# C. S. (MAIN) EXAM, 2009

**№ 000199**

**C-DTN-J-TUB**

# STATISTICS

## Paper II

| Time Allowed : Three Hours | Maximum Marks : 300 |
|---|---|

### INSTRUCTIONS

*Each question is printed both in Hindi and in English.*

*Answers must be written in the medium specified in the Admission Certificate issued to you, which must be stated clearly on the cover of the answer-book in the space provided for the purpose. No marks will be given for the answers written in a medium other than that specified in the Admission Certificate.*

*Candidates should attempt Questions no.* **1** *and* **5** *which are compulsory, and any* **three** *of the remaining questions selecting at least* **one** *question from each Section.*

*Assume suitable data if considered necessary and indicate the same clearly.*

*Symbols/notations used carry usual meaning, unless otherwise indicated. Charts/figures, wherever required, are to be drawn in the answer book itself and* **not** *on separate graph sheet.*

*The number of marks carried by each question is indicated at the end of the question.*

**ध्यान दें :** अनुदेशों का हिन्दी रूपान्तर इस प्रश्न-पत्र के पिछले पृष्ठ पर छपा है ।

## SECTION A

1. Attempt any ***five*** sub-parts of the following :

(a) Describe classification of states in a Markov chain. Define n-step transition probability. Prove the following Chapman – Kolmogorov equation for the transition probabilities : *12*

$$p_{ij}^{(n+1)} = \sum_{k} p_{ik}\, p_{kj}^{(n)}$$

(b) What are the goals achieved through sensitivity analysis ? If in the following linear programming problem (L.P.P.) :

$$\text{Maximize } z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3$$

$$\text{subject to} \quad x_1 + 2x_2 + x_3 \le 430$$

$$3x_1 + 2x_3 \le 460$$

$$x_1 + 4x_2 \le 420$$

$$x_1, x_2, x_3 \ge 0$$

the profit coefficient of $x_1$ is reduced to 2 from 3, determine whether the original solution remains optimal. *12*

(c) In a life test with replacement, 35 heaters were put into continuous operation and the first five failures occurred after 250, 380, 610, 980 and 1250 hours.

(i) Assuming the exponential model, construct a 95 percent confidence interval for the mean life of this kind of heater.

## खण्ड क

1. निम्नलिखित में से किन्हीं ***पाँच*** उप-भागों के उत्तर दीजिए :

(क) मार्कोव श्रृंखला में अवस्थाओं के वर्गीकरण का वर्णन कीजिए । n-पद संक्रमण प्रायिकता को परिभाषित कीजिए । संक्रमण प्रायिकताओं के लिए निम्नलिखित चैपमैन – कोलमोगोरोव समीकरण को सिद्ध कीजिए : *12*

$$p_{ij}^{(n+1)} = \sum_{k} p_{ik}\, p_{kj}^{(n)}$$

(ख) सुग्राहिता विश्लेषण के द्वारा किन उद्देश्यों की पूर्ति होती है ? यदि निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या (L.P.P.) :

अधिकतमीकरण कीजिए $z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3$

बशर्ते कि $x_1 + 2x_2 + x_3 \le 430$

$3x_1 + 2x_3 \le 460$

$x_1 + 4x_2 \le 420$

$x_1, x_2, x_3 \ge 0$

में $x_1$ के लाभ गुणांक को 3 से कम करके 2 कर दिया जाए, तो पता लगाइए कि मूल हल अनुकूलतम रहता है या नहीं । *12*

(ग) पुनर्स्थापन सहित किसी जीवन परीक्षण में 35 हीटरों को लगातार काम में लाया गया तथा पहली पाँच विफलताएँ 250, 380, 610, 980 तथा 1250 घंटे बाद घटित हुईं ।

(i) चरघातांकी निदर्श मानते हुए, इस प्रकार के हीटर के औसत जीवन के लिए एक 95 प्रतिशत विश्वास्यता अंतराल की संरचना कीजिए ।

