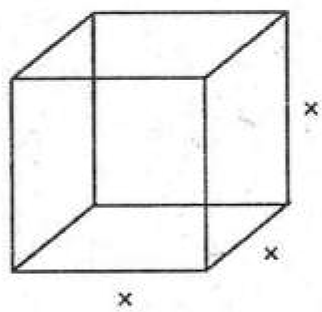
ত্ৰয়োদশ অধ্যায়

পৃষ্ঠকালি আৰু আয়তন

(SURFACE AREAS AND VOLUMES)

প্ৰশ্ন 1. প্ৰত্যেক আয়তনৰ 64 ঘনমিঃ বিশিষ্ট দুটা ঘনক (Cube) মূৰে মূৰে সংযোগ কৰা হ'ল । চৌপলটোৰ (Cuboid) পৃষ্ঠকালি নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল ঘনকটোৰ এটা বাহু = x ছে.মি.



∴ ঘনকটোৰ আয়তন = 64 ছে.মি.^{3}

∴ $x^3 = 64$ [ঘনকটোৰ আয়তন = (বাহু)^3]

$\Rightarrow (x)^3 = (4)^3 \Rightarrow x = 4$

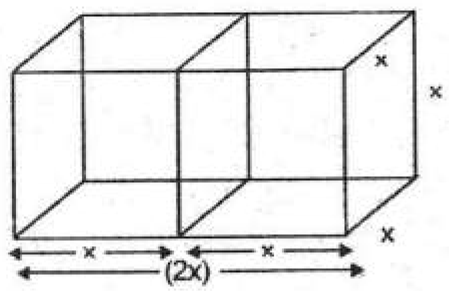
∴ ঘনকৰ এটা বাহু = 4 ছে.মি.

যেতিয়া দুটা ঘনকৰ মূৰে মূৰে সংযোগ কৰা হয় ,

তেতিয়া আয়ত ঘনক গঠন হয় ।

∴ দৈৰ্ঘ্য $(L) = 2x = 2 \times 4 = 8$ ছে.মি.

প্ৰস্থ $(B) = x = 4$ ছে.মি. আৰু উচ্চতা $(H) = x = 4$ ছে.মি.



∴ আয়ত ঘনকটোৰ পৃষ্ঠাকালি $= 2(LB + BH + HL)$

$= 2 \times [8 \times 4 + 4 \times 4 + 4 \times 8]$

$= 2[32 + 16 + 32] = 2 \times 80$

= 160 ছে.মি.^{3} । (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন 2. এটা পাত্ৰ এটা খোলা অৰ্দ্ধগোলক আৰু তাৰ ওপৰত এটা খোলা বেলনৰে গঠিত । অৰ্দ্ধগোলকটোৰ ব্যাস 14 চে.মি. আৰু পাত্ৰটোৰ

মুঠ উচ্চতা হল 13

সমাধান ঃ এটা অৰ্ধ-গোলকৰ ব্যাস $= \mathbf{14}$ ছে.মি.

$\Rightarrow \mathbf{2R = 14}$

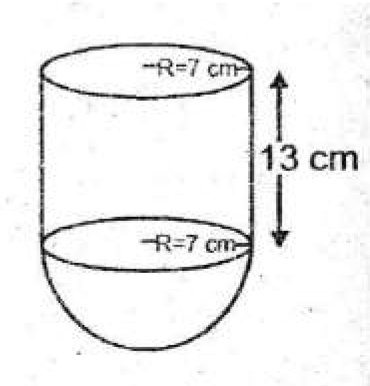
$\Rightarrow \mathbf{R = 7}$ ছে.মি.

অৰ্ধ-গোলাকৃতি পাত্ৰটোৰ সম্পূৰ্ণ উচ্চতা $(\boldsymbol{H}) = \mathbf{13}$ ছে.মি.

$\therefore$ বৃত্তাকাৰ বেলনৰ উচ্চতা $= (\mathbf{13 - 7})$ ছে.মি.

$= \mathbf{6}$ ছে.মি.

$\therefore$ পাত্ৰটোৰ বিতৰৰ ফালৰ পৃষ্ঠকালি



$=$ বৃত্তাকাৰ বেলনৰ ভিতৰৰ ফালৰ

পৃষ্ঠকালি $+$ অৰ্ধ-গোলকৰ ভিতৰৰ পৃষ্ঠকালি

$= \mathbf{2\pi RH + 2\pi R^2}$

$= \mathbf{2\pi R(H + R)}$

$= \mathbf{2 \times \frac{22}{7} \times 7(6 + 7)}$

$= \mathbf{44 \times 13}$

$= \mathbf{572}$ ছে.মি.^{2}

$\therefore$ পাত্ৰটোৰ ভিতৰৰ পৃষ্ঠকালি $= \mathbf{572}$ ছে.মি.^{2}

প্ৰশ্ন 3. এটা পুতলা একে ব্যাসাৰ্দ্ধযুক্ত এটা অৰ্দ্ধগোলকৰ ওপৰত $\mathbf{3.5}$ চে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধযুক্ত এটা সংকুৰে গঠিত । পুতলাটোৰ মুঠ উচ্চতা হ'ল $\mathbf{15.5}$ চে.মি. । পুতলাটোৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ শংকুটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $=$ অৰ্ধগোলটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(\boldsymbol{R})$

$= \mathbf{3.5}$ ছে.মি.

$= \mathbf{\frac{35}{10} = \frac{7}{2}}$ ছে.মি.

$\therefore$ শংকুৰ উল্লম্ব উচ্চতা $(\boldsymbol{H}) = (\mathbf{15.5 - 3.5}) = \mathbf{12}$ ছে.মি.

$\therefore$ শংকুৰ হেলনীয় উচ্চতা, $\boldsymbol{L} = \sqrt{\boldsymbol{R}^2 + \boldsymbol{H}^2}$

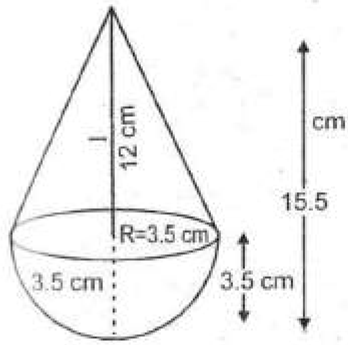
$\Rightarrow \boldsymbol{L} = \left(\frac{7}{2}\right)^2 + (12)^2$

$$\Rightarrow L = \sqrt{\frac{49}{4} + 144}$$

$$\Rightarrow L = \sqrt{\frac{49+576}{4}}$$

$$\Rightarrow L = \sqrt{\frac{625}{4}}$$

$$\Rightarrow L = \frac{25}{2}$$



পুতলাটোৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি $= 2\pi R^2 + \pi RL$

$$= \pi R(R + L)$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2}\left(2 \times \frac{7}{2} + \frac{25}{2}\right)$$

$$= 11\left(\frac{39}{2}\right) = 214.5$$ ছে.মি.^{2}

প্ৰশ্ন 4. 7 চে.মি. কাষযুক্ত এটা ঘনকীয় এটা টুকুৰা ওপৰভাগ এটা অৰ্দ্ধগোলকে আগুৰি আছে । অৰ্ধগোলকটোৰ সৰ্বোচ্চ ব্যাস কিমান হ'ব পাৰে ? গোটা বস্তুটোৰ পৃষ্ঠকালি নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ ঘনকীয় টুকুৰাৰ এটা বাহু $= 7$ ছে.মি.

