६. भागाकार : भाग १

उजळणी

(१) २० चॉकलेटे पाच मुलांना समान वाटली, तर प्रत्येकाला किती चॉकलेटे मिळतील ?

२० ÷ ५ हा भागाकार करू.

```
     ४
५) २०
 - २० → ५ × ४
   ००
```

प्रत्येकाला ४ चॉकलेटे मिळतील.

(२) २१ फुले सात मुलांत समान वाटल्यास प्रत्येकाला किती फुले मिळतील ?

२१ ÷ ७ हा भागाकार करू.

```
     □
७) २१
 -  □
    □
```

प्रत्येकाला □ फुले मिळतील.

(३) १५ ÷ ५ हा भागाकार ठिपके मांडून करू. भाजक ५ आहे, म्हणून एका ओळीत ५ ठिपके मांडू व किती ओळींत १५ ठिपके मावतील ते पाहू.

● ● ● ● ● पहिली ओळ
● ● ● ● ● दुसरी ओळ
● ● ● ● ● तिसरी ओळ

तीन ओळी तयार झाल्या,
म्हणून १५ ÷ ५ = ३.

याप्रमाणे ठिपक्यांची मांडणी करून पुढील भागाकार करा.

(१) ८ ÷ २	(२) १६ ÷ ४	(३) १८ ÷ ६	(४) २४ ÷ ८

गुणाकार – भागाकार यांचा परस्पर संबंध

शोभा : रोहित चल बरं आपण खोक्यातील रिंगा स्टँडवर अडकवूया. पण प्रत्येक स्टँडवर समान रिंगा अडकवल्या पाहिजेत बरं !

रोहित : खोक्यात एकूण बारा रिंगा आहेत.

शोभा : एकूण तीन स्टँड आहेत.

रोहित : प्रत्येक स्टँडवर एक-एक रिंग अडकवू.

शोभा : एकूण १२ रिंगा, तीन स्टँडवर समान अडकवल्या, तर प्रत्येक स्टँडवर किती रिंगा ? मोजून बघ.

रोहित : अरे, तू तर भागाकार विचारते आहेस. १२ ÷ ३ = ४. प्रत्येक स्टँडवर ४ रिंगा.
बरं मला सांग, प्रत्येक स्टँडवर ४ रिंगा याप्रमाणे १२ रिंगा किती स्टँडवर अडकवल्या गेल्या ?

शोभा : अरे, हा पण भागाकारच ! १२ ÷ ४ = ३, म्हणजे तीन स्टँडवर अडकवल्या गेल्या.

ताई : असं का, ते सांगते, कारण गुणाकार ३ × ४ = १२ आणि ४ × ३ = १२, म्हणून १२ ÷ ३ = ४ आणि १२ ÷ ४ = ३ येतात.

रोहित : म्हणजे आपल्याला एका गुणाकारावरून दोन भागाकार समजतात.
जसं, ८ × ४ = ३२ यावरून ३२ ÷ ८ = ४ आणि ३२ ÷ ४ = ८ असंच ना ?

ताई : शाबास ! अगदी बरोबर. हेच लक्षात घेऊन खालील उदाहरणं सोडवा.

७ × ५ = ३५

३५ ÷ ☐ = ५ 　 ३५ ÷ ☐ = ७

६ × ७ = ४२

४२ ÷ ७ = ☐ 　 ४२ ÷ ६ = ☐

५ × ९ = ४५

४५ ÷ ☐ = ९ 　 ४५ ÷ ☐ = ५

८ × ☐ = ५६

५६ ÷ ८ = ☐ 　 ५६ ÷ ७ = ☐

दोन अंकी संख्येला एक अंकी संख्येने भागणे

◆ **चार शेतकऱ्यांनी मिळून खताची ८४ पोती खरेदी केली आणि ती चौघांत समान कशी वाटावी, याचा विचार ते करू लागले.**

• एका शेतकऱ्याने सुचवलेली रीत –

पायरी १

प्रत्येकाला १० पोती दिली

[१०] [१०] [१०] [१०] = ४०

४ × १० = ४० पोती वाटली.

८४ – ४० = ४४ पोती उरली.

पायरी २

उरलेल्या ४४ पोत्यांपैकी प्रत्येकाला आणखी १० पोती दिली.

