ଚତୁର୍ଥ ଅଧ୍ୟାୟ

ଘାତାଙ୍କ ଓ ଘାତରାଶି

4.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ଘାତରାଶି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ବେଶ୍ କିଛି ଶିଖିଛୁ । କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ବା ରାଶିକୁ ଆଧାର ଓ ଘାତାଙ୍କ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ ତାକୁ **ଘାତ ରାଶି** କୁହାଯାଏ ।

ଯଥା : $32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$

ଏଠାରେ 32 କୁ 2^5 ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରାଗଲା, ଯେଉଁଠାରେ ଆଧାର 2 ଏବଂ ଘାତାଙ୍କ 5 ।

ଆମେ କହୁ 32 ହେଉଛି '2' ର ପଞ୍ଚମ ଘାତ ।

ସଂଖ୍ୟା : 32
ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପ : 2^5
2^5 ଏକ ଘାତରାଶି

ଉତ୍ତର ଲେଖ –

- 16, 2 ଆଧାରର କେଉଁ ଘାତ ?
- 3 ଆଧାରର ଚତୁର୍ଥ ଘାତ କେତେ ?
- 125, କେଉଁ ଆଧାରର ତୃତୀୟ ଘାତ ?
- 216 କୁ କେଉଁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତ ରାଶି ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରି ହେବ ?

4.2 ଘାତରାଶି

ପୃଥିବୀର ବସ୍ତୁତ୍ୱ କେତେ ତୁମେ କହିପାରିବ କି ?

ଏହା ହେଉଛି ପ୍ରାୟ 5,970,000,000,000,000,000,000,000 କି.ଗ୍ରା. । ଏହାକୁ ପଢ଼ିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

ସେହିପରି ୟୁରେନ୍ସର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ହେଉଛି ପ୍ରାୟ 86,800,000,000,000,000,000,000,000 କି.ଗ୍ରା. ।

ଏବେ କହ, ୟୁରେନ୍ସ ଓ ପୃଥିବୀ ମଧ୍ୟରୁ କାହାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଅଧିକ ?

ଏହିପରି ବହୁତ ବଡ଼ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକୁ ପଢ଼ିବା, ବୁଝିବା ତଥା ତୁଳନା କରିବା କଷ୍ଟକର । ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ପଢ଼ିବା, ବୁଝିବା ଓ ତୁଳନା କରିବା ପାଇଁ ଆମେ ଘାତରାଶି ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ । ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଆମେ ଆଧାର ଓ ଘାତ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରିଥାଉ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, $100000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$

ଏଠାରେ '10' ଆଧାର ଏବଂ '5' ଏହାର ଘାତାଙ୍କ ।

100000 ର ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପ ହେଉଛି 10^5 ।

ସେହିପରି 1000 ର ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପ ହେବ 10^3 ।

କାରଣ $1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$

ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସମାନ ସମାନ ଉତ୍ପାଦକମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିହେବ, ସେହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରି ହେବ ।

ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିସ୍ତାରିତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଲେଖିବା ପ୍ରଣାଳୀ ଆମେ ଜାଣିଛୁ ।

ଯଥା : $23574 = 2 \times 10000 + 3 \times 1000 + 5 \times 100 + 7 \times 10 + 4 \times 1$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ବିସ୍ତାରିତ ରୂପକୁ ନିମ୍ନ ମତେ ଲେଖିପାରିବା ।

$23574 = 2 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 4 \times 1$

ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର 10000, 1000, 100, 10 କୁ ଯଥାକ୍ରମେ 10^4, 10^3, 10^2, 10^1 ଭଳି ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ଲେଖାଯାଇଛି ।

ତୁମେ ସେହିପରି 135724 ଓ 2164593 କୁ ବିସ୍ତାରିତ ରୂପେ ଲେଖ ।
ତୁମେ ଲେଖିଥିବା ବିସ୍ତାରିତ ରୂପକୁ 10 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ଯେପରି କେତେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ କେବଳ 10 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ (ଯେପରି $1000=10^3$), ସେହିପରି କେତେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନ୍ୟ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିରେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ ।

ଯଥା : $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

$64 = 4 \times 4 \times 4 = 4^3$, ଅଥବା $64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ନିମ୍ନ ସାରଣୀର ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