অৰ্ধগোলকৰ ব্যাস $= 7$ ছে.মি.

$$\therefore 2R = 7$$

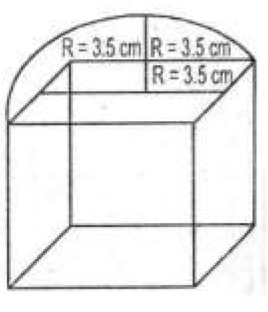
$$\Rightarrow R = \frac{7}{2}$$ ছে.মি. ।

$\therefore$ সম্পূৰ্ণ ঘনকীয় টুকুৰাৰ কালি

= (ঘনকৰ পৃষ্ঠকালি)- (অৰ্ধ-গোলকৰ ভূমিৰ কালি) + (অৰ্ধ-গোলকৰ বক্ৰ-পৃষ্ঠৰ কালি)

$$= 6l^2 - \pi R^2 + 2\pi R^2$$

$$= 6l^2 + \pi R^2$$



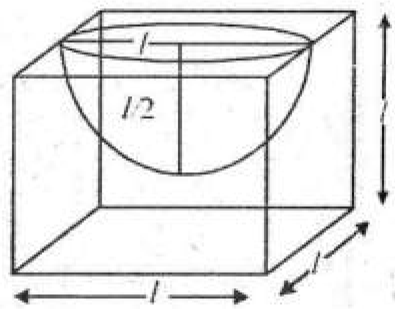
$$= 6(7)^2 + \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2$$

$$= \left[6 \times 49 + 11 \times \frac{7}{2}\right]$$ ছে.মি.^{2}

$$= 332.5$$ ছে.মি.^{2} ।

প্ৰশ্ন 5. এটা ঘনকীয় কাঠৰ টুকুৰাৰ এটা পৃষ্ঠৰ পৰা এটা অৰ্দ্ধগোলক আকৃতিৰ গভীৰতা কাটি লোৱা হৈছে যাতে অৰ্দ্ধগোলকৰ ব্যাস $'l'$ ঘনকৰ কাষৰ সৈতে একে হয় । অৱশিষ্ট অংশৰ পৃষ্ঠকালি নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ ঘনকৰ বহুদৈৰ্ঘ্য $= l$



$\therefore$ অৰ্ধ-গোলকৰ ব্যাস $=$ ঘনকৰ এটা বাহু

$\Rightarrow 2R = l$

$\Rightarrow R = \frac{1}{2}$

অৱশিষ্ট নিৰেট বা গোটা বস্তুটোৰ পৃষ্ঠকালি

$=$ ঘনকৰ পৃষ্ঠকালি $-$ অৰ্ধ-গোলকৰ ভূমিৰ কালি $+$ অৰ্ধ-গোলকৰ ভিতৰৰ পৃষ্ঠকালি

$= 6l^2 - \pi R^2 + 2\pi R^2$

$= 6l^2 + \pi R^2$

$= 6l^2 + \pi ({}^{1}/_{2})^2$

$= 6l^2 + \frac{\pi l^2}{4}$

$= \frac{1}{4} l^2 (\pi + 24)$ বৰ্গএকক। (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন 6. 2.4 চে.মি. উচ্চতা আৰু 1.4 চে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট এটা গোটা বেলনৰ পৰা এটা একে উচ্চতাৰ আৰু ব্যাসৰ শংকু আকৃতিৰ খোল খুলি উলিওৱা হ'ল । অৱশিষ্ট গোটাবস্তুটোৰ পৃষ্ঠকালি বৰ্গ চে.মি.ৰ শুদ্ধমানত নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ বেলনৰ ব্যাস $(D) = 1.4$ ছে.মি. $=$ শংকুৰ ব্যাস ।

$\therefore$ বেলনৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $=$ শংকৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R) = \frac{1.4}{2} = 0.7$ ছে.মি.

বেলনৰ উচ্চতা $(H) = 2.4$ ছে.মি.

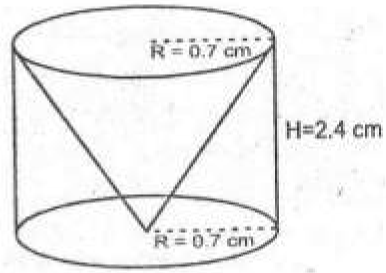
আমি জানো, $L^2 = R^2 + H^2$

$\Rightarrow L = \sqrt{(0.7)^2 + (2.4)^2}$

$\Rightarrow L = \sqrt{0.49 + 5.76} = \sqrt{6.25}$

$\Rightarrow L = 2.5$ ছে.মি.।

$\therefore$ অৱশিষ্ট অংশটোৰ সম্পূৰ্ণ পৃষ্ঠকালি



$=$ বেলনৰ বক্ৰপৃষ্ঠ ৰ কালি $+$ বেলনৰ ভূমিৰ কালি $+$ শংকুৰ পৃষ্ঠকালি

$= 2\pi RH + \pi R^2 + \pi R^2$

$= \pi R(2R + R + L)$

$= \frac{22}{7} \times \mathbf{0.7[2(2.4) + 0.7 + 2.5]}$

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{100}[\mathbf{4.8 + 3.2}]$

$= \frac{22}{10} \times = \frac{176}{10} = \mathbf{17.6}$ ছে.মি.^{2}

∴ অৱশিষ্ট অংশটোৰ সম্পূৰ্ণ পৃষ্ঠকালি (আসন্ন ছে.মি.^{2}) $= \mathbf{17.6}$ ছে.মি.^{2}

প্ৰশ্ন 9. চিত্ৰ **13.11** ত দেখুওৱাৰ দৰে এটা গোটা বেলনৰ পৰা দুয়োটা মূৰৰপৰা অৰ্দ্ধগোলক আকৃতিত কাটি এটা কাঠৰ বস্তু বনোৱা হ'ল। যদি বেলনৰ উচ্চতা **10** চে.মি. আৰু ইয়াৰ ভূমিৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ **3.5** চে.মি., তেন্তে বস্তুটোৰ মুঠ পৃষ্ঠ কালি নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ বেলনৰ উচ্চতা $(H) = \mathbf{10}$ ছে.মি.

বেলনৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ = অৰ্ধ-গোলকৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ (**R**)

$= \mathbf{3.5}$ ছে.মি.

∴ বস্তুটোৰ সম্পূৰ্ণ পৃষ্ঠকালি = বেলনৰ বক্ৰপৃষ্ঠৰ কালি $+2+$ অৰ্ধগোলকৰ বক্ৰপৃষ্ঠৰ কালি

$= 2\pi RH + 2(2\pi R^2)$

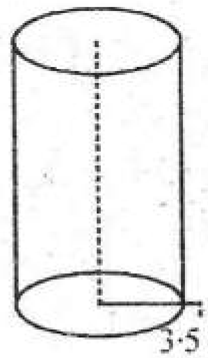
$= 2\pi R(H + 2R)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5|10 + 2(3.5)|$

$= \frac{44}{7} \times \frac{35}{10}|10 + 7|$

$= \frac{44}{7} \times \frac{5}{10} \times 17 = 44 \times \frac{1}{2} \times 17$

$= 22 \times 17 = 374$ ছে.মি.^{2} (উত্তৰ)



অনুশীলনী – 13.2

প্রশ্ন 1. শংকু আকৃতিৰ এটা গোটাবস্তু এটা অৰ্দ্ধগোলকৰ ওপৰত থিয় হৈ আছে য'ত সিহঁত দুয়োটাৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ হ'ল 1 চে.মি. আৰু শংকুৰ উচ্চতা ইয়াৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ সমান । গোটাবস্তুটোৰ আয়তন πৰ মানেৰে নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ শংকুৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ= অৰ্ধ-গোলাকৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R) = 1$ ছে.মি.

শংকুৰ উচ্চতা $= 1$ ছে.মি.

