1. **સાચું બને તે રીતે આપેલ વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો : જો $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = 0$ હોય, તો $P(A \mid B) =$ ....**

(A) 0 **(B) $\frac{1}{2}$** **(C) અવ્યાખ્યાયિત** **(D) 1**

જવાબ **(C) અવ્યાખ્યાયિત**

➡ $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A \cap B)}{0}$

$\therefore$ $P(A \mid B)$ = અવ્યાખ્યાયિત છે.

$\therefore$ વિકલ્પ (C) આવે.

2. **સાચું બને તે રીતે આપેલ વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો : જો ઘટનાઓ A અને B માટે $P(A \mid B) = P(B \mid A)$ હોય, તો**

(A) $A \subset B$ પરંતુ $A \neq B$ **(B) $A = B$** **(C) $A \cap B = \varnothing$** **(D) $P(A) = P(B)$**

જવાબ **(D) $P(A) = P(B)$**

➡ $P(A \mid B) = P(B \mid A)$

$\therefore \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

$\therefore$ $P(B) = P(A)$ $\therefore$ $P(A) = P(B)$

$\therefore$ વિકલ્પ (D) આવે.

3. **જો $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.6$ અને $P(A \cup B) = 0.8$ હોય, તો $P(A \mid B)$ અને $P(B \mid A)$ શોધો.**

➡ $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}$

4. **જો ઘટનાઓ A અને B માટે $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.6$ અને $P(B \mid A) = 0.5$ હોય તો $P(A \mid B)$ અને $P(A \cup B)$ શોધો.**

➡ $\frac{1}{4}$, 0.75

5. **$P(A') = 0.7$, $P(B) = 0.7$, $P(B \mid A) = 0.5$ હોય, તો $P(A \mid B)$ અને $P(A \cup B)$ મેળવો.**

➡ $\frac{3}{14}$, 0.85

6. **જો $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{9}{13}$ અને $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$ હોય, તો $P(A' \mid B)$ મેળવો.**

➡ $\frac{5}{9}$

7. **જો $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.8$, $P(B \mid A) = 0.6$ હોય તો $P(A \mid B)$ અને $P(A \cup B)$ શોધો.**

➡ **0.3, 0.96**

8. **એક સિક્કાને બે વખત ઉછાળવામાં આવે છે.**

ઘટના A : છાપ અને કાંટો બંને આવે.

ઘટના B : વધુમાં વધુ એક કાંટો આવે.

તો નીચેની સંભાવના મેળવો.

(1) P(A) (2) P(B) (3) P(A | B) (4) P(B | A)

➡ $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, 1

9. એક ઇલેક્ટ્રૉનિક્સ સાધનમાં બે સિસ્ટમ A અને B આવેલી છે. આગળના અનુભવના આધારે નીચેની સંભાવનાઓ મળે છે :

P(A નિષ્ફળ જાય) = 0.2

P(ફક્ત B નિષ્ફળ જાય) = 0.15

P(A અને B નિષ્ફળ જાય) = 0.15

નીચેની સંભાવનાઓ મેળવો.

(i) P(A નિષ્ફળ જાય / B નિષ્ફળ જાય)

(ii) P(ફક્ત A નિષ્ફળ જાય)

➡ $\frac{1}{2}$, 0.05

10. પાસાને ફેંકવાના પ્રયોગનો વિચાર કરો. પાસા પર મળતો પૂર્ણાંક 3નો ગુણિત હોય તો તે પાસાને ફરીથી ફેંકો અને જો પાસા પર અન્ય કોઈ પૂર્ણાંક મળે તો એક સિક્કાને ઉછાળો પાસા પર ઓછામાં ઓછી એક વખત પૂર્ણાંક 2 મળે તેમ આપેલ હોય તો સિક્કા પર કાંટો મળે તે ઘટનાની સંભાવના શોધો.

➡ $\frac{3}{8}$

11. 1થી 11 પૂર્ણાંકોમાંથી બે પૂર્ણાંક પસંદ કરવામાં આવે છે. જો તેમનો સરવાળો યુગ્મ હોય તો બંને નંબર અયુગ્મ હોવાની સંભાવના કેટલી ?

➡ $\frac{3}{5}$

12. એક શહેરમાં 40% રહીશો પાસે કમ્પ્યૂટર છે. 25% રહીશો પાસે ઇન્ટરનેટ જોડાણ છે અને 15% રહીશો પાસે બંને છે. આ શહેરના એક રહીશની યાદચ્છિક રીતે પસંદગી કરવામાં આવે છે.

(i) પસંદ થયેલ રહીશ પાસે કમ્પ્યૂટર છે તેમ આપેલ હોય ત્યારે તેની પાસે ઇન્ટરનેટ જોડાણ હોય તેની સંભાવના શોધો.

