന്നതുവരെ അവ ആകൃതിവ്യതിയാനം ഉണ്ടാകുന്നില്ലെന്നു കരുതുക. (G യുടെ അറിയപ്പെടുന്ന മൂല്യം ഉപയോഗിക്കുക)

8.21 100 kg മാസും 0.10 m ആരവുമുള്ള രണ്ടു വലിയ ഗോളങ്ങൾ ഒരു തിരശ്ചീനമേശയിൽ 1.0 m അകലത്തിൽ വച്ചിരിക്കുന്നു. ഗോളങ്ങളുടെ കേന്ദ്രങ്ങളെ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന രേഖയുടെ മധ്യത്തിൽ ഉണ്ടാകുന്ന ഗുരുത്വബലവും പൊട്ടൻഷ്യലും എന്തായിരിക്കും? ആ സ്ഥാനത്തുവച്ചിട്ടുള്ള ഒരു വസ്തു സന്തുലിതാവസ്ഥയിൽ ആണോ? ആണെങ്കിൽ, സന്തുലിതാവസ്ഥ സ്ഥിരമോ അസ്ഥിരമോ?

കൂടുതൽ പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ

8.22 നിങ്ങൾ പഠിച്ചതുപോലെ, ഒരു ഭൂസ്ഥിര ഉപഗ്രഹം ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിൽനിന്ന് ഏകദേശം 36,000 km ഉയരത്തിൽ ഭൂമിയെ പരിക്രമണം ചെയ്യുന്നു. ഈ ഉപഗ്രഹത്തിന്റെ സ്ഥാനത്ത് ഭൂമിയുടെ ഗുരുത്വാകർഷണ പൊട്ടൻഷ്യൽ എന്തായിരിക്കും? (അനന്തതയിലെ സ്ഥിതികോർജം പൂജ്യം എന്നെടുക്കുക). ഭൂമിയുടെ മാസ് = 6.0×10^{24} kg, ആരം 6400 km.

8.23 സൂര്യന്റെ 2.5 മടങ്ങ് മാസുള്ള ഒരു നക്ഷത്രം 12 km വലുപ്പത്തിലേക്ക് ചുരുങ്ങുകയും 1.2revs^{-1} വേഗത്തോടെ കറങ്ങുകയും ചെയ്യുന്നു. (ഇത്തരത്തിൽ വളരെ ഞെരുങ്ങിയ (compact) നക്ഷത്രങ്ങളെ ന്യൂട്രോൺ നക്ഷത്രങ്ങൾ (neutron stars) എന്നു വിളിക്കുന്നു, ചില നക്ഷത്രവസ്തുക്കളായ (stellar objects) പൾസറുകൾ (pulsars) ഈ വിഭാഗത്തിൽപ്പെടുന്നു). അതിന്റെ മധ്യരേഖാഭാഗത്ത് വച്ചിട്ടുള്ള ഒരു വസ്തു ഗുരുത്വാകർഷണത്താൽ അതിന്റെ ഉപരിതലത്തിൽത്തന്നെ നിൽക്കുമോ? (സൂര്യന്റെ പിണ്ഡം = $2 \ 10^{30}$ kg)

8.24 ചൊവ്വയിൽ ഒരു ബഹിരാകാശവാഹനം എത്തിച്ചേർന്നിരിക്കുന്നു. സൗരയൂഥത്തിനു പുറത്തേക്ക് അതിനെ എത്തിക്കാൻ ചെലവഴിക്കേണ്ടിവരുന്ന ഊർജം എത്ര? [ബഹിരാകാശവാഹനത്തിന്റെ മാസ് = 1000 kg സൂര്യന്റെ മാസ് = $2 \ 10^{30}$ kg; ചൊവ്വയുടെ മാസ് = 6.4×10^{23} kg; ചൊവ്വയുടെ ആരം = 3395 km; ചൊവ്വയുടെ പരിക്രമണപാതയുടെ ആരം = 2.28×10^8 km; $G = 6.67 \times 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}].

8.25 ചൊവ്വയുടെ ഉപരിതലത്തിൽനിന്ന് കുത്തനെ 2 km s^{-1} വേഗത്തിൽ ഒരു റോക്കറ്റ് വിക്ഷേപിക്കുന്നു. ചൊവ്വയിലെ അന്തരീക്ഷപ്രതിരോധം കാരണം അതിന്റെ ആദ്യ ഊർജത്തിന്റെ 20% നഷ്ടപ്പെടുന്നുവെങ്കിൽ, എത്ര ദൂരം സഞ്ചരിച്ചാണ് റോക്കറ്റ് ഉപരിതലത്തിൽ തിരിച്ചെത്തുക? [ചൊവ്വയുടെ മാസ് = 6.4×10^{23} kg; ചൊവ്വയുടെ ആരം = 3395 km; $G = 6.67 \times 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}].

ഉത്തരസൂചിക

അധ്യായം 2

2.1 (a) 10^{6} ; (b) 1.5×10^{4} ; (c) 5 ; (d) 11.3, 1.13×10^{4}.

2.2 (a) 10^{7}; (b) 10^{-16} ; (c) 3.9×10^{1} ; (d) 6.67×10^{-8}.

2.5 500

2.6 (c)

2.7 0.035 mm

2.9 94.1

2.10 (a) 1 ; (b) 3 ; (c) 4 ; (d) 4 ; (e) 4 ; (f) 4.

2.11 $8.72\ m^2$; $0.0855\ m^3$

2.12 (a) 2.3 kg ; (b) 0.02 g

2.13 13%; 3.8

2.14 (b) യും (c) യും ഡൈമെൻഷനനുസരിച്ച് തെറ്റാണ്. സൂചന : ത്രികോണമിതി ഫലനങ്ങൾക്ക് ഡൈമെൻഷനില്ല.

2.15 $m = m_0 (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ ആണ് ശരിയായ സൂത്രവാക്യം.

2.16 $\cong 3 \times 10^{-7}\ m^3$

2.17 $\cong 10^4$, വാതകത്തിലെ തന്മാത്രാന്തര ദൂരം തന്മാത്രയുടെ വലുപ്പത്തേക്കാൾ വളരെ ചെറുതാണ്.

2.18 ഒരു നിരീക്ഷകന്റെ കണ്ണിൽ സമീപമുള്ള വസ്തുക്കളുണ്ടാക്കുന്ന കോണളവ് വളരെകലെയുള്ള വസ്തുക്കളുണ്ടാക്കുന്ന കോണളവിനേക്കാൾ വലുതാണ്. നാം സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ വളരെയകലെയുള്ള വസ്തുക്കൾക്കുണ്ടാകുന്ന കോണീയമാറ്റം സമീപത്തുള്ള വസ്തുക്കൾക്കുണ്ടാകുന്നതിനേക്കാൾ ചെറുതാണ്. അതിനാൽ അകലെയുള്ള വസ്തുക്കൾ നമ്മോടൊപ്പം സഞ്ചരിക്കുന്നതായും സമീപത്തുള്ള വസ്തുക്കൾ എതിർദിശയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നതായും അനുഭവപ്പെടുന്നു.

2.19 $\cong 3 \times 10^{16}$ m; ഒരു പാഴ്സക് എന്ന നീളത്തിന്റെ യൂണിറ്റ് ഏകദേശം 3.084×10^{16} മീറ്ററിനു തുല്യമാണ്.

2.20 1.32 പാഴ്സക്, 2.64″ (ചാപത്തിന്റെ സെക്കന്റ്)

2.23 $1.4 \times 10^3\ kg\ m^{-3}$ സൂര്യന്റെ മാസ്സാന്ദ്രത ദ്രാവകങ്ങളുടെയും ഖരങ്ങളുടെയും സാന്ദ്രതയുടെ പരിധിയിൽ വരും. ഈ ഉയർന്ന സാന്ദ്രതക്ക് കാരണം സൂര്യന്റെ ഉള്ളിലുള്ള പാളികൾ പുറമേയുള്ള പാളികളിൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന അകത്തേക്കുള്ള ഗുരുത്വബലം മൂലമാണ്.