(ii) Test the manufacturer's claim that the mean life of these heaters is at least 5000 hours at 5% level of significance. *12*

Given

$$\chi^2_{0\cdot025}\ (10) = 20\cdot48,\ \ \chi^2_{0\cdot975}\ (10) = 3\cdot25,$$

$$\chi^2_{0\cdot95}\ (10) = 3\cdot94,\ \ \chi^2_{0\cdot05}\ (10) = 18\cdot31$$

(d) Describe a CUSUM control chart. Compare this chart with a Shewhart chart with respect to performance. How is a V-mask useful in CUSUM charts ? *12*

(e) What is the effect of lengthening of a test on its (i) reliability and (ii) validity ?

A given test has a reliability coefficient of 0·8 and standard deviation 20. What is the estimated reliability coefficient of this test in a group in which standard deviation is 15 ? *12*

(f) Explain (i) feasible solution and (ii) basic solution in the context of linear programming problem (L.P.P.).

Prove that the objective function of a L.P.P. assumes its minimum at an extreme point of the convex set generated by the set of all feasible solutions to the problem, and if it assumes its minimum at more than one extreme point then it takes on the same value for every convex combination of those particular points. *12*

(ii) उत्पादक के इस दावे का, कि इन हीटरों का औसत जीवन काल कम-से-कम 5000 घंटे है, 5% सार्थकता स्तर पर परीक्षण कीजिए । 12

दिया गया है

$$\chi^2_{0\cdot025}\ (10) = 20\cdot48,\ \ \chi^2_{0\cdot975}\ (10) = 3\cdot25,$$

$$\chi^2_{0\cdot95}\ (10) = 3\cdot94,\ \ \chi^2_{0\cdot05}\ (10) = 18\cdot31$$

(घ) एक 'क्यूसम' (CUSUM) नियंत्रण चार्ट का वर्णन कीजिए । इस चार्ट की तुलना एक श्यूहार्ट चार्ट से इनके प्रदर्शन के सापेक्ष कीजिए । CUSUM चार्टों में V-मास्क किस प्रकार उपयोगी है ? 12

(ङ) किसी परीक्षण की लम्बाई बढ़ाने से इसकी (i) विश्वसनीयता तथा (ii) वैधता पर क्या प्रभाव पड़ता है ?
एक दिए गए परीक्षण में विश्वसनीयता गुणांक 0·8 तथा मानक विचलन 20 है । किसी एक समूह में इस परीक्षण का आकलित विश्वसनीयता गुणांक क्या है, जिसमें मानक विचलन 15 है ? 12

(च) रैखिक प्रोग्रामन समस्या (L.P.P.) के संदर्भ में (i) सुसंगत हल तथा (ii) आधारी हल को समझाइए ।
सिद्ध कीजिए कि किसी रैखिक प्रोग्रामन समस्या (L.P.P.) का उद्देश्य फलन उस समस्या के सभी सुसंगत हलों के समूह के द्वारा उत्पन्न किए गए अवमुख समुच्चय के एक चरम बिन्दु पर न्यूनतम होता है तथा यदि यह एक से अधिक चरम बिन्दुओं पर न्यूनतम होता है तो इसका मान उन बिन्दुओं के प्रत्येक अवमुख संयोजन के लिए समान होता है । 12

2. (a) Show that an assignment problem (A.P.) is the special case of a transportation problem.

Describing the steps of the method you use to solve an A.P., find the solution of the following A.P. : *20*

| Job | Lathe machines | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| A | 6·0 | 7·0 | 6·0 | 9·0 | 10·0 | 12·0 |
| B | 8·0 | 9·0 | 5·0 | 7·0 | 9·5 | 6·0 |
| C | 1·0 | 1·5 | 1·0 | 1·5 | 1·0 | 1·0 |
| D | 4·5 | 4·5 | 4·0 | 6·0 | 5·0 | 3·0 |
| E | 3·0 | 4·0 | 2·0 | 2·5 | 2·0 | 3·0 |
| F | 3·5 | 3·0 | 1·0 | 4·0 | 2·5 | 2·5 |

(b) Define transient and persistent states in a Markov chain.