ସଂଖ୍ୟା	ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପ	ଆଧାର	ଘାତାଙ୍କ
125		5	
128			7
243			3
256		4	
216			3

ଉପରୋକ୍ତ ଆଲୋଚନାରେ ଆମେ ଉଭୟ ଆଧାର ଓ ଘାତାଙ୍କ ପ୍ରତ୍ୟେକଙ୍କୁ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଭାବେ ନେଇଛୁ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଆଧାର ଏବଂ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଘାତାଙ୍କ ରୂପେ ନେଇ କେତେକ ସଂଖ୍ୟାର ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପ ସ୍ଥିର କରିବା ।

ଜାଣିଛ କି ?
25 କୁ 25^1 ରୂପେ ଲେଖିବା, 25^1 କୁ 25 ର ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପ ବୋଲି ନ କହିବା ଭଲ ।

$-8 = (-2) \times 4(-2\ ) \times (-2) \times (-2) = (-2)^3$,

ସେହିପରି, $81 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = (-3)^4$,

$25 = (-5) \times (-5) = (-5)^2$

କହିଲ ଦେଖି :

81କୁ ଯେପରି $(-3)^4$ ଓ $(+3)^4$ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରୁଛି । ସେହିପରି (-8) କୁ (-2) ଓ $+2$ ଉଭୟ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତ ରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କରିହେବ କି ? କାରଣ ଲେଖ ।

ଉଦାହରଣ - 1

2^3 ଓ 3^2 ଘାତ ରାଶି ମଧ୍ୟରେ କେଉଁଟି ବଡ଼ ?

ସମାଧାନ :

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

$3^2 = 3 \times 3 = 9$

8 ଠାରୁ 9 ବଡ଼ । ଏଣୁ 2^3 ଠାରୁ 3^2 ବଡ଼ ।

ଉଦାହରଣ - 2

ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର । କେଉଁ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆଧାରଟି ଏକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ?

(କ) 10000 (ଖ) 625 (ଗ) 729

ସମାଧାନ :

(କ) $10000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$

(ଖ) $625 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$

(ଗ) $729 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6$

625 ଓ 729 କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆଧାର ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ।

5	625
5	125
5	25
	5

3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
	3

ଉଦାହରଣ - 3

ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଋଣାତ୍ମକ ଆଧାରର ଘାତ ରୂପରେ ଲେଖ ।

(କ) -27 (ଖ) -32

ସମାଧାନ :

(କ) $-27 = (-3) \times (-3) \times (-3) = (-3)^3$

(ଖ) $-32 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^5$

ଉଦାହରଣ - 4

ନିମ୍ନ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରାଶିଗୁଡ଼ିକୁ ବିସ୍ତାରିତ ରୂପରେ ଲେଖ ।

(କ) a^4 (ଖ) b^5 (ଗ) $(ab)^3$

ସମାଧାନ :

(କ) $a^4 = a \times a \times a \times a$

(ଖ) $b^5 = b \times b \times b \times b \times b$

(ଗ) $(ab)^3 = ab \times ab \times ab$

$= a \times b \times a \times b \times a \times b = a \times a \times a \times b \times b \times b$

ଉଦାହରଣ - 5

ନିମ୍ନ ଘାତ ରାଶିଗୁଡ଼ିକର ମାନ ସ୍ଥିର କର।

$(1)^5$, $(-1)^3$, $(-1)^6$, $(-10)^3$, $(-2)^3$

ସମାଧାନ :

$$(1)^5 = 1\times1\times1\times1\times1 = 1$$
$$(-1)^3 = (-1)\times(-1)\times(-1) = 1\times(-1) = -1$$
$$(-1)^6 = (-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1) = 1\times1\times1 = 1$$
$$(-10)^3 = (-10)\times(-10)\times(-10) = 100\times(-10) = -1000$$
$$(-2)^3 = (-2)\times(-2)\times(-2) = (+4)\times(-2) = -8$$

କହିଲ ଦେଖି :

$(1)^{10}$ ଓ $(1)^8$ ମଧ୍ୟରେ ବଡ଼ କେଉଁଟି ?

$(-1)^5$ ଓ $(-1)^{11}$ ମଧ୍ୟରେ ସାନ କେଉଁଟି ?