বস্তুটোৰ আয়তনৰ = শংকুৰ আয়তনৰ + অৰ্ধ-গোলকৰ আয়তন

$$= \frac{1}{3}\pi R^2 H + \frac{2}{3}\pi R$$

$$= \frac{1}{3}\pi R^2 (H + 2R)$$

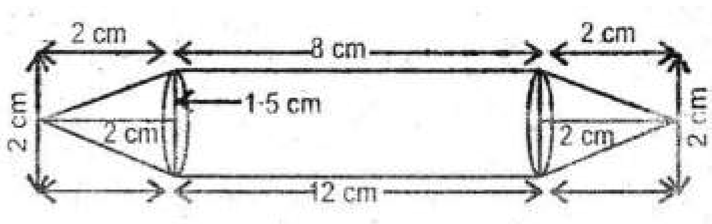
$$= \frac{1}{3}\pi (1)^2 [1 + 2 \times 1] = \frac{1}{3}\pi \times 3 = \pi \quad \text{ছে.মি.}^3$$

∴ বস্তুটোৰ আয়তন $= \pi$ ছে.মি.^{3} (উত্তৰ)

প্রশ্ন 2. ৰাছেল এজন ইঞ্জিনীয়াৰিঙৰ ছাত্ৰ, তেওঁক এখন পাতল-এলুমিনিয়ামৰ পাতৰ সহায়ত দুইমূৰে দুটা শংকুসহ এটা বেলন আকৃতিৰ আৰ্হি প্ৰস্তুত কৰিবলৈ কোৱা হ'ল । আৰ্হিৰ ব্যাস হ'ল 3 চে.মি. আৰু দৈৰ্ঘ্য 12 চে.মি. । যদি প্ৰতিটো শংকুৰ দৈৰ্ঘ্য 2 চে.মি. হয় , তেন্তে ৰাছেলে প্ৰস্তুত আৰু আৰ্হিত থকা বায়ুৰ আয়তন নিৰ্ণয় । (ধৰাহওক, আৰ্হিৰ ভিতৰৰ আৰু বাহিৰৰ মাপ প্ৰায় একে)।

সমাধান ঃ শংকুৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R) =$ বেলনৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $= (R) = \frac{3}{2}$ ছে.মি.

প্ৰতিটো শংকুৰ উচ্চতা $(h) = 2$ ছে.মি.



∴ বেলনৰ উচ্চতা $(H) = 12 - 2 - 2 = 8$ ছে.মি.

∴ আৰ্হিটোত থকা বায়ুৰ আয়তন $(v) =$ বেলনৰ আয়তন $+2+$ শংকুৰ আয়তন

$$= \pi R^2 H + 2\left[\frac{1}{3}\pi R^2 h\right]$$

$$= \pi R^2 \left[H + \frac{2}{3}h\right]$$

$$= \frac{22}{7} \times 1.5 \times 1.5 \left[8 + \frac{2}{3} \times 2\right]$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{15}{10} \times \frac{15}{10}\left[8 + \frac{4}{3}\right]$$

$$= \frac{\overset{11}{\cancel{22}}}{7} \times \frac{3}{\cancel{2}} \times \frac{3}{2}\left(\frac{24+4}{3}\right)$$

$$= \frac{\cancel{99}^{33}}{\cancel{14}} \times \frac{\cancel{28}^{2}}{\cancel{3}} 66 \text{ ছে.মি.}^3$$

∴ আহিঁটোত থকা বায়ুৰ আয়তন $(v) = 66$ ছে.মি.^{3} । (উত্তৰ)

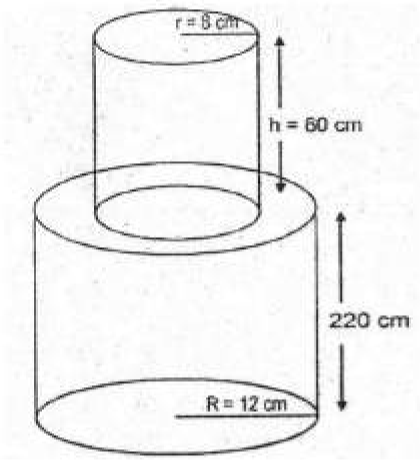
প্ৰশ্ন 3. এটা গোটা লোহাৰ খুটা 220 চে.মি. উচ্চতা আৰু 24 চে.মি. ভূমি ব্যাসবিশিষ্ট বেলনেৰে গঠিত যাৰ ওপৰভাগ 60 চে.মি. উচ্চতা আৰু 8 চে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধযুক্ত আন এটা বেলনে আবৃত কৰি আছে । খুটাটোৰ ভৰ নিৰ্ণয় কৰা , দিয়া আছে, 1 ঘন চে.মি. লোৰ ভৰ প্ৰায় 8 গ্ৰাম । ($\pi = 3.14$ ব্যৱহাৰ কৰা)।

সমাধান ঃ তলৰ বেলনৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R) = \frac{24}{2} = 12$ ছে.মি.

তলৰ বেলনৰ উচ্চতা $(H) = 220$ ছে.মি.

ওপৰৰ বেলনৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(r) = 8$ ছে.মি.

ওপৰৰ বেলনৰ উচ্চতা $(h) = 60$ ছে.মি.



∴ খুটাটোৰ আয়তন = তলৰ বেলনৰ আয়তন + ওপৰৰ বেলনৰ আয়তন

$$= \pi R^2 H + \pi r^2 h$$

$$= 3.14 \times 12 \times 12 \times 220 + 3.14 \times 8 \times 8 \times 60$$

$$= 99475.2 + 12057.6$$

$$= 111532.8 \text{ ছে. মি.}^3$$

∴ 1 ছে.মি.^{3}-ৰ ভৰ $= 8$ গ্ৰাম

∴ 111532.8-ৰ ভৰ $= 8 \times 111532.8$

$= 892262.4$ গ্ৰাম

$= \frac{892262.4}{10000}$ কি. গ্ৰাম. $= 892.2624$ গ্ৰাম

∴ খুটাটোৰ ভৰ $= 8922.6$ কি. গ্ৰাম. (প্ৰায়) ।

প্ৰশ্ন 5. এটা গোলক আকৃতিৰ কাঁচৰ পাত্ৰৰ 8 চে.মি. দীঘল আৰু 2 চে.মি. ব্যাসৰ এটা বেলন সদৃশ ডিঙি আছে, গোলকীয় অংশ ৰ ব্যাস হ'ল 8.5 চে.মি.। ইয়াত ধৰা পানী জোখ-মাপ কৰি এটা শিশুৱে ইয়াৰ আয়তন 345 ঘন চে.মি. পালে । ওপৰৰ জোখ ভিতৰৰ জোখ হিচাপে লৈ আৰু $\pi = 3.14$ ধৰি, তাই শুদ্ধ আছিলনে নাই, পৰীক্ষা কৰা ।

সমাধান ঃ বেলনাকৃতিৰ ডিঙিৰ ব্যাস $= 2$ ছে.মি.

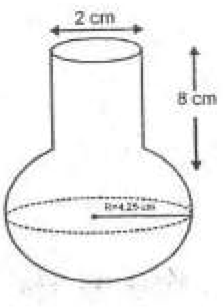
∴ ডিঙিৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(r) = 1$ ছে.মি.

বেলনাকৃতি অংশৰ উচ্চতা $(h) = 8$ ছে.মি.

গোলাকাৰ কাঁচৰ পাত্ৰটোৰ ব্যাস $= 8.5$ ছে.মি.

∴ কাঁচৰ পাত্ৰটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R) = \frac{8.5}{2}$ ছে.মি. $= 4.25$ ছে.মি.

∴ পাত্ৰটোত থকা পানীৰ পৰিমাণ (v)



= গোলাকাৰ পাত্ৰৰ আয়তন + বেলনাকৃতি অংশৰ আয়তন

$= \frac{4}{3}\pi R^3 + \pi r^2 h$

$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times (4.25)^3 + 3.14 \times (1)^2 \times 8$

$= 321.39 + 25.12 = 346.51$ ছে.মি.^{3}

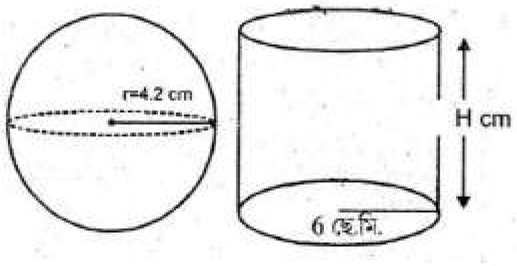
∴ পাত্ৰটোত থকা পানীৰ পৰিমাণ $= 346.51$ ছে.মি.^{3}

∴ পৰীক্ষা কৰি দিখা গ'ল যে শিশুটোৰ হিচাপ ঠিক নহয় ।

অনুশীলনী -13.3

প্ৰশ্ন $1.$ 4.2 ছে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধৰ ধাতুৰ গোলক এটা গলাই পেলোৱা হ'ল আৰু তাক পুনৰ 6 চে.মি ব্যাসাৰ্দ্ধৰ এটা বেলন আকৃতি দিয়া হ'ল । বেলমটোৰ উচ্চতা নিৰ্ময় কৰা ।

সমাধান ঃ



ধাতুৰ-গোলকৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(r) = 4.2$ ছে.মি.

বেলনৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R) = 6$ ছে.মি.

ধৰা হ'ল বেলনৰ উচ্চতা $= H$ ছে.মি.

ধাতুৰ-গোলকটো গলোৱাৰ পিচত, গোলকৰ আয়তন $=$ বেলনৰ আয়তন হয় ।

$$\therefore \frac{4}{3}\pi r^3 = \pi R^2 H$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (4.2)^3 = \frac{22}{7} \times (6)^2 H$$

$$\Rightarrow H = \frac{\frac{4}{3} \times 4.2 \times 4.2 \times 4.2}{6 \times 6}$$

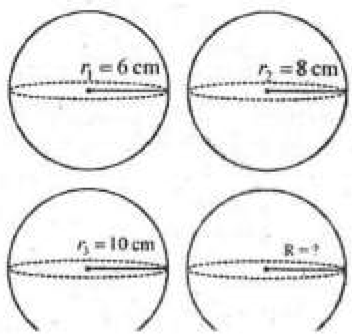
$$\Rightarrow H = \frac{4}{3} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow H = \frac{2744}{1000} = 2.744 \text{ ছে.মি.}$$

$\therefore$ বেলনটোৰ উচ্চতা $(H) = 2.74$ ছে.মি. (প্ৰায়)

প্ৰশ্ন 2. 6 চে.মি., 8 চেমি. আৰু 10 চে.মি., ব্যাসাৰ্দ্ধৰ তিনিটা ধাতুৰ গোলক গলাই এটা নতুন গোলক তৈয়াৰ কৰা হ'ল । নতুন গোলকটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ



প্ৰথম গোলকটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(r_1) = 6$ ছে.মি.

দ্বিতীয় গোলকটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(r_2) = 8$ ছে.মি.

তৃতীয় গোলকটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(r_3) = 10$ ছে.মি.

ধৰা হ'ল গোলকটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $= R$ ছে.মি.

তিনিটা গোলক গলোৱাৰ পিছত, সিহঁতৰ আয়তন = ডাঙৰ গোলকটোৰ আয়তন ।

$$\therefore \frac{4}{3}\pi {r_1}^3 + \frac{4}{3}\pi {r_2}^3 + \frac{4}{3}\pi {r_3}^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi({r_1}^3 + {r_2}^3 + {r_3}^3) = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\Rightarrow R^3 = (6)^3 + (8)^3 + (10)^3$$

$$\Rightarrow R^3 = 216 + 512 + 1000 = 1728$$

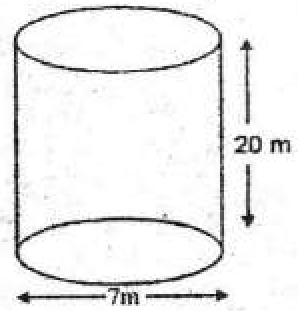
$$\Rightarrow R = \sqrt[3]{2^6 \times 3^3}$$

$$\Rightarrow R = 2^2 \times 3 = 12$$

$\therefore$ নতুন গোলকটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ 12 ছে.মি. ।

প্ৰশ্ন 3. 20 মিটাৰ গভীৰ আৰু 7 মিটাৰ ব্যাসৰ এটা কুঁৱা খান্দি তাৰ মাটিখিনি সমভাৱে বহলাই 22 মি. × 14 মি. জোখৰ প্লেটফৰ্ম এখন প্ৰস্তুত কৰা হ'ল । প্লেটফৰ্মখনৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ কুঁৱাটোৰ ব্যাস $= 7$ মি.



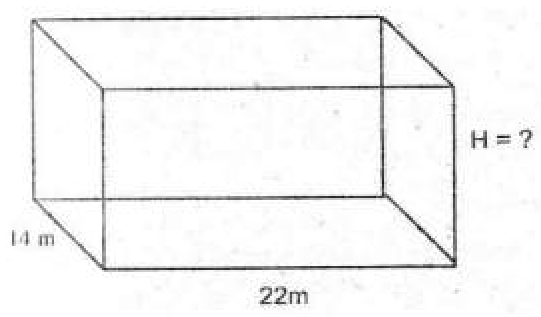
$\therefore$কুঁৱাটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R) = \frac{7}{2}$ মি.

প্লেটফৰ্মৰ দৈৰ্ঘ্য $(L) = 22$ মি.

প্লেটফৰ্মৰ প্ৰস্থ $(B) = 14$ মি.

ধৰা হ'ল প্লেটফৰ্মৰ উচ্চতা $= H$ মি.

কুঁৱাটোৰ পৰা খনন কৰা মাটি আয়তন = প্লেটফৰ্মৰ আয়তন ।



∴ প্ৰশ্নমতে, $\pi R^2 H = L \times B \times H$

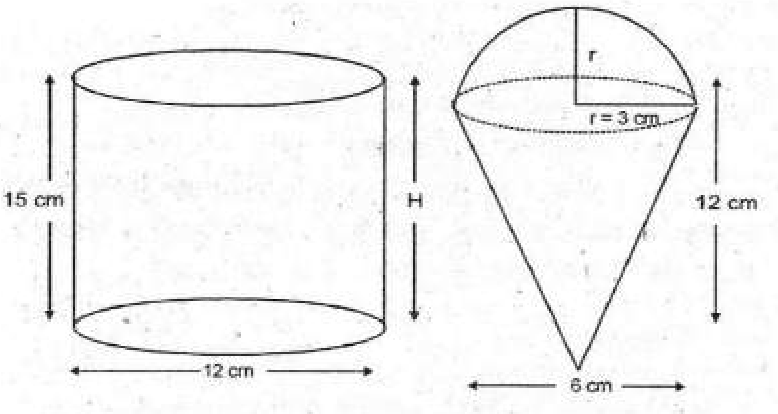
$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 20 = 22 \times 14 \times H$$

$$\Rightarrow H = \frac{22 \times 7 \times 7 \times 20}{7 \times 2 \times 2 \times 22 \times 14} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ মি.}$$

∴ প্লেটফৰ্মৰ উচ্চতা $= 2.5$ মি. (উত্তৰ) ।

প্ৰশ্ন **4.** **12** চে.মি. ব্যাস আৰু ১৫ চে.মি. উচ্চতাৰ লম্বীয় বৃত্তাকাৰ বেলন আকৃতিৰ এটা পাত্ৰ আইচক্ৰীমেৰে পূৰ্ণ হৈ আছে । আইচক্ৰীমখিনি **12** চে.মি. উচ্চতা আৰু **6** চে.মি. ব্যাসৰ ওপৰৰ ফালে অৰ্দ্ধগোলক আকৃতিৰ শংকুত ভৰাব লাগে । এই আইচক্ৰীমখিনিৰে পূৰাব পৰা এনে কিমান সংখ্যক শংকু পাম নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ



বেলনৰ ব্যাস $(D) = 12$ ছে.মি. ।

বেলনৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R) = 6$ ছে.মি. ।

বেলনৰ উচ্চতা $(H) = 15$ ছে.মি. ।

শংকুৰ ব্যাস $= 6$ ছে.মি. ।

শংকুৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $= 3$ ছে.মি. ।

অৰ্ধ-গোলকৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(r) = 3$ ছে.মি. ।

শংকুৰ উচ্চতা $(h) = 12$ ছে.মি. ।

ধৰা হ'ল আইচ-ক্ৰীম ভৰাৰ বাবে ব্যৱহৃত শংকু-আকাৰ বিশিষ্ট পাত্ৰৰ সংখ্যা $= n$

∴ পাত্ৰটোত থকা আইচ-ক্ৰীমৰ আয়তন

$=$ (শংকুৰ আয়তন $+$ অৰ্ধ-গোলকৰ আয়তন)

$$\Rightarrow \pi R^2 H = n\left[\frac{1}{3}\pi r^2 + \frac{2}{3}\pi r^3\right]$$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 15 = n\left[\frac{1}{\not 3} \times \frac{22}{7} \times \not 3 \times 3 \times 12 + \frac{2}{3} \times \frac{22}{7}(3)^3\right]$$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 15 = n\left[\frac{22}{7} \times 3 \times 12 + 2 \times \frac{22}{7} 3^2\right]$$