Let $\{X_n, n > 0\}$ be a Markov chain with three states {0, 1, 2} and with transition matrix

$$\begin{bmatrix} 3/4 & 1/4 & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 3/4 & 1/4 \end{bmatrix}$$

The initial probability distribution is

$$P\{X_0 = i\} = 1/3, \quad i = 0, 1, 2$$

Find

(i) $P[X_2 = 2, X_1 = 1 \mid X_0 = 2]$ and

(ii) $P[X_3 = 1, X_2 = 2, X_1 = 1, X_0 = 2]$ *20*

2. (क) दिखाइए कि एक नियतन समस्या (A.P.) एक परिवहन समस्या का विशेष रूप है ।
किसी नियतन समस्या (A.P.) को हल करने के लिए आप जिस विधि का उपयोग करते हैं, उसके चरणों को बताते हुए निम्नलिखित नियतन समस्या (A.P.) का हल ज्ञात कीजिए : *20*

| कार्य | लेथ मशीन | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| A | 6·0 | 7·0 | 6·0 | 9·0 | 10·0 | 12·0 |
| B | 8·0 | 9·0 | 5·0 | 7·0 | 9·5 | 6·0 |
| C | 1·0 | 1·5 | 1·0 | 1·5 | 1·0 | 1·0 |
| D | 4·5 | 4·5 | 4·0 | 6·0 | 5·0 | 3·0 |
| E | 3·0 | 4·0 | 2·0 | 2·5 | 2·0 | 3·0 |
| F | 3·5 | 3·0 | 1·0 | 4·0 | 2·5 | 2·5 |

(ख) किसी मार्कोव शृंखला में क्षणिक तथा दीर्घस्थायी अवस्थाओं की परिभाषा दीजिए ।
मान लीजिए कि तीन अवस्थाओं {0, 1, 2} तथा निम्नलिखित संक्रमण आव्यूह के साथ $\{X_n, n > 0\}$ एक मार्कोव शृंखला है :

$$\begin{bmatrix} 3/4 & 1/4 & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 3/4 & 1/4 \end{bmatrix}$$

प्रारम्भिक प्रायिकता बंटन है

$$P\{X_0 = i\} = 1/3, \ i = 0, 1, 2.$$

(i) $P[X_2 = 2, X_1 = 1 \mid X_0 = 2]$ तथा

(ii) $P[X_3 = 1, X_2 = 2, X_1 = 1, X_0 = 2]$

के मान ज्ञात कीजिए । *20*

(c) What do you mean by acceptance sampling plans ? Between a single sampling plan with n = 20, c = 2 and a double sampling plan with $n_1 = 10$, $c_1 = 0$, $n_2 = 10$, $c_2 = 2$, can it be said that the second inspection scheme is more economical than the first ? Give reasons justifying your answer. *20*

3\. (a) What is replacement problem ? How would you determine the replacement policy of items whose maintenance cost increases with time and money carries a rate of interest r per year ?

An auto owner finds from his past record that the cost per year of an auto whose purchase cost is Rs. 60,000 is as given below :

| Year | Running cost (Rs.) | Resale value (Rs.) |
|---|---|---|
| 1 | 10000 | 30000 |
| 2 | 12000 | 15000 |
| 3 | 14000 | 7500 |
| 4 | 18000 | 3750 |
| 5 | 23000 | 2000 |
| 6 | 28000 | 2000 |
| 7 | 34000 | 2000 |
| 8 | 40000 | 2000 |