2.24 1.429×10^5 km

2.25 സൂചന: $\tan \theta$ ക്ക് ഡൈമെൻഷനില്ല, ശരിയായ സൂത്രവാക്യം $\tan \theta = v/v'$ ഇവിടെ v' എന്നത് മഴയുടെ വേഗമാണ്.

2.26 കൃത്യത $1/10^{11}$ നും $1/10^{12}$ നുമിടയിൽ

2.27 $\cong 0.7 \times 10^3$ kg m^{-3}. ഖരാവസ്ഥയിൽ ആറ്റങ്ങൾ ഞെരുക്കിയടുക്കിയിരിക്കുന്നു. അതിനാൽ അറ്റോമിക മാസ്സാന്ദ്രത ഖരത്തിന്റെ മാസ് സാന്ദ്രതക്ക് അടുത്തായിരിക്കും.

2.28 $\cong 0.3 \times 10^{18}$ kg m^{-3} – അണുകേന്ദ്രസാന്ദ്രത വസ്തുവിന്റെ അറ്റോമികസാന്ദ്രതയുടെ 10^{15} മടങ്ങായിരിക്കും.

2.29 3.84×10^8 m

2.30 55.8 km

2.31 2.8×10^{22} km

2.32 3,581 km

2.33 സൂചന : $e^4 / (16 \pi^2 \epsilon_0^2 m_p m_e^2 c^3 G)$ യുടെ ഡൈമെൻഷൻ സമയത്തിന്റെ ഡൈമെൻഷനാണ്.

അധ്യായം 3

3.1 (a), (b)

3.2 (a) A....B, (b) A....B, (c) B....A, (d) മാറ്റമില്ല, (e) B....A.... ഒരിക്കൽ

3.4 37 സെക്കന്റ്

3.5 1000 km/h

3.6 3.06 m s^{-2}; 11.4 s

3.7 1250 m (സൂചന: A യെ അപേക്ഷിച്ച് B യുടെ ചലനം നിരീക്ഷിക്കുക)

3.8 1 m s^{-2} (സൂചന: A യെ അപേക്ഷിച്ച് B യുടെയും C യുടെയും ചലനം നിരീക്ഷിക്കുക)

3.9 $T = 9$ min, വേഗം = 40 km/h. സൂചന: $v T / (v - 20) = 18$; $v T / (v + 20) = 6$

3.10 (a) കുത്തനെ താഴേക്ക് (b) പൂജ്യം പ്രവേഗം, 9.8 m s^{-2} തുടരണം താഴേക്ക്

(c) $x > 0$ (മുകളിലേക്കും താഴേക്കുമുള്ള ചലനം, $v < 0$ (മുകളിലേക്ക്), $v > 0$ (താഴേക്ക്), $a > 0$ (എല്ലായ്പ്പോഴും)

(d) 44.1 m, 6 s.

3.11 (a) ശരി (b) തെറ്റ്; (c) ശരി (വസ്തു അതേക്ഷണത്തിൽ അതേ വേഗതയിൽ തട്ടി തിരികെ വരുകെയാണെങ്കിൽ ത്വരണം അനന്തമാകും. ഇത് സംഭവ്യമല്ല. (d) തെറ്റ് (ചലനദിശ പോസിറ്റീവ് ദിശയായി കണക്കാക്കിയാൽ മാത്രമേയിത് ശരിയാകു)

3.14 (a) 5 km h^{-1}, 5 km h^{-1}; (b) 0, 6 km h^{-1}; (c) $\frac{15}{8}$ km h^{-1}, $\frac{45}{8}$ km h^{-1}

3.15 വളരെ ചെറിയൊരിടവേളയിൽ സ്ഥാനാന്തരത്തിന്റെ പരിമാണം പാതദൈർഘ്യത്തിന് തുല്യമായിരിക്കും.

3.16 നാലു ഗ്രാഫുകളും സാധ്യമല്ല. (a) ഒരേ സമയത്ത് ഒരു വസ്തുവിന് രണ്ട് വ്യത്യസ്ത സ്ഥാനങ്ങൾ സാധ്യമല്ല; (b) ഒരേ സമയത്ത് ഒരു വസ്തുവിന് വിപരീതദിശകളിലുള്ള പ്രവേഗം സാധ്യമല്ല; (c)വേഗം എല്ലായ്പ്പോഴും പോസിറ്റീവാണ്; (d) വസ്തുവിന്റെ ആകെ പാതദൈർഘ്യം സമയത്തിനനുസരിച്ച് ഒരിക്കലും കുറയില്ല.

3.17 ഇല്ല, തെറ്റ്. (x-t ഗ്രാഫ് ഒരു വസ്തുവിന്റെ സഞ്ചാരപാതയെ സൂചിപ്പിക്കുന്നില്ല. സന്ദർഭം: ഒരു വസ്തുവിനെ ടവറിനുമുകളിൽ നിന്നും ($x = 0$) $t = 0$ സമയത്ത് താഴേക്കിടുന്നു.

3.18 $105\ m\ s^{-1}$

3.19 (a) മിനുസമായ തറയിലിരിക്കുന്ന ഒരു പന്തിനെ കാലുകൊണ്ടുതട്ടിയാൽ അത് ഒരു ചുവരിൽ തട്ടി കുറഞ്ഞ വേഗതയിൽ തിരിച്ചുവരികയും എതിർചുവരിൽ വന്നിടിച്ച് ചലനം നിലക്കുന്നു; (b) മുകളിലേക്ക് ആദ്യ പ്രവേഗത്തോടെ എറിഞ്ഞ ഒരു പന്ത് തറയിൽ തട്ടി തിരികെ വരുമ്പോൾ ഓരോ പ്രാവശ്യവും തിരികെ വരുന്നത് കുറഞ്ഞ പ്രവേഗത്തിലായിരിക്കും. (c) സമചലനത്തിലുള്ള ഒരു ക്രിക്കറ്റ് പന്തിനെ വളരെ ചെറിയ സമയത്തിൽ ഒരു ബാറ്റ് കൊണ്ടടിച്ച് തിരികെ പായിക്കുന്നു.

3.20 $x < 0, v < 0, a > 0$; $x > 0, v > 0, a < 0$; $x < 0, v > 0, a > 0$.

3.21 മൂന്നിൽ ഏറ്റവും കൂടുതൽ, രണ്ടിൽ ഏറ്റവും കുറവ് ഒന്നിലും രണ്ടിലും $v > 0$, മൂന്നിൽ $v < 0$.

3.22 ത്വരണത്തിന്റെ അളവ് രണ്ടിൽ ഏറ്റവും കൂടുതൽ, വേഗം മൂന്നിൽ ഏറ്റവും കൂടുതൽ; $v > 0$ ഒന്നിലും രണ്ടിലും, മൂന്നിലും; ഒന്നിലും മൂന്നിലും $a > 0$, രണ്ടിൽ $a < 0$; A, B, C, D ഇവയിൽ $a = 0$.

3.23 സമത്വരണത്തോടുകൂടിയ ചലനത്തിൽ സമയ അക്ഷത്തിൽ നിന്ന് ചരിഞ്ഞിരിക്കുന്ന നേർരേഖ; സമചലനത്തിൽ സമയ അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായിരിക്കും.

3.24 10 s, 10 s

3.25 (a) $13\ km\ h^{-1}$; (b) $5\ km\ h^{-1}$; (c) ഏത് രക്ഷിതാവ് നിരീക്ഷിച്ചാലും രണ്ടു ദിശയിലും 20 സെക്കന്റും കുട്ടിയുടെ വേഗം $9\ km\ h^{-1}$ രണ്ട് ദിശയിലും, ഉത്തരത്തിന് മാറ്റമില്ല.

3.26 $x_2 - x_1 = 15\ t$ (രേഖീയഭാഗം); $x_2 - x_1 = 200 + 30\ t - 5\ t^2$ (വക്രഭാഗം).

3.27 (a) 60 m, $6\ m\ s^{-1}$; (b) 36 m, $9\ m\ s^{-1}$

3.28 (c), (d), (f)

അധ്യായം 4

4.1 ഉള്ളളവ് (വ്യാപ്തം), മാസ്സ്, വേഗത, സാന്ദ്രത, മോളുകളുടെ എണ്ണം, കോണീയ ആവൃത്തി തുടങ്ങിയവ അദിശങ്ങളാണ്. ബാക്കിയുള്ളവ സദിശങ്ങളും.