[१०] [१०] [१०] [१०] = ४०

४ × १० = ४० पोती वाटली.

४४ – ४० = ४ पोती उरली.

पायरी ३

उरलेल्या ४ पोत्यांपैकी प्रत्येकाला १ पोते दिले.

[१] [१] [१] [१] = ४

४ × १ = ४ पोती वाटली.

४ – ४ = ० पोती उरली.

तर प्रत्येकाला त्याच्या वाटणीची [१०] + [१०] + [१] = २१ पोती मिळतील.

• दुसऱ्या शेतकऱ्याने सुचवलेली रीत –

पायरी १

प्रत्येकाला २० पोती दिली.

[२०] [२०] [२०] [२०] = ८०

४ × २० = ८० पोती वाटून झाली.

८४ – ८० = ४ पोती उरली.

पायरी २

उरलेल्या ४ पोत्यांपैकी प्रत्येकाला १ पोते दिले.

[१] [१] [१] [१] = ४

४ × १ = ४ पोती वाटून झाली.

४ – ४ = ० पोती उरली.

तर प्रत्येकाला त्याच्या वाटणीची [२०] + [१] = २१ पोती मिळतील.

◆ **हीच समान वाटणी पुढीलप्रमाणे भागाकार करून करता येते.**

```
४) ८४
```

```
      २
  ४) ८४
    –८↓
     ०४
```

```
     २१
  ४) ८४
    –८↓
     ०४
    – ४
     ००
```

भाज्य ८४ म्हणजे ८ द ४ ए व भाजक ४ आहे.

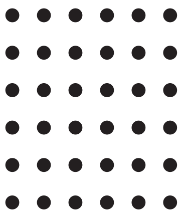
आधी दशक वाटूया. ८ दशक चौघांत वाटण्यासाठी ८ द ला ४ ने भाग जातो का ते पाहू. ४ चा पाढा म्हणू. ४ दुणे ८ म्हणून एकदम दोन-दोन दशक वाटता येतात. ते वजा करू. प्रत्येकाला २ दशक मिळाले. भागाकारात रेघेच्या वर दशकाच्या जागी २ लिहू. ८ दशकांतून ८ दशक वजा केले. शून्य दशक उरले.

आता पुढचे ४ एकक वाटायला घेऊया. ४ एके ४, म्हणून ४ मधून ४ ची एकच पट वजा होते, म्हणून प्रत्येकाला १ एकक मिळाला. भागाकारात रेघेच्या वर एककाच्या जागी १ लिहू.

४ एकक वजा झाले, की बाकी शून्य येते. भागाकार २१ आला.

◆ बाईंनी रोहित, शोभा, माधवी यांना कागदावर ३६ टिकल्या चिकटवण्यास सांगितल्या. 'प्रत्येक ओळीत सारख्या टिकल्या चिकटवा व किती ओळी होतात ते पाहा', अशी सूचना दिली.

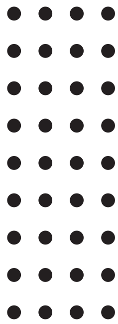
रोहितने चिकटवलेल्या टिकल्या



```
     ६
६) ३६
  −
   ३६ → ६ × ६
  -----
   ००
```

रोहित म्हणाला, ''मी एका ओळीत सहा टिकल्या चिकटवल्या, तर ६ ओळी तयार झाल्या, म्हणजे ३६ ÷ ६ = ६.''

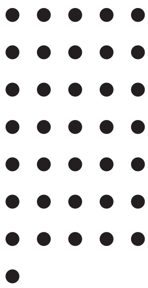
शोभाने चिकटवलेल्या टिकल्या



```
     ९
४) ३६
  −
   ३६ → ४ × ९
  -----
   ००
```

शोभा म्हणाली, ''मी एका ओळीत ४ टिकल्या चिकटवल्या, तर ९ ओळी तयार झाल्या. म्हणजे ३६ ÷ ४ = ९.''

माधवीने चिकटवलेल्या टिकल्या



```
     ७
५) ३६
  −
   ३५ → ५ × ७
  -----
   ०१
```

माधवी म्हणाली, ''मी एका ओळीत ५ टिकल्या चिकटवल्या, तर ७ ओळी पूर्ण झाल्या व १ टिकली उरली.''