Determine at what time is its replacement due. *15*

(ग) स्वीकरण प्रतिचयन आयोजनाओं से आपका क्या तात्पर्य है ? $n = 20, c = 2$ सहित एकल प्रतिचयन आयोजना तथा $n_1 = 10, c_1 = 0, n_2 = 10, c_2 = 2$ सहित द्विशः प्रतिचयन आयोजना के बीच क्या यह कहा जा सकता है कि दूसरी निरीक्षण योजना पहली की अपेक्षा अधिक किफायती है ? अपने उत्तर का औचित्य दर्शाते हुए कारण लिखिए । *20*

3. (क) प्रतिस्थापन समस्या क्या है ? आप किस प्रकार उन वस्तुओं के प्रतिस्थापन की योजना बनाएँगे जिनकी रख-रखाव लागत समय के साथ बढ़ती है और मुद्रा का ब्याज दर प्रति वर्ष $r$ हो ?

एक ऑटो मालिक अपने पिछले अभिलेख के आधार पर यह पाता है कि एक ऑटो, जिसकी क्रय लागत 60,000 रु. है, की प्रति वर्ष लागत निम्नलिखित है :

| वर्ष | चालू लागत (रु.) | पुनर्बिक्री मूल्य (रु.) |
|---|---|---|
| 1 | 10000 | 30000 |
| 2 | 12000 | 15000 |
| 3 | 14000 | 7500 |
| 4 | 18000 | 3750 |
| 5 | 23000 | 2000 |
| 6 | 28000 | 2000 |
| 7 | 34000 | 2000 |
| 8 | 40000 | 2000 |

पता लगाइए कि इसे किस समय प्रतिस्थापित किया जाना चाहिए । *15*

(b) Let $f(t) = \lambda^a t^{a-1} e^{-\lambda t}$ be the Weibull failure density function. Given the censored sample $t_{(1)} < t_{(i)} < \ldots < t_{(d)}$ corresponding to a total sample of size n from Weibull distribution, show that the estimating equations for $\lambda$ and a are respectively

$$\hat{\lambda} = \frac{d}{\sum_{i=1}^{d-1} t_{(i)}^{a} + (n-d+1)\, t_{(d)}^{a}}$$

and

$$\frac{d}{\hat{a}} = \sum_{i=1}^{d} \log t_{(i)} =$$

$$\lambda \left[ \sum_{i=1}^{d-1} t_{(i)}^{a} \log t_{(i)} + (n-d+1)\; t_{(d)}^{a} \log t_{(d)} \right]$$ 25

(c) Derive an expression for finding optimum inventory level in a single-period probabilistic model without set-up cost with continuous demand and discrete replenishment unit.

A baking firm makes a profit of Rs. 5·00 per kg of cakes sold on the same day it baked and disposes all unsold cakes at a loss of Rs. 1·20 per kg. The demand follows rectangular distribution between 2000 and 3000. Find optimum quantity to be baked daily. 20

(ख) मान लीजिए कि $f(t) = \lambda^a t^{a-1} e^{-\lambda t}$ वेबुल असफलता घनत्व फलन है। वेबुल बंटन से n आमाप के पूर्ण प्रतिदर्श के लिए खण्ड-वर्जित प्रतिदर्श $t_{(1)} < t_{(i)} < \ldots < t_{(d)}$ दिए होने पर दिखाइए कि $\lambda$ और a के आकलन हेतु समीकरण क्रमशः निम्नलिखित हैं :

$$\hat{\lambda} = \frac{d}{\sum_{i=1}^{d-1} t_{(i)}^a + (n-d+1)\, t_{(d)}^a}$$

तथा

$$\frac{d}{\hat{a}} = \sum_{i=1}^{d} \log t_{(i)} =$$

$$\lambda \left[ \sum_{i=1}^{d-1} t_{(i)}^a \log t_{(i)} + (n-d+1)\; t_{(d)}^a \log t_{(d)} \right]$$ 25