(ii) પસંદ થયેલ રહીશ પાસે ઇન્ટરનેટ જોડાણ છે તેમ આપેલ હોય ત્યારે તેની પાસે કમ્પ્યૂટર ન હોય તેની સંભાવના શોધો.

➡ $\frac{3}{8}$, $\frac{2}{5}$

13. એક સમતોલ પાસાને બે વખત ઉછાળવામાં આવે છે અને તેના પર આવતા પૂર્ણાંકોનો સરવાળો 7 છે તેમ આપેલ હોય ત્યારે પાસા પર ઓછામાં ઓછો એક વખત પૂર્ણાંક 2 મળે તેની સંભાવના શોધો.

➡ $\frac{1}{3}$

14. એક પેટીમાં 3 લીલા અને 7 સફેદ દડાઓ છે. બે દડાઓ યાદચ્છિક રીતે પાછા મૂક્યા વગર લેવામાં આવે છે. જો પસંદ થયેલ બીજો દડો લીલો હોય તો પ્રથમ દડો લીલો હોવાની સંભાવના કેટલી ?

➡ $\frac{2}{9}$

15. બે પાસાને ફેંકવામાં આવે છે. જો પ્રથમ પાસા ઉપર 4 આવે ત્યારે બંને પાસા પરના અંકોનો સરવાળો 8 કે તેથી વધુ થાય તેની સંભાવના શોધો.

➡ $\frac{1}{2}$

16. એક શાળામાં 1000 વિદ્યાર્થીઓ છે. જેમાંથી 430 છોકરીઓ છે. આ છોકરીઓમાંથી 10% છોકરીઓ વર્ગમાં XIIમાં અભ્યાસ કરે છે. યાદચ્છિક રીતે પસંદ થયેલ વિદ્યાર્થી છોકરી હોય તો તે વર્ગ XIIમાં અભ્યાસ કરે તેની સંભાવના કેટલી ?

➡ 0.1

17. એક છાત્રાલયમાં 60% વિદ્યાર્થીઓ હિન્દી છાપુ વાંચે છે. 40% વિદ્યાર્થીઓ અંગ્રેજી છાપું વાંચે છે અને 20% વિદ્યાર્થીઓ બંને છાપાં વાંચે છે. એક વિદ્યાર્થી યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે છે.

(i) જો તે હિન્દી છાપું વાંચતો હોય તો તે અંગ્રેજી છાપું વાંચે તેની સંભાવના શોધો.

(ii) જો તે અંગ્રેજી છાપું વાંચતો હોય તો તે હિન્દી છાપું વાંચે તેની સંભાવના શોધો.

➡ $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$

18. **ઘટનાઓ E અને F માટે $P(E) = 0.6$, $P(F) = 0.3$ અને $P(E \cap F) = 0.2$ આપેલ છે. $P(E \mid F)$ અને $P(F \mid E)$ શોધો.**

➥ આપેલ છે કે ઘટનાઓ E અને F માટે,

$P(E) = 0.6$, $P(F) = 0.3$ અને $P(E \cap F) = 0.2$

$$P(E|F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}$$

$$= \frac{0.2}{0.3}$$

$$= \frac{2}{3}$$

$$P(F|E) = \frac{P(E \cap F)}{P(E)}$$

$$= \frac{0.2}{0.6}$$

$$= \frac{1}{3}$$

19. **જો $P(B) = 0.5$ અને $P(A \cap B) = 0.32$ હોય, તો $P(A \mid B)$ શોધો.**

➥ $P(B) = 0.5$ અને $P(A \cap B) = 0.32$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$= \frac{0.32}{0.5}$$

$$= \frac{32}{50} \times \frac{2}{2}$$

$$= \frac{64}{100} = 0.64$$

20. **જો $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$ અને $P(A \mid B) = \frac{2}{5}$ હોય, તો $P(A \cup B)$ની કિંમત શોધો.**

➥ $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13} \Rightarrow P(A) = \frac{5}{26}, \quad P(B) = \frac{5}{13}$

$P(A \mid B) = \frac{2}{5}$

$\therefore \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2}{5}$

$\therefore P(A \cap B) = \frac{2}{5} P(B) = \frac{2}{5} \times \frac{5}{13} = \frac{2}{13}$

હવે, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$= \frac{5}{26} + \frac{5}{13} - \frac{2}{13}$$

$$= \frac{5}{26} + \frac{3}{13}$$

$$= \frac{11}{26}$$

21. **જો P(A) = 0.8, P(B) = 0.5 અને P(B | A) = 0.4 હોય, તો (i) $P(A \cap B)$ (ii) P(A | B) (iii) $P(A \cup B)$ શોધો.**