आता तुम्ही एका ओळीत ८ याप्रमाणे ३६ टिकल्या चिकटवण्याचा प्रयत्न करा.

◆ आजोबांनी गोळ्यांचा पुडा आणला आणि रसिका, रोहन व रश्मी यांना 'गोळ्या समान वाटून घ्या' असे सांगितले.

रोहन : मी आधी गोळ्या मोजतो. १, २, ..., ५७, ५८. एकूण अठ्ठावन्न गोळ्या आहेत.

रसिका : समान वाटायच्या म्हणजे आजोबा, तुम्ही आम्हांला भागाकार करायला सांगत आहात!

रश्मी : १–१ गोळी वाटूयात का ?

रसिका : पण त्यात वेळ जाईल म्हणून अगोदर १०–१० वाटूयात. आपल्या तिघांना १०–१० म्हणजे ३० वाटून झाल्या. ५८ – ३० = २८ गोळ्या उरल्या.

रोहन : २८ पैकी पुन्हा नऊ–नऊ गोळ्या तिघांना घेऊ. नऊ त्रिक सत्तावीस.
२८ – २७ = १ गोळी उरली.

रश्मी : म्हणजे १० + ९ = १९ गोळ्या प्रत्येकाला मिळाल्या, पण १ गोळी उरलीच!

रसिका : आजोबा ही उरलेली गोळी तुम्ही घ्या, म्हणजे आमच्यात भांडण होणार नाही.

आजोबा : बरोबर ! तुम्ही छान भागाकार केला आहे, पण मोठ्या संख्यांना भाग देताना भागाकार चटकन करण्यासाठी खालीलप्रमाणे मांडणी करून भागाकार करतात.

```
३) ५८
```

```
      १
३)   ५८
  −  ३↓
     २८
```

```
     १९
३)   ५८
  −  ३↓
     २८
  −  २७
     ०१
```

येथे ५८ भाज्य व ३ भाजक आहे.

५ दशक तिघांत वाटण्यासाठी ३ चा पाढा म्हणा. तीन एके तीन. तीन दुणे सहा, ६ > ५, म्हणजे एकाचा भाग जाईल, म्हणून प्रत्येकाला १ दशक मिळेल. ५ दशकांतून ३ वजा केले. २ दशक उरले, म्हणून त्यांचे एकक करून वाटू. २ दशकांचे २० एकक व आधीचे ८ एकक असे २८ एकक वाटू. ३ नवे २७, ३ दाहे ३०, ३० > २८, म्हणून २८ एकक तिघांमध्ये वाटताना जास्तीत जास्त ९ एकक प्रत्येकाला देता येतात; म्हणून २८ मधून २७ वजा करू. बाकी १ एकक उरली व भागाकार १९ आला.

रोहन : आजोबा, तुम्ही सांगितलेली रीत छान आहे. या रीतीनं भागाकार किती चटकन झाला !

स्वाध्याय

भागाकार करा. भाज्य, भाजक, भागाकार व बाकी लिहा.

(१) ५) ७५ (२) ४) ५२ (३) ३) ४४ (४) ८) ९२ (५) ६) ८५ (६) ७) ९२

लक्षात घ्या : भागाकार करताना भाजकाची जास्तीत जास्त पट, भाज्य संख्येतून वजा करतात. त्यामुळे प्रत्येक वेळी उरणारी बाकी भाजकापेक्षा लहान असते.
मोठ्या संख्येला भागताना जेव्हा भाजकाचा दहापर्यंतचा पाढा पुरेसा होत नाही, तेव्हा ही पद्धत उपयोगी पडते.

◆ बंटीला चार शेजाऱ्यांच्या घरी लाडू द्यायचे आहेत. बरणीत २१ लाडू आहेत. बंटीने चार बश्या घेतल्या. प्रत्येक बशीत एक-एक लाडू ठेवत गेला. प्रत्येक बशीत जास्तीत जास्त ५ लाडू ठेवता आले व बरणीत एक लाडू उरला, म्हणजे २१ लाडूंचे ४ समान भाग करण्याचा प्रयत्न केल्यास प्रत्येक भागात ५ लाडू येतील आणि १ लाडू उरेल.