(ग) बिना व्यवस्था लागत तथा सतत माँग और असंतत संपूर्ति इकाई के साथ एक एकल-काल प्रायिकतात्मक तालिका निदर्श में अनुकूलतम तालिका स्तर को प्राप्त करने के लिए एक व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए ।

एक बेकिंग फ़र्म उसी दिन बेक किए गए केकों को बेचने पर प्रति किग्रा 5 रु. लाभ कमाता है तथा सभी अनबिके केकों को 1·20 रु. प्रति किग्रा हानि पर बेच देता है । माँग का बंटन 2000 तथा 3000 के बीच एक आयताकार बंटन है । प्रतिदिन बेक किए जाने वाले केकों की अनुकूलतम संख्या ज्ञात कीजिए । 20

4. (a) Describe simulation and Monte Carlo simulation. What is the role of random numbers in simulation ? Describe how would you select a random sample from a population having exponential distribution. *15*

(b) Explain the principles which are used to find the solution of a rectangular game which does not possess a saddle point.

Find the value of the game and mixed strategies of the players for the following game : *25*

Player B

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Player A | 4 | 2 | 0 | 2 | 1 | 1 |
| | 4 | 3 | 1 | 3 | 2 | 2 |
| | 4 | 3 | 7 | –5 | 1 | 2 |
| | 4 | 3 | 4 | –1 | 2 | 2 |
| | 4 | 3 | 3 | –2 | 2 | 2 |

(c) Explain assignable and chance causes of variation. Describe the principles on which a control chart is based. Describe $(\overline{X}, \sigma)$ chart and mention its advantages and disadvantages over $(\overline{X}, R)$ chart. *20*

4. (क) अनुकार तथा मोन्टे कार्लो अनुकार का वर्णन कीजिए । अनुकार में यादृच्छिक संख्याओं की भूमिका क्या है ? वर्णन कीजिए कि आप किस प्रकार चरघातांकी बंटन वाली एक समष्टि से एक यादृच्छिक प्रतिदर्श को चुनेंगे । *15*

(ख) उन सिद्धांतों को समझाइए जिन्हें एक ऐसे आयताकार खेल के हल को ज्ञात करने के लिए प्रयुक्त किया जाता है जिसका पल्याण बिन्दु न हो ।

निम्नलिखित खेल के लिए खेल का मान तथा खिलाड़ियों की सविकल्प युक्तियों को ज्ञात कीजिए : *25*

खिलाड़ी B

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| खिलाड़ी A | 4 | 2 | 0 | 2 | 1 | 1 |
| | 4 | 3 | 1 | 3 | 2 | 2 |
| | 4 | 3 | 7 | –5 | 1 | 2 |
| | 4 | 3 | 4 | –1 | 2 | 2 |
| | 4 | 3 | 3 | –2 | 2 | 2 |

(ग) विचरण के निर्देश्य और सांयोगिक कारणों को समझाइए । उन सिद्धांतों का वर्णन कीजिए जिन पर नियंत्रण चार्ट आधारित है । $(\overline{X}, \sigma)$ चार्ट का वर्णन कीजिए तथा $(\overline{X}, R)$ चार्ट पर इसके लाभ तथा हानियों को बताइए । *20*

## SECTION B

**5.** Attempt any ***five*** sub-parts of the following :

(a) What do you mean by 'seasonal index' in the analysis of a time series ? Discuss the different steps involved in the computation of the seasonal indices using link relative method. *12*

(b) Discuss the problem of autocorrelation and its consequences when one applies least square method for estimating the parameters. *12*

(c) Differentiate between total fertility rate (TFR), gross reproduction rate (GRR) and net reproduction rate (NRR). Does TFR strictly conform to our idea of a measure for reproduction ? How does NRR indicate the growth of population ? *12*

(d) Write a note on the collection, compilation and publication of demographic data by National Sample Survey Organization. *12*

(e) What do you mean by a life table ?