➥ P(A) = 0.8, P(B) = 0.5 અને P(B | A) = 0.4

(i) $P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$

$\therefore 0.4 = \frac{P(A \cap B)}{0.8}$

$\therefore P(A \cap B) = 0.4 \times 0.8 = 0.32$

(ii) $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$= \frac{0.32}{0.5} = 0.64$

(iii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= 0.8 + 0.5 - 0.32$

$= 1.3 - 0.32$

$= 0.98$

22. **જો $P(A) = \frac{6}{11}$, $P(B) = \frac{5}{11}$ અને $P(A \cup B) = \frac{7}{11}$ હોય, તો (i) $P(A \cap B)$ (ii) P(A | B) (iii) P(B | A) શોધો.**

➥ $P(A) = \frac{6}{11}$, $P(B) = \frac{5}{11}$, $P(A \cup B) = \frac{7}{11}$

(i) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$\therefore P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

$= \frac{6}{11} + \frac{5}{11} - \frac{7}{11}$

$= \frac{4}{11}$

(ii) $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$= \frac{\frac{4}{11}}{\frac{5}{11}} = \frac{4}{5}$

(iii) $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

$= \frac{\frac{4}{11}}{\frac{6}{11}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

23. **P(E | F) શોધો : બે સિક્કાઓ એક વખત ઉછાળવામાં આવે છે.**

(i) E : એક સિક્કા પર કાંટો મળે.

F : એક સિક્કા પર છાપ મળે.

(ii) E : એક પણ કાંટો ન મળે.

F : એક પણ છાપ ન મળે.

➥ બે સિક્કાઓ એક વખત ઉછાળવામાં આવે છે. આ ઘટનાનો નિદર્શાવકાશ

S = {HH, HT, TH, TT} = $n(S) = 4$

(i) ઘટના E = એક સિક્કા પર કાંટો મળે.

= {TH, HT}

$\therefore\ n(F) = 2$

ઘટના F = એક સિક્કા પર છાપ મળે.

= {TH, HT}

$\therefore\ n(F) = 2$

$E \cap F = \{TH, HT\} \Rightarrow n(E \cap F) = 2$

હવે $P(E|F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}$

$$= \frac{\frac{n(E \cap F)}{n(S)}}{\frac{n(F)}{n(S)}}$$

$$= \frac{n(E \cap F)}{n(F)}$$

$$= \frac{2}{2} = 1$$

(ii) ઘટના E = એક પણ કાંટો ન મળે.

= {HH}

$\therefore\ n(F) = 1$

ઘટના F = એક પણ છાપ ન મળે.

= {TT}

$\therefore\ n(F) = 1$

$E \cap F = \phi \Rightarrow n(E \cap F) = 0$

➥ બે સિક્કાઓ એક વખત ઉછાળવામાં આવે છે. આ ઘટનાનો નિદર્શાવકાશ

$S = \{HH, HT, TH, TT\} = n(S) = 4$

(i) ઘટના E = એક સિક્કા પર કાંટો મળે.

= {TH, HT}

$\therefore\ n(F) = 2$

ઘટના F = એક સિક્કા પર છાપ મળે.

= {TH, HT}

$\therefore\ n(F) = 2$

$E \cap F = \{TH, HT\} \Rightarrow n(E \cap F) = 2$

હવે $P(E|F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}$

$$= \frac{\frac{n(E \cap F)}{n(S)}}{\frac{n(F)}{n(S)}}$$

$$= \frac{n(E \cap F)}{n(F)}$$

$$= \frac{2}{2} = 1$$

(ii) ઘટના E = એક પણ કાંટો ન મળે.

= {HH}

$\therefore\ n(F) = 1$

ઘટના F = એક પણ છાપ ન મળે.

$= \{TT\}$

$\therefore\ n(F) = 1$

$E \cap F = \phi \Rightarrow n(E \cap F) = 0$

24. P(E | F) શોધો : પાસાને ત્રણ વખત ફેંકવામાં આવે છે.

E : ત્રીજી વખત ફેંકતા 4 મળે છે.

F : પ્રથમ બે વખત ફેંકતા અનુક્રમે 6 અને 5 મળે છે.

➡ એક પાસાને ત્રણ વખત ફેંકવામાં આવે છે.

$\therefore$ નિદર્શાવકાશ $S = (1, 2, 3, 4, 5, 6) \times (1, 2, 3, 4, 5, 6) \times (1, 2, 3, 4, 5, 6)$

$\therefore\ n(S) = 6 \times 6 \times 6 = 216$

ઘટના E = ત્રીજી વખત ફેંકતા 4 મળે છે.

$= (1, 2, 3, 4, 5, 6) \times (1, 2, 3, 4, 5, 6) \times (4)$

$\therefore\ n(E) = 6 \times 6 \times 1 = 36$

ઘટના F = પ્રથમ બે વખત ફેંકતા અનુક્રમે 6 અને 5 મળે.