4.2 പ്രവൃത്തി, വൈദ്യുത കറന്റ്

4.3 ഇംപൾസ് (ആവേഗം)

4.4 (c) ഉം (d) ഉം മാത്രമാണ് അർഥപൂർണ്ണമായത്

4.5 (a) T, (b) F, (c) F, (d) T, (e) T

4.6 സൂചന: ഒരു ത്രികോണത്തിലെ ഏതൊരു രണ്ടു വശങ്ങളുടെയും തുക ഒരിക്കലും മൂന്നാമത്തെ വശത്തെക്കാൾ ചെറുതായിരിക്കില്ല, മാത്രമല്ല, അവയുടെ വ്യത്യാസം, മൂന്നാമത്തെ വശത്തെക്കാൾ വലുതായിരിക്കുകയുമില്ല. കൊലീനിയർ ആയ സദിശങ്ങൾക്ക് സമത്വം സാധുവായിരിക്കും.

4.7 (a) ഒഴികെ മറ്റെല്ലാ പ്രസ്താവനകളും ശരിയാണ്.

4.8 ഓരോന്നിനും 400 m വീതം; B

4.9 (a) O; (b) O; (c) $21.4\ km\ h^{-1}$

4.10 പ്രാരംഭദിശയുമായി $60°$ കോണളവിൽ സ്ഥാനാന്തരം 1 കി.മീ ആകുന്നു. മൂന്നാമത്തെ വളവിൽ ആകെ ദൂരം = 1.5 കി.മീ; ശൂന്യ സനാനാന്തരം; ആറാമത്തെ വളവിൽ സഞ്ചരിച്ച ആകെ ദൂരം 3 കി.മീ; 866 മീ., $30°$, എട്ടാമത്തെ വളവിൽ സഞ്ചരിച്ച ദൂരം 4 കി.മീ.

4.11 (a) 49.3 km h^{-1} ; (b) 21.4 km h^{-1}. അല്ല, ശരാശരി വേഗതയുടെയും ശരാശരി പ്രവേഗത്തിന്റെയും അളവു തുല്യമായിരിക്കുന്നത് ഋജുവായ പാതകളിൽ മാത്രമാണ്.

4.12 തെക്കു ദിശയിൽ ലംബവുമായി ഏകദേശം 18° കോണളവിൽ

4.13 15 min, 750 m

4.14 പായ്മരം ഏകദേശം കിഴക്കു ദിശയിൽ ആയിരിക്കും.

4.15 150.5 m

4.16 50 m

4.17 9.9 m s^{-2}, വർത്തുളപാതയിലെ ഏതൊരു ബിന്ദുവിലും അനുഭവപ്പെടുന്ന ത്വരണം ആരത്തിലൂടെ വൃത്ത കേന്ദ്രത്തിലേക്കായിരിക്കും.

4.18 6.4 g

4.19 (a) തെറ്റ് (ശരിയാകുന്നത് സമവർത്തുള ചലനത്തിൽ മാത്രം)

(b) ശരി, (c) ശരി

4.20 (a) $\mathbf{v}(t) = (3.0\,\hat{\mathbf{i}} - 4.0t\,\hat{\mathbf{j}})$ $\hat{\mathbf{a}}(t) = -4.0\,\hat{\mathbf{j}}$

(b) 8.54 m s^{-1}, x- അക്ഷവുമായി 70° കോണളവിൽ

4.21 (a) 2 s, 24 m, 21.26 m s^{-1}

4.22 $\sqrt{2}$, x- അക്ഷവുമായി 45° കോണളവിൽ; $\sqrt{2}$, x-അക്ഷവുമായി – 45° കോണളവിൽ; $(5/\sqrt{2},\ -1/\sqrt{2})$.

4.23 (b) ഉം (e) ഉം

4.24 (e) മാത്രമാണ് ശരിയായത്.

4.25 182 m s^{-1}

4.27 ഇല്ല, ചാക്രീയ ചലനങ്ങളെ സാമാന്യമായി സദിശങ്ങളായി പരിഗണിക്കാറില്ല.

4.28 ഒരു പ്രതലത്തെ സദിശവുമായി ബന്ധിപ്പിക്കാവുന്നതാണ്.

4.29 ഇല്ല.

4.30 ലംബവുമായി $\sin^{-1}(1/3) = 19.5°$ കോണളവിൽ; 16 കി.മീ.

4.31 0.86 m s^{-2}, പ്രവേഗദിശയുമയി 54.5° കോണളവിൽ.

അധ്യായം 5

5.1 (a) മുതൽ (d) വരെ. ഒന്നാം ചലനനിയമമനുസരിച്ച് സഫലബലം പ്രവർത്തിക്കുന്നില്ല.

(c) വൈദ്യുതകാന്തികബലവും ഗുരുത്വബലവും സൃഷ്ടിക്കുന്നവയിൽ നിന്നെല്ലാം വളരെ അകലെയായ തിനാൽ ഒരു ബലവും പ്രവർത്തിക്കുന്നില്ല.

5.2 ഓരോ പ്രശ്നത്തിലും അനുഭവപ്പെടുന്ന ഒരേയൊരു ബലം കുത്തനെ താഴേക്കു പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന 0.5 N മാത്രമാണ് (വായുവിന്റെ രോധം അവഗണിച്ചാൽ). ഗോലിയുടെ ചലനം കുത്തനെയല്ലെങ്കിൽ പോലും ഉത്തരത്തിനു മാറ്റമുണ്ടാകുകയില്ല. ഏറ്റവും ഉയർന്ന ബിന്ദുവിൽ ഗോലി നിശ്ചലാവസ്ഥയിലല്ല. ഗോലിക്ക് അതിന്റെ ചലനത്തിലുടനീളം തിരശ്ചീനദിശയിൽ പ്രവേഗത്തിന്റെ ഒരു ഘടകമുണ്ട്.

5.3 (a) കുത്തനെ താഴേക്ക് 1N (b) (a) യിലേതിനു തുല്യം.

(c) (a) യിലേതിനു തുല്യം; ഒരു ക്ഷണത്തിൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന ബലം ആ ക്ഷണത്തിലെ അവസ്ഥ കൾക്കനുസരിച്ചുള്ളതാണ്, അല്ലാതെ പൂർവസ്ഥിതിയനുസരിച്ചല്ല.

(d) ട്രെയിനിന്റെ ചലനദിശയിൽ O. 1N

5.4 (i) T

5.5 $a = -2.5 ms^{-2}$ $v = u+at$ ഉപയോഗിച്ച് $0 = 15 - 2.5\ t$. അതായത് $t = 6.0 s$.

5.6 $a = \frac{1.5}{25} = 0.06 ms^{-2}$, $F = 3 \times 0.06 = 0.18 N$, ചലനദിശയിൽ

5.7 8N ബലത്തിന്റെ ദിശയിൽ നിന്നു $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 37^{\circ}$ കോണളവിൽ പരിണതബലം 10N പ്രവർത്തിക്കുന്നു. പരിണിതബലത്തിന്റെ ദിശയിൽ ത്വരണം $= 2 ms^{-2}$

5.8 $a = -2.5 ms^{-2}$ മന്ദീകരണബലം $= 465 \times 2.5 = 1.2 \times 10^{3} N$

5.9 $F = 20{,}000 \times 10 = 20000 \times 5.0$ അതായത് $F = 3.0 \times 10^{5} N$

5.10 $a = -20 ms^{-2}, 0 \leq t \leq 30 s$

$t = -5s, x = ut = -10 \times 5 = -50 m$

$t = 25s, x = ut + \frac{1}{2}at^{2} = (10 \times 25 - 10 \times 625) m = -6 km$

$t = 100s$, 30s വരെയുള്ള ചലനത്തെ ആദ്യം പരിഗണിക്കുക.

