પ્રકરણ દસ

તરંગ પ્રકાશશાસ્ત્ર (WAVE OPTICS)

10.1 પ્રસ્તાવના (INTRODUCTION)

ઈ.સ. 1637માં ડેકાર્ટિસે પ્રકાશ માટેનો કણવાદ (Corpuscular–કોર્પસ્ક્યુલર Theory) આપ્યો અને સ્નેલનો નિયમ તારવ્યો. તેણે બે માધ્યમોના આંતરપૃષ્ઠ (Interface) આગળ પ્રકાશના પરાવર્તન અને વક્રીભવનના નિયમો સમજાવ્યા. આ કણવાદે એવી આગાહી કરી કે જો પ્રકાશ કિરણ વક્રીભવન થતાં લંબ તરફ વાંકુ વળે તો બીજા માધ્યમમાં પ્રકાશની ઝડપ વધારે હશે. આ કણવાદને આઈઝેક્ ન્યૂટન દ્વારા તેમના પ્રચલિત પુસ્તક, 'OPTICKS' દ્વારા આગળ વિકસાવવામાં આવ્યો અને આ પુસ્તકની પ્રચંડ લોકપ્રિયતાને કારણે કણવાદ (Corpuscular Model) ન્યૂટને આપ્યો હોવાનું માનવામાં આવે છે.

ઈ.સ. 1678માં, ડચ્ ભૌતિકવિજ્ઞાની, ક્રિશ્ચિયન હાઈગેન્સ દ્વારા પ્રકાશનો તરંગવાદ રજૂ થયો – પ્રકાશ માટેનો આ તરંગવાદ આપણે આ પ્રકરણમાં ચર્ચીશું. આપણે જોઈશું કે, આ તરંગવાદ સંતોષકારક રીતે પરાવર્તન અને વક્રીભવનની ઘટના સમજાવી શકે છે, પરંતુ તે એવી આગાહી કરે છે કે જો વક્રીભવન દરમિયાન તરંગ લંબ તરફ વાંકુ વળે તો બીજા માધ્યમમાં પ્રકાશની ઝડપ ઓછી હશે. આ પ્રકાશના કણવાદ દ્વારા થયેલ અનુમાનની સાથે વિરોધાભાસ ધરાવે છે. એ તો ઘણા સમય બાદ પ્રાયોગિક રીતે, અનુમોદિત થયું કે, પાણીમાં પ્રકાશની ઝડપ એ હવામાંની ઝડપ કરતાં ઓછી હોય છે, કે જે તરંગવાદના અનુમાનની પુષ્ટી કરે છે. આ પ્રયોગ 1850માં ફોકલ્ટ (Foucult) દ્વારા કરવામાં આવ્યો હતો.

પ્રારંભમાં ન્યૂટનની સત્તા/પ્રભાવને કારણે તેમજ તે સમયે તેવું માનવામાં આવતું હતું કે તરંગોને પ્રસરણ માટે હંમેશા માધ્યમની જરૂર પડે છે, પરંતુ પ્રકાશ તો શૂન્યાવકાશમાંથી પણ પસાર થતો હતો તે કારણે પણ તરંગવાદ સહેલાઈથી સ્વીકારવામાં આવ્યો ન હતો. પરંતુ જ્યારે થોમસ યંગે ઈ.સ. 1801માં તેમનો વિખ્યાત વ્યતિકરણ માટેનો પ્રયોગ કર્યો, ત્યારે દઢતાથી એવું સ્થાપિત થયું કે ખરેખર પ્રકાશ એ તરંગ ઘટના છે. દશ્ય પ્રકાશની તરંગલંબાઈ મપાઈ હતી અને તે ખૂબ નાની હોવાની માલૂમ પડી હતી; ઉદાહરણ તરીકે પીળા પ્રકાશની તરંગલંબાઈ લગભગ 0.6 μm જેટલી છે. દશ્ય પ્રકાશની તરંગલંબાઈ (લાક્ષણિક અરીસા અને લેન્સના પરિમાણની સરખામણીમાં) પ્રમાણમાં ઘણી નાની હોવાથી એવું ધારી શકાય છે કે પ્રકાશ લગભગ સુરેખામાં ગતિ કરે છે. આ ભૌમિતિક પ્રકાશશાસ્ત્રનું ક્ષેત્ર છે, કે જેની આપણે ગત પ્રકરણમાં ચર્ચા કરી. હકીકતમાં, પ્રકાશશાસ્ત્રની એવી શાખા કે જેમાં તરંગલંબાઈના પરિમિતિપણાને સંપૂર્ણપણે અવગણવામાં આવે તેને ભૌમિતિક પ્રકાશશાસ્ત્ર કહે છે અને કિરણને તરંગલંબાઈના શૂન્ય લક્ષના કિસ્સા માટે ઊર્જા પ્રસરણના પથ તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે.

1801ના યંગના વ્યતિકરણના પ્રયોગ પછીના લગભગ 40 વર્ષો સુધી, પ્રકાશ તરંગોના વ્યતિકરણ અને વિવર્તનને સાંકળતા ઘણા પ્રયોગો કરવામાં આવ્યા; આવા પ્રયોગો પ્રકાશના તરંગવાદને લઈને જ સંતોષકારક રીતે સમજાવી શકાયા હતા. આમ, ઓગણીસમી સદીના મધ્યભાગ સુધીમાં તરંગવાદ બહુ સારી રીતે સ્થાપિત થઈ ગયો હતો. એક માત્ર મુખ્ય મુશ્કેલી એ હતી કે જો તરંગને તેના પ્રસરણ માટે માધ્યમની જરૂર પડતી હોય તેમ માનીએ તો પ્રકાશ શૂન્યાવકાશમાં કેવી રીતે પ્રસરી શકે છે ? મેક્સવેલે પ્રકાશ માટે તેનો વિખ્યાત વિદ્યુતચુંબકીય વાદ રજૂ કર્યો ત્યારે આ બાબત સમજી શકાઈ હતી. મેક્સવેલે વિદ્યુતકીય અને ચુંબકના નિયમોને રજૂ કરતા સમીકરણોનું જૂથ (સમૂહ) આપ્યું અને આ સમીકરણોની મદદથી તેણે જે તરંગ સમીકરણ તરીકે ઓળખાય છે તે આપ્યું, કે જેની મદદથી વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું અસ્તિત્વનું પૂર્વાનુમાન કર્યું.* આ તરંગ સમીકરણ પરથી, મેક્સવેલે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની મુક્ત અવકાશમાં ઝડપ ગણી અને તેને જણાયું કે પ્રકાશની ઝડપનું સૈદ્ધાંતિક મૂલ્ય તેના પ્રાયોગિક મૂલ્યની ઘણી નજીક હતું. આ પરથી, તેણે એવી રજૂઆત કરી કે પ્રકાશ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ જ છે. આમ, મેક્સવેલના મત મુજબ પ્રકાશતરંગો એ બદલાતા જતા વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો સાથે સંકળાયેલા છે; બદલાતું જતું વિદ્યુતક્ષેત્ર સમય અને અવકાશીય ચલ સાથે બદલાતું ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે અને બદલાતું જતું ચુંબકીયક્ષેત્ર સમય અને અવકાશીય યામ સાથે બદલાતું વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. આ બદલાતા વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રોને પરિણામે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો (અથવા પ્રકાશ તરંગો) શૂન્યાવકાશમાંથી પણ પ્રસરણ પામે છે.

આ પ્રકરણમાં આપણે પ્રથમ હાઈગેન્સના સિદ્ધાંતની મૂળ રચના (Formulation)ની ચર્ચા કરીશું અને પરાવર્તન અને વક્રીભવનાંકના નિયમો તારવીશું. પરિચ્છેદ 10.4 અને 10.5માં, આપણે વ્યતિકરણ કે જે સંપાતીકરણના સિદ્ધાંત પર આધારિત છે તેની ચર્ચા કરીશું. પરિચ્છેદ 10.6માં આપણે વિવર્તન ઘટનાની ચર્ચા કરીશું કે જે હાઈગેન્સ-ફ્રેનલ સિદ્ધાંત પર આધારિત છે. છેલ્લે પરિચ્છેદ 10.7માં આપણે ધ્રુવીભવનની ઘટનાની ચર્ચા કરીશું કે જે પ્રકાશ તરંગો લંબગત વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો છે એ હકીકત ઉપર આધારિત છે.

---

* મેક્સવેલે લગભગ 1855માં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનાં અસ્તિત્વનું પૂર્વ અનુમાન કર્યું હતું; પરંતુ ખૂબ જ સમયબાદ (1890નીઆસપાસ) હેન્રીચ હર્ટ્ઝે લેબોરેટરીમાં રેડિયોતરંગો ઉત્પન્ન કર્યા. જી.સી.બોઝ અને જી.માર્કોનીએ હર્ટ્ઝીયન તરંગોનો વ્યવહારુ ઉપયોગ કર્યો.

શું પ્રકાશ સુરેખામાં ગતિ કરે છે ?

ધોરણ VIમાં પ્રકાશ સુરેખામાં ગતિ કરે છે; પણ તે બારમા ધોરણમાં અને ત્યાર પછી તેમ કરતો નથી ! તમે શું અચંબિત થઈ ગયા ?

શાળામાં તમને એક પ્રયોગ બતાવવામાં આવે છે કે જેમાં સૂક્ષ્મ છિદ્રો (Pinholes) હોય તેવા ત્રણ કાર્ડબોર્ડ તમે લો છો, એક બાજુ મીણબત્તી રાખી તેને બીજી બાજુથી જુઓ છો. જો મીણબત્તીની જ્યોત અને ત્રણેય છિદ્રો એક જ રેખા પર હોય તો તમે મીણબત્તી જોઈ શકો છો. જો તેમાંના એકાદને પણ સહેજ ખસેડવામાં આવે તો તમે મીણબત્તી જોઈ શકતા નથી. તેથી તમારા શિક્ષક કહે છે કે આ સાબિત કરે છે કે પ્રકાશ સુરેખામાં ગતિ કરે છે.