हा भागाकार संख्यांची उभी मांडणी करून पुढीलप्रमाणे दाखवता येईल.

४) २१

२१ या भाज्यात २ दशक १ एकक आहेत. २ दशक चारजणांत त्या रूपात वाटता येणार नाहीत;

   ०
४) २१
– ०↓
   २१

म्हणून प्रत्येकाला शून्य दशक देऊ. भागाकारात दशकाच्या जागी ० लिहू.

आता, २ दशकाचे २० एकक व आधीचा १ एकक म्हणजे २१ एकक झाले.

या २१ एककांना ४ ने भागू.

   ०५
४) २१
– ०↓
   २१
– २०
   ०१

४ पंचे २०, ४ साहे २४, २४ > २१ म्हणून, प्रत्येकाला जास्तीत जास्त ५ एकक मिळतील.

२१ मधून २० वजा करू. २१–२० = १.

१ एकक बाकी उरेल व भागाकार ५ एकक आला.

स्वाध्याय

भागाकार करा.

(१) ३३ ÷ ५   (२) ४१ ÷ ८   (३) ५१ ÷ ७   (४) ८० ÷ ९

शून्याला शून्येतर संख्येने भागणे

भरत, सरला व ज्यूली पेरूच्या झाडाजवळ होते. झाडावर पेरू होते. भरत म्हणाला, ‘‘मी पिशवी गळ्यात अडकवून झाडावर चढतो आणि पिकलेले पेरू काढून आणतो. आपण तिघं वाटून घेऊ.’’ तो त्याप्रमाणे झाडावर चढला आणि सरला व ज्यूली झाडाखाली थांबल्या.

ज्यूली : भरतला ६ पेरू मिळाले, तर प्रत्येकाला २ मिळतील.

सरला : त्याला १0 पेरू मिळाले, तर प्रत्येकाला ३ मिळतील आणि एक उरेल, तो त्यालाच देऊ.
(भरत झाडावरून उतरला. त्याचा चेहराही उतरला होता.)

ज्यूली : किती पेरू मिळाले ?

भरत : खाण्यासारखा एकही पेरू मिळाला नाही. पिशवी रिकामी आहे.

सरला : शून्य पेरू मिळाले, म्हणजे प्रत्येकाच्या वाट्याला शून्य पेरू येणार. जाऊ दे. आपल्याला त्यामुळे 'शून्य भागिले तीन म्हणजे शून्य' हे तरी समजलं !

ज्यूली : समजा ७ किंवा ८ जणांत हे शून्य पेरू वाटायचे असते, तरी प्रत्येकाला शून्यच पेरू मिळाले असते.

शून्याला, शून्याखेरीज इतर कोणत्याही संख्येने, म्हणजेच कोणत्याही शून्येतर संख्येने भागले, तर भागाकार शून्यच येतो.

◆ बशीत शून्य लाडू असतील, तर कितीही मुलांमध्ये वाटणी केली, तरी प्रत्येकाला शून्यच लाडू मिळतात.

```
    0          0
९) 0       ७) 0
 - 0        - 0
 ---        ---
   0          0
```

◆ ८0 ÷ ४ हा भागाकार करा.

```
     २0
४)  ८0
  - ८↓
   ---
    00
  -  0
   ---
    00
```

आधी दशकांची समान वाटणी करू. समान वाटणी केल्यावर प्रत्येकाला २ दशक मिळतील. राहिले 0 दशक.

आता 0 एकक ४ जणांत वाटायचे आहेत. शून्याला कोणत्याही शून्येतर संख्येने भागले तरी भागाकार शून्यच येतो; म्हणून भागाकारात एककाच्या स्थानी 0 लिहायला हवे, म्हणजे भागाकार २0 येईल.
भागाकारात एककाच्या जागी शून्य लिहिले नाही, तर भागाकार २0 ऐवजी २ असा चुकीचा वाचला जाईल.

यावरून जर ८0 वस्तू ४ जणांत समान वाटल्या, तर प्रत्येकाला २0 वस्तू मिळतील.

स्वाध्याय

भागाकार करा.

(१) ५0 ÷ ५ (२) ९0 ÷ ९ (३) ६0 ÷ ३ (४) ४0 ÷ २