The values of $l_x$ in a life table are given as follows :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| age (x) : | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 |
| $l_x$ : | 97 | 59 | 32 | 15 | 6 | 2 | 0 |

Calculate remaining entries of the life table for $x \geq 102$ and find the probability that a person of exact age 102 years will die between ages 103 and 107. *12*

## खण्ड ख

5. निम्नलिखित में से किन्हीं ***पाँच*** उप-भागों के उत्तर दीजिए :

(क) किसी काल श्रेणी के विश्लेषण में 'ऋतुनिष्ठ सूचकांक' से आप क्या समझते हैं ? शृंखलित आपेक्षिक विधि में ऋतुनिष्ठ सूचकांकों की गणना में प्रयुक्त होने वाले विभिन्न चरणों को बताइए । *12*

(ख) स्वसहसम्बन्ध की समस्या की विवेचना कीजिए तथा इसके परिणामों की विवेचना कीजिए जबकि कोई प्राचलों के आकलन के लिए न्यूनतम वर्ग विधि का उपयोग करता है । *12*

(ग) कुल उर्वरता दर (TFR), सकल पुनरुत्पादन दर (GRR) तथा नेट जनन दर (NRR) में अन्तर्भेद कीजिए । क्या कुल उर्वरता दर, पुनरुत्पादन के माप के बारे में हमारे विचार से पूर्णतया मेल खाती है ? नेट जनन दर जनसंख्या वृद्धि को कैसे दर्शाती है ? *12*

(घ) राष्ट्रीय प्रतिदर्श सर्वेक्षण संगठन द्वारा जनसांख्यिकीय समंकों के एकत्रीकरण, संकलन तथा प्रकाशन पर एक टिप्पणी लिखिए । *12*

(ङ) वय सारणी से आप क्या समझते हैं ?
किसी वय सारणी में $l_x$ के मान निम्नलिखित हैं :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| आयु (x) : | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 |
| $l_x$ : | 97 | 59 | 32 | 15 | 6 | 2 | 0 |

$x \geq 102$ के लिए वय सारणी की शेष प्रविष्टियों की गणना कीजिए तथा प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि ठीक 102 वर्ष की उम्र के एक व्यक्ति की उम्र 103 तथा 107 के बीच मृत्यु हो जाएगी । *12*

(f) Explain clearly the concepts of reliability and validity of scores in psychological and educational experiments. Explain the relation of validity coefficient to error of measurement. *12*

**6.** (a) What do you understand by (i) agricultural statistics, (ii) trade and price statistics ? What are the present Indian official statistical systems for collecting these data ? *20*

(b) What do you understand by cost of living index number ? Explain how would you construct it.

The following table gives the group index numbers and the weights of different heads of expenditure in the calculation of cost of living index number except the index for the group 'fuel and lighting' :

| Group | Index | Weight |
|---|---|---|
| Food | 221 | 35 |
| Clothing | 198 | 14 |
| Fuel and Lighting | – | 15 |
| Rent | 183 | 8 |
| Miscellaneous | 161 | 20 |

If the overall cost of living index is 193, find the index number of fuel and lighting group. *20*

(च) मनोवैज्ञानिक तथा शिक्षा-सम्बन्धी प्रयोगों में समंकों की विश्वसनीयता तथा वैधता की धारणाओं को स्पष्ट समझाइए । माप की त्रुटि के साथ वैधता गुणांक के सम्बन्ध को समझाइए । *12*

6. (क) (i) कृषि आंकड़ों, (ii) व्यापार तथा मूल्य आंकड़ों से आप क्या समझते हैं ? इन आंकड़ों को एकत्र करने के वर्तमान भारतीय सरकारी सांख्यिकीय निकाय कौनसे हैं ? *20*

(ख) निर्वाह सूचकांक से आप क्या समझते हैं ? समझाइए कि आप किस प्रकार इसकी संरचना करेंगे ।