આ પુસ્તકમાં, બે ક્રમિક પ્રકરણો છે, એક કિરણ પ્રકાશશાસ્ત્ર પર અને બીજું તરંગ પ્રકાશશાસ્ત્ર પર. કિરણ પ્રકાશશાસ્ત્ર પ્રકાશના સુરેખ પ્રસરણ પર આધારીત છે અને તે અરીસા, લેન્સ, પરાવર્તન, વક્રીભવન વગેરે જેવા મુદ્દાઓ સાથે સંકળાયેલ છે. ત્યાર પછીનું પ્રકરણ તરંગ પ્રકાશશાસ્ત્રનું છે, અને તમને ઉપર કહેવામાં આવ્યું છે કે પ્રકાશ તરંગની જેમ ગતિ કરે છે એટલેકે, તે પદાર્થ (અડચણ) આગળથી વાંકુ વળી શકે છે, તે વિવર્તન અને વ્યતિકરણ અનુભવે છે, વગેરે.

દૃશ્ય વિભાગમાં, પ્રકાશની તરંગલંબાઈ લગભગ અડધા માઈક્રોમીટરના જેટલી હોય છે. તે જો લગભગ આ જ પરિમાણ ધરાવતી અડચણ જોડે અથડાય તો તે તેની પાસેથી વાંકુ વળે છે અને તેને બીજી બાજુથી જોઈ શકાય છે. આમ, માઈક્રોમીટરના માપની અડચણ પ્રકાશ કિરણને રોકી શકતી નથી. જો અડચણ ખૂબ જ મોટા કદની હોય તો પ્રકાશ આટલા મોટા પ્રમાણમાં વળી શકતો નથી, અને તેને બીજી બાજુથી જોઈ શકાશે નહીં.

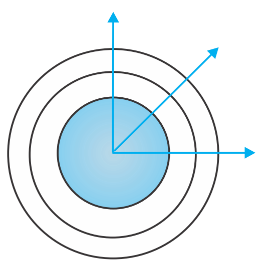
આ કોઈ પણ તરંગનો વ્યાપક ગુણધર્મ છે, અને તે ધ્વનિ તરંગો માટે પણ જોઈ શકાય છે. આપણી વાણીના તરંગની તરંગલંબાઈ લગભગ 50 cm થી 1 m સુધીની હોય છે, હવે તે જો અમુક મીટરના માપના અડચણ સાથે અથડાય તો તેને ફરતે વાંકુ વળે છે અને અડચણની પાછળના બિંદુઓએ આગળ પહોંચે છે. પરંતુ તે જો તેના પથમાં મોટા, લગભગ અમુક સો મીટરના, અડચણ, જેમકે ખડકો (Hilock) સાથે અથડાય તો ? તો તેમાંના મોટાભાગનું પરાવર્તન થાય છે અને તે પડઘા તરીકે સંભળાય છે.

તો પછી પ્રાથમિક શાળામાં ભણેલા પ્રયોગનું શું ? આપણે જ્યારે કાર્ડબોર્ડને ખસેડીએ છીએ ત્યારે સ્થાનાંતર અમુક મિલિમીટરના ક્રમનું હોય છે, જે પ્રકાશની તરંગલંબાઈ કરતાં ઘણું મોટું છે અને તેથી મીણબત્તી જોઈ શકાતી નથી. આપણે જો એકાદ કાર્ડબોર્ડને માઈક્રોમીટર કે તેનાથી ઓછું ખસેડી શકીએ તો પ્રકાશનું વિવર્તન થશે અને મીણબત્તી હજી પણ જોઈ શકાશે.

આપણે આ બૉક્સમાંના પ્રથમ વાક્યમાં ઉમેરી શકીએ કે "તે જેમ મોટું થતું જાય છે તેમ વળતાં શીખે છે !"

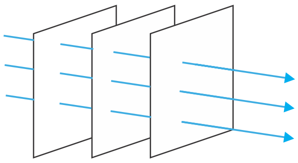
10.2 હાઈગેન્સનો સિદ્ધાંત (HUYGENS PRINCIPLE)

પહેલાં આપણે તરંગઅગ્ર વ્યાખ્યાયિત કરીએ : જ્યારે આપણે શાંત જલાગારમાં એક નાના પથ્થરને પડતો મૂકીએ છીએ ત્યારે પથ્થર પડવાના બિંદુ આગળથી તરંગો બહાર તરફ પ્રસરે છે. સપાટી પરનું દરેક બિંદુ સમય સાથે દોલનો કરવાનું શરૂ કરે છે. કોઈ પણ સમયે, સપાટીનો ફોટોગ્રાફ જેના પર વિક્ષોભ મહત્તમ હોય તેવા વર્તુળાકાર વલયો દર્શાવે છે. સ્પષ્ટ છે કે આવા વર્તુળાકાર પરના બધા જ બિંદુઓ ઉદ્ગમથી સરખા અંતરે હોવાને કારણે (સમાન) કળામાં દોલન કરતાં હશે. આવાં, કે જેઓ સમાન કળામાં દોલન કરતા બિંદુઓના સ્થાન (Locus)ને તરંગઅગ્ર કહે છે. આમ, તરંગઅગ્રને અચળ કળા ધરાવતા પૃષ્ઠ/સપાટી તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય. તરંગઅગ્ર જે ઝડપથી ઉદ્ગમથી બહાર તરફ ગતિ કરે છે તેને તરંગની ઝડપ કહે છે. તરંગની ઊર્જા તરંગઅગ્રને લંબદિશામાં ગતિ કરે છે.



આકૃતિ 10.1 (a) કોઈ બિંદુવત્ ઉદ્ગમમાંથી બહાર ફેલાતા (diverging) તરંગઅગ્રો ગોળાકાર છે.

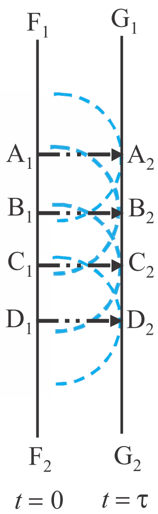
જો આપણી પાસે બધી જ દિશામાં સમાન રીતે તરંગો ઉત્સર્જિત કરતું બિંદુવત્ત ઉદ્ગમ હોય તો, સમાન કંપવિસ્તાર સાથે અને સમાન કળામાં દોલન કરતા બિંદુઓના સ્થાન ગોળાઓ પર હશે અને તેને આકૃતિ 10.1(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ આપણને ગોળાકાર તરંગો મળે છે. ઉદ્ગમથી ઘણાં મોટા



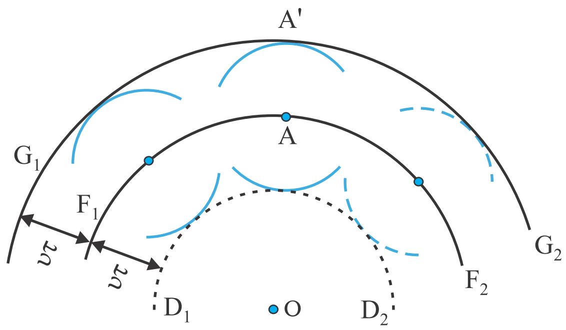
આકૃતિ 10.1 (b) ઉદ્ગમથી ખૂબ મોટા અંતરે, ગોળાકાર તરંગના નાના ભાગને સમતલ તરંગ તરીકે લઈ શકાય.

અંતરે આ ગોળાનાં નાના ભાગને સમતલ ગણી શકાય અને જેને આપણે સમતલ તરંગ [આકૃતિ 10.1(b)] કહીએ તે મળે છે.

હવે જો આપણે $t = 0$ સમયે તરંગઅગ્રનો આકાર જાણતા હોઈએ તો હાઈગેન્સનો સિદ્ધાંત આપણને પછીના τ સમયે તરંગઅગ્રનો આકાર આપે છે. આમ, મૂળભૂત રીતે હાઈગેન્સનો સિદ્ધાંત એક ભૌમિતિક રચના છે, કે જેની મદદથી આપેલ સમયે તરંગઅગ્રનો આકાર ખબર હોય તો પછીના કોઈ પણ સમયે તરંગઅગ્રનો આકાર જાણી શકાય છે. એક બહાર ફેલાતા (Diverging) તરંગને ધ્યાનમાં લો અને ધારો કે F_1F_2 એ $t = 0$ સમયે ગોળાકાર તરંગઅગ્રનો ભાગ દર્શાવે છે. (આકૃતિ 10.2). હવે, હાઈગેન્સના સિદ્ધાંત મુજબ, તરંગઅગ્ર પરનું દરેક બિંદુ ગૌણ વિક્ષોભના ઉદ્ગમ તરીકે વર્તે છે અને આ બિંદુઓમાંથી ઉત્સર્જિત નાના નાના (લઘુ) તરંગો (Wavelets) બધી જ દિશામાં તરંગની ઝડપથી સમાન રીતે પ્રસરે છે. તરંગઅગ્રમાંથી ઉત્સર્જિત આવા લઘુ તરંગો (Wavelets)ને ગૌણ તરંગો (Secondary Wavelets) તરીકે ઓળખવામાં આવે છે અને જો આ બધા જ ગોળાઓને એક સામાન્ય સ્પર્શક દોરવામાં આવે તો આપણને પછીના સમયે તરંગઅગ્રનું નવું સ્થાન મળે છે.



આકૃતિ 10.3 જમણીબાજુ પ્રસરતા સમતલ તરંગઅગ્ર માટે હાઈગેન્સની ભૌમિતિક રચના F_1F_2 એ $t = 0$ સમયે સમતલ તરંગ અગ્ર અને G_1G_2 એ ત્યારબાદના $t = \tau$ સમયે તરંગઅગ્ર છે. રેખાઓ A_1A_2, B_1B_2, ..., વગેરે એ F_1F_2 અને G_1G_2 એમ બંનેને લંબ છે અને તે કિરણો રજૂ કરે છે.



આકૃતિ 10.2 F_1F_2 એ (O કેન્દ્ર હોય તેવું) $t = 0$ સમયે ગોળાકાર તરંગઅગ્ર દર્શાવે છે. F_1F_2માંથી ઉત્સર્જિત ગૌણ લઘુ તરંગો (Wavelets)ને સમાવતું પૃષ્ઠ આગળ વધતા G_1G_2 તરંગઅગ્રને ઉત્પન્ન કરે છે. પાછળની દિશામાં D_1D_2 તરંગ અસ્તિત્વ ધરાવતું નથી.