ଋଣାତ୍ମକ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଘାତରାଶିର ଘାତାଙ୍କ ଯୁଗ୍ମସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, ଘାତରାଶିଟି ଧନାତ୍ମକ ହୁଏ।

ସେହିପରି, ଋଣାତ୍ମକ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଘାତରାଶିର ଘାତାଙ୍କ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, ଘାତରାଶିଟି କି ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ।

ଉଦାହରଣ - 6

ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ଘାତ ରାଶିମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର।

(କ) 500 (ଖ) 392

ସମାଧାନ :

(କ) $500 = 2\times2\times5\times5\times5 = 2^2\times5^3$

(ଖ) $392 = 2\times2\times2\times7\times7 = 2^3\times7^2$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 500 \\ \hline 2 & 250 \\ \hline 5 & 125 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r|r} 2 & 392 \\ \hline 2 & 196 \\ \hline 2 & 98 \\ \hline 7 & 49 \\ \hline & 7 \end{array}$$

ଜାଣିଛ କି ?

(-1) ର ଘାତ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ ଘାତରାଶିର ମାନ -1 ହେବ, (-1) ର ଘାତ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ ଘାତ ରାଶିର ମାନ 1 ହେବ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 4.1

1. ନିମ୍ନ ଘାତ ରାଶିମାନଙ୍କର ମାନ ସ୍ଥିର କର।

   (କ) 2^6 (ଖ) 9^3 (ଗ) 10^4 (ଘ) 5^4

2. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର। ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆଧାର ଓ ଘାତାଙ୍କକୁ ଚିହ୍ନାଅ।

   (କ) 512 (ଖ) 343 (ଗ) 729 (ଘ) 625

3. ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$

(ଖ) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

(ଗ) $p \times p \times p$

(ଘ) $a \times a \times a \times a \times a$

(ଙ) $r \times r \times r \times r \times r \times r$

4. ଦିଆଯାଇଥିବା ଘାତ ରାଶି ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ କିଏ ବଡ଼ ସ୍ଥିର କର ।

(କ) 4^3 ଓ 3^4

(ଖ) 5^3 ଓ 3^5

(ଗ) 2^8 ଓ 8^2

(ଘ) 2^{10} ଓ 10^2

କହିଲ ଦେଖି :
0^5 ଓ 0^{13} ମଧ୍ୟରେ ବଡ଼ କିଏ କହିପାରିବ କି ?

5. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଘାତ ରାଶିର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) 648 (ଖ) 432 (ଗ) 3600

6. ସରଳ କର ।

(କ) 2×10^3 (ଖ) $7^2 \times 2^2$

(ଗ) $2^3 \times 5^2$ (ଘ) $3^2 \times 4^3$

(ଙ) $3^2 \times 2^3 \times 5^2$ (ଚ) $5^2 \times 3^2 \times 2^2$

7. ସରଳ କର ।

(କ) $(-4)^3$ (ଖ) $(-2)^3 \times (-3)^2$

(ଗ) $(-3)^2 \times 2^4$ (ଘ) $(-2)^3 \times (-10)^3$

4.3. ଘାତାଙ୍କୀୟ ନିୟମ :

4.3.1. ସମ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶି ମାନଙ୍କର ଗୁଣନ

ଉଦାହରଣ - 1

ଆସ, $2^2 \times 2^3$ କୁ ଗୋଟିଏ ଘାତରାଶି ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

$2^2 \times 2^3$

$= (2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 2^{2+3}$

ଯେହେତୁ 5 କୁ (2+3) ରୂପେ ଲେଖାଯାଇପାରେ ।

ଦୁଇଟି 2 ଓ ତିନୋଟି 2 ର ଗୁଣନ ହେଉଛି ପାଞ୍ଚଟି 2 ର ଗୁଣନ । 2^2 ଓ 2^3 ସମ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ହେତୁ $2^2 \times 2^3 = 2^{2+3}$ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ - 2

ସେହିପରି $(3)^4 \times (3)^3 = \{(3) \times (3) \times (3) \times (3)\} \times \{(3) \times (3) \times (3)\}$

$= (3) \times (3) \times (3) \times (3) \times (3) \times (3) \times (3) = (3)^7 = (3)^{4+3}$