निर्वाह सूचकांक की गणना करने के लिए निम्नलिखित सारणी में 'ईंधन तथा बिजली' समूह के सूचकांक के अतिरिक्त खर्चे की विभिन्न मदों के सूचकांक एवं भार दिए गए हैं :

| समूह | सूचकांक | भार |
|---|---|---|
| खाद्यान्न | 221 | 35 |
| वस्त्र | 198 | 14 |
| ईंधन एवं बिजली | – | 15 |
| किराया | 183 | 8 |
| फुटकर | 161 | 20 |

यदि कुल निर्वाह सूचकांक 193 है, तो ईंधन तथा बिजली समूह का सूचकांक ज्ञात कीजिए । *20*

(c) Explain the terms (i) percentile score, (ii) summation score as a function of ability, (iii) Z-score and (iv) T-score.

Describe how T-scores are to be found when we are given test scores in the form of a frequency table. *20*

7. (a) Discuss the differences between direct and indirect methods of standardization of death rates.

Calculate the crude and standardized death rate of the year 1990 by direct and indirect methods of standardization by taking 1980 population as standard : *25*

| Age group (years) | 1980 | | 1990 | |
|---|---|---|---|---|
| | Population | Total deaths | Population | Age specific death rates per thousand population |
| 0 – 10 | 10000 | 240 | 15000 | 22·0 |
| 10 – 25 | 12000 | 145 | 15000 | 13·0 |
| 25 – 60 | 6000 | 92 | 8000 | 15·0 |
| 60 and above | 8000 | 480 | 9000 | 47·0 |

(ग) पदों (i) शततमक समंक, (ii) योग्यता के फलन के रूप में योग समंक, (iii) Z-समंक तथा (iv) T-समंक को समझाइए ।

बताइए कि परीक्षण समंकों के एक बारंबारता सारणी के रूप में दिए होने पर T-समंकों को कैसे प्राप्त किया जाता है । *20*

7. (क) मृत्यु दरों के मानकीकरण की प्रत्यक्ष एवं अप्रत्यक्ष विधियों के बीच अंतरों की विवेचना कीजिए ।

1980 की जनसंख्या को मानक मानते हुए वर्ष 1990 के लिए प्रत्यक्ष एवं अप्रत्यक्ष मानकीकृत विधियों द्वारा अशोधित तथा मानकीकृत मृत्यु दरों का परिकलन कीजिए : *25*

| वय समूह (वर्ष) | 1980 | | 1990 | |
|---|---|---|---|---|
| | जनसंख्या | कुल मृत्यु | जनसंख्या | प्रति हजार जनसंख्या में आयु-विशिष्ट मृत्यु दर |
| 0 – 10 | 10000 | 240 | 15000 | 22·0 |
| 10 – 25 | 12000 | 145 | 15000 | 13·0 |
| 25 – 60 | 6000 | 92 | 8000 | 15·0 |
| 60 तथा ऊपर | 8000 | 480 | 9000 | 47·0 |

(b) What are the tests to be satisfied by a good index number ? Examine how far they are met using Paasche's index number and Fisher's ideal index number.

Using Laspeyres' and Paasche's index numbers, the price index numbers for the year 1970 with 1966 as base year are 121 and 144 respectively. What would be the value of Fisher's index number ? *20*

(c) What is a time series ? What do you mean by the analysis of a time series ? Describe briefly different components of a time series. Which component of the time series is mainly applicable in the following cases ?