આમ, જો આપણે $t = \tau$ સમયે તરંગઅગ્રનો આકાર નક્કી કરવો હોય તો ગોળાકાર તરંગઅગ્રના દરેક બિંદુએથી $v\tau$ જેટલી ત્રિજ્યા ધરાવતા ગોળાઓ દોરીશું. અહીં, v એ માધ્યમમાં તરંગોની ઝડપ દર્શાવે છે. હવે જો આપણે આ બધા જ ગોળાઓને એક સમાન સ્પર્શક દોરીએ તો આપણને $t = \tau$ સમયે તરંગઅગ્રનું નવું સ્થાન મળે છે. આવું નવું તરંગઅગ્ર આકૃતિ 10.2માં G_1G_2 વડે દર્શાવેલ છે, તે પણ કેન્દ્ર O કેન્દ્રવાળો ગોળાકાર છે.

ઉપરોક્ત મૉડેલ (Model)ની એક મર્યાદા છે : આકૃતિ 10.2માં દર્શાવ્યા મુજબ આપણને પાછળની દિશામાં પણ એક તરંગ D_1D_2 મળે છે. હાઈગેન્સે એવો તર્ક આપ્યો કે આવા ગૌણ લઘુ તરંગો (Wavelets)નો આગળની દિશાનો કંપવિસ્તાર મહત્તમ જ્યારે પાછળની દિશામાં આ કંપવિસ્તાર શૂન્ય હોય છે; આવી અનૌપચારિક (Adhoc) પૂર્વધારણા પરથી, હાઈગેન્સ પાછળની દિશામાંના તરંગની ગેરહાજરી સમજાવી શક્યો. અલબત્ત આવી અનૌપચારિક (Adhoc) પૂર્વધારણા એ સંતોષકારક નથી અને પાછળની દિશામાં તરંગની ગેરહાજરી એ વધુ વિસ્તૃત તરંગવાદથી જ વાજબી ઠેરવાય છે.

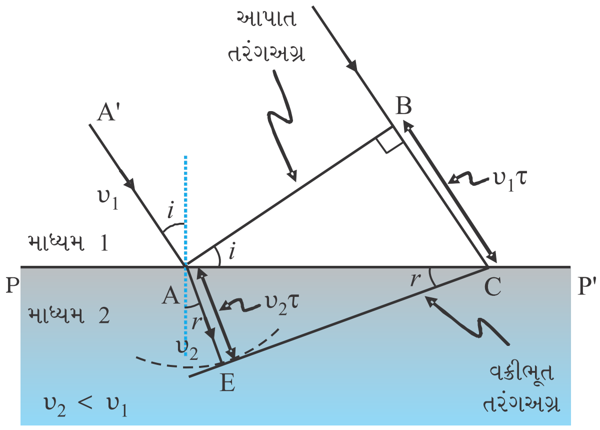
આ જ રીતે, આપણે હાઈગેન્સના સિદ્ધાંતની મદદથી માધ્યમમાં પ્રસરતા સમતલ તરંગ માટે પણ તરંગઅગ્રનો આકાર શોધી શકીએ છીએ (આકૃતિ 10.3).

10.3 હાઈગેન્સના સિદ્ધાંતની મદદથી સમતલ તરંગોનું વક્રીભવન અને પરાવર્તન (REFRACTION AND REFLECETION OF PLANE WAVES USING HUYGENS PRINCIPLE)

10.3.1 સમતલ તરંગનું વક્રીભવન (Refraction of a Plane Wave)

હવે આપણે હાઈગેન્સના સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ કરીને વક્રીભવનના નિયમો તારવીશું. આકૃત્તિ 10.4માં દર્શાવ્યા અનુસાર, ધારો કે માધ્યમ-1 અને માધ્યમ-2ને છૂટી પાડતી સપાટી PP' વડે દર્શાવેલ છે. ધારોકે માધ્યમ-1 અને માધ્યમ-2માં પ્રકાશની ઝડપ અનુક્રમે υ_1 અને υ_2 છે. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર, ધારોકે A'A દિશામાં પ્રસરતું એક સમતલ તરંગઅગ્ર AB એ બે માધ્યમોની આંતરસપાટી પર i જેટલા કોણે આપાત થાય છે. ધારોકે તરંગઅગ્રને BC જેટલું અંતર કાપતા લાગતો સમય τ છે. આમ,

$$BC = \upsilon_1 \tau$$



આકૃતિ 10.4 માધ્યમ-1 અને માધ્યમ-2ને છૂટી પાડતી સપાટી PP' ઉપર એક સમતલ તરંગઅગ્ર AB, i જેટલા કોણે આપાત થાય છે. આ સમતલ તરંગ વક્રીભવન અનુભવે છે અને CE વક્રીભૂત તરંગઅગ્ર દર્શાવે છે. આકૃતિ $\upsilon_2 < \upsilon_1$ ને અનુરૂપ છે કે જેથી વક્રીભૂત તરંગો લંબ તરફ વાંકા વળે છે.

ક્રિશ્ચિયન હાઈગેન્સ (Christiaan Huygens) (1629-1695) ડચ્ ભૌતિક-વિજ્ઞાની, ગણિતજ્ઞ અને પ્રકાશના તરંગવાદના પ્રણેતા/સ્થાપક તેમનું પુસ્તક 'Treatise on Light' આજે પણ ખૂબ જ વંચાય છે. તેણે ખૂબ જ હોશિયારીપૂર્વક પરાવર્તન અને વક્રીભવન ઉપરાંત કેલ્સાઈટ ખનીજમાં દ્વિ-વક્રીભવનની ઘટના સમજાવી હતી. તેઓ પ્રથમ (વિજ્ઞાની) હતા કે જેમણે વર્તુળાકાર અને સરળ આવર્તગતિનું વિશ્લેષણ કર્યું અને સુધારેલી ઘડીયાળો અને ટેલીસ્કોપની રચના કરી. તેઓએ શનિના વલયોની સાચી ભૂમિતિ શોધી હતી.

ક્રિશ્ચિયન હાઈગેન્સ (Christiaan Huygen) (1629-1695)

વક્રીભૂત તરંગઅગ્રનો આકાર નક્કી કરવા માટે, આપણે બીજા માધ્યમમાં બિંદુ A માંથી $\upsilon_2\tau$ જેટલી ત્રિજ્યા ધરાવતો ગોળો દોરીશું (બીજા માધ્યમમાં તરંગની ઝડપ υ_2 છે). ધારોકે CE એ ગોળાકાર બિંદુ C આગળ દોરેલું સ્પર્શીય સમતલ દર્શાવે છે. તો, $AE = \upsilon_2\tau$ અને CE એ વક્રીભૂત તરંગઅગ્ર થશે. હવે જો આપણે ત્રિકોણ ABC અને AEC વિચારીએ તો આપણને

$$\sin i = \frac{BC}{AC} = \frac{\upsilon_1\tau}{AC} \qquad (10.1)$$

અને

$$\sin r = \frac{AE}{AC} = \frac{\upsilon_2\tau}{AC} \qquad (10.2)$$

મળે.

જ્યાં, i અને r એ અનુક્રમે આપાત અને વક્રીભૂત કોણ છે.

આમ, આપણને

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} \qquad (10.3)$$

મળે.

ઉપરના સમીકરણ પરથી, આપણને એક અગત્યનું પરિણામ મળે છે કે જો $r < i$ (એટલે કે, જો પ્રકાશકિરણ લંબ તરફ વાંકુ વળે) તો પ્રકાશ તરંગની બીજા માધ્યમમાં ઝડપ (υ_2) એ પ્રથમ માધ્યમમાં ઝડપ (υ_1) કરતા ઓછી હશે. આ અનુમાન કણવાદના અનુમાન કરતાં વિરુદ્ધ છે અને (ખરેખર) ત્યાર પછીના પ્રયોગોએ દર્શાવ્યું કે, તરંગવાદ દ્વારા મળેલ પૂર્વાનુમાન સાચું છે. હવે જો શૂન્યાવકાશમાં પ્રકાશની ઝડપ c હોય તો

$$n_1 = \frac{c}{\upsilon_1} \qquad (10.4)$$

અને

$$n_2 = \frac{c}{\upsilon_2} \qquad (10.5)$$

ને અનુક્રમે માધ્યમ-1 અને માધ્યમ-2ના વક્રીભવનાંક કહે છે. વક્રીભવનાંકોનાં પદમાં, સમીકરણ (10.3)ને નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \qquad (10.6)$$

આ વક્રીભવન માટેનો સ્નેલનો નિયમ છે. વધારામાં, જો λ_1 અને λ_2 એ અનુક્રમે માધ્યમ-1 અને માધ્યમ-2માં તરંગલંબાઈઓ હોય અને જો અંતર BC એ λ_1 જેટલું હોય તો અંતર AE એ λ_2 જેટલું થશે (કારણકે જો Bમાંથી ઉત્પન્ન શૃંગ τ જેટલા સમયમાં C આગળ પહોંચે તો A આગળથી ઉત્પન્ન શૃંગ પણ τ જેટલા સમયમાં E આગળ પહોંચવુ જોઈએ); આમ,

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{BC}{AE} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$$

અથવા

$$\frac{\upsilon_1}{\lambda_1} = \frac{\upsilon_2}{\lambda_2} \qquad (10.7)$$

ઉપરનું સમીકરણ સૂચવે છે કે જ્યારે તરંગ ઘટ્ટ માધ્યમ ($\upsilon_1 > \upsilon_2$)માં વક્રીભૂત થાય છે ત્યારે તરંગલંબાઈ અને પ્રસરણની ઝડપ ઘટે છે, પરંતુ આવૃત્તિ ν ($= \upsilon/\lambda$) અચળ રહે છે.