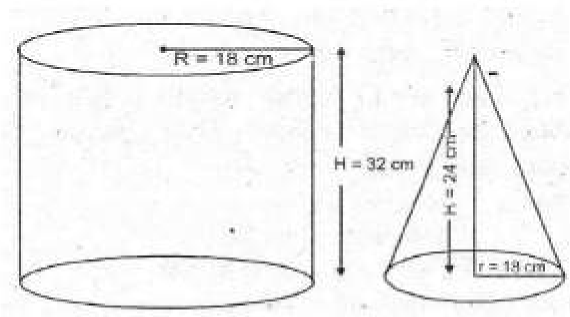
$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 15 = n \times \frac{22}{7} \times 3^2 \times 2[2+1]$$

$$\Rightarrow n = \frac{6^2 \times 6^2 \times 15^5}{3 \times 3 \times 2 \times 3} = 10$$

∴ নিৰ্ণেয় শংকুৰ সংখ্যা $= 10$. (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন 5. 32 চে.মি. ওখ আৰু 18 চে.মি. ভূমিব্যাসাৰ্দ্ধ বিশিষ্ট এটা বেলন আকৃতিৰ বাল্টিটো বালিৰে পূৰ্ণহৈ আছে । এই বাল্টিটো মাটিত খালী কৰাত এটা শংকু আকৃতিৰ দ'ল সৃষ্টি হ'ল । শংকু আকৃতিৰ দলটোৰ উচ্চতা 24 চে.মি. হ'লে, শংকুটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ আৰু হেলনীয়া উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ



বেলনাকৃতি বাল্টিৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R) = 18$ চে.মি. ।

বেলনাকৃতি বাল্টিৰ উচ্চতা $(H) = 32$ চে.মি. ।

শংকু আকৃতিৰ দলৰ উচ্চতা $(h) = 24$ ছে.মি. ।

ধৰা হল শংকুৰ ভূমি ব্যাসাৰ্দ্ধ $= r$

আৰু হেলনীয়া উচ্চতা $= l$.

বাল্টিত থকা বালিৰ আয়তন = শংকুত থকা বালিৰ আয়তন ।

$$\Rightarrow \pi R^2 H = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times 18 \times 18 \times 32 = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times r^2 \times 24$$

$\Rightarrow r^2 = \frac{18\times18\times\cancel{32}^4\times\cancel{8}}{\cancel{24}\cancel{8}} = (9)^2 \times 2^2 \times 2^2$

$\Rightarrow r = \sqrt{9^2 \times 2^2 \times 2^2} = 9 \times 2 \times 2 = 36$

∴ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(r) = 36$ ছে.মি. (উত্তৰ)

আকৌ, (হেলনীয়া উচ্চতা)^2 = (ব্যাসাৰ্দ্ধ)^2 + (উচ্চতা)^2

$\Rightarrow l^2 = r^2 + h^2$

$\Rightarrow l = \sqrt{(36)^2 + (24)^2}$

$\Rightarrow l = \sqrt{1276 + 576} = \sqrt{1872}$

$\Rightarrow l = \sqrt{12 \times 12 \times 13} \quad \Rightarrow l -= 12\sqrt{13}$

∴ নিৰ্ণেয় হেলনীয়া উচ্চতা= $12\sqrt{13}$ ছে.মি. ।

প্ৰশ্ন 6. এজন খেতিয়কে তেওঁৰ পথাৰত থকা 10 মি. ব্যাস আৰু 2 মি. গভীৰতাৰ এটা বেলন আকৃতিৰ চৌবাচ্চাৰ লগত 20 চে.মি. ভিতৰ ব্যাসৰ এডাল পাইপ এটা নলাৰ লগত সংযোগ কৰি দিলে । যদি 3 কি.মি./ঘন্টা হাৰত পাইপেৰে পানী বৈ যায় তেন্তে চৌবাচ্চাটো ভৰ্তি হ'বলৈ কিমান সময় লাগিব ?

সমাধান ঃ

পানীপ্ৰবাহৰ হাৰ $= 3$ কি.মি./ঘন্টা ।

নলাৰ অন্তৰ্ব্যাস $= 20$ ছে.মি.

∴ নলাৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(r) = 10$ ছে.মি. $= \frac{10}{100}$ মি.$= \frac{1}{10}$ মি.

বেলনাকৃতি চৌবাচ্চাটোৰ ব্যাস $= 10$ মি.

বেলনাকৃতি চৌবাচ্চাটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R) = \frac{10}{2}$ মি.$= 5$ মি.

∴ চৌবাচ্চাটোৰ উচ্চতা $(H) = 2$ মি.

ধৰা হ'ল নলাটো n মিনিটত চৌবাচ্চাটোত পানী সম্পূৰ্ণ ভাবে পূৰ্ণ কৰে ।

∴ চৌবাচ্চাটোৰ আয়তন =

n মিনিটত নলাৰ দ্বাৰা সম্পূৰ্ণভাবে পূৰ্ণ কৰা পানীৰ আয়তন

$\Rightarrow \pi R^2 H = n$ [খেতিপথাৰৰ কালি প্ৰস্থচ্ছেদ × পানীৰ বেগ]

$\Rightarrow \frac{22}{7} \times (5)^2 \times 2 = n(\pi r^2) \times 3$ কি.মি./ঘন্টা ।

$\Rightarrow \frac{22}{7} \times 25 \times 2 = n\left[\frac{22}{7} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{3\times1000}{60}\right]$

$\Rightarrow \frac{22}{7} \times 25 \times 2 = n\left[\frac{22}{7} \times \frac{1}{2}\right]$

$\Rightarrow \frac{22}{7} \times 25 \times 2 = \frac{77}{7} \times \frac{1}{2} \times n$

$\Rightarrow \frac{n}{2} = 50 \Rightarrow n = 100$

∴ চৌবাচ্চাটো সম্পূৰ্ণভাৱে পূৰ্ণ হ'বলৈ **100** মিনিট সময় লাগিব । (উত্তৰ)

অনুশীলনী -13.4

প্ৰশ্ন **1.** এটা পানীখোৱা গিলাচ এটা **14** চে.মি. উচ্চতাৰ শংকুচ্ছেদ । ইয়াৰ দুই বৃত্তকাৰ মুৰৰ ব্যাস **4** চে.মি. আৰু **2** চে.মি. । গিলাচৰ ধাৰণ ক্ষমতা নিৰ্ণয় কৰা ।

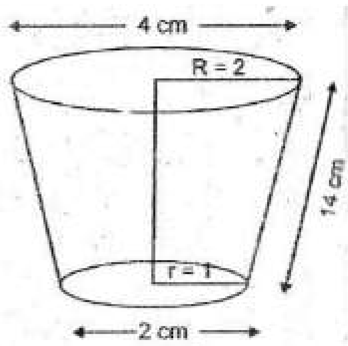
সমাধান ঃ

গিলাচ উচ্চতা $(H) = 14$ ছে.মি.

গিলাচৰ ওপৰৰ প্ৰান্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R) = 2$ ছে.মি.

গিলাচৰ তলৰ প্ৰান্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(r) = 1$ ছে.মি.

শংকুচ্ছেদ আকৃতিৰ গিলাচৰ আয়তন



$= \frac{1}{3}\pi\left[R^2 + r^2 + Rr\right]H$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7}\left[(2)^2 + (1)^2 + 2 \times 1\right] \times 14$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7}[4 + 1 + 2] \times 14$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 14$

$= \frac{22 \times 14}{3} = 102.67$ ছে.মি.^{3}

∴ গিলাচৰ আয়তন $= 102.67$ ছে.মি.^{3}

প্ৰশ্ন **2.** এটা শংকুচ্ছেদৰ হেলনীয়া উচ্চতা **4** চে.মি. আৰু ইয়াৰ বৃত্তাকাৰ মুৰৰ পৰিসীমা (পৰিধি) হ'ল **18** চে.মি. আৰু **6** চে.মি. । শংকুচ্ছেদটোৰ বক্ৰপৃষ্ঠৰকালি নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ

শংকুচ্ছেদ আকৃতিৰ গিলাচৰ হেলনীয়া উচ্চতা $= 4$ ছে.মি.