ଏଣୁ $(3)^4 \times (3)^3 = (3)^{4+3}$

ଉଦାହରଣ - 3

$a^2 \times a^6 = (a \times a) \times (a \times a \times a \times a \times a \times a)$

$= a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a = a^8$

ଏଣୁ $a^2 \times a^6 = a^{2+6}$

ଆମେ ପାଇଥିବା ଗୁଣଫଳକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଲେଖିବା ।

ଉଦାହରଣ	ପ୍ରଥମ ଘାତରାଶି	ଦ୍ୱିତୀୟ ଘାତରାଶି	ଘାତରାଶି ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ
1	2^2	2^3	2^5
2	3^4	3^3	3^7
3	a^2	a^6	a^8

ଉପର ସାରଣୀରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

ଆମେ ନିମ୍ନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେବା ।

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

ଏଠାରେ a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m ଓ n ପ୍ରତ୍ୟେକେ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ।

1. ନିଜେ ପରୀକ୍ଷା କରି ସତ୍ୟତା ପ୍ରତିପାଦନ କର ।

   (କ) $3^2 \times 3^3 = 3^5$ (ଖ) $4^2 \times 4^2 = 4^4$

2. ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ଗୋଟିଏ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

   (କ) $2^3 \times 2^5$ (ଖ) $p^3 \times p^4$ (ଗ) $5^2 \times 5^3$

ଆସ, ସମ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ତିନୋଟି ଘାତ ରାଶିର ଗୁଣନ କରିବା ।

$5^2 \times 5^3 \times 5^4 = (5^2 \times 5^3) \times 5^4$ (ଗୁଣନର ସହଯୋଗୀ ନିୟମ)

$= 5^{2+3} \times 5^4$ (ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$= 5^{2+3+4}$ (ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$= 5^9$

କହିଲ ଦେଖି : $2^3 \times 3^2$ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାବେଳେ ତୁମେ ଘାତାଙ୍କକୁ ଯୋଗ କରିପାରିବ କି ? କାରଣ କହ ।

ସେହିପରି, $a^m \times a^n \times a^p = (a^m \times a^n) \times a^p$ (ଗୁଣନର ସହଯୋଗୀ ନିୟମ)

$= a^{m+n} \times a^p$ (ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$= a^{m+n+p}$ (ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$$a^m \times a^n \times a^p = a^{m+n+p}$$
ଯେଉଁଠି a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m, n ଓ p ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଗଣ
ନ ସଂଖ୍ୟା

4.3.2 ସମ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତ ରାଶି ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଭାଗକ୍ରିୟା

ଏବେ ସମ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ଘାତରାଶି ମଧ୍ୟରେ ଭାଗ କରିବା, ଯେଉଁଠି ଭାଜ୍ୟର ଘାତାଙ୍କ ଭାଜକର ଘାତାଙ୍କଠାରୁ ବଡ଼

ପ୍ରଥମ ଉଦାହରଣ : $3^5 \div 3^3$ କୁ ସରଳ କରିବା ।

$$3^5 \div 3^3 = \frac{3^5}{3^3} = \frac{3\times3\times3\times3\times3}{3\times3\times3} = 3^2 = 3^{5-3} \quad (\text{ଯେହେତୁ } 2 = 5-3)$$

$$\therefore 3^5 \div 3^3 = 3^{5-3}$$

ଦ୍ୱିତୀୟ ଉଦାହରଣ : $5^4 \div 5^2 = \frac{5^4}{5^2} = \frac{5\times5\times5\times5}{5\times5} = 5^2 = 5^{4-2}$

$$\therefore 5^4 \div 5^2 = 5^{4-2}$$

ତୃତୀୟ ଉଦାହରଣ : a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ $a^7 \div a^4$ କେତେ ସ୍ଥିର କରିବା ।

$$\frac{a^7}{a^4} = \frac{a\times a\times a\times a\times a\times a\times a}{a\times a\times a\times a} = a^3 = a^{7-4}$$

ଏଣୁ $\frac{a^7}{a^4} = a^{7-4}$

ଆସ, ଉପରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଥିବା ତିନୋଟି ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା ।