10.3.2 પાતળા માધ્યમ આગળ વક્રીભવન (Refraction at a Rarer Medium)

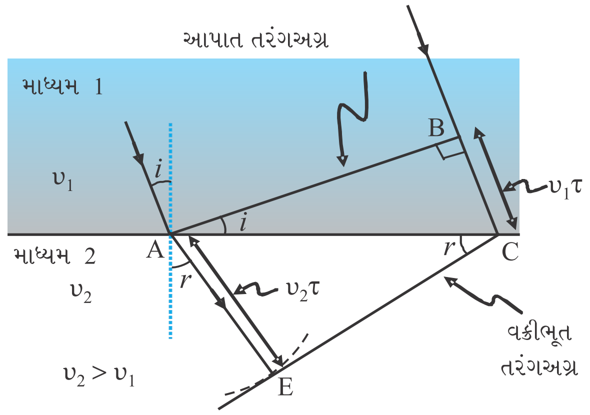
હવે આપણે એક સમતલ તરંગનું પાતળા માધ્યમમાં થતું વક્રીભવન વિચારીએ, એટલેકે $\upsilon_2 > \upsilon_1$ ઉપરની જેમજ, આકૃતિ 10.5માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે, આપણે આગળ વધતાં વક્રીભૂત તરંગઅગ્ર રચી શકીએ. હવે, વક્રીભૂતકોણ એ આપાતકોણ કરતા વધારે હશે; પરંતુ હજુ પણ $n_1 \sin i = n_2 \sin r$ નિયમ પળાશે. આપણે કોણ i_cને નીચેના સમીકરણથી વ્યાખ્યાયીત કરીએ.

$$\sin i_c = \frac{n_2}{n_1} \qquad (10.8)$$

આમ, જો $i = i_c$ તો $\sin r = 1$ અને $r = 90^\circ$ થાય. સ્વાભાવિક છે કે $i > i_c$ માટે કોઈ પણ વક્રીભૂત તરંગ મળશે નહીં. કોણ i_cને ક્રાંતિકોણ (Critical Angle) કહે છે અને ક્રાંતિકોણથી મોટા બધા જ આપાતકોણો માટે આપણને કોઈ વક્રીભૂત કિરણ મળશે નહીં અને તરંગ પૂર્ણ આંતરિક પરાવર્તનથી ઓળખાતી ઘટના અનુભવશે. પૂર્ણ આંતરિક પરાવર્તનની ઘટના અને તેના ઉપયોગો પરિચ્છેદ 9.4માં ચર્ચા કરેલ છે.

Demonstration of interference, diffraction, refraction, resonance and Doppler effect
http://www.falstad.com/ripple

PHYSICS



આકૃતિ 10.5 પાતળા માધ્યમ કે જેના માટે $\upsilon_2 > \upsilon_1$ છે તેના પર આપાત સમતલનું વક્રીભવન સમતલ તરંગ લંબથી દૂર વાંકુ વળે છે.

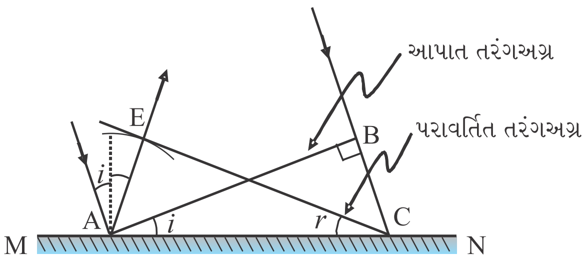
10.3.3 સમતલ સપાટી પરથી સમતલ તરંગનું પરાવર્તન (Reflection of a Plane Wave by a Plane Surface)

હવે પછી આપણે એક પરાવર્તક સપાટી MN પર i કોણે આપાત થતા સમતલ તરંગ ABને ધ્યાનમાં લઈએ. જો υ એ તરંગની માધ્યમમાં ઝડપ અને τ એ તરંગઅગ્રને બિંદુ Bથી C સુધી આગળ ખસવા માટે લાગતો સમય દર્શાવે તો અંતર

$BC = \upsilon\tau$ થશે.

પરાવર્તિત તરંગઅગ્ર રચવા માટે આપણે આકૃતિ 10.6માં દર્શાવ્યા અનુસાર બિંદુ A માંથી $\upsilon\tau$ ત્રિજ્યાનો ગોળો દોરીએ. ધારોકે બિંદુ C માંથી આ ગોળાને દોરેલ સ્પર્શીય સમતલ CE વડે દર્શાવેલ છે. સ્વાભાવિક રીતે જ

$AE = BC = \upsilon\tau$

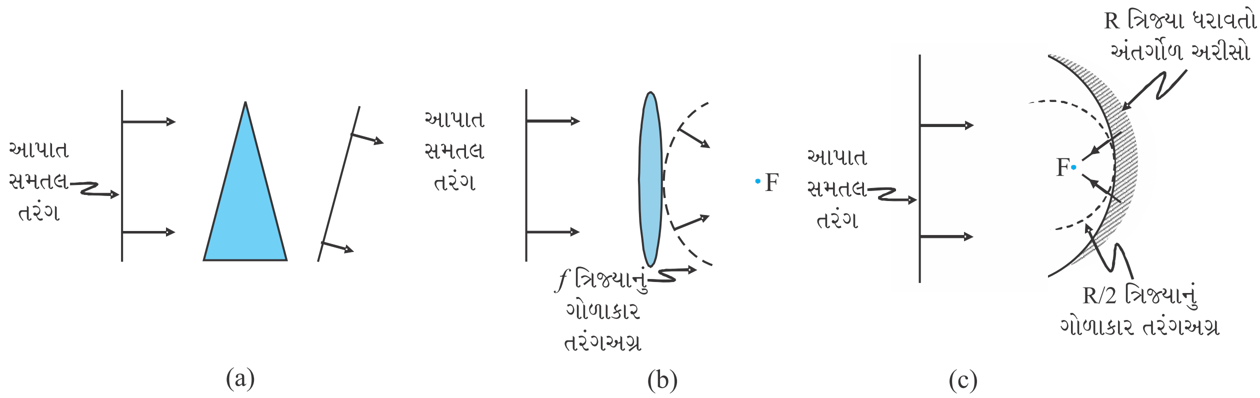


આકૃતિ 10.6 પરાવર્તક સપાટી MN પરથી પરાવર્તન પામતું સમતલ તરંગ AB. AB અને CE એ આપાત અને પરાવર્તિત તરંગઅગ્રો દર્શાવે છે.

હવે, જો આપણે ત્રિકોણો EAC અને BAC વિચારીએ તો આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે તે એકરૂપ છે અને તેથી ખૂણાઓ i અને r (આકૃતિ 10.6માં દર્શાવ્યા મુજબ) સમાન થશે. *આ પરાવર્તનનો નિયમ છે.*

એક વખત આપણી પાસે પરાવર્તન અને વક્રીભવનના નિયમો હોય તો પ્રિઝમ, લેન્સ અને અરીસાઓની વર્તણુક સમજી શકાય છે. આ ઘટનાઓ આપણે પ્રકરણ-9માં પ્રકાશના સુરેખ પ્રસરણને આધારે વિસ્તારપૂર્વક ચર્ચી હતી. અહીં, આપણે ફક્ત તરંગઅગ્રોની વર્તણૂક જ્યારે તેઓ

પરાવર્તન કે વક્રીભવન અનુભવે તે દર્શાવીએ છીએ. આકૃતિ 10.7(a)માં આપણે એક પાતળા પ્રિઝમમાંથી પસાર થતા સમતલ તરંગને ધ્યાનમાં લઈએ છીએ. એ સ્પષ્ટ જ છે કે કાચમાં પ્રકાશતરંગોની ઝડપ ઓછી હોવાને કારણે આપાત તરંગઅગ્રનો નીચેનો ભાગ (કે જે પ્રિઝમના કાચના સૌથી જાડા ભાગમાંથી પસાર થાય છે) થોડોક મોડો પડશે અને પરિણામે આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ પારગમન પામતું તરંગઅગ્ર થોડુંક નમેલું (Tilted) છે. આકૃતિ 10.7(b)માં, આપણે એક પાતળા બહિર્ગોળ લેન્સ ઉપર સમતલ તરંગ આપાત થતું વિચારેલ છે; આપાત સમતલ તરંગનો મધ્યભાગ લેન્સના સૌથી જાડા ભાગમાંથી પસાર થાય છે અને તે સૌથી મોડો પડે છે. નિર્ગમન પામતું તરંગઅગ્ર કેન્દ્ર આગળ નમેલું હોવાથી, તરંગઅગ્ર ગોળાકાર હશે અને તે બિંદુ F આગળ કેન્દ્રિત થશે. Fને *કેન્દ્ર* (*Focus*)કહે છે. આકૃતિ 10.7(c)માં એક સમતલ તરંગ અંતર્ગોળ અરીસા ઉપર આપાત થાય છે અને તે પરાવર્તન પામતાં આપણને ગોળાકાર તરંગ કેન્દ્રબિંદુ (Focal Point) F આગળ કેન્દ્રિત થતું જોવા મળે છે. આ જ રીતે, આપણે અંતર્ગોળ લેન્સ અને બહિર્ગોળ અરીસા માટે વક્રીભવન અને પરાવર્તન સમજી શકીએ.



આકૃતિ 10.7 (a) પાતળા પ્રિઝમથી (b) બહિર્ગોળ લેન્સથી એક સમતલ તરંગનું વક્રીભવન.
(c) અંતર્ગોળ અરીસાથી સમતલ તરંગનું પરાવર્તન.

ઉપરની ચર્ચા પરથી કહી શકાય કે વસ્તુ પરના કોઈ બિંદુ પરથી પ્રતિબિંબના આનુષંગિક બિંદુએ કિરણને પહોંચતાં લાગતો સમય કોઈ પણ કિરણ માટે માપતાં એકસમાન છે. ઉદાહરણ તરીકે, જ્યારે બહિર્ગોળ લેન્સ પ્રકાશને કેન્દ્રિત કરી વાસ્તવિક પ્રતિબિંબ રચે છે ત્યારે ભલેને મધ્યભાગમાંથી પસાર થતું કિરણ સૌથી નાના પથ પર ગતિ કરે છે, પરંતુ (કાચમાં) તેની ઝડપ ઓછી હોવાને કારણે લીધેલો સમય લેન્સના છેડા આગળ ગતિ કરતા કિરણો જેટલો જ છે.