$= (6) \times (5) \times (1, 2, 3, 4, 5, 6)$

$\therefore\ n(F) = 1 \times 1 \times 6 = 6$

$E \cap F = (6) \times (5) \times (4)$

$\therefore\ n(E \cap F) = 1 \times 1 \times 1 = 1$

હવે હવે $P(E|F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}$

$$= \frac{\frac{n(E \cap F)}{n(S)}}{\frac{n(F)}{n(S)}}$$

$$= \frac{n(E \cap F)}{n(F)}$$

$$= \frac{1}{6}$$

25. P(E | F) શોધો : કુટુંબના ફોટા માટે માતા-પિતા અને પુત્ર યાદચ્છિક રીતે એકસાથે હારમાં ઊભા રહે છે.

E : પુત્ર એક છેડા પર છે. F : પિતા મધ્યમાં છે.

➡ કુટુંબના ફોટા માટે માતા-પિતા અને પુત્ર યાદચ્છિક રીતે એકસાથે હારમાં ઊભા રહે છે. માતા માટે M, પિતા માટે F અને પુત્ર માટે S લખતાં, આ પ્રયોગ માટેનો નિદર્શાવકાશ S હોય, તો

S = {M F S, S F M, S M F, M S F, F M S, F S M}

ઘટના E = પુત્ર એક છેડા પર હોય.

= {M F S, S F M, S M F, F M S}

$\therefore\ n(E) = 4$

ઘટના F = પિતા મધ્યમાં છે.

= {M F S, S F M}

$n(F) = 2$

$E \cap F$ = {M F S, S F M}

$\therefore\ n(E \cap F) = 2$

હવે $P(E|F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}$

$n(E \cap F)$

$$= \frac{n(S)}{\frac{n(F)}{n(S)}}$$

$$= \frac{n(E \cap F)}{n(F)}$$

$$= \frac{2}{2} = 1$$

26. P(E | F) શોધો : એક માર્ગદર્શક પાસે પ્રશ્નબૅન્ક છે. તેમાં સત્ય/અસત્ય પ્રકારના 300 સરળ તથા 200 કઠિન પ્રશ્નો છે. તદુપરાંત, બહુવિકલ્પી પ્રકારના 500 સરળ તથા 400 કઠિન પ્રશ્નો છે. આ પ્રશ્નબૅન્કમાંથી એક પ્રશ્ન યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે છે. જો આ પ્રશ્ન બહુવિકલ્પી પ્રકારનો છે તેમ આપેલ હોય, તો તે સરળ પ્રશ્ન હોય તેની સંભાવના શોધો.

➡ એક પ્રશ્નબૅન્કમાં,

સત્ય / અસત્ય પ્રકારના સરળ પ્રશ્નોની સંખ્યા = 300

સત્ય / અસત્ય પ્રકારના કઠિન પ્રશ્નોની સંખ્યા = 200

બહુવિકલ્પી પ્રકારના
- સરળ પ્રશ્નોની સંખ્યા = 500
- કઠિન પ્રશ્નોની સંખ્યા = 400

પ્રશ્નોની કુલસંખ્યા = 1400

$\therefore$ નિદર્શાવકાશના ઘટકોની સંખ્યા $n(S)$ = 1400

ઘટના A = યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરેલ પ્રશ્ન સરળ હોય.

ઘટના B = યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરેલ પ્રશ્ન બહુવિકલ્પ પ્રકારનો હોય.

$\therefore \quad n(A) = 300 + 500 = 800$

$\quad n(B) = 500 + 400 = 900$

$A \cap B$ = યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરેલ પ્રશ્ન બહુવિકલ્પ પ્રકારનો અને સરળ હોય.

$\therefore n\ (A \cap B) = 500$

$$\therefore P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{500}{1400} = \frac{5}{14}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{900}{1400} = \frac{9}{14}$$

યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરેલ પ્રશ્ન બહુવિકલ્પી પ્રકારનો છે તેમ આપેલ હોય તો તે પ્રશ્ન સરળ હોય તે ઘટના $A | B$ છે.

$$\therefore P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$= \frac{\frac{5}{14}}{\frac{9}{14}} = \frac{5}{9}$$

27. P(E | F) શોધો : બે પાસા ફેંકવાથી મળતી સંખ્યાઓ ભિન્ન છે તેમ આપેલ હોય, તો 'બે પાસાઓ પરની સંખ્યાઓનો સરવાળો 4 હોય' તે ઘટનાની સંભાવના શોધો.

➡ બે પાસાં ફેંકવામાં આવે છે. તો મળતો નિદર્શાવકાશ S હોય તો,

S = { (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)
(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)
(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)
(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6)
(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)
(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}

$\therefore\ n(S) = 36$

ઘટના A= પાસા પર મળતી સંખ્યાઓનો સરવાળો 4 હોય.