ପ୍ରଥମ ଉଦାହରଣ : $3^5 \div 3^3 = 3^{5-3}$

ଦ୍ୱିତୀୟ ଉଦାହରଣ : $5^4 \div 5^2 = 5^{4-2}$

ତୃତୀୟ ଉଦାହରଣ : $a^7 \div a^4 = a^{7-4}$

ଉପରୋକ୍ତ ଉଦାହରଣ ତିନୋଟିରେ ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉଦାହରଣରେ–

- ଭାଜ୍ୟ ଓ ଭାଜକ ଉଭୟର ଆଧାର ସମାନ । ଭାଗଫଳର ଆଧାର ମଧ୍ୟ ଭାଜ୍ୟ ବା ଭାଜକର ଆଧାର ସଙ୍ଗେ ସମାନ ।
- ଭାଗଫଳର ଘାତାଙ୍କ ପାଇବା ପାଇଁ ନିଆଯାଇଥିବା ଭାଜ୍ୟର ଘାତାଙ୍କରୁ ଭାଜକର ଘାତାଙ୍କକୁ ବିୟୋଗ କରାଯାଇଛି । ସାଧାରଣ ଭାବେ ଏହାକୁ ଆମେ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା ।

a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m ଓ n ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା (ଯେଉଁଠି $m > n$) ହେଲେ $a^m \div a^n = a^{m-n}$

ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ଏକ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) $2^9 \div 2^3$

(ଖ) $10^5 \div 10^3$

(ଗ) $9^{11} \div 9^7$

(ଘ) $20^{15} \div 20^7$

କହିଲ ଦେଖି :
ଏହି ନିୟମର ସାହାଯ୍ୟ ନେଇ 4^5 କୁ 2^5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକରି ପାରିବା କି ? (ସୂଚନା : ପ୍ରଥମେ 4^5 କୁ 2 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିରେ ପରିଣତ କର)

4.3.3 ଏକ ଘାତ ରାଶିର ଘାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ

(i) $\left(2^{3}\right)^{2}$ କୁ ଏକ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

$\left(2^{3}\right)^{2} = 2^{3} \times 2^{3} = 2^{3+3}$ (ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

ଏଣୁ $\left(2^{3}\right)^{2} = 2^{3\times 2}$

(ii) ସେହିପରି $\left(3^{2}\right)^{4} = 3^{2} \times 3^{2} \times 3^{2} \times 3^{2}$

$= (3^{2} \times 3^{2}) \times (3^{2} \times 3^{2})$ (ଗୁଣନର ସହଯୋଗୀ ନିୟମ)

$= 3^{2+2} \times 3^{2+2}$ (ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$= 3^{2+2+2+2}$ (ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$= 3^{2\times 4}$

(iii) ସେହିପରି a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ $\left(a^{3}\right)^{4}$ କେତେ ସ୍ଥିର କରିବା –

$\left(a^{3}\right)^{4} = a^{3} \times a^{3} \times a^{3} \times a^{3} = (a^{3} \times a^{3}) \times (a^{3} \times a^{3})$ (କେଉଁ ନିୟମର ବ୍ୟବହାର ହୋଇଛି ?)

$= a^{3+3} \times a^{3+3}$ (କେଉଁ ନିୟମର ବ୍ୟବହାର ହୋଇଛି ?)

$= a^{3+3+3+3}$ (କେଉଁ ନିୟମର ବ୍ୟବହାର ହୋଇଛି ?)

$= a^{3\times 4}$

ଉପରୋକ୍ତ ଉଦାହରଣରୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେଲେ –

a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m ଓ n ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ $\left(a^{m}\right)^{n} = a^{mn}$

ଏହାକୁ **ଘାତରାଶିର ଘାତ ନିୟମ** କୁହାଯାଏ ।

ନିମ୍ନ ଘାତରାଶିର ଘାତକୁ ଏକ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) $\left(7^{3}\right)^{6}$ (ଖ) $\left(5^{2}\right)^{3}$ (ଗ) $\left(4^{3}\right)^{5}$

4.3.4 ସମଘାତାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ

(i) $2^{3} \times 3^{3}$ କୁ ଏକ ଘାତରାଶିରେ ପରିଣତ କରିବା ।

$2^{3} \times 3^{3} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)$

$= (2 \times 3)^{3}$

$\therefore 2^{3} \times 3^{3} = (2 \times 3)^{3}$

(ii) $4^{4} \times 3^{4} = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$= (4 \times 3) \times (4 \times 3) \times (4 \times 3) \times (4 \times 3)$