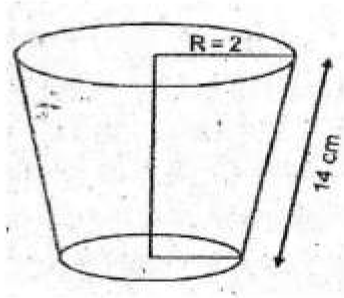
গিলাচটোৰ ওপৰৰ অংশ আৰু তলৰ অংশৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ ক্ৰমে R আৰু π ধৰা হ'ল ।

∴ ওপৰৰ অংশৰ পৰিধি $= 2\pi R = 18$

$\Rightarrow R = \frac{18}{2\pi}$

$\Rightarrow R = \frac{9}{\pi}$ ছে.মি. ।

তলত অংশৰ পৰিধি $= 6$ ছে.মি.



$\Rightarrow 2\pi r = 6$

$\Rightarrow r = \frac{6}{2x} = \frac{3}{\pi}$ ছে.মি.

গিলাচৰ বক্ৰ পৃষ্ঠৰ কালি $= \pi(R + r)l$

$= \pi\left(\frac{9}{\pi} + \frac{3}{\pi}\right) \times 4$

$\Rightarrow \pi\left(\frac{12}{\pi}\right) \times 4 = 48$ ছে.মি.^{2}

$\therefore$ নিৰ্ণেয় বক্ৰপৃষ্ঠৰ কালি $= 48$ ছে.মি.^{2} (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন 3. 16 চেমি. উচ্চতাৰ শংকুচ্ছেদ এটুকুৰাৰ নিচিনা ধাতুৰ পাতেৰে নিৰ্মিত মুখৰ খোলা পাত্ৰ এটাৰ তলৰ আৰু ওপৰৰ ভূমিৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ ক্ৰমে 8 চে.মি. আৰু 20 চে.মি.। প্ৰতিলিটাৰত 20 টকা দৰত লোৱা গাখীৰেৰে পাত্ৰটো পূৰ্ণ কৰিবলৈ কিমান খৰচ পৰিব নিৰ্ণয় কৰা । পাত্ৰটো নিৰ্মান কৰোঁতে ব্যৱহাৰ কৰা ধাতুৰ পাতৰ খৰচ উলিওৱা যদি ইয়াৰ দাম প্ৰতি 100 বৰ্গ চে.মি. 8 টকা । ($\pi = 3.14$ লোৱা)।

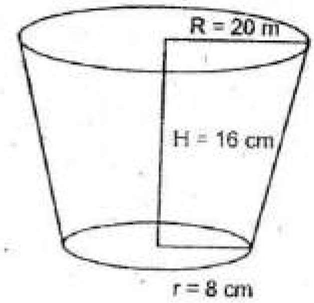
সমাধান ঃ

পাত্ৰটোৰ তলৰ অংশৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R) = 20$ ছে.মি.

পাত্ৰটোৰ তলৰ অংশৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(r) = 8$ ছে.মি.

আৰু উচ্চতা$(H) = 16$ ছে.মি.

$\therefore$ হেলনীয়া উচ্চতা $(l) = \sqrt{H^2 + (R - r)^2}$



$= \sqrt{(16)^2 + (20 - 8)^2}$

$= \sqrt{256 + 144}$

$= \sqrt{400} = 20$ ছে.মি.।

পাত্ৰটোৰ ধাৰণক্ষমতা $= \frac{1}{3}\pi H\left(R^2 + r^2 + Rr\right)$

$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 16\left[(20)^2 + (8)^2 + 20 \times 8\right]$

$= \frac{3.14 \times 16}{3}[400 + 64 + 160]$

$= 3.14 \times 16 \times 624$

$= 10449.92$ ছে.মি.^{3}

∴ গাখীৰৰ পৰিমাণ $= 10449.92$ ছে.মি.^{3}

$= \frac{10449.92}{100}$ লিটাৰ [∴ 1 ছেমি.^{3} $= 1000$ লি.

$= 1045$ লিটাৰ

∴ 1 লিটাৰ গাখীৰৰ মূল্য $= 20$ টকা

∴ 10.45 লিটাৰ গাখীৰৰ মূল্য $= (10.45 \times 20)$ টকা

$= 209$ টকা ।

∴ পাত্রটোৰ বক্র-পৃষ্ঠ কালি $= \pi l(R + r)$

$= 3.14 \times 20|20 + 8|$

$= 1758.4$ ছে.মি.^{2}

পাত্রটোৰ ভূমিৰ কালি $= \pi r^2$

$= 3.14 \times (8)^2$

$= 3.14 \times 64 = 200.96$ ছে.মি.^{2}

পাত্রটো প্রস্তুত কৰাৰ বাবে প্রয়োজনীয় ধাতুৰ পৰিমাণ

= বক্রপৃষ্ঠৰ কালি + ভূমিৰ কালি

$= (1758.4 + 200.96)$ ছে.মি.^{2}

$= 1959.36$ ছে.মি.^{2}

∴ প্রতি 100 ছে.মি.^{2} পাতৰ মূল্য $= 8$ টকা ।

∴ 1 ছে.মি.^{2} পাতৰ মূল্য $= \frac{8}{100}$ টকা ।

∴ 1959.36 ছে.মি.^{2} পাতৰ মূল্য $= \left(\frac{8}{100} \times 1959.36\right)$ টকা ।

$= 156.75$ টকা ।

∴ ব্যৱহৃত ধাতব-পাতৰ মূল্য $= 156.75$ টকা আৰু গাখীৰৰ মূল্য 209.00 টকা ।

প্ৰশ্ন 5. 20 চে.মি. ওখ আৰু 60^0 শীৰ্ষকোণ বিশিষ্ট ধাতুৰ লম্বীয়বৃত্তাকাৰ শংকু এটাক ভূমিক সমান্তৰালকৈ এখন সমতলে মাজতে দুটা ভাগ কৰি কাটিছে । যদি এনেদৰে পোৱা শংকুচ্ছেদটোৰ পৰা $\frac{1}{16}$ চে.মি. ব্যাসৰ তাঁৰ প্ৰস্তুত কৰা হয়, তাঁৰডালৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ শংকুৰ শীৰ্ষকোণৰ পৰিমাণ $= 60^0$ । শংকুৰ উন্নতি শীৰ্ষকোণক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে ।

$$\therefore \angle EOF = 30^0$$

$$\therefore \Delta OBD\text{-ত}, \frac{BD}{OD} = \tan 30^0$$

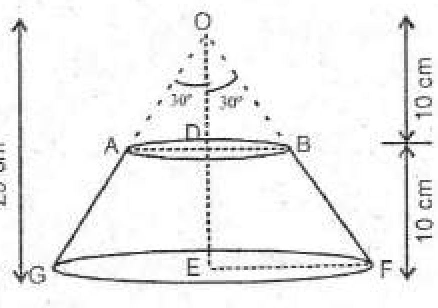
$$\Rightarrow \frac{r}{10} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow r = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ ছে.মি.}$$

আকৌ, ΔOEF-ত

$$\frac{EF}{OE} = \tan 30^0$$

$$\Rightarrow \frac{R}{20} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow R = \frac{20}{\sqrt{3}} \text{ ছে.মি.}$$



∴ শংকুচ্ছেদৰ আয়তন

$$= \frac{\pi}{3} h\left[R^2 + r^2 + Rr\right]$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{10}{3}\left[\left(\frac{20}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{20}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{20}{\sqrt{3}} \times \frac{10}{\sqrt{3}}\right]$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{10}{3}\left[\frac{400}{3} + \frac{100}{3} + \frac{200}{3}\right]$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{10}{3}\left[\frac{700}{3}\right] \text{ ছে.মি.}^3$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7000}{9} = \frac{22}{9} \times 1000 \text{ ছে.মি.}^3$$

শংকুচ্ছেদৰ পৰা $\frac{1}{16}$ ছে.মি. ব্যাসাযুক্ত তাঁৰ প্ৰস্তুত কৰা হয় ।

∴ বেলনাকাৰ তাঁৰৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(r_1) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{32}$ ছে.মি. ।

ধৰা হ'ল বেলনটোৰ উচ্চতা $= H$ ছে.মি.