$x_1 = 10 \times 30 - 10 \times 900 = -8700 m$

$t = 30s$ ആകുമ്പോൾ $u = 10 - 20 \times 30 = -590 ms^{-1}$

30s മുതൽ 100s വരെയുള്ള ചലനത്തിൽ

$x_2 = -590 \times 70 = -41300 m$

$x = x_1 + x_2 = -50 km$

5.11 (a) കാറിന്റെ പ്രവേഗം (t=10s ആകുമ്പോൾ) $= 0+2 \times 10 = 20 ms^{-1}$ ഒന്നാം ചലനനിയമമനുസരിച്ച് പ്രവേഗത്തിന്റെ തിരശ്ചീനദിശയിലുള്ള ഘടകം എല്ലായ്പ്പോഴും $20 ms^{-1}$ ആയിരിക്കും. ലംബദിശയിൽ പ്രവേഗത്തിനുള്ള ഘടകം ($t = 11s$ ആകുമ്പോൾ) $= 0+10 \times 1 = 10 ms^{-1}$.

$t = 11s$ ആകുമ്പോൾ കല്ലിന്റെ പ്രവേഗം $= \sqrt{20^2+10^2} = \sqrt{500} = 22.4 ms^{-1}$. ഈ പ്രവേഗത്തിന്റെ ദിശ തിരശ്ചീന ദിശയിൽ നിന്ന് $\tan^{-1}(\frac{1}{2})$ കോണളവിലാണ്.

(b) ലംബമായി താഴേക്ക് $10 ms^{-2}$.

5.12 (a) പരമാവധി ദൂരത്തിൽ (extreme position) ഗോളത്തിന്റെ വേഗം പൂജ്യമാണ്. ചരടിനെ മുറിക്കുമ്പോൾ ഗോളം കുത്തനെ താഴേക്കു പതിക്കും.

(b) സന്തുലിതസ്ഥാനത്ത് (equilibrium position) ഗോളത്തിന് തിരശ്ചീനദിശയിൽ ഒരു പ്രവേഗമുണ്ട്. ചരടു മുറിച്ചാൽ ഗോളം പരാബോളയുടെ ആകൃതിയിലുള്ള പാതയിലൂടെ താഴേക്കു പതിക്കും.

5.13 തറയിൽ അയാൾ പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലത്തെയാണ് യന്ത്രം സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. മൂന്നാം ചലനനിയമമനുസരിച്ച് ഈ ബലം തറ അയാളിൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന N എന്ന ലംബബലത്തിന് തുല്യവും വിപരീതവുമാണ്.

(a) $N = 70 \times 10 = 700 N$, ഉപകരണത്തിലെ അളവ് 70 kg

(b) $70 \times 10 - N = 70 \times 5$, ഉപകരണത്തിലെ അളവ് 35 kg

(c) $N - 70 \times 10 = 70 \times 5$, ഉപകരണത്തിലെ അളവ് 105 kg

(d) $70 \times 10 - N = 70 \times 10$, ഉപകരണത്തിലെ അളവ് പൂജ്യമായിരിക്കും

5.14 (a) ഈ മൂന്ന് ഇടവേളകളിലും ത്വരണവും തന്മൂലം ബലവും പൂജ്യമായിരിക്കും.

(b) $t = 0$ ആകുമ്പോൾ $3 kg ms^{-1}$ (c) $t = 4s$ ആകുമ്പോൾ $-3 kg\ ms^{-1}$

5.15 20 kg മാസിനെ വലിക്കുകയാണെങ്കിൽ

$600 - T = 20\ a$, $T = 10\ a$

$a = 20 ms^{-2}$, $T = 200 N$.

10kg മാസിനെ വലിക്കുകയാണെങ്കിൽ

$a = 20 ms^{-2}$, $T = 400 N$.

5.16 $T - 8\times10 = 8a, 12\times10 - T = 12a$
അതായത് $a = 2ms^{-2}$, $T = 96N$.

5.17 ആക്കസംരക്ഷണതത്വമനുസരിച്ച് ആകെ ആക്കം പൂജ്യമായിരിക്കണം. രണ്ട് ആക്ക സദിശങ്ങൾ തമ്മിൽ സങ്കലനം ചെയ്യുമ്പോൾ, അവ തുല്യവും വിപരീതവുമാണെങ്കിൽ മാത്രമേ പൂജ്യം ലഭിക്കുകയുള്ളൂ.

5.18 ഓരോ പന്തിലുമുണ്ടാകുന്ന ആവേഗത്തിന്റെ അളവ് $= 0.05\times12 = 0.6kgms^{-1}$. രണ്ട് ആവേഗങ്ങളും വിപരീത ദിശയിലാണ്.

5.19 ആക്ക സംരക്ഷണതത്വമുപയോഗിച്ച്
$100\ V = 0.02\times80$
$v = 0.016ms^{-1} = 1.6cms^{1}$

5.20 ആദ്യദിശയുടെയും അന്തിമദിശയുടെയും സമഭാജിയിലൂടെയാണ് ആവേഗത്തിന്റെ ദിശ. അതിന്റെ പരിമാണം $0.15\times2\times15\times\cos 22.5^{\circ} = 4.2kgms^{-1}$.

5.21 $V = 2\pi\times1.5\times\frac{40}{60} = 2\pi ms^{-1}$.

$$T = \frac{mv^2}{R} = \frac{0.25\times4\pi^2}{1.5} = 6.6N.$$

$200 = \frac{mv^2_{max}}{R}$ ഇതിൽ നിന്നും $v^2_{max} = 35ms^{-1}$

5.22 ഒന്നാം ചലനനിയമമനുസരിച്ച് ശരിയുത്തരം (b) ആണ്.

5.23 (a) ശൂന്യാകാശത്തു വച്ച് കുതിരയും വണ്ടിയും ചേർന്ന വ്യൂഹത്തിന്മേൽ ഒരു ബലവും പ്രവർത്തിക്കുന്നില്ല. കുതിരയും വണ്ടിയും പരസ്പരം പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലങ്ങൾ റദ്ദു ചെയ്യപ്പെടുന്നു. (മൂന്നാം ചലനനിയമം). തറയിൽ സറിതിചെയ്യുമ്പോൾ ഈ വ്യൂഹവും തറയും തമ്മിലുണ്ടാകുന്ന സമ്പർക്കബലം (ഘർഷണം) ഇവ നിശ്ചലവാസ്ഥയിൽ നിന്നും ചലിക്കുന്നതിനു കാരണമാകുന്നു.

(b) ഇരിപ്പിടവുമായി നേരിട്ടു സമ്പർക്കത്തിലില്ലാത്ത ശരീരഭാഗത്തിന്റെ ജഡത്വം മൂലം.

(c) ഒരു പുല്ലുവെട്ടി യന്ത്രത്തെ വലിക്കുകയോ ഉന്തുകയോ ചെയ്യുന്നത് ചരിഞ്ഞ ദിശയിൽ ബലം പ്രയോഗിച്ചു കൊണ്ടാണ്. നാം ഉന്തുമ്പോൾ ലംബദിശയിൽ സന്തുലനാവസ്ഥയിലിരിക്കണമെങ്കിൽ ലംബബലം (N) യന്ത്രത്തിന്റെ ഭാരത്തേക്കാൾ കൂടുതലായിരിക്കണം. ഇത് ഘർഷണം f കൂടുന്നതിന് കാരണമാകുന്നു. ($f\alpha$ N). തന്മൂലം യന്ത്രത്തെ ചലിപ്പിക്കാൻ കൂടുതൽ ബലം ആവശ്യമായി വരുന്നു. പുല്ലുവെട്ടി യന്ത്രത്തെ വലിച്ചു കൊണ്ടുപോകുമ്പോൾ സംഭവിക്കുന്നത് ഇതിനു നേർവിപരീതമായാണ്.

(d) ആക്കവ്യത്യാസത്തിന്റെ നിരക്കും അതുവഴി പന്തിനെ പിടിച്ചു നിറുത്താനാവശ്യമായ ബലവും കുറക്കുന്നതിനുവേണ്ടി.

5.24 $x = 0$ യിലെയും $x = 2cm$ ലെയും ചുമരുകളിൽ നിന്നും ഓരോ 2 സെക്കന്റിനു ശേഷം, $1cms^{-1}$ സ്ഥിര വേഗതയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു വസ്തുവിനു ലഭിക്കുന്ന ആവേഗത്തിന്റെ പരിമാണം $0.04kg \times 0.02ms^{-1} = 8\times10^{-4}kgms^{-1}$ ആണ്.