10.3.4 ડૉપ્લર અસર (The Doppler Effect)

અત્રે એ નોંધવું જરૂરી છે કે જ્યારે ઉદ્‌ગમ (કે નિરીક્ષક) ગતિમાં હોય તે સ્થિતિમાં તરંગઅગ્રની રચના ધ્યાનપૂર્વક કરવી પડશે. ઉદાહરણ તરીકે, જ્યારે માધ્યમની ગેરહાજરી હોય અને ઉદ્‌ગમ અવલોકનકારથી દૂર જતો હોય ત્યારે ક્રમશઃ (મોડા) આવતા તરંગઅગ્રોને અવલોકનકાર સુધી પહોંચવા માટે વધારે અંતર કાપવું પડે છે અને તેથી તે સમય પણ વધારે લે છે. આમ, અવલોકનકાર સુધી પહોંચતા બે ક્રમિક તરંગઅગ્રો વચ્ચેનો સમયગાળો ઉદ્‌ગમની આગળ જ (તદ્દન નજીક) લાગતા સમયગાળા કરતા વધારે હશે. આમ, જ્યારે ઉદ્‌ગમ અવલોકનકારથી દૂર જતું હોય છે ત્યારે મપાયેલ આવૃત્તિ નાની હશે. આ ઘટનાને ડૉપ્લર અસર કહે છે. ખગોળવિજ્ઞાનીઓ *ડૉપ્લર અસર*ને કારણે તરંગલંબાઈના વધારાને, વર્ણપટના મધ્ય ભાગમાંની તરંગલંબાઈ, વર્ણપટના રાતા (Red) રંગ તરફ ખસતી હોવાને કારણે, રેડ શિફ્ટ (*Red Shift*) તરીકે ઓળખે છે. જ્યારે અવલોકનકાર તરફ ગતિ કરતા ઉદ્‌ગમમાંથી ઉત્સર્જિત તરંગો પ્રાપ્ત (Receive) કરવામાં આવે છે ત્યારે તરંગલંબાઈમાં દેખીતો ઘટાડો થાય છે, આને બ્લ્યુ શિફ્ટ (*Blue Shift*) કહે છે.

તમે ધોરણ XIના પાઠ્યપુસ્તકના પ્રકરણ-15માં ધ્વનિ તરંગોમાં ડૉપ્લર અસરનો અભ્યાસ કરી જ ચૂક્યા છો. પ્રકાશની ઝડપની સરખામણીએ નાના વેગ માટે, આપણે જે સૂત્રો ધ્વનિ તરંગો માટે વાપરેલા હતા તે જ સૂત્રોનો ઉપયોગ કરી શકીએ. આવૃત્તિમાં આંશિક (Fractional) ફેરફાર $\Delta\nu/\nu$ ને $-\upsilon_{\text{ત્રિજ્યાવર્તી}}/c$ વડે આપવામાં આવે છે કે જ્યાં, $\upsilon_{\text{ત્રિજ્યાવર્તી}}$ એ ઉદ્‌ગમના વેગનો, અવલોકનકારની સાપેક્ષે, અવલોકનકાર અને ઉદ્‌ગમને જોડતી રેખાની દિશામાંનો ઘટક છે; જ્યારે ઉદ્‌ગમ અવલોકનકારથી દૂર ખસતો હોય ત્યારે $\upsilon_{\text{ત્રિજ્યાવર્તી}}$ ને ધન ગણવામાં આવે છે. આમ, ડૉપ્લર-શિફ્ટને નીચે મુજબ દર્શાવી શકાય :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{-\upsilon_{\text{ત્રિજ્યાવર્તી}}}{c} \qquad (10.9)$$

ઉપર દર્શાવેલ સૂત્ર ફક્ત એવા જ કિસ્સામાં સત્ય છે કે જ્યારે ઉદ્‌ગમની ઝડપ પ્રકાશની સરખામણીએ ઓછી હોય. ડૉપ્લર અસર માટે પ્રકાશના ઝડપની નજીકનું મૂલ્ય ધરાવતી હોય તે ઝડપો માટે વધારે ચોક્કસાઈ ધરાવતું સૂત્ર મેળવવા માટે આઈન્સ્ટાઈનના વિશિષ્ટ સાપેક્ષતાવાદની જરૂર પડશે. ખગોળવિજ્ઞાનમાં પ્રકાશની ડૉપ્લર અસર ખૂબ અગત્યની છે. તે દૂરની આકાશગંગાઓ (Galaxies)ના ત્રિજ્યાવર્તી વેગ માપવા માટેનો પાયો છે.

ઉદાહરણ 10.1 આપણી સાપેક્ષે આકાશગંગાએ કેટલી ઝડપથી ગતિ કરવી જોઈએ કે જેથી 589.0 nmની સોડીયમ રેખા 589.6 nm આગળ દેખાય ?

ઉકેલ જેમ $\nu\lambda = c$, હોવાથી, $\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ = (ν અને λના નાના ફેરફાર માટે)

તેથી, $\Delta\lambda = 589.6 - 589.0 = +0.6$ nm

(સમીકરણ (10.9)નો ઉપયોગ કરતાં) આપણને

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{-\Delta\lambda}{\lambda} = -\frac{-\upsilon_{\text{ત્રિજ્યાવર્તી}}}{c}$$ મળે છે.

અથવા $\upsilon_{\text{ત્રિજ્યાવર્તી}} \cong c\left(\frac{0.6}{589.0}\right) = +3.06 \times 10^5\ \text{m s}^{-1}$

$= 306$ km/s

તેથી, આકાશગંગા આપણાથી દૂર જાય છે.

ઉદાહરણ 10.1

ઉદાહરણ 10.2

(a) જ્યારે એકરંગી પ્રકાશ એ બે માધ્યમોને છૂટી પાડતી સપાટી પર આપાત થાય છે, ત્યારે પરાવર્તિત અને વક્રીભૂત બંને પ્રકાશની આવૃત્તિ આપાત આવૃત્તિ જેટલી સમાન આવૃત્તિ હોય છે. સમજાવો શા માટે ?

(b) પ્રકાશ જ્યારે પાતળાથી ઘટ્ટ માધ્યમમાં ગતિ કરે છે, ત્યારે ઝડપ ઘટે છે. શું ઝડપનો ઘટાડો પ્રકાશ તરંગ દ્વારા લઈ જવાતી ઊર્જામાં ઘટાડો સૂચવે છે ?

(c) પ્રકાશનાં તરંગ સ્વરૂપમાં, પ્રકાશની તીવ્રતા તરંગના કંપવિસ્તારના વર્ગ પરથી નક્કી કરવામાં આવે છે. પ્રકાશના ફોટોન સ્વરૂપમાં તીવ્રતા શાનાથી નક્કી થાય છે ?

ઉકેલ

(a) પરાવર્તન અને વક્રીભવનની ઘટના આપાત પ્રકાશની પદાર્થના પરમાણ્વિક ઘટકો સાથેની આંતરક્રિયાને કારણે ઉદ્‌ભવે છે. પરમાણુઓને આપણે દોલકો તરીકે વિચારી

ઉદાહરણ 10.2

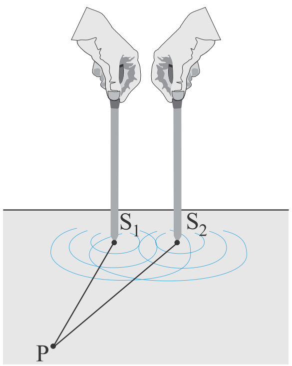
ઉદાહરણ 10.2

શકીએ કે જે બાહ્ય સ્રોત (પ્રકાશ)ની આવૃત્તિ મેળવે છે અને પ્રણોદીત દોલનો કરે છે. આવા વિદ્યુતભારિત દોલકો દ્વારા ઉત્સર્જાતી આવૃત્તિ અને તેમના દોલનોની આવૃત્તિ સમાન હોય છે. આમ, પ્રકેરિત પ્રકાશની આવૃત્તિ એ આપાત પ્રકાશની આવૃત્તિ જેટલી જ હોય છે.

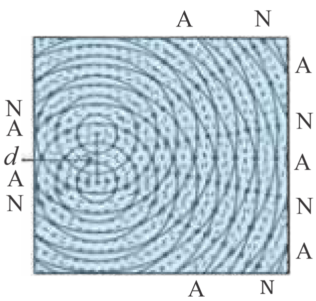
(b) ના. તરંગ દ્વારા ઉત્સર્જિત ઊર્જા તરંગના કંપવિસ્તાર પર આધાર રાખે છે, નહીં કે તરંગ પ્રસરણની ઝડપ ઉપર.

(*c*) આપેલ આવૃત્તિ માટે, ફોટોન પરિકલ્પનામાં પ્રકાશની તીવ્રતા એ એકમ સમયમાં એકમ આડછેદમાંથી પસાર થતા ફોટોનની સંખ્યા વડે નક્કી થાય છે.

10.4 તરંગોનો સુસમ્બધ્ધ અને અસુસમ્બધ્ધ સરવાળો (COHERENT AND INCOHERENT ADDITION OF WAVES)



(a)



(b)

આકૃતિ 10.8 (a) પાણીમાં એકબીજા સાથે કળામાં દોલન કરતી બે સોયો બે સુસમબધ્ધ ઉદ્‌ગમોને રજૂ કરે છે. (b) આપેલ ક્ષણે, પાણીની સપાટી ઉપર પાણીના અણુઓ દ્વારા રચાતી ભાત, N (સ્થાનાંતર ના હોય-પ્રસપંદ) અને A (મહત્તમ સ્થાનાંતર હોય-નિષ્પંદ) રેખાઓ રજૂ કરે છે.

આ પરિચ્છેદમાં આપણે બે તરંગોના સંપાતીકરણને કારણે ઉત્પન્ન થતી વ્યતિકરણ-ભાતની ચર્ચા કરીશું. તમને યાદ હશે કે ધોરણ XIના પાઠ્યપુસ્તકમાં પ્રકરણ-15માં આપણે *સંપાતીકરણના સિદ્ધાંત*ની ચર્ચા કરેલી હતી, ખરેખર તો વ્યતિકરણનું સમગ્ર ક્ષેત્ર સંપાતીકરણના સિદ્ધાંત મુજબ, *માધ્યમનાં કોઈ ચોક્કસ બિંદુ આગળ સંખ્યાબંધ તરંગોના સંપાતીકરણને કારણે પરિણામી સ્થાનાંતર એ દરેક તરંગ દ્વારા થતા સ્થાનાંતરનાં સદિશ સરવાળા બરાબર હોય છે, તે પર આધારિત છે.*

પાણી ભરેલાં (છીછરાં) પાત્ર [આકૃતિ 10.8(a)]માં બે સોય S_1 અને S_2 ઉપર-નીચેની દિશામાં સમાન રીતે પાણીની સપાટીને અડકે તેમ આવર્તગતિ કરે છે. તેઓ બે જલ તરંગો ઉત્પન્ન કરે છે, અને કોઈ ચોક્કસ બિંદુ આગળ, દરેક તરંગને કારણે ઉત્પન્ન થતા સ્થાનાંતરો વચ્ચેનો કળા તફાવત સમય સાથે બદલાતો નથી; જ્યારે આવું બને છે ત્યારે બંને ઉદ્‌ગમો સુસમ્બધ્ધ છે તેમ કહેવાય છે. [આકૃતિ 10.8(b)], આપેલ સમયે શૃંગનાં સ્થાનો (સળંગ વર્તુળો) અને ગર્તનાં સ્થાનો (ત્રૂટક વર્તુળો) દર્શાવેલ છે.