যিহেতু, ক্ষেত্ৰত আয়তন একে থাকে, অৰ্থাৎ শংকপৰ আয়তন = বেলনাকাৰ তাঁৰৰ আয়তন

$$\Rightarrow \frac{22}{9} \times 100 = \pi {r_1}^2 H$$

$$\Rightarrow \frac{22}{9} \times 100 = \frac{22}{7} \times \left(\frac{1}{32}\right)^2 \times H$$

$$\Rightarrow H = \frac{\frac{22}{9}\times 1000}{\frac{22}{7}\times\frac{1}{32}\times\frac{1}{32}}$$

$$\Rightarrow H = \frac{22}{9}\times 1000 \times 7 \times 32 \times 32 \times \frac{1}{22}$$

$\Rightarrow H = 796444.44$ ছে.মি.

$\Rightarrow H = \frac{796444.44}{100}$ মিটাৰ

$\Rightarrow H = 7964.44$ মিটাৰ

$\therefore$ তাঁৰটোৰ দৈৰ্ঘ্য $= 7964.44$ মিটাৰ ।

অনুশীলনী – 13.5 (ঐচ্ছিক)

প্ৰশ্ন 1. 3 মি.মি. ব্যাসৰ এডাল তামৰ তাঁৰ, 12 চে.মি. ওখ আৰু 10 চে.মি. ব্যাসৰ এটা বেলনৰ বাহিৰফালে মেৰাওৱা হৈছে যাতে বেলনটোৰ বক্ৰপৃষ্ঠ সম্পূৰ্ণৰূপে ঢাক খায় । তাঁৰডালৰ দৈৰ্ঘ্য আৰু ভৰ, তামৰ ঘনত্ব 8.88 গ্ৰাম প্ৰতিঘন চে.মি. ধৰি লৈ নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ তাঁৰৰ ব্যাস $(d) = 3$ মি.মি.

$\therefore$ তাঁৰৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(\pi) = \frac{3}{2}$ মি.মি.$= \frac{3}{20}$ ছে.মি.

বেলনৰ ব্যাস $= 10$ ছে.মি. ।

বেলনৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R) = 5$ ছে.মি. ।

বেলনৰ উচ্চতা $(H) = 12$ ছে.মি. ।

বেলনৰ পৰিধি $=$ এক পাক তাঁৰৰ দৈৰ্ঘ্য ।

$\Rightarrow 2\pi R =$ এক পাক তাঁৰৰ দৈৰ্ঘ্য ।

$\therefore$ তাঁৰৰ পাক (turn) ৰ সংখ্যা $= \frac{\text{বেলনৰ উচ্চতা}}{\text{তাঁৰৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ}}$

$= \frac{12\ cm}{3\ cm} = \frac{12}{3} \times 10 = 40$ ছে.মি. ।

$\therefore$ তাঁৰৰ দৈৰ্ঘ্য $=$ তাঁৰৰ পাকৰ সংখ্যা $\times$ একপাক তাঁৰৰ দৈৰ্ঘ্য

$\Rightarrow H = 40 \times \frac{220}{7}$ ছে.মি. । $= 1257.14$ ছে.মি. ।

$\therefore$ তাঁৰৰ আয়তন $= \pi r^2 H$

$= \frac{22}{7} \times \frac{3}{20} \times \frac{3}{20} \times \mathbf{1257.14}$ ছে.মি.^{3}

$= \mathbf{88.89}$ ছে.মি.^{3} ।

$\therefore$ **1** ছে.মি.^{3} আয়তন বিশিষ্ট তাঁৰৰ ভৰ $= \mathbf{8.88}$ গ্ৰাম

$\therefore$ **88.89** ছে.মি.^{3} আয়তন বিশিষ্ট তাঁৰৰ ভৰ $= (\mathbf{8.88 \times 88.89})$ গ্ৰাম

$= \mathbf{789.41}$ গ্ৰাম ।

$\therefore$ ব্যবহৃত তাঁৰৰ দৈৰ্ঘ্য $= \mathbf{1257.14}$ ছে.মি. আৰু তাঁৰৰ ভৰ $= \mathbf{789.41}$ গ্ৰাম ।

প্ৰশ্ন 2. এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ যাৰ বাহু **3** চে.মি. আৰু **4** চ.মি. (অত্ৰিভুজৰ বাদে), য়াৰ অতিভুজৰ সাপেক্ষে ঘূৰোৱা হৈছে । এনেদৰে ঘূৰ্ণনৰ ফলত গঠিত দ্বৈত শংকুৰ আয়তন আৰু পৃষ্ঠকালি নিৰ্ণয় কৰা (π ৰ মান সুবিধামতে লোৱা।

সমাধান ঃ ΔABC ত্ৰিভুজৰ $\angle A = 90^0$. AB =3 ছে.মি. আৰু $AC = 4$ ছে.মি. । BC হ'ল অত্ৰিভুজ ।

$\therefore BC = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ ছে.মি.।

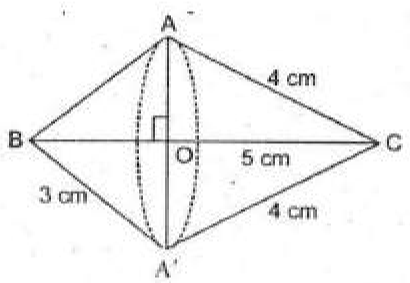
দ্বি-শঙ্কুৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ হ'ল AO (অথবা AO)।

BAA শংকুৰ উচ্চতা $= BO$ আৰু হেলনীয়া উচ্চতা= **3** ছে. ছে.মি. ।

CAA শংকুৰ উচ্চতা $= CO$ আৰু হেলনীয়া উচ্চতা= **4** ছে.মি. ।

এতিয়া, $\Delta AOB \cong \Delta CAB$ [$A - A$ সদৃশ্য উপপাদ্য]

$\therefore \frac{AO}{4} = \frac{3}{5}$



$\Rightarrow AO = \frac{4\times3}{5} = \frac{12}{5}$ ছে.মি.

আৰু $\frac{BO}{3} = \frac{3}{5}$

$\Rightarrow BO = \frac{9}{5}$ ছে.মি.

$\therefore CO = BC - OB$

$= \left(5 - \frac{9}{5}\right)$ ছে.মি. $= \frac{16}{5}$ ছে.মি.

এতিয়া, দ্বি-শংকুৰ আয়তন

$=$ [ABA শংকুৰ আয়তন] + [ACA শংকুৰ আয়তন]

$= \frac{1}{3}\pi.OA^2.OB + \frac{1}{3}\pi.OA^2.OC$

$= \frac{1}{3}\pi.OA^2(OB + OC)$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{12}{5} \times \frac{12}{5}\left(\frac{9}{5} + \frac{16}{5}\right)$

$= \frac{22\times4\times12\times\times32}{7\times5\times\times5\times5} = \frac{1056}{35} = 30\frac{6}{35}$ ছে.মি.^{3}

আকৌ, দ্বি-শংকুৰ বক্ৰ-পৃষ্ঠৰ কালি

$=$ [ABA শংকুৰ পৃষ্ঠকালি] $+$ [ACA শংকুৰ পৃষ্ঠকালি]

$= \pi.AO.AB + \pi.AO.A'C$

$= \left(\frac{22}{7} \times \frac{12}{7} \times 3\right) + \left(\frac{22}{7} \times \frac{12}{7} \times 4\right)$ ছে.মি.^{2}

$= \left(\frac{792}{35} + \frac{1056}{35}\right)$ ছে.মি.^{2} $= \frac{1848}{35} = 52.75$ ছে.মি.^{2} ।