$= \{(1, 3), (3, 1), (2, 2)\}$

$\therefore\ n(A) = 3$

ઘટના B = પાસા પર મળતી સંખ્યાઓ ભિન્ન હોય.

$= \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1)$

$(2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2)$

$(3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3)$

$(4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3)$

$(5, 4), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3)$

$(6, 4), (6, 5)\}$

$\therefore\ n(B) = 30$

$A \cap B = \{(1, 3)\ (3, 1)\} \Rightarrow n(A \cap B) = 2$

બે પાસા ફેંકવાથી મળતી સંખ્યાઓ ભિન્ન છે તેમ આપેલ હોય તો બે પાસાઓ પરની સંખ્યાઓનો સરવાળો 4 હોય તે ઘટના $A | B$ છે.

$$\therefore P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$= \frac{\frac{n(A \cap B)}{n(S)}}{\frac{n(B)}{n(S)}}$$

$$\therefore P(A|B) = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{30}{36}} = \frac{1}{15}$$

28. P(E | F) શોધો : પાસાને ફેંકવાના પ્રયોગનો વિચાર કરો. પાસા પર મળતો પૂર્ણાંક 3 નો ગુણિત હોય, તો તે પાસાને ફરીથી ફેંકો અને જો પાસા પર અન્ય કોઈ પૂર્ણાંક મળે તો એક સિક્કાને ઉછાળો. પાસા પર ઓછામાં ઓછી એક વખત પૂર્ણાંક 3 મળે તેમ આપેલ હોય, તો સિક્કા પર કાંટો મળે તે ઘટનાની શરતી સંભાવના શોધો.

➥ પાસો ફેંકવાના પ્રયોગમાં, પાસા પર મળતો પૂર્ણાંક 3નો ગુણિત હોય તો તે પાસાને ફરીથી ફેંકવામાં આવે છે. અન્યથા એક સિક્કાને ઉછાળવામાં આવે છે. આ પ્રયોગનો નિદર્શાવકાશ S હોય તો,

$S = \{(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (6, 1)$

$(6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6), (1, H), (1, T)$

$(2, H), (2, T), (4, H), (4, T), (5, H), (5, T)\}$

$\therefore\ n(S) = 20$

ઘટના A = સિક્કા પર કાંટો મળે.

$= \{(1, T), (2, T), (4, T), (5, T)\}$

ઘટના B = પાસા પર ઓછામાં ઓછી એક વખત પૂર્ણાંક 3 મળે.

$= \{(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)\}$

અહીં $A \cap B = \phi \quad \therefore\ n(A \cap B) = 0$

માંગેલ સંભાવના $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$$= \frac{\frac{n(A \cap B)}{n(S)}}{\frac{n(B)}{n(S)}}$$

$$= \frac{0}{6} = 0$$

29. **P(E | F) શોધો : એક સિક્કાને ત્રણ વખત ઉછાળવામાં આવે છે.**

(i) E : ત્રીજી વખત ઉછાળતાં છાપ મળે.

F : પ્રથમ બે વખત ઉછાળતાં છાપ મળે.

(ii) E : ઓછામાં ઓછી બે છાપ મળે.

F : વધુમાં વધુ બે છાપ મળે.

(iii) E : વધુમાં વધુ બે કાંટા મળે.

F : ઓછામાં ઓછો એક કાંટો મળે.

એક સિક્કાને ત્રણ વખત ઉછાળવાનાં પ્રયોગમાં નિદર્શાવકાશ S હોય તો,

S = {TTT, HTT, THT, TTH, HHT, HTH, THH, HHH}

$\therefore$ n(S) = 8

(i) ઘટના E = ત્રીજી વખત ઉછાળતાં છાપ મળે.

= {TTH, HTH, THH, HHH}

$\therefore$ n(E) = 4

ઘટના F = પ્રથમ બે વખત ઉછાળતાં છાપ મળે.

= {HHT, HHH}

$\therefore$ n(F) = 2

$E \cap F = \{HHH\} \Rightarrow n\,(E \cap F) = 1$

હવે $P(E|F) = \dfrac{P(E \cap F)}{P(F)}$

$$= \frac{\frac{n(E \cap F)}{n(S)}}{\frac{n(F)}{n(S)}} = \frac{n(E \cap F)}{n(F)} = \frac{1}{2}$$

(ii) ઘટના E = ઓછામાં ઓછી બે છાપ મળે.

= {HHT, HTH, THH, HHH}

$\therefore$ n(E) = 4

ઘટના F = વધુમાં વધુ બે છાપ મળે.