5.25 സഫലബലം $= 65kg\times 1ms^{-2} = 65N$

$a_{max} = \mu_s g = 2ms^{-2}$

5.26 ശരിയായ ഉത്തരം (a). $mg + T_2 = \frac{mv_2^{\ 2}}{R}$, $T_1 - \frac{mv_1^{\ 2}}{R}$ ഇവ ശ്രദ്ധിക്കുക.
ഗുണപാഠം: ഒരു വസ്തുവിൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന യഥാർഥ ബലങ്ങളെയും (ഉദാ: വലിവുബലം, ഗുരുത്വബലം മുതലായവ) അവയുടെ ആഘാതങ്ങളെയും സംബന്ധിച്ച് ആശയക്കുഴപ്പമുണ്ടാകരുത്. ഈ ഉദാഹരണത്തിൽ $\frac{v_2^{\ 2}}{R}$ അഥവാ $\frac{v_1^{\ 2}}{R}$ എന്ന അഭികേന്ദ്രത്വരണം ഇത്തരത്തിലുള്ളതാണ്.

5.27 (a) 'സ്വതന്ത്രവസ്തു' : ജോലിക്കാരും യാത്രക്കാരും
തറ വ്യൂഹത്തിൻമേൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം = F, മുകളിലേക്ക്
വ്യൂഹത്തിന്റെ ഭാരം = mg, താഴേക്ക്
$\therefore\ F - mg = ma$
$F - 300\times10 = 300\times15$

$F = 7.5\times 10^3$ N മുകളിലേക്ക്.

മൂന്നാം ചലനനിയമമനുസരിച്ച് ജീവനക്കാരും യാത്രക്കാരും തറയിൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം = 7.5×10^3N, താഴേക്ക്

(b) 'സ്വതന്ത്രവസ്തു': ഹെലികോപ്റ്ററും ജോലിക്കാരും യാത്രക്കാരും.

വ്യൂഹത്തിൻമേൽ വായു പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം = R, മുകളിലേക്ക് വ്യൂഹത്തിന്റെ ഭാരം = mg താഴേക്ക്

$\therefore$ R - mg = ma   R - 1300 × 10 = 1300 × 15

R = 3.25×10^4 N മുകളിലേക്ക്

മൂന്നാം ചലനനിയമമനുസരിച്ച്, ഹെലികോപ്റ്റർ വായുവിൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം (പ്രവർത്തനം)= 3.25×10^4N, താഴേക്ക്

(c) 3.25×10^4 N, മുകളിലേക്ക്

5.28 ഓരോ സെക്കന്റിലും ചുമരിൽ പതിക്കുന്ന ജലത്തിന്റെ മാസ് = $10^3 kgm^{-3} \times 10^{-2} m^2 \times 15 ms^{-1} = 150 kgs^{-1}$
ചുമര് പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം = ഓരോ സെക്കന്റിലും ജലത്തിനുണ്ടാകുന്ന ആക്കനഷ്ടം
$= 150 kgs^{-1} \times 15 ms^{-1} = 2.25 \times 10^3 N$

5.29 (a) 3mg (താഴേക്ക്) (b) 3mg (താഴേക്ക്) (c) 4mg (മുകളിലേക്ക്)

5.30 ചിറകുകളിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്ന ലംബബലം N ആണെങ്കിൽ

$N \cos\theta = mg$, $N \sin\theta = \frac{mv^2}{R}$, ഇതിൽ നിന്ന് $R = \frac{v^2}{g \tan\theta} = \frac{200\times 200}{10\times \tan 5} = 15km$ എന്നു ലഭിക്കും.

5.31 ട്രെയിനിന്റെ ചക്രങ്ങളുടെ അരികിൽ റെയിൽപ്രയോഗിക്കുന്ന പാർശ്വികമർദ്ദം (lateral thrust) ചലനത്തിനാവശ്യമായ അഭികേന്ദ്രബലം നൽകുന്നു. മൂന്നാം ചലനനിയമമനുസരിച്ച്, റെയിലിന്മേൽ ട്രെയിൻ തുല്യവും വിപരീതവുമായ ഒരു എതിർബലം പ്രയോഗിക്കുന്നുണ്ട്. ഇത് റെയിലിന്റെ തേയ്മാനത്തിനിത് കാരണമാകുന്നു.

ബാങ്കിങ്ങിന്റെ കോൺ = $\tan^{-1}\left(\frac{v^2}{Rg}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{15\times 15}{30\times 10}\right) = \simeq 37^\circ$

5.32 അയാൾ സന്തുലനാവസ്ഥയിലിരിക്കുമ്പോൾ അനുഭവപ്പെടുന്ന ബലങ്ങളെ പരിഗണിക്കുക. അയാളുടെ ഭാരം, കയറുമൂലമുള്ള ബലം, കൂടാതെ തറ പ്രയോഗിക്കുന്ന ലംബബലം.
(a) 750 N, (b) 250 N   (b) യിലെ രീതിയാണ് അയാൾ അവലംബിക്കേണ്ടത്

5.33 (a) T - 400 = 240, T = 640 N   (b) 400 - T = 160, T = 240 N
(c) T = 400 N   (c) T = 0
പ്രശ്നം (a) യിൽ കയർ മുറിഞ്ഞുപോകുന്നതായി മനസ്സിലാക്കാം.

5.34 A, B എന്നീ വസ്തുക്കളും ദൃഢമായ ഇടഭിത്തിയും തമ്മിൽ പരിപൂർണമായും സമ്പർക്കത്തിലാണെന്ന് നമുക്കു സങ്കൽപിക്കാം. അപ്പോൾ ഇടഭിത്തി പ്രയോഗിക്കുന്നതും B യിൽ അനുഭവപ്പെടുന്നതുമായ സ്വയം ക്രമീകരിക്കാൻ കഴിവുള്ള ലംബബലം (പ്രതിപ്രവർത്തനം) 200N ആണ്. ആസന്നചലനം ഇല്ലാത്തതിനാൽ ഘർഷണബലം പ്രവർത്തിക്കുന്നില്ല. A ക്കും B ക്കും ഇടയിലുള്ള പ്രവർത്തന - പ്രതിപ്രവർത്തന ബലങ്ങളും 200 N ആണ്. ഇടഭിത്തി മാറ്റിക്കഴിയുമ്പോൾ ഗതിഘർഷണം പ്രവർത്തിക്കാൻ തുടങ്ങുന്നു.
A യുടെയും B യുടെയും ത്വരണം = $|200-(150 \times 0.15)|/15 = 11.8 ms^{-2}$
A യിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്ന ഘർഷണബലം = 0.15 × 50 = 7.5N
$200 - 7.5 - F_{AB} = 5 \times 11.8$
$F_{AB} = 1.3 \times 10^2$ N; ചലനത്തിന് എതിർദിശയിൽ, $F_{BA} = 1.3 \times 10^2$ N; ചലനത്തിന്റെ ദിശയിൽ

5.35 (a) ട്രോളിക്കും കട്ടക്കും ഇടയിലുണ്ടാകാനിടയുള്ള ആപേക്ഷിക ആസന്നചലനത്തെ പ്രതിരോധിക്കാനാവശ്യമായ പരമാവധി ഘർഷണബലം = 150×0.18 = 27 N. ഇത് കട്ടക്ക് ട്രോളിയോടൊപ്പം ത്വരണം നൽകുന്നതിനാവശ്യമായ ഘർഷണബലമായ 150 × 0.5 = 7.5 N നേക്കാൾ കൂടുതലാണ്. ട്രോളി സ്ഥിരപ്രവേഗത്തോടെ സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ നിരീക്ഷകനെ (inertial) ചലിപ്പിക്കുന്നതിനാവശ്യമായ അവാസ്തവിക ബലങ്ങളൊന്നും പ്രവർത്തിക്കുന്നില്ല. ഘർഷണബലവും പ്രവർത്തിക്കുന്നില്ല.