કોઈ બિંદુ P નો વિચાર કરો કે જેના માટે,

$S_1P = S_2P$ છે.

S_1P અને S_2P અંતરો સમાન હોવાથી, S_1 અને S_2થી બિંદુ P સુધી પહોંચતા તરંગોને લાગતો સમય સમાન હશે અને S_1 અને S_2માંથી સમાન કળામાં ઉત્પન્ન થતા તરંગો બિંદુ P આગળ પણ સમાન કળામાં જ પહોંચશે.

આમ, જો બિંદુ P આગળ S_1 ઉદ્‌ગમ દ્વારા ઉત્પન્ન સ્થાનાંતર.

$$y_1 = a \cos \omega t$$

વડે આપી શકાય તો (બિંદુ P આગળ) S_2 ઉદ્‌ગમ દ્વારા ઉત્પન્ન સ્થાનાંતર પણ નીચે મુજબ આપી શકાય.

$$y_2 = a \cos \omega t$$

આપી શકાય. આમ, P આગળ પરિણામી સ્થાનાંતર નીચે મુજબ અપાશે.

$$y = y_1 + y_2 = 2\, a \cos \omega t$$

અપાય છે. હવે, તીવ્રતા કંપવિસ્તારના વર્ગના સમપ્રમાણમાં હોવાથી પરિણામી તીવ્રતા

$I = 4\, I_0$ થશે,

જ્યાં, I_0 એ દરેક સ્વતંત્ર ઉદ્‌ગમ દ્વારા ઉત્સર્જિત તીવ્રતા છે; I_0 એ a^2ના સમપ્રમાણમાં છે. હકીકતમાં, S_1S_2 પરનાં લંબદ્વિભાજક પરનાં કોઈ પણ બિંદુ આગળ, તીવ્રતા $4\, I_0$ જ થશે. આ સંજોગોમાં બંને ઉદ્‌ગમો એકબીજા સાથે સહાયક રીતે વ્યતિકરણ અનુભવે છે તેમ કહેવાય અને તેને આપણે *સહાયક વ્યતિકરણથી* ઓળખીશું. હવે પછી આપણે બિંદુ Qને ધ્યાનમાં લઈએ [આકૃતિ 10.9(a)] કે જેના માટે,

$S_2Q - S_1Q = 2\lambda$

S_1માંથી ઉત્પન્ન તરંગો S_2માંથી ઉત્પન્ન તરંગો કરતા બરાબર બે આવર્ત (ચક્ર, Cycles) વહેલાં પહોંચશે અને તેથી ફરીવાર એકબીજા સાથે કળામાં હશે [આકૃતિ 10.9(a)]. આમ, જો S_1ને કારણે ઉત્પન્ન સ્થાનાંતર નીચે મુજબ આપી શકીએ.

$y_1 = a\cos\omega t$

વડે અપાય, તો S_2 દ્વારા ઉત્પન્ન સ્થાનાંતર

$y_2 = a\cos(\omega t - 4\pi) = a\cos\omega t$

વડે અપાય છે જ્યાં, આપણે એ હકીકતનો ઉપયોગ કર્યો કે 2λ જેટલો પથ તફાવત એ 4π જેટલા કળા તફાવતને અનુરૂપ છે. આ બંને સ્થાનાંતરો ફરીવાર એકબીજાની સાથે કળામાં હશે અને તીવ્રતા ફરીવાર $4\,I_0$ થશે કે જે સહાયક વ્યતિકરણ આપે છે. ઉપરના વિશ્લેષણમાં આપણે એવું ધાર્યું કે S_1Q અને S_2Q અંતરો એ (S_1 અને S_2 વચ્ચેનાં અંતર) dની સરખામણીમાં ઘણાં મોટા છે કે જેથી, ભલે S_1Q અને S_2Q સમાન નથી પણ, દરેક ઉદ્‌ગમ દ્વારા ઉત્પન્ન સ્થાનાંતરનો કંપવિસ્તાર લગભગ સમાન છે.

હવે પછી બિંદુ Rને ધ્યાનમાં લો. [આકૃતિ 10.9(b)] કે જેના માટે

$S_2R - S_1R = -2.5\lambda$

ઉદ્‌ગમ S_1માંથી ઉત્પન્ન તરંગો, S_2માંથી ઉત્પન્ન તરંગો કરતાં બરાબર અઢી (2.5) આવર્ત (ચક્ર, Cycle) મોડા પહોંચે છે [આકૃતિ 10.10(b)]. આમ, જો S_1 દ્વારા ઉત્પન્ન સ્થાનાંતર નીચે મુજબ આપી શકાય.

$y_1 = a\cos\omega t$

વડે અપાય, તો S_2 દ્વારા ઉત્પન્ન સ્થાનાંતર.

$y_2 = a\cos(\omega t + 5\pi) = -a\cos\omega t$

વડે અપાય છે. જ્યાં, આપણે એ હકીકતનો ઉપયોગ કર્યો કે 2.5λ જેટલો પથ તફાવત એ 5π જેટલા કળાતફાવતને આનુષંગિક છે, આ બંને સ્થાનાંતરો એકબીજાથી વિરુદ્ધ કળામાં છે અને બંને સ્થાનાંતર એકબીજાની અસર નાબૂદ કરશે અને શૂન્ય તીવ્રતા આપશે. આને *વિનાશક વ્યતિકરણ* કહે છે.

ટૂંકમાં : જો આપણી પાસે બે સુસમ્બધ્ધ ઉદ્‌ગમો S_1 અને S_2 સમાન કળામાં દોલન કરતા હોય, તો કોઈ યાદચ્છિક બિંદુ P આગળ જ્યારે પણ પથ તફાવત

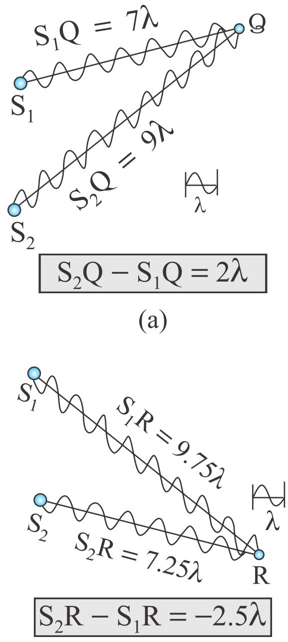
$$S_1P \sim S_2P = n\lambda \quad (n = 0, 1, 2, 3, ...) \qquad (10.10)$$

હોય ત્યારે આપણને સહાયક વ્યતિકરણ મળશે અને પરિણામી તીવ્રતા $4\,I_0$ થશે. S_1P અને S_2P વચ્ચેની ~ સંજ્ઞા S_1P અને S_2P વચ્ચેનો તફાવત સૂચવે છે. આનાથી વિપરીત, બિંદુ P એવું હોય કે પથ તફાવત

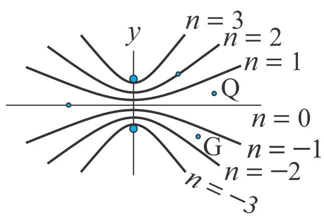
$$S_1P \sim S_2P = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (n = 0, 1, 2, ...) \qquad (10.11)$$

થાય તો આપણને *વિનાશક વ્યતિકરણ* મળશે અને પરિણામી તીવ્રતા શૂન્ય થશે. હવે કોઈ અન્ય યાદચ્છિક બિંદુ G (આકૃતિ 10.10) માટે ધારોકે બે સ્થાનાંતરો વચ્ચેનો પથ તફાવત ϕ છે. આમ, જો S_1 દ્વારા ઉત્પન્ન સ્થાનાંતર

$y_1 = a\cos\omega t$



આકૃતિ 10.9 (a) બિંદુ Q કે જ્યાં પથ તફાવત 2λ છે ત્યાં રચાતું સહાયક વ્યતિકરણ છે. (b) બિંદુ R કે જ્યાં પથ તફાવત 2.5λ છે ત્યાં આગળ રચાતું વિનાશક વ્યતિકરણ છે.



આકૃતિ 10.10 જેના માટે $S_1P - S_2P$ એ શૂન્ય, $\pm\lambda$, $\pm 2\lambda$, $\pm 3\lambda$,ને બરાબર હોય તેવા બિંદુઓનું સ્થાન.

વડે અપાય, તો S_2 દ્વારા ઉત્પન્ન સ્થાનાંતર.

$y_2 = a\cos(\omega t + \phi)$

વડે અપાય છે અને પરિણામી સ્થાનાંતર નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$y = y_1 + y_2$$
$$= a[\cos\omega t + \cos(\omega t + \phi)]$$
$$= 2a\cos(\phi/2)\cdot\cos(\omega t + \frac{\phi}{2}]$$

$$\left[\because \cos A + \cos B = 2\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)\right]$$

પરિણામી સ્થાનાંતરનો કંપવિસ્તાર $2a\cos(\phi/2)$ પદ મુજબ અપાશે અને તેથી તે બિંદુ આગળ તીવ્રતા નીચે મુજબ આપી શકાય.

$$I = 4I_0\cos^2(\phi/2) \quad (10.12)$$

જો $\phi = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi...$ કે જે સમીકરણ (10.10) વડે અપાતી શરતને અનુરૂપ હોય તો આપણને સહાયક વ્યતિકરણ મળશે કે જેથી તીવ્રતા મહત્તમ મળશે. આનાથી વિરુદ્ધ, જો $\phi = \pm\pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi...$ (કે જે સમીકરણ (10.11)ની શરતને અનુરૂપ છે) તો આપણને વિનાશક વ્યતિકરણ મળશે અને તીવ્રતા શૂન્ય થશે.