= {TTT, HTT, THT, TTH, HHT, HTH, THH}

$\therefore$ n(F) = 7

E ∩ F = {HHT, HTH, THH}

$\therefore$ $n\,(E \cap F) = 3$

હવે, $P(E|F) = \dfrac{P(E \cap F)}{P(F)}$

$$= \frac{\frac{n(E \cap F)}{n(S)}}{\frac{n(F)}{n(S)}} = \frac{n(E \cap F)}{n(F)} = \frac{3}{7}$$

(iii) ઘટના E = વધુમાં વધુ બે કાંટા મળે.

= {HTT, THT, TTH, HHT, HTH, THH, HHH}

$\therefore$ n(E) = 7

એક સિક્કાને ત્રણ વખત ઉછાળવાનાં પ્રયોગમાં નિદર્શાવકાશ S હોય તો,

S = {TTT, HTT, THT, TTH, HHT, HTH, THH, HHH}

$\therefore$ n(S) = 8

(i) ઘટના E = ત્રીજી વખત ઉછાળતાં છાપ મળે.

= {TTH, HTH, THH, HHH}

$\therefore$ n(E) = 4

ઘટના F = પ્રથમ બે વખત ઉછાળતાં છાપ મળે.

= {HHT, HHH}

$\therefore$ n(F) = 2

$E \cap F = \{HHH\} \Rightarrow n(E \cap F) = 1$

હવે $P(E|F) = \dfrac{P(E \cap F)}{P(F)}$

$$= \frac{\frac{n(E \cap F)}{n(S)}}{\frac{n(F)}{n(S)}} = \frac{n(E \cap F)}{n(F)} = \frac{1}{2}$$

(ii) ઘટના E = ઓછામાં ઓછી બે છાપ મળે.

= {HHT, HTH, THH, HHH}

$\therefore$ n(E) = 4

ઘટના F = વધુમાં વધુ બે છાપ મળે.

= {TTT, HTT, THT, TTH, HHT, HTH, THH}

$\therefore$ n(F) = 7

$E \cap F$ = {HHT, HTH, THH}

$\therefore$ $n(E \cap F) = 3$

હવે, $P(E|F) = \dfrac{P(E \cap F)}{P(F)}$

$$= \frac{\frac{n(E \cap F)}{n(S)}}{\frac{n(F)}{n(S)}} = \frac{n(E \cap F)}{n(F)} = \frac{3}{7}$$

(iii) ઘટના E = વધુમાં વધુ બે કાંટા મળે.

= {HTT, THT, TTH, HHT, HTH, THH, HHH}

$\therefore$ n(E) = 7

30. P(E | F) શોધો : એક કાળા રંગના અને એક લાલ રંગના પાસાને ફેંકવામાં આવે છે.

(a) જો કાળા રંગના પાસા પર સંખ્યા 5 મળે છે તેમ આપેલ હોય, તો બંને પાસા પરના અંકોનો સરવાળો 9 કરતાં વધુ હોય તેની શરતી સંભાવના શોધો.

(b) જો લાલ રંગના પાસા પર 4 કરતાં નાની સંખ્યા મળે છે તેમ આપેલ હોય, તો બંને પાસા પરના અંકોનો સરવાળો 8 મળે તેની શરતી સંભાવના શોધો.

➡ એક કાળા રંગના અને એક લાલ રંગના પાસાને ફેંકવામાં આવે છે. આ ઘટનાનો નિદર્શાવકાશ S હોય તો Sમાં ઘટકોની સંખ્યા $n(S) = 6 \times 6 = 36$.

(a) ઘટના B = કાળા રંગના પાસા પર સંખ્યા 5 મળે.

= {51, 52, 53, 54, 55, 56}

$\therefore$ n(B) = 6

બંને પાસા પર મળતા અંકોનો સરવાળો 9 કરતાં વધુ હોય તે ઘટનાને A વડે દર્શાવીએ તો

ઘટના A = {46, 64, 55, 65, 56, 66}

n(A) = 6

$A \cap B = \{55, 56\} \Rightarrow n(A \cap B) = 2$

જો કાળા રંગના પાસા પર સંખ્યા 5 મળે છે તેમ આપેલ હોય, તો બંને પાસા પરના અંકોનો સરવાળો 9 કરતાં વધુ હોય

તે ઘટના $A|B$ છે.

$$\therefore P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$= \frac{\frac{n(A \cap B)}{n(S)}}{\frac{n(B)}{n(S)}}$$

$$= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(b) ઘટના B = લાલ રંગના પાસા પર 4 કરતાં નાની સંખ્યા મળે.

= {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)

(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)

(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)} $n(B) = 18$

ઘટના A = બંને પાસા પરના અંકોનો સરવાળો 8 મળે.