(b) ത്വരണത്തോടു കൂടി സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു നിരീക്ഷകന് ഘർഷണബലത്തെ അതേ അളവിലുള്ള ഒരു കപട ബലം എതിർക്കുന്നതായി തോന്നും. ഈ ബലം പെട്ടി നിരീക്ഷകനെ അപേക്ഷിച്ച് സ്ഥിരമായിരിക്കാൻ പ്രേരിപ്പിക്കുന്നു. ട്രോളി ഏകമാന പ്രവേഗത്തിൽ ചലിക്കുവാൻ തുടങ്ങുമ്പോൾ ഈ കപട ബലം അപ്രത്യക്ഷമാകുകയും ചെയ്യും.

5.36 ഘർഷണം മൂലം പെട്ടിക്കു ലഭിക്കുന്ന ത്വരണം = $\mu_g = 0.15 \times 10 = 1.5 ms^{-2}$. പക്ഷേ, ട്രക്കിന്റെ ത്വരണം കൂടുതലാണ്. ട്രക്കിനെ അപേക്ഷിച്ച് പെട്ടിക്കുള്ള ത്വരണം $0.5 ms^{-2}$ ആണ്. ഇതിന്റെ ദിശ ട്രക്കിന്റെ പിൻ ഭാഗത്തേക്കാണ്. പെട്ടി ട്രക്കിൽ നിന്നു താഴെ വീഴുന്നതിനെടുക്കുന്ന സമയം = $\sqrt{\frac{2\times 5}{0.5}} = \sqrt{20}s$

ഈ സമയം കൊണ്ട് ട്രക്ക് സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം = $\frac{1}{2}\times 2\times 20 = 20m$

5.37 ഡിസ്കിനോടൊപ്പം നാണയവും പരിക്രമണം ചെയ്യുന്നതിന് ആവശ്യമായ അഭികേന്ദ്രബലം നൽകുന്നതിന് ഘർഷണബലം പര്യാപ്തമായിരിക്കണം. അതായത് $\frac{mv^2}{r} \le \mu$ mg ഇവിടെ $\omega = \frac{2\pi}{T}$ എന്നത് ഡിസ്കിന്റെ കോണീയ ആവൃത്തിയാണ്. μ, ω എന്നിവയുടെ പ്രത്യേക വിലകൾക്കനുസരിച്ച് $r \le \mu g/\omega^2$ ആയിരിക്കും. ഈ നിബന്ധന അനുസരിക്കുന്നത് സമീപത്തുള്ള നാണയമാണ് (കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് 4cm അകലെ).

5.38 ഏറ്റവും മുകളിലെ സ്ഥാനത്ത്, $N + mg = \frac{mv^2}{R}$ ഇവിടെ N എന്നത് മോട്ടോർ സൈക്കിളുകാരനിൽ അറയുടെ മേൽക്കൂര പ്രയോഗിക്കുന്ന ലംബബലമാണ് (താഴേക്കുള്ളത്). N=0 ആകുമ്പോഴുള്ള വേഗമാണ് ഏറ്റവും മുകളിലുള്ള സ്ഥാനത്ത് സാധ്യമായ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ വേഗം.

അതായത് $V_{min} = \sqrt{Rg} = \sqrt{25\times 10} = 16 ms^{-1}$.

5.39 അയാളുടെ മേൽ ഭിത്തി പ്രയോഗിക്കുന്ന N എന്ന തിരശ്ചീനബലമാണ് ആവശ്യമായ അഭികേന്ദ്രബലം നൽകുന്നത്. $N = mR\omega^2$. ഘർഷണബലം f (കുത്തനെ മുകളിലേക്കു പ്രവർത്തിക്കുന്നത്) mg എന്ന ഭാരത്തെ പ്രതിരോധിക്കുന്നു. വീപ്പയുടെ ചുവട് മാറ്റികഴിഞ്ഞാലും അയാൾ ചുമരിൽ പറ്റിച്ചേർന്നു നിൽക്കണമെങ്കിൽ $mg = f < \mu N$ ആയിരിക്കണം. അതായത് $mg < mR\omega^2$

വീപ്പയുടെ ഭ്രമണത്തിനാവശ്യമായ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ കോണീയ വേഗം $\omega_{min} = \sqrt{g/\mu R} = 5 s^{-1}$.

5.40 കമ്പിയുടെ കേന്ദ്രവുമായി ബന്ധിച്ചിരിക്കുന്ന ആരസദിശം കുത്തനെ താഴേക്കുള്ള ദിശയുമായി θ കോണളവിൽ വരുമ്പോഴുള്ള മുത്തിന്റെ സ്വതന്ത്രബലചിത്രം പരിഗണിക്കുക.

നമുക്ക് $mg = N\cos\theta$

$mR \sin\theta\, \omega^2 = N \sin\theta$ എന്നിങ്ങനെ അറിയാം. ഈ സമവാക്യങ്ങളിൽനിന്ന് $\cos\theta = g/R\omega^2$ എന്നു ലഭിക്കും.

$\cos\theta \le 1$ ആകയാൽ മുത്ത് ഏറ്റവും താഴ്ന്ന സ്ഥാനത്തുതന്നെ നിലനിൽക്കണമെങ്കിൽ $\omega \le \sqrt{\frac{g}{R}}$ ആയിരിക്കണം.

$\omega = \sqrt{\frac{2g}{R}}$ ആകുമ്പോൾ $\cos\theta = \frac{1}{2}$ അതായത് $\theta = 60°$

അധ്യായം 6

6.1 (a) +ve (b) –ve (c) –ve (d) + ve
(e) – ve

6.2 (a) 882 J ; (b) –247 J; (c) 635 J ; (d) 635 J;

സഫലബലം ഒരു വസ്തുവിൽ ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി അതിന്റെ ഗതികോർജ വ്യത്യാസത്തിന് തുല്യമാണ്.

6.3 (a) $x > a$; 0 (c) $x < a$, $x > b$; $-V_1$

(b) $-\infty < x < \infty$; V_1 (d) $-b/2 < x < -a/2$, $a/2 < x < b/2$; $-V_1$

6.5 (a) റോക്കറ്റ് (b) ഒരു സംരക്ഷിതബലം ഒരു പാതയിൽ ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി സ്ഥിതികോർജ വ്യത്യാസത്തിന്റെ നെഗറ്റീവിന് തുല്യമാണ്. ഒരു പരിക്രമണത്തിൽ സ്ഥിതികോർജ വ്യത്യാസമില്ല. (c) ഗതികോർജം കൂടുന്നു. എന്നാൽ സ്ഥിതികോർജം കുറയുന്നു. (d) 2-ാമത്തെ പ്രശ്നത്തിൽ

6.6 (a) കുറയുന്നു (b) ഗതികോർജം (c) ബാഹ്യബലം (d) ആകെ രേഖീയ ആക്കവും ആകെ ഊർജവും (2 വസ്തുക്കളടങ്ങിയ വ്യൂഹം ഒറ്റപ്പെട്ടതാണെങ്കിൽ)

6.7 (a) F ; (b) F ; (c) F ; (d) F (മിക്കപ്പോഴും ശരിയാണ്. എന്നാൽ എല്ലായ്പ്പോഴും അല്ല എന്തുകൊണ്ട്?)

6.8 (a) ഇല്ല

(b) അതെ

(c) ഒരു ഇലാസ്തികതയില്ലാത്ത കൂട്ടിമുട്ടലിൽ രേഖീയ ആക്കം സംരക്ഷിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

(d) ഇലാസ്തികം

6.9 (b) t

6.10 (c) $t^{3/2}$

6.11 12 J

6.12 ഇലക്ട്രോണിന് വേഗം കൂടുതലാണ്. $v_e / v_p = 13.5$

6.13 ഓരോ പകുതിയിലും 0.082 J ; – 0.163 J

6.14 അതെ, (തന്മാത്ര+ഭിത്തി) വ്യൂഹത്തിന്റെ ആക്കം സംരക്ഷിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. തുടക്കത്തിൽ ചുമര് നിശ്ചലമാണെന്ന് സങ്കൽപിക്കാം. അപ്പോൾ ചുമരിനു ലഭിക്കുന്ന പിൻവാങ്ങൽ ആക്കം, ചുമരിന്റെയും പുറത്തേക്കുപോകുന്ന തന്മാത്രയുടെയും ആകെ ആക്കം അകത്തേക്കു വരുന്ന തന്മാത്രയുടെ ആക്കത്തിനു തുല്യമാകുന്ന വിധത്തിലായിരിക്കും. എന്നിരുന്നാലും ചുമരിന്റെ മാസ് വലുതായതിനാൽ ചുമരിന് പിൻവാങ്ങൽ ആക്കം മൂലം ലഭിക്കുന്ന പ്രവേഗം വളരെ ചെറുതാണ്. ഗതികോർജം സംരക്ഷിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നതിനാൽ കൂട്ടിമുട്ടൽ ഇലാസ്തികമാണ്.