$= (4 \times 3)^{4}$

$\therefore 4^{4} \times 3^{4} = (4 \times 3)^{4}$

(iii) ସେହିପରି a ଓ b ଉଭୟେ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ –

$$a^5 \times b^5 = a \times a \times a \times a \times a \times b \times b \times b \times b \times b$$
$$= (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b)$$
$$= (a \times b)^5$$

$\therefore\ a^5 \times b^5 = (a \times b)^5$

ଉପରୋକ୍ତ ଉଦାହରଣରୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେଲେ –

> a ଓ b ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,
> $a^m \times b^m = (ab)^m$ (ଯେଉଁଠି m ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା)

✍ ନିମ୍ନ ସମ ଘାତାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶି ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳକୁ ଏକ ଘାତ ରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) $5^2 \times 3^2$ (ଖ) $3^3 \times a^3$ (ଗ) $a^4 \times b^4$

(a ଓ b ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା)

ଉଦାହରଣ :

$3^2 \times 5^2$ ଓ $(5^2)^3$ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଟି ବଡ଼ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ :

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ :

$3^2 \times 5^2 = (3 \times 5)^2$
$= (15)^2 = 225$

ପୁନଶ୍ଚ $(5^2)^3 = 5^{2\times3}$
$= 5^6 = 15625$

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ :

$3^2 \times 5^2 = 9 \times 25$ ବା 25 ର 9 ଗୁଣ

$(5^2)^3 = (25)^3$
$= 25 \times 25 \times 25$
$= 25 \times (25 \times 25)$
$= 25 \times 625$ ବା 25 ର 625 ଗୁଣ

$\therefore\ 3^2 \times 5^2$ ଅପେକ୍ଷା $(5^2)^3$ ବଡ଼ ।

ଉଦାହରଣ :

$\left[(2^2)^3 \times 3^6\right] \times 5^6$ କୁ ଏକ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ସମାଧାନ : $\left[(2^2)^3 \times 3^6\right] \times 5^6 = \left[2^{2\times3} \times 3^6\right] \times 5^6$ (ଘାତରାଶିରେ ଘାତ ନିୟମ)

$= \left[2^6 \times 3^6\right] \times 5^6$

$= (2 \times 3)^6 \times 5^6$ (ସମ ଘାତାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$= 6^6 \times 5^6$

$= (6 \times 5)^6$ (ସମ ଘାତାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$= 30^6$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 4.2

1. ଘାତାଙ୍କୀୟ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ଘାତରାଶିରେ ପରିଣତ କର।

(କ) $2^3 \times 2^4 \times 2^5$ (ଖ) $6^{15} \div 6^{12}$ (ଗ) $a^3 \times a^7$

(ଘ) 7×7^2 (ଙ) $5^2 \div 5^3$ (ଚ) $2^5 \times 3^5$

(ଛ) $a^4 \times b^5$ (ଜ) $(3^4)^3 \times (2^6)^2$ (ଝ) $(2^{10} \div 2^8) \times 2^3$

2. ସରଳ କରି ଏକ ଘାତରାଶିରେ ପରିଣତ କର।

(କ) $\dfrac{2^3 \times 3^4 \times 4}{3 \times 3^3}$ (ଖ) $\dfrac{3 \times 7 \times 11^8}{21 \times 11^3}$

(ଗ) $\left[(5^2)^3 \times 5^4\right] \div 5^7$ (ଘ) $25^4 \div 5^3$

(ଙ) $\dfrac{3^7}{3^4 \times 3^3}$ (ଚ) $\dfrac{2^4 \times a^5}{4^2 \times a}$

(ଛ) $(2^3 \times 2)^2 \div 2^5$ (ଜ) $\left(\dfrac{a^5}{a^3}\right) \times a^8$

3. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକାଧିକ ଘାତରାଶିର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର।