= {(2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4)}

$\therefore n(A) = 5$

$A \cap B$ = {(2, 6) (3, 5)}

$n(A \cap B) = 2$

➥ એક કાળા રંગના અને એક લાલ રંગના પાસાને ફેંકવામાં આવે છે. આ ઘટનાનો નિદર્શાવકાશ S હોય તો Sમાં ઘટકોની સંખ્યા $n(S) = 6 \times 6 = 36$.

(a) ઘટના B = કાળા રંગના પાસા પર સંખ્યા 5 મળે.

= {51, 52, 53, 54, 55, 56}

$\therefore n(B) = 6$

બંને પાસા પર મળતા અંકોનો સરવાળો 9 કરતાં વધુ હોય તે ઘટનાને A વડે દર્શાવીએ તો

ઘટના A = {46, 64, 55, 65, 56, 66}

$n(A) = 6$

$A \cap B$ = {55, 56} $\Rightarrow n(A \cap B) = 2$

જો કાળા રંગના પાસા પર સંખ્યા 5 મળે છે તેમ આપેલ હોય, તો બંને પાસા પરના અંકોનો સરવાળો 9 કરતાં વધુ હોય તે ઘટના $A|B$ છે.

$$\therefore P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$= \frac{\frac{n(A \cap B)}{n(S)}}{\frac{n(B)}{n(S)}}$$

$$= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(b) ઘટના B = લાલ રંગના પાસા પર 4 કરતાં નાની સંખ્યા મળે.

= {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)

(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)

(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)} $n(B) = 18$

ઘટના A = બંને પાસા પરના અંકોનો સરવાળો 8 મળે.

= {(2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4)}

$\therefore n(A) = 5$

$A \cap B$ = {(2, 6) (3, 5)}

$n(A \cap B) = 2$

31. **P(E | F) શોધો : એક સમતોલ પાસાને ફેંકવામાં આવે છે. ઘટનાઓ E = {1, 3, 5}, F = {2, 3} અને G = {2, 3, 4, 5} નો વિચાર કરો.**

(i) P(E | F) અને P(F | E) શોધો.

(ii) P(E | G) અને P(G | E) શોધો.

(iii) P((E ∪ F | G) અને P((E ∩ F) | G) શોધો.

➡ એક સમતોલ પાસાને ફેંકવામાં આવે છે.

∴ મળતો નિદર્શાવકાશ S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

ઘટના $E = \{1, 3, 5\} \Rightarrow n(E) = 3$

ઘટના $F = \{2, 3\} \Rightarrow n(F) = 2$

ઘટના $G = \{2, 3, 4, 5\} \Rightarrow n(G) = 4$

$(E \cap F) = \{3\} \Rightarrow n(E \cap F) = 1$

$(E \cap G) = \{3, 5\} \Rightarrow n(E \cap G) = 2$

(i) $P(E|F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}$

$$= \frac{\frac{n(E \cap F)}{n(S)}}{\frac{n(F)}{n(S)}}$$

$$= \frac{n(E \cap F)}{n(F)}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$P(F|E) = \frac{P(E \cap F)}{P(E)}$

$$= \frac{\frac{n(E \cap F)}{n(S)}}{\frac{n(E)}{n(S)}}$$

$$= \frac{n(E \cap F)}{n(E)}$$

$$= \frac{1}{3}$$

(ii) $P(E|G) = \frac{P(E \cap G)}{P(G)}$

$$= \frac{\frac{n(E \cap G)}{n(S)}}{\frac{n(G)}{n(S)}}$$

➡ એક સમતોલ પાસાને ફેંકવામાં આવે છે.

∴ મળતો નિદર્શાવકાશ S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

ઘટના $E = \{1, 3, 5\} \Rightarrow n(E) = 3$

ઘટના $F = \{2, 3\} \Rightarrow n(F) = 2$

ઘટના $G = \{2, 3, 4, 5\} \Rightarrow n(G) = 4$

$(E \cap F) = \{3\} \Rightarrow n(E \cap F) = 1$

$(E \cap G) = \{3, 5\} \Rightarrow n(E \cap G) = 2$

(i) $P(E|F) = \dfrac{P(E \cap F)}{P(F)}$

$= \dfrac{\frac{n(E \cap F)}{n(S)}}{\frac{n(F)}{n(S)}}$

$= \dfrac{n(E \cap F)}{n(F)}$

$= \dfrac{1}{2}$

$P(F|E) = \dfrac{P(E \cap F)}{P(E)}$

$= \dfrac{\frac{n(E \cap F)}{n(S)}}{\frac{n(E)}{n(S)}}$

$= \dfrac{n(E \cap F)}{n(E)}$

$= \dfrac{1}{3}$

(ii) $P(E|G) = \dfrac{P(E \cap G)}{P(G)}$

$= \dfrac{\frac{n(E \cap G)}{n(S)}}{\frac{n(G)}{n(S)}}$

➡ એક સમતોલ પાસાને ફેંકવામાં આવે છે.