6.15 43.6 kW

6.16 (b)

6.17 മുഴുവൻ ആക്കവും അത് മേശപ്പുറത്തിരിക്കുന്ന പന്തിലേക്കു കൈമാറ്റം ചെയ്യുന്നതിനാൽ അൽപം പോലും ഉയരുന്നില്ല.

6.18 $5.3 \ \mathrm{m\ s^{-1}}$

6.19 $27 \ \mathrm{km\ h^{-1}}$ (വേഗത്തിനു മാറ്റമില്ല)

6.20 50 J

6.21 (a) $m = \rho A v t$ (b) $K = \rho A v^3 t / 2$ (c) $P - 4.5$ kW

6.22 (a) 49,000 J (b) 6.45×10^{-3} kg

6.23 (a) 200 $\mathrm{m^2}$ (b) ഒരു വലിയ വീടിന്റെ 14m × 14m അളവിലുള്ള മേൽക്കൂരയുമായി താരതമ്യം ചെയ്യാവുന്നതാണ്.

6.24 21.2 cm, 28.5 J

6.25 ഇല്ല. കുത്തനെയുള്ള പ്രതലത്തിലിരിക്കുന്ന കല്ല് ആദ്യം താഴെയെത്തുന്നു; അതെ, അവ രണ്ടും v എന്ന ഒരേ വേഗത്തിൽ താഴെയെത്തുന്നു [കാരണം $mgh = (1/2)\, m\, v^2$]

$v_B = v_C = 14.1 \ \mathrm{m\ s^{1}}$, $t_B - 2\sqrt{2}$ s , $t_C - 2\sqrt{2}$ s

6.26 0.125

6.27 രണ്ടു പ്രശ്നത്തിലും 8.82 J

6.28 തുടക്കത്തിൽ കുട്ടി ട്രോളിക്ക് ഒരു ആവേഗം നൽകുന്നു. തുടർന്ന് ട്രോളിയുടെ പുതിയ പ്രവേഗത്തെ അപേക്ഷിച്ച് $4 \ \mathrm{m\ s}^{1}$ എന്ന സ്ഥിരമായ ആപേക്ഷിക പ്രവേഗത്തോടെ ഓടുന്നു. പുറത്തു നിൽക്കുന്ന ഒരു നിരീക്ഷകനിൽ ആക്കസംരക്ഷണനിയമം ആരോപിക്കുക. $10.36 \ \mathrm{m\ s}^{1}$, 25.9 m.

6.29 (V) ഒഴികെ മറ്റുള്ളവയെല്ലാം അസാധ്യമാണ്.

അധ്യായം 7

7.1 ഓരോന്നിന്റെയും ജാമിതീയകേന്ദ്രം. ഇല്ല. വലയം, പൊള്ളയായ ഗോളം, പൊള്ളയായ സിലിണ്ടർ, പൊള്ളയായ ക്യൂബ് ഇവയിലേതുപോലെ ദ്രവ്യമാനകേന്ദ്രം വസ്തുവിന് പുറത്താണ് സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നത്.

7.2 H, C1ന്യൂക്ലിയസ്സുകളെ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന രേഖയിൽ അഗ്രത്തുനിന്നും 1.24 Å ദൂരത്തായി സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു.

7.3 വ്യൂഹത്തിൽ ബാഹ്യബലം പ്രവർത്തിക്കുന്നില്ല. അതിനാൽ ദ്രവ്യമാനകേന്ദ്രത്തിന്റെ (ട്രോളിയും കുട്ടിയും ചേർന്നത്) വേഗം മാറ്റമില്ലാതെ തുടരും (v ക്ക് തുല്യമായിരിക്കും) ട്രോളിയുടെ പുറത്തുകൂടി ഓടുമ്പോൾ പ്രവർത്തിക്കുന്ന ബലങ്ങൾ ഈ വ്യൂഹത്തെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം ആന്തരിക ബലങ്ങളാണ്.

7.6 $l_z \quad xp_y - yp_x,\ l_x \quad yp_z - zp_y,\ l_y \quad zp_x - xp_z$

7.8 72 cm

7.9 മുൻഭാഗത്തെ ഓരോ ചക്രത്തിലും 3675 N. പിൻഭാഗത്തെ ഓരോ ചക്രത്തിലും 5145 N.

7.10 (a) 7/5 $\mathrm{MR^2}$ (b) 3/2 $\mathrm{MR^2}$

7.11 ഗോളം

7.12 ഗതികോർജം = 3125 J;

കോണീയ ആക്കം = 62.5 J s

7.13 (a) 100 rev/min (കോണീയ ആക്കസംരക്ഷണം ഉപയോഗിക്കുക).

(b) പരിക്രമണചലനത്തിലെ ആദ്യ ഗതികോർജത്തിന്റെ 2.5 മടങ്ങാണ് പുതിയ ഗതികോർജം. കുട്ടി തന്റെ ആന്തരിക ഊർജം പരിക്രമണ ഗതികോർജം വർദ്ധിപ്പിക്കുന്നതിനായി ഉപയോഗിക്കുന്നു.

7.14 $25\ s^{2}$; $10\ m\ s^{2}$

7.15 36 kW

7.16 മുറിച്ചുമാറ്റിയ ഭാഗത്തിന്റെ എതിർവശത്തായി യഥാർത്ഥ വൃത്തതകിടിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും R/6 അകലത്തിൽ.

7.17 66.0 g

7.18 (a) അതെ; (b) അതെ, (c) ചരിവുകുറവുള്ള തലം (Ea α $\sin\theta$)

7.19 4J

7.20 6.75×10^{12} rad s^{1}

7.21 (a) 3.8 m (b) 3.0 s

7.22 വലിവുബലം = 98 N, N_B = 245 N, N_C = 147 N.

7.23 (a) 59 rev/min, (b) ഇല്ല. ഗതികോർജം വർധിപ്പിക്കുന്നു. അയാൾ ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തിമൂലമാണ് ഗതികോർജം വർധിക്കുന്നത്

7.24 0.625 rad s^{-1}

7.27 (a) കോണീയ ആക്ക സംരക്ഷണമനുസരിച്ച് പൊതുവായ കോണീയ ആക്കം

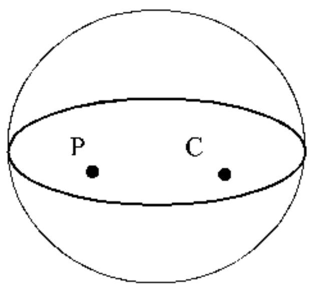
$\omega = (I_1\,\omega_1 + I_2\,\omega_2) / (I_1 + I_2)$

(b) രണ്ടു തകിടുകൾക്കും പൊതുവായ കോണീയ വേഗം ω ലഭിക്കുന്ന തരത്തിൽ പരസ്പരമുള്ള ഘർഷണ സമ്പർക്കംമൂലം ഊർജം നഷ്ടപ്പെടുന്നത് മൂലമാണിതു സംഭവിക്കുന്നത്. ഘർഷണ ടോർക്കുകൾ വ്യൂഹത്തിനെ സംബന്ധിച്ച് ആന്തരടോർക്കുകൾ ആയതിനാൽ കോണീയ ആക്കത്തിന് മാറ്റമുണ്ടാകുന്നില്ല.