હવે જો બે ઉદ્‌ગમો સુસમ્બધ્ધ હોય (એટલેકે બંને સોય ઉપર નીચે નિયમિત રીતે ગતિ કરતી હોય) તો કોઈ પણ બિંદુ આગળ કળા તફાવત સમય સાથે બદલાતો નહીં હોય અને આપણને સ્થિત વ્યતિકરણ ભાત મળશે; એટલે કે મહત્તમ અને ન્યૂનતમનાં સ્થાન સમય સાથે બદલાશે નહીં, પરંતુ બંને સોય અચળ કળાતફાવત જાળવી ના રાખે ત્યારે વ્યતિકરણ ભાત પણ સમય સાથે બદલાશે, અને જો કળાતફાવત સમય સાથે ખૂબ જ ઝડપથી બદલાતો જતો હોય તો મહત્તમ અને ન્યૂનતમનાં સ્થાનો પણ સમય સાથે ઝડપથી બદલાશે અને આપણને તીવ્રતાની સમય-સરેરાશ વહેંચણી જોવા મળશે. આવું જ્યારે પણ થાય, ત્યારે આપણને સરેરાશ તીવ્રતા દેખાશે કે જે

$$\langle I \rangle = 4I_0 \langle \cos^2(\phi/2) \rangle \quad (10.13)$$

વડે અપાય છે. જ્યાં, કોણાકાર કૌંસ સમય પરનું સરેરાશ સૂચવે છે. પરિચ્છેદ 7.2માં દર્શાવ્યા મુજબ ખરેખર જો $\phi(t)$ એ સમય સાથે અસ્તવ્યસ્ત રીતે બદલાતું હોય તો સમય-સરેરાશ પદ $\langle\cos^2(\phi/2)\rangle$, 1/2 જેટલું થાય. આ પણ દેખીતી રીતે જ સહજ છે, કારણકે વિધેય $\cos^2(\phi/2)$ અસ્તવ્યસ્ત રીતે જે 0 થી 1ની વચ્ચે બદલાય છે, તેનું સરેરાશ મૂલ્ય 1/2 થાય. બધા જ બિંદુઓ આગળ પરિણામી તીવ્રતા

$$I = 2I_0 \quad (10.14)$$

વડે અપાશે. જ્યારે બે દોલન કરતા ઉદ્‌ગમો વચ્ચેનો કળા તફાવત સમય સાથે બહુ ઝડપથી બદલાતો હોય, ત્યારે આપણે બે ઉદ્‌ગમો અસુસમ્બધ્ધ છે એમ કહીએ છીએ અને આવું જ્યારે થાય ત્યારે તીવ્રતાઓ એકબીજામાં ફક્ત ઉમેરાય છે. જ્યારે બે અલગ પ્રકાશ ઉદ્‌ગમો દિવાલને પ્રકાશિત કરતા હોય ત્યારે ખરેખર આવું બને છે.

Ripple Tank experiments on wave interference
http://www.colorado.edu/physics/2000/applets/fourier.html

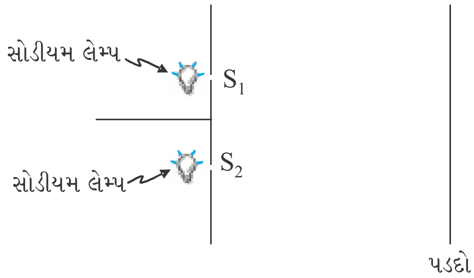
PHYSICS

10.5 પ્રકાશ તરંગોનું વ્યતિકરણ અને યંગનો પ્રયોગ (INTERFERENCE OF LIGHT WAVES AND YOUNG'S EXPERIMENT)

હવે આપણે પ્રકાશ તરંગોની મદદથી વ્યતિકરણની ચર્ચા કરીશું. આપણે જો બે સોડીયમ લૅમ્પનો ઉપયોગ કરી બે નાના છિદ્રોને પ્રકાશિત કરીએ (આકૃતિ 10.11) તો આપણને કોઈ પણ પ્રકારની વ્યતિકરણ શલાકાઓ જોવા મળશે નહીં. આવું થવાનું કારણ એ છે કે, સામાન્ય ઉદ્‌ગમ (સોડીયમ લૅમ્પ જેવાં) માંથી ઉત્સર્જિત પ્રકાશ તરંગ 10^{-9} સેકન્ડના સમયગાળામાં ત્વરીત (Abrupt) કળા તફાવત

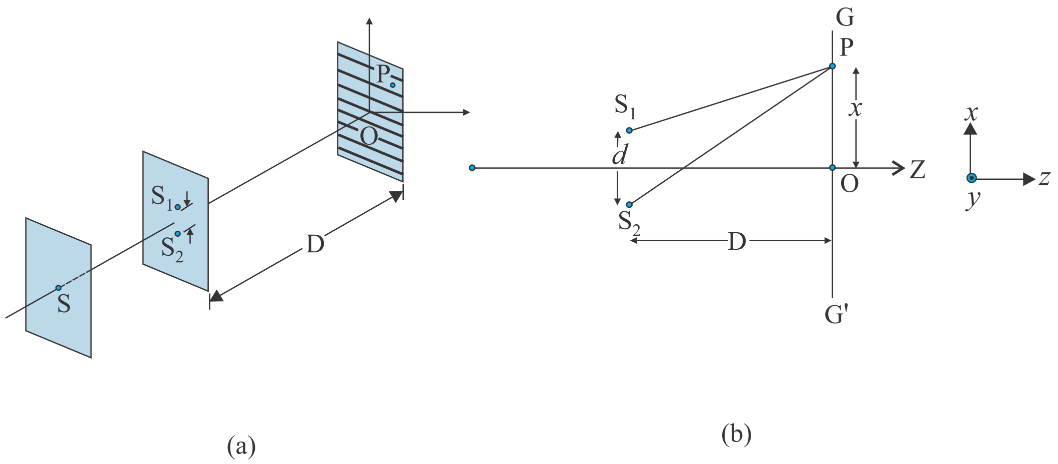
અનુભવતા હોય છે. આમ, બે સ્વતંત્ર ઉદ્‌ગમોમાંથી આવતા પ્રકાશ તરંગો માટે કોઈ ચોક્કસ કળા સંબંધ જળવાતો નથી અને તેથી તે અસુસમ્બધ્ધ હશે. જ્યારે આવું બને ત્યારે અગાઉના પરિચ્છેદમાં જોયું તેમ પડદા પરની તીવ્રતા એકબીજામાં (ફક્ત) ઉમેરાશે.

બ્રિટીશ ભૌતિકવિજ્ઞાની થોમસ યંગે યુક્તિપૂર્વક (Ingenious) S_1 અને S_2માંથી ઉત્સર્જિત તરંગોનો કળા તફાવત 'Lock' કરવાની તક્નિકનો ઉપયોગ કર્યો. તેણે એક અપારદર્શક પડદા [આકૃતિ 10.12(a)] ઉપર (ખૂબ પાસપાસે રહેલા) બે નાના S_1 અને S_2 સૂક્ષ્મ છિદ્રો કર્યા. આ બંનેને એક બીજા (અન્ય) સૂક્ષ્મ છિદ્ર S વડે પ્રકાશિત કર્યા કે જે પોતે પાછું એક તેજસ્વી ઉદ્‌ગમથી પ્રકાશિત કરેલું હતું.



આકૃતિ 10.11 જો બે સોડીયમ લેમ્પ બે છિદ્રો S_1 અને S_2ને પ્રકાશિત કરે તો, તીવ્રતાનો સરવાળો થાય છે અને પડદા ઉપર વ્યતિકરણ શલાકાઓ જોવા મળશે નહીં.

પ્રકાશતરંગો S માંથી બહાર તરફ ફેલાય અને S_1 અને S_2 બંને ઉપર પડે છે. પછી S_1 અને S_2 સુસમ્બધ્ધ ઉદ્‌ગમોની જેમ વર્તે છે કારણ કે S_1 અને S_2માંથી બહાર આવતા પ્રકાશ તરંગો એક જ મૂળ ઉદ્‌ગમમાંથી જ મેળવેલા છે અને કોઈ પણ પ્રકારનો ત્વરીત કળા-ફેરફાર એ S_1 અને S_2માંથી બહાર નીકળતા પ્રકાશમાં બરાબર એક સરખો કળા-ફેરફાર કરશે. આમ, કળા સંદર્ભમાં જાણે કે, બે ઉદ્‌ગમો S_1 અને S_2 Lock થઈ ગયાં છે; એટલે કે, તેઓ આપણાં પાણીમાંના તરંગોના ઉદાહરણ [આકૃતિ 10.8(a)]માંની બે સોયની જેમ બે સુસમ્બદ્ધ ઉદ્‌ગમો બનશે.



આકૃતિ 10.12 વ્યતિકરણ ભાત મેળવવા માટેની યંગની વ્યવસ્થા.

આમ, S_1 અને S_2માંથી ઉત્સર્જિત ગોળાકાર તરંગો, આકૃતિ 10.12(b)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે, પડદા GG' પર વ્યતિકરણ શલાકાઓ રચે છે. પરિચ્છેદ 10.4માં દર્શાવ્યા મુજબ મહત્તમ અને ન્યૂનતમ તીવ્રતાઓના સ્થાન ગણી શકાય, કે જ્યાં આપણે દર્શાવ્યું હતું કે રેખા GG' [આકૃતિ 10.12(b)] પર આવેલ કોઈ યાદચ્છિક બિંદુ P આગળ તીવ્રતા જો મહત્તમ હોય તો,

$$S_2P - S_1P = n\lambda;\ n = 0, 1, 2 \ldots \qquad (10.15)$$

થવું જ જોઈએ.

હવે, $(S_2P)^2 - (S_1P)^2 = \left[D^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2\right] - \left[D^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2\right] = 2xd$

થોમસ યંગ (Thomas Young) (1773-1829) અંગ્રેજ ભૌતિક-વિજ્ઞાની, ચિકિત્સક અને ઈજિપ્તના પુરાતન અવશેષોનું અધ્યયન કરનાર. યંગે આંખના બંધારણ અને દૃષ્ટિ માટેની કાર્ય પ્રદ્ધત્તિથી રૉસેટા પથ્થર પરના ગૂઢ ભાષાના અગમ્ય લખાણના ઉકેલ સુધીના જુદાજુદા વૈજ્ઞાનિક કોયડાઓ પર કાર્ય કર્યું. તેણે પ્રકાશના તરંગવાદની વ્યતિકરણની ઘટના કે જે પ્રકાશનો તરંગપણાનો ગુણધર્મ ધરાવે છે તેની સાબિતી આપી, જેની મદદથી તરંગવાદને જીવતદાન આપ્યું.