প্ৰশ্ন ৩. 13.5 অনুচ্ছেদত দিয়া শংকুৰচ্ছেদৰ বক্ৰপৃষ্ঠৰ কালি আৰু মুঠ পৃষ্ঠকালিৰ বাবে দিয়া সূত্ৰ কেইটা নিৰ্ণয় কৰা (প্ৰতিষ্ঠা কৰা), ব্যাখ্যা কৰা মতে চিহ্ন ব্যৱহাৰ কৰিবা ।

সমাধান ঃ শংকুচ্ছেদ হ'ল দুটা অসমান বৃত্তাকাৰ ভূমি বিশিষ্ট লম্ব বৃত্তাকাৰ শংকু । $ACDB$ হ'ল শংকুচ্ছেদ ।OP হ'ল হেলনীয়া তীযক-উচ্চতা ।

ধৰা হ'ল R আৰু r যথাক্ৰমে শংকুৰ বৃতীয় তলৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R > r)$। শংকু আকৃতি অংশ VCD সম্পূৰ্ণ কৰা হ'ল ।

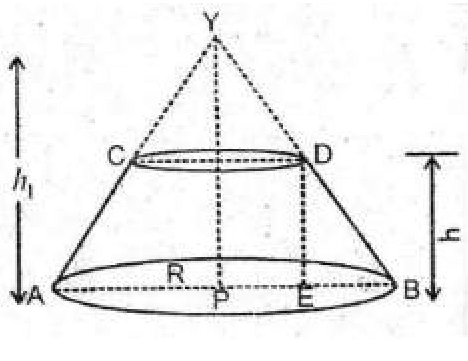
h আৰু l যথাক্ৰমে উল্লম্ব উচ্চতা আৰু হেলনীয়া উচ্চতা । তেনেহ'লে, $OP = h$ আৰু $AC = BD = l$ ধৰা হ'ল VAB শংকুৰ উচ্চতা $= h_1$ আৰু হেলনীয়া উচ্চতা $= l_1$ । অৰ্থাৎ $VP = h_1$ আৰু $A = VB = l$.

এতিয়া, ΔDEB সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা পাওঁ –

$DB^2 = DE^2 + BE^2$

$\Rightarrow l^2 = h^2 + (R - r)^2$

$\Rightarrow l = \sqrt{h^2 + (R - r)^2}$



আকৌ, $\Delta VOD \cong \Delta VPB$

$\Rightarrow \frac{VD}{VB} = \frac{OD}{PB}$

$\Rightarrow \frac{l_1 - l}{l_1} = \frac{r}{R}$

$\Rightarrow 1 - \frac{l}{l_1} = \frac{r}{R}$

$\Rightarrow \frac{l}{l_1} = 1 - \frac{r}{R} = \frac{R-r}{R}$

$$\Rightarrow l_1 = \frac{lR}{R-r}$$

এতিয়া, $l_1 - l = \frac{lR}{R-r} - l = \frac{lr}{R-r}$

শংকুচ্ছেদৰ বক্রপৃষ্ঠ কালি

$$= \pi R l_1 - \pi r(l_1 - l)$$

$$= \pi R . \frac{lR}{R-r} - \pi r \times \frac{lr}{R-r}$$

$$= \pi l \left(\frac{R^2-r^2}{R-r}\right) = \frac{\pi l(R-r)(R+r)}{(R-r)}$$

$= \pi l(R+r)$ বৰ্গএকক ।

$\therefore$ লম্ব বৃত্তাকাৰ শংকুৰ বক্রপৃষ্ঠৰ কালি $= \pi l(R+r)$ বৰ্গএকক, য'ত

$$l = \sqrt{h^2 + (R-r)^2}$$

আৰু শংকুচ্ছেদৰ লম্ববৃত্তাকাৰ শংকুৰ বক্রপৃষ্ঠ কালি

= বক্রপৃষ্ঠ কালি + ভূমি তলৰ কালি + ওপৰৰ অংশৰ কালি

$$= \pi l(R+r) + \pi R^2 + \pi r^2$$

$= \pi\left[R^2 + r^2 + (R+r)\right]$ বৰ্গএকক ।

প্ৰশ্ন 4. 13.5 অনুচ্ছেদত দিয়া শংকুচ্ছেদৰ আয়তন সম্বন্ধীয় সূত্ৰটো নিগমণ কৰা, ব্যাখ্যাত ব্যৱহাৰ কৰা চিহ্ন ব্যৱহাৰ কৰিবা ।

সমাধান ঃ এটা লম্ব-বৃত্তীয় শংকু AVB -ৰ পৰা VCD অংশ বাদ দিলে কৰ্তীত-শীৰ্ষ শংকুচ্ছেদ পোৱা যায় ।

$OP =$ উচ্চতা, AC আৰু BD যথাক্ৰমে $ACDB$ শংকুচ্ছেদৰ হেলনীয়া উচ্চতা । R আৰু r, $ACDB$ শংকুৰ বৃত্তাকাৰ ভূমিৰ ব্যাসাৰ্দ্ধদ্বয় $(R > r)$। h আৰু l থাক্ৰমে উলম্ব উচ্চতা আৰু হেলনীয়া উচ্চতা । তেনেহ'লে $OP = h$ আৰু $AC = BD = l$ । চিত্ৰত h, VAB শংকুৰ হেলনীয়া উচ্চতা আৰু l_1 হ'ল VCD সংকুৰ তীৰ্যক উচ্চতা ।

অৰ্থাৎ, $VP = h_1$ আৰু $VA = VB = l_1$

$\therefore VCD$ শংকুৰ উচ্চতা $= VP - OP = h_1 - h$

$$\Delta VOD \cong \Delta VPB$$

$$\Rightarrow \frac{VO}{VP} = \frac{OD}{PB} = \frac{h_1 - h}{h_1} = \frac{\pi}{R}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{h}{h_1} = \frac{r}{R} \Rightarrow \frac{h}{h_1} = 1 - \frac{r}{R} = \frac{R-r}{R}$$

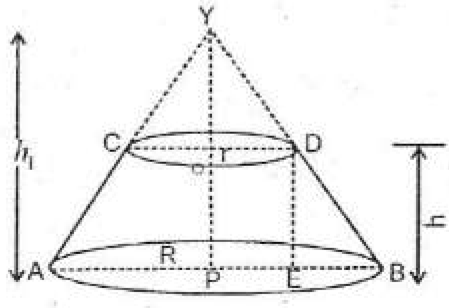
$$\Rightarrow h^1 = \frac{hR}{R-r}$$

$\therefore VCD$ শংকুৰ উচ্চতা $= h_1 - h$

$$= \frac{hR}{R-r} - h = \frac{hR-hR+hr}{R-r} = \frac{hr}{R-r}$$

$\therefore$ $ACDB$ শংকুৰচ্ছেদৰ আয়তন

$= VAB$ শংকুৰ আয়তন– VCD শংকুৰ আয়তন



$$= \frac{1}{3}\pi R^2 h_2 - \frac{1}{3}\pi r^2 (h_1 - h)$$

$$= \frac{\pi}{3}\left(R^2 \frac{hR}{R-r} - r^2 \frac{hr}{R-r}\right)$$

$$= \frac{\pi h}{3}\left(\frac{R^3-r^2}{R-r}\right)$$

$$= \frac{1}{3}\pi h \times \frac{(R-r)(R^2+Rr+r^2}{(R-r)}$$

$$= \frac{1}{3}\pi h(R^2 + Rr + r^2$$

আকৌ, দুটা বৃত্তাকাৰ ভূমিৰ পৃষ্ঠকালি যথাক্ৰমে A_1 আৰু $A_2(A_1 > A_2)$

$\therefore A_1 = \pi r^2$ আৰু $A_2 = \pi r^2$

এতিয়া, শংকুচ্ছেদৰ আয়তন

$$= \frac{1}{3}\pi h\left(R^2 + r^2 + Rr\right)$$

$$= \frac{h}{3}\left(\pi R^2 + \pi r^2 + \sqrt{\pi R^2}\,.\sqrt{\pi r^2}\right)$$

$$= \frac{h}{1}\left(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2}\right)$$