(କ) 270 (ଖ) 768 (ଗ) 108×192 (ଘ) 729×64

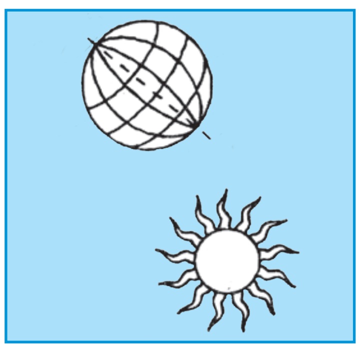
4. ସରଳ କର।

(କ) $\{(4)^2\}^2$ (ଖ) $(6)^3 \div (6)$ (ଗ) $(2)^3 \times (3)^3 \div (6)^3$

(ଘ) $(5)^2 \times (5)^4 \div (5)^2$ (ଙ) $\dfrac{(2^5) \times 7^3}{8^3 \times 7}$ (ଚ) $\dfrac{3^2 \times 10^5 \times 25}{5^3 \times 6^4}$

4.4. ବୈଜ୍ଞାନିକ ପଦ୍ଧତିରେ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ

ବିଭିନ୍ନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ 65,000; 125,00,000; 35,00,000,00 ଆଦି ବଡ଼ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ(ଅଧିକ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା) ବ୍ୟବହାର କରୁ । ଏପରିକି କେତେକ ତଥ୍ୟକୁ ମଧ୍ୟ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ହିଁ ପ୍ରକାଶ କରିଥାଉ ।



ଯେପରି –

- ପୃଥିବୀଠାରୁ ସୂର୍ଯ୍ୟର ଦୂରତା ପ୍ରାୟ 149,600,000,000 ମି. ।
- ଆଲୋକର ବେଗ ସେକେଣ୍ଡ ପ୍ରତି ପ୍ରାୟ 300,000,000 ମିଟର।
- ପୃଥିବୀର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ହେଉଛି ପ୍ରାୟ 5,976,000,000,000,000,000,000,000 କି.ଗ୍ରା.

ଏପରି ବଡ଼ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଛୋଟ ଆକାରରେ ଲେଖିଲେ ହିସାବ କରିବା, ମନେ ରଖିବା ଓ ବିଭିନ୍ନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବ୍ୟବହାର କରିବା ସୁବିଧାଜନକ ହୋଇଥାଏ।

ଆସ ଦେଖିବା, ସେଗୁଡ଼ିକୁ କିପରି ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଆକାରରେ ଲେଖାଯାଏ ।

ଏବେ କହ, ଏହିଭଳି ବଡ଼ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ପଢ଼ିବାରେ ସୁବିଧା ହେଉଛି କି ? କାରଣ କ'ଣ କହ ।

ନିମ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

$$48 = 4.8 \times 10 = 4.8 \times 10^1$$

$$480 = 4.8 \times 100 = 4.8 \times 10^2$$

$$4800 = 4.8 \times 1000 = 4.8 \times 10^3$$

$$48000 = 4.8 \times 10000 = 4.8 \times 10^4$$

କହିଲ ଦେଖି :
48000000 କୁ ଏହିପରି କିପରି ଲେଖାଯିବ ?

ଏଠାରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ରୂପରେ ଲେଖାଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି । ସେ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ –

- ପ୍ରଥମଟି ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଯାହାର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପୂର୍ବରୁ ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ଅଙ୍କ ରହିଛି, ଏହା ଫଳରେ ସଂଖ୍ୟାଟି 1 ବା ତା'ଠାରୁ ବଡ଼ କିନ୍ତୁ 10 ଠାରୁ ସାନ ।
- ଅନ୍ୟଟି 10 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଘାତରାଶି, ଯାହାର ଘାତାଙ୍କ ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ।

ଯଥା : $\underset{\text{ସଂଖ୍ୟା}}{\underset{\downarrow}{480}} = \underset{\text{ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା}}{\underset{\downarrow}{4.8}} \times \underset{\text{10 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଘାତରାଶି}}{\underset{\downarrow}{10^2}}$

ଆଉ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ନେବା ।

130,000,000 ସଂଖ୍ୟାକୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ମତେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା ।

$$130,000,000 = 1.3 \times 100000000$$
$$= 1.3 \times 10^8$$

ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକରୁ ଦେଖିଲେ ଯେ, ମୂଳ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି । ପ୍ରଥମଟି ହେଉଛି 1 ବା ତା' ଠାରୁ ବଡ଼ ଓ 10 ଠାରୁ ସାନ ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା । ଅନ୍ୟଟି 10 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଘାତରାଶି ଯାହାର ଘାତାଙ୍କ ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ।