(i) Fall of death rate due to advances in science

(ii) Fire in a factory

(iii) Sales of new year greeting cards *15*

**8.** (a) Prove the following : *20*

(i) $p_x = \dfrac{e_x}{1 + e_{x+1}}$

(ii) $m_x = \mu_{x+\frac{1}{2}}$

(iii) $\mu_x \simeq \dfrac{8(l_{x-1} - l_{x+1}) - (l_{x-2} - l_{x+2})}{12\, l_x}$

(ख) किसी अच्छे सूचकांक द्वारा सन्तुष्ट किए जाने वाले परीक्षण कौन-कौन से हैं ? जाँच कीजिए कि पाशे सूचकांक तथा फिशर का आदर्श सूचकांक उन्हें कहाँ तक सन्तुष्ट करते हैं ।
1966 को आधार वर्ष मानकर वर्ष 1970 के लिए लैस्पेयर तथा पाशे सूचकांकों के द्वारा प्राप्त मूल्य सूचकांक क्रमशः 121 तथा 144 हैं । फिशर के सूचकांक का मान क्या होगा ? *20*

(ग) काल श्रेणी क्या है ? किसी काल श्रेणी के विश्लेषण से आप क्या समझते हैं ? काल श्रेणी के विभिन्न घटकों का संक्षेप में वर्णन कीजिए । निम्नलिखित स्थितियों में काल श्रेणी के कौनसे घटक मुख्यतः लागू होते हैं ?

(i) विज्ञान की उन्नति के कारण मृत्यु दर में गिरावट

(ii) किसी फैक्टरी में आग लगना

(iii) नव वर्ष बधाई कार्डों की बिक्री *15*

**8.** (क) निम्नलिखित को सिद्ध कीजिए : *20*

(i) $p_x = \dfrac{e_x}{1 + e_{x+1}}$

(ii) $m_x = \mu_{x+\frac{1}{2}}$

(iii) $\mu_x \simeq \dfrac{8(l_{x-1} - l_{x+1}) - (l_{x-2} - l_{x+2})}{12\, l_x}$

(b) Define generalized least squares estimator. Obtain mean and sampling variance for the estimator. Show that a generalized least square estimator is equivalent to a two-step procedure estimator. *30*

(c) Describe the test-retest method for estimating the reliability of a test and discuss its merits and demerits. *10*

(ख) व्यापकीकृत न्यूनतम वर्ग आकलक की परिभाषा दीजिए । आकलक का माध्य तथा प्रतिदर्श प्रसरण प्राप्त कीजिए । दिखाइए कि व्यापकीकृत न्यूनतम वर्ग आकलक एक द्वि-चरण प्रक्रिया आकलक के समतुल्य होता है । *30*

(ग) एक परीक्षण की विश्वसनीयता के आकलन के लिए परीक्षण-पुनःपरीक्षण विधि का वर्णन कीजिए तथा इसके गुणों और अवगुणों की चर्चा कीजिए । *10*

**C-DTN-J-TUB**

# सांख्यिकी

## प्रश्न-पत्र II

समय : तीन घण्टे

पूर्णांक : 300

### अनुदेश

*प्रत्येक प्रश्न हिन्दी और अंग्रेजी दोनों में छपा है ।*

*प्रश्नों के उत्तर उसी माध्यम में लिखे जाने चाहिए जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है, और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख उत्तर-पुस्तक के मुख पृष्ठ पर अंकित निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए । प्रवेश-पत्र पर उल्लिखित माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे ।*

*प्रश्न संख्या **1** और **5** अनिवार्य हैं । बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम **एक** प्रश्न चुनकर किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।*

*यदि आवश्यक हो तो उपयुक्त आँकड़ों का चयन कीजिए तथा उनको निर्दिष्ट कीजिए ।*

*प्रयुक्त प्रतीक/संकेताक्षर के सामान्य अर्थ निर्देशित हैं ।*

*चार्ट/चित्र, जहाँ आवश्यक हो, उत्तर-पुस्तिका पर बनाइए, पृथक् ग्राफ पेपर पर **नहीं** ।*

*प्रत्येक प्रश्न के लिए नियत अंक प्रश्न के अन्त में दिये गए हैं ।*

---

**Note :** *English version of the Instructions is printed on the front cover of this question paper.*