થોમસ યંગ (Thomas Young) (1773-1829)

જ્યાં, $S_1S_2 = d$ અને $OP = x$. આમ,

$$S_2P - S_1P = \frac{2xd}{S_2P + S_1P} \tag{10.16}$$

જો $x, d << D$ હોય તો $S_2P + S_1P$ (છેદમાં)ને સ્થાને 2D મૂકતાં અવગણ્ય ત્રૂટિ દાખલ થશે.

ઉદાહરણ તરીકે, $d = 0.1$ cm માટે D = 100 cm, OP = 1 cm (કે જે પ્રકાશ તરંગોથી કરવામાં આવતા પ્રયોગોમાં લાક્ષણિક મૂલ્યોને અનુરૂપ છે), તો

$$S_2P + S_1P = [(100)^2 + (1.05)^2]^{1/2} + [(100)^2 + (1.95)^2]^{1/2}$$
$$\approx 200.01 \text{ cm}$$

આમ, આપણે જો $S_2P + S_1P$ ને સ્થાને 2 D મૂકીએ તો સંકળાયેલ ત્રૂટિ લગભગ 0.005 % થશે. આ સંનિકટતામાં, સમીકરણ (10.16) નીચે મુજબ થશે.

$$S_2P - S_1P \approx \frac{xd}{D} \tag{10.17}$$

તેથી, જ્યારે

$$x = x_n = \frac{n\lambda D}{d} \; ; \; n = 0, \pm 1, \pm 2, ... \tag{10.18}$$

થાય ત્યારે આપણને સહાયક વ્યતિકરણ મળશે, પરિણામે તે વિભાગ પ્રકાશિત બનશે. તેનાથી ઊલટું, જ્યારે $\frac{xd}{D} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$; એટલે કે,

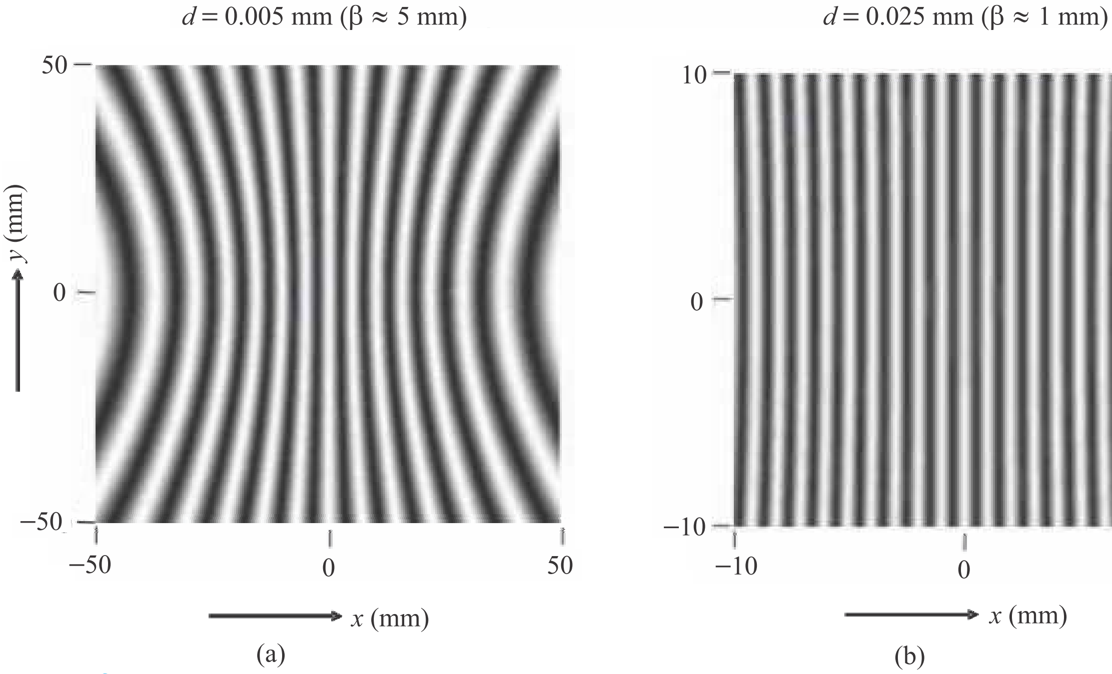
$$x = x_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda D}{d} \; ; \; n = 0, \pm 1, \pm 2, ... \tag{10.19}$$

થશે. ત્યારે આપણને અપ્રકાશિત વિભાગ મળશે.

આમ, આકૃતિ 10.13માં દર્શાવ્યા અનુસાર પડદા પર પ્રકાશિત અને અપ્રકાશિત પટ્ટાઓ જોવા મળશે. આવા પટ્ટાઓને *શલાકાઓ* કહે છે. સમીકરણો (10.18) અને (10.19) દર્શાવે છે કે અપ્રકાશિત અને પ્રકાશિત શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર સમાન હોય છે અને બે ક્રમિક પ્રકાશિત કે બે ક્રમિક અપ્રકાશિત શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર

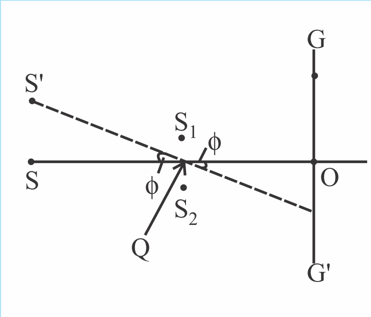
$$\beta = x_{n+1} - x_n \; ; \text{અથવા } \beta = \frac{\lambda D}{d} \tag{10.20}$$

વડે અપાય છે, કે જે *શલાકાઓની પહોળાઈ* માટેનું સમીકરણ છે. અત્રે, એ સ્વાભાવિક છે કે (આકૃતિ 10.12માં) કેન્દ્ર આગળનું બિંદુ O એ પ્રકાશિત હશે કારણકે $S_1O = S_2O$ અને તે $n = 0$ [સમીકરણ (10.18)] ને આનુષંગિક છે. હવે જો આપણે પુસ્તકના સમતલને લંબ અને જે Oમાંથી પસાર થતી હોય [એટલે કે, Y-અક્ષને સમાંતર] તેવી રેખા વિચારીએ તો તે રેખા પરના બધા બિંદુઓ S_1, S_2 થી સમાન અંતરે આવેલા હશે અને આપણને મધ્યસ્થ પ્રકાશિત શલાકા મળશે કે જે આકૃતિ 10.13માં દર્શાવ્યા અનુસાર સુરેખા હશે. પડદા ઉપર વ્યતિકરણ ભાતનો આકાર નક્કી કરવા માટે આપણે એ નોંધીએ કે કોઈ ચોક્કસ શલાકાએ એવા બિંદુઓના સ્થાનોને અનુરૂપ હોય છે કે જેના માટે $S_2P - S_1P$ અચળ હશે. જ્યારે જ્યારે આ અચળાંક λના પૂર્ણાંકગુણાંક બરાબર થશે ત્યારે શલાકા પ્રકાશિત હશે અને જ્યારે જ્યારે તે $\lambda/2$ના એકી પૂર્ણાંકગુણાંક બરાબર થશે ત્યારે તે અપ્રકાશિત હશે. જ્યારે xy-સમતલમાં રહેલ P બિંદુ કે જેથી $S_2P - S_1P$ $(= \Delta)$ અચળ હોય ત્યારે તે બિંદુનો ગતિપથ અતિવલય (Hyperbola) છે. આમ, વધુ ચોક્કસાઈથી તો, શલાકાઓની ભાત એકદમ અતિવલય જ હોય છે, પરંતુ જો શલાકાની પહોળાઈની સરખામણીમાં D ખૂબ જ વધારે હોય તો શલાકાઓ લગભગ સુરેખા હોય છે, જે આકૃતિ 10.13માં દર્શાવેલ છે.



આકૃતિ 10.13 બે બિંદુવત્ ઉદ્‌ગમો S_1 અને S_2 માટે પડદા GG' (આકૃતિ 10.12) ઉપર કૉમ્પ્યુટર દ્વારા મેળવેલ શલાકાઓની ભાત; (a) અને (b) એ અનુક્રમે $d = 0.005$ mm અને $d = 0.025$ mmને અનુરૂપ છે (બંને આકૃતિઓમાં $D = 5$ cm અને $\lambda = 5 \times 10^{-5}$ cm છે.) (A. Ghatak, નાં પુસ્તક OPTICS ટાટા મેક્ગ્રોહીલ પબ્લીશીંગ કાં. લિમિટેડ, નવી દિલ્હી, 2000 માંથી લીધેલ છે.)

આકૃતિ 10.12 (b)માં દર્શાવેલ બે સ્લિટ પ્રયોગમાં, આપણે બે સ્લિટના લંબદ્વિભાજક રેખા SO ઉપર ઉદ્‌ગમ-છિદ્ર Sને લીધેલ છે ; જો ઉદ્‌ગમ S એ લંબદ્વિભાજકથી થોડે દૂર હોય તો શું થાય ? એવું વિચારો કે ઉદ્‌ગમ Sને કોઈક નવા સ્થાન S' આગળ ખસેડવામાં આવે છે અને ધારોકે Q એ S_1 અને S_2નું મધ્યબિંદુ છે. જો ખૂણો S'QS એ ϕ હોય તો મધ્યસ્થ પ્રકાશિત શલાકાએ, બીજી બાજુ, $-\phi$ જેટલા કોણે રચાશે. આમ જો ઉદ્‌ગમ S એ લંબદ્વિભાજક ઉપર આવેલો હોય તો મધ્યસ્થ શલાકા બિંદુ O આગળ અને લંબદ્વિભાજક ઉપર જ રચાશે. હવે, જો S એ ϕ જેટલા કોણે બિંદુ S' સુધી ખસે તો મધ્યસ્થ શલાકા $-\phi$ કોણે બિંદુ O' આગળ રચાશે. એનો અર્થ એ થયો કે તે લંબદ્વિભાજકની બીજીબાજુ એટલા જ કોણે ખસે છે. આનો અર્થ એ પણ થયો કે ઉદ્‌ગમ S', મધ્યબિંદુ Q અને મધ્યસ્થ શલાકાનું બિંદુ O' એક જ રેખામાં હશે.