ଉପରୋକ୍ତ ପଦ୍ଧତିରେ ପ୍ରକାଶିତ ସଂଖ୍ୟା ରୂପକୁ ସଂଖ୍ୟାର **ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପ ବା ମାନକ ରୂପ** ଏବଂ ପ୍ରକାଶ ପଦ୍ଧତିଟିକୁ **ବୈଜ୍ଞାନିକ ପଦ୍ଧତି** କୁହାଯାଏ ।

ଆମେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପ କିପରି ପାଉ ତାହା ନିମ୍ନରେ ଦେଖ ।

3768.2 କୁ ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

$$= \frac{3768.2}{1000} \times 1000$$

[ଯେହେତୁ ପ୍ରଥମ ଅଂଶଟି 3.7682 ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ଏଣୁ 1000 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଗଲା । ସଂଖ୍ୟାଟି ନ ବଦଳିବା ଲାଗି 1000 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରାଗଲା ।]

$$= 3.7682 \times 1000$$
$$= 3.7682 \times 10^3$$

ତେବେ 1,00,000 କୁ କିପରି ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ?

$$1{,}00{,}000 = 1 \times 1{,}00{,}000$$
$$= 1.0 \times (10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10)\ [\because 1 = 1.0]$$
$$= 1.0 \times 10^5$$

ଏଣୁ ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପରେ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ଅଥବା 1 ଓ 10 ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଭାବେ ନିଆଯାଇପାରେ ।

(ଟୀକା : 1 ଠାରୁ ଖୁବ୍ ସାନ ହୋଇଥିବା ଏକ ଧନାତ୍ମକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା (ଯେପରି 0.0000345) କୁ କିପରି ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ତାହା ପରେ ଜାଣିବ ।)

ଉଦାହରଣ :

ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପ ଦର୍ଶାଅ ।

(କ) 65,950　　　　(ଗ) 5985.3

(ଖ) 34,30,000　　　　(ଘ) 783.14

ସମାଧାନ :

(କ) $65{,}950 = 6.595 \times 10000 = 6.5950 \times 10^4$

(ଖ) $34{,}30{,}000 = 3.43 \times 1000000$
$= 3.43 \times 10^6$

(ଗ) $5985.3 = 5.9853 \times 1000 = 5.9853 \times 10^3$

(ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁଟି ବାମକୁ ତିନି ସ୍ଥାନ ଘୁଞ୍ଚିଗଲା)

(ଘ) $783.14 = 7.8314 \times 100$
$= 7.8314 \times 10^2$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 4.3

1. (କ) ଆଲୋକର ବେଗ ସେକେଣ୍ଡ ପ୍ରତି 300,000,000 ମିଟର । ଏହି ବେଗକୁ ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

   (ଖ) ପୃଥିବୀଠାରୁ ଚନ୍ଦ୍ରର ହାରାହାରି ଦୂରତା ପ୍ରାୟ 384000000 ମିଟର । ଉକ୍ତ ଦୂରତାର ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପ ଲେଖ ।

2. ନିମ୍ନରେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପ ଦିଆଯାଇଛି । ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଲେଖ ।

   (କ) 9.8×10^4　　　　(ଖ) 1.385×10^7

   (ଗ) 5.15×10^{10}　　　　(ଘ) 3.9×10^{11}

3. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପ ଲେଖ ।

   (କ) ପୃଥିବୀର ବ୍ୟାସ ପ୍ରାୟ 1,27,56,000 ମିଟର ।

   (ଖ) ସୂର୍ଯ୍ୟର ବ୍ୟାସ ପ୍ରାୟ 1,400,000,000 ମିଟର ।

   (ଗ) ଶନି ଗ୍ରହଠାରୁ ସୂର୍ଯ୍ୟର ଦୂରତା ପ୍ରାୟ 1,433,500,000,000 ମିଟର ।

   (ଘ) ପୃଥିବୀରେ ପ୍ରାୟ 1,353,000,000 ଘନ କି.ମି. ସମୁଦ୍ର ଜଳ ଅଛି ।