∴ મળતો નિદર્શાવકાશ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

ઘટના $E = \{1, 3, 5\} \Rightarrow n(E) = 3$

ઘટના $F = \{2, 3\} \Rightarrow n(F) = 2$

ઘટના $G = \{2, 3, 4, 5\} \Rightarrow n(G) = 4$

$(E \cap F) = \{3\} \Rightarrow n(E \cap F) = 1$

$(E \cap G) = \{3, 5\} \Rightarrow n(E \cap G) = 2$

(i) $P(E|F) = \dfrac{P(E \cap F)}{P(F)}$

$= \dfrac{\frac{n(E \cap F)}{n(S)}}{\frac{n(F)}{n(S)}}$

$= \dfrac{n(E \cap F)}{n(F)}$

$= \dfrac{1}{2}$

$P(F|E) = \dfrac{P(E \cap F)}{P(E)}$

$$= \frac{\frac{n(E \cap F)}{n(S)}}{\frac{n(E)}{n(S)}}$$

$$= \frac{n(E \cap F)}{n(E)}$$

$$= \frac{1}{3}$$

(ii) $P(E | G) = \frac{P(E \cap G)}{P(G)}$

$$= \frac{\frac{n(E \cap G)}{n(S)}}{\frac{n(G)}{n(S)}}$$

32. P(E | F) શોધો : ધારો કે પ્રત્યેક જન્મેલું બાળક છોકરો અથવા છોકરી હોય તે સમસંભાવી છે. એક કુટુંબમાં બે બાળકો છે. (i) સૌથી નાનું બાળક છોકરી છે, (ii) ઓછામાં ઓછી એક છોકરી છે, તેમ આપેલ હોય, તો બંને છોકરીઓ હોય તેની શરતી સંભાવના કેટલી થાય ?

➥ ધારો કે પ્રથમ અને દ્વિતીય બાળક છોકરી હોય તેને G_1 અને G_2 વડે દર્શાવીએ તથા પ્રથમ અને દ્વિતીય બાળક છોકરો હોય તેને B_1 અને B_2 વડે દર્શાવીએ. એક કુટુંબમાં બે બાળકો છે.

$\therefore$ નિદર્શાવકાશ $S = \{G_1 G_2, G_1 B_2, B_1 G_2, B_1 B_2\}$

ઘટના A = બંને બાળ છોકરી હોય.

$= \{G_1 G_2\}$

$\therefore n(A) = 1$

ઘટના B = સૌથી નાનું બાળક છોકરી છે.

$= \{G_1 G_2, B_1 G_2\}$

$\therefore n(B) = 2$

ઘટના C = ઓછામાં ઓછી એક છોકરી હોય.

$= \{G_1 G_2, B_1 G_2, G_1 B_2\}$

$\therefore n(C) = 3$

$A \cap B = \{G_1 G_2\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1$

$A \cap C = \{G_1 G_2\} \Rightarrow n(A \cap C) = 1$

(i) સૌથી નાનું બાળક છોકરી છે તેમ આપેલ હોય તો બંને છોકરીઓ હોય તે ઘટના $A | B$ છે.

$\therefore P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$$= \frac{\frac{n(A \cap B)}{n(S)}}{\frac{n(B)}{n(S)}}$$

$$= \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

$$= \frac{1}{2}$$

➥ ધારો કે પ્રથમ અને દ્વિતીય બાળક છોકરી હોય તેને G_1 અને G_2 વડે દર્શાવીએ તથા પ્રથમ અને દ્વિતીય બાળક છોકરો હોય તેને B_1 અને B_2 વડે દર્શાવીએ. એક કુટુંબમાં બે બાળકો છે.

$\therefore$ નિદર્શાવકાશ $S = \{G_1 G_2, G_1 B_2, B_1 G_2, B_1 B_2\}$

ઘટના A = બંને બાળ છોકરી હોય.

$= \{G_1 G_2\}$

$\therefore n(A) = 1$

ઘટના B = સૌથી નાનું બાળક છોકરી છે.

$= \{G_1 G_2, B_1 G_2\}$

$\therefore n(B) = 2$

ઘટના C = ઓછામાં ઓછી એક છોકરી હોય.

$= \{G_1 G_2, B_1 G_2, G_1 B_2\}$

$\therefore n(C) = 3$

$A \cap B = \{G_1 G_2\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1$

$A \cap C = \{G_1 G_2\} \Rightarrow n(A \cap C) = 1$

(i) સૌથી નાનું બાળક છોકરી છે તેમ આપેલ હોય તો બંને છોકરીઓ હોય તે ઘટના $A | B$ છે.

$$\therefore P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$= \frac{\frac{n(A \cap B)}{n(S)}}{\frac{n(B)}{n(S)}}$$

$$= \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

$$= \frac{1}{2}$$