7.28 A യുടെ പ്രവേഗം $\omega_0 R$ ഇത് അമ്പടയാളത്തിന്റെ അതേ ദിശയിലാണ്;

B യുടെ പ്രവേഗം $\omega_0 R$ ഇത് അമ്പടയാളത്തിന്റെ വിപരീത ദിശയിലാണ്

C യുടെ പ്രവേഗം $\omega_0 R/2$. ഇത് അമ്പടയാളത്തിന്റെ അതേദിശയിലാണ്. ഘർഷണമില്ലാത്ത ഒരു പ്രതലത്തിൽ വൃത്തതകിടിന് ഉരുളൽചലനം സാധ്യമല്ല.



7.29 (a) B യിലെ ഘർഷണബലം B യുടെ പ്രവേഗത്തെ പ്രതിരോധിക്കുന്നു. അതിനാൽ ഘർഷണബലം അമ്പടയാളത്തിന്റെ അതേ ദിശയിലാണ്. ഘർഷണടോർക്ക് എപ്പോഴും കോണീയചലനത്തെ എതിർക്കുന്നു. ω_o യും τ യും പേപ്പറിന്റെ തലത്തിന് ലംബമായി പ്രവർത്തിക്കുന്നു. ω_o തലത്തിന് ഉള്ളിലേക്കും τ തലത്തിന് പുറത്തേക്കും.

(b) B എന്ന സമ്പർക്കബിന്ദുവിന്റെ പ്രവേഗത്തെ ഘർഷണബലം കുറക്കുന്നു. ഈ പ്രവേഗം പൂജ്യമാകുമ്പോഴാണ് പൂർണമായ ഉരുളൽ ചലനം സാധ്യമാകുന്നത്. ഇപ്രകാരം സംഭവിക്കുമ്പോൾ ഘർഷണബലം അപ്രത്യക്ഷമാകുന്നു.

7.30 ആദ്യപ്രവേഗമായ പൂജ്യത്തിൽ നിന്നും ദ്രവ്യമാനകേന്ദ്രത്തിന് ത്വരണം സംഭവിക്കാൻ ഘർഷണബലം കാരണമാകുന്നു. ആദ്യ കോണീയ വേഗമായ ω_oയിൽ നിന്നും മന്ദീകരണം സംഭവിക്കാൻ ഘർഷണബലം കാരണമാകുന്നു. ചലനസമവാക്യങ്ങളെ താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന വിധം രൂപീകരിക്കാം.

$\mu_k m g = m a$

$\mu_k m g R = -I\alpha$. ഇതിൽ നിന്നും

$v = \mu_k g t$, $\omega = \omega_o - \mu_k m g R t / I$

എന്നു ലഭിക്കും

ഉരുളൽ ചലനത്തിൽ നിന്നും

$v = R\,\omega$

വലയത്തിന് $I = m R^2$

ഉരുളൽചലനം $t = \omega_o R/2\,\mu_k g$ ആകുമ്പോൾ ആരംഭിക്കുന്നു

വൃത്തതകിടിന് $I = ½\, m R^2$

തകിടിന്റെ ഉരുളൽ ചലനം $t = R\,\omega_o/3\,\mu_k g$ യിൽ ആരംഭിക്കുന്നു

അതായത് ഇവ തുല്യമാണെങ്കിൽ പോലും വൃത്തതകിട് വലയത്തേക്കാൾ മുൻപേ ഉരുളൽ ചലനം ആരംഭിക്കുന്നു.

$R = 10$ cm

$\omega_o = 10\,\pi$ rad s^{-1}, $\mu_k = 0.2$ ഈ വിലകൾ ഉപയോഗിച്ച് യഥാർത്ഥ സമയങ്ങൾ കണക്കാക്കാൻ സാധിക്കും.

7.31 (a) 16.4 N

(b) Zero

(c) ഏകദേശം 37°

അധ്യായം 8

8.1 (a) ഇല്ല

(b) കഴിയും, ബഹിരാകാശവാഹനം അദ്ദേഹത്തെ സംബന്ധിച്ച് വളരെ വലുതാണെങ്കിൽ g യിലെ വ്യത്യാസം തിരിച്ചറിയാനാകും.

(c) അകലത്തിന്റെ വിപരീതവർഗത്തിന് ആനുപാതികമായ ബലത്തിൽനിന്ന് വ്യത്യസ്തമായി വേലിയേറ്റ സ്വാധീനങ്ങൾ അകലത്തിന്റെ വിപരീത ക്യൂബിന് ആനുപാതികമാണ്.

8.2 (a) കുറയുന്നു; (b) കുറയുന്നു; (c) വസ്തുവിന്റെ മാസ്; (d) കൂടുതൽ

8.3 0.63 ഭാഗം കുറഞ്ഞതായിരിക്കും.

8.5 3.54×10^8 വർഷം

8.6 (a) ഗതികോർജം, (b) കുറവാണ്

8.7 (d) വസ്തു വിക്ഷേപിക്കപ്പെട്ട സ്ഥലത്തിന്റെ സമുദ്രനിരപ്പിൽനിന്നുള്ള ഉയരം

പലായനപ്രവേഗം വസ്തുവിന്റെ മാസിനെയോ വിക്ഷേപണദിശയെയോ ആശ്രയിക്കുന്നില്ല. അത് വസ്തുവിനെ വിക്ഷേപിച്ച സ്ഥലത്തെ ഗുരുത്വ പൊട്ടൻഷ്യലുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. പൊട്ടൻഷ്യൽ ആ സ്ഥാനത്തെ അക്ഷാംശവുമായും സമുദ്രനിരപ്പിൽനിന്നുള്ള ഉയരവുമായും (നേരിയ തോതിൽ) ബന്ധപ്പെട്ടു കിടക്കുന്നതിനാൽ, പലായനപ്രവേഗം (വേഗം) ഈ ഘടകങ്ങളുമായി (നേരിയ തോതിൽ) ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

8.8 കോണീയ സംവേഗവും ആകെ ഊർജവും ഒഴികെ മറ്റു ഭൗതിക അളവുകളെല്ലാം ഒരു പരിക്രമണ പാതയിൽ മാറുന്നുണ്ട്.

8.9 (b), (c), (d) എന്നിവ

8.10,11 ഈ രണ്ടു പ്രശ്നങ്ങളിലും അർധഗോളത്തെ പൂർണവൃത്തമാക്കി മാറ്റുക. P യിലും C യിലും പൊട്ടൻഷ്യൽ ഒരു സ്ഥിരമായതിനാൽ തീവ്രത പൂജ്യമായിരിക്കും. അതിനാൽ, ഈ അർധഗോളത്തെ സംബന്ധിച്ച്, (c) യും (c) യും ആണ് ശരിയായവ.

8.12 2.6×10^8 m

8.13 2.0×10^{30} kg

8.14 1.43×10^{12} m

8.15 28 N

8.16 125 N

8.17 ഭൂമിയുടെ കേന്ദ്രത്തിൽനിന്ന് 8.0×10^6 m

8.18 31.7 km/s

8.19 5.9×10^9 J

8.20 2.6×10^6 m/s

8.21 0, 2.7×10^{-8} J/kg; മധ്യബിന്ദുവിൽ വച്ച ഒരു വസ്തു അസ്ഥിര സന്തുലനാവസ്ഥയിലായിരിക്കും.

8.22 -9.4×10^6 J/kg

8.23 $GM/R^2 = 2.3 \times 10^{12}\ m\ s^{-2}$, $\omega^2 R = 1.1 \times 10^6\ ms^{-2}$; ഇവിടെ, ω എന്നത് ഭ്രമണത്തിന്റെ കോണീയ വേഗമാണ്. നക്ഷത്രത്തിന്റെ ഭ്രമണഅവലംബകത്തിൽ, അതിന്റെ മധ്യരേഖാപ്രദേശത്തെ പുറത്തേക്കുള്ള അപകേന്ദ്രബലത്തേക്കാൾ വളരെ കൂടുതലാണ് അകത്തേക്കുള്ള ബലം. ആ വസ്തു അവിടെ ഒട്ടിനിൽക്കുന്നു. (അപകേന്ദ്രബലം കാരണം പറന്നു പോകുന്നില്ല). ഭ്രമണത്തിന്റെ കോണീയവേഗം 2000 മടങ്ങു വർധിച്ചാൽ, ആ വസ്തു പറന്നുപോയിരിക്കുമെന്ന് മനസ്സിലാക്കുമല്ലോ.

8.24 3×10^{11} J

8.25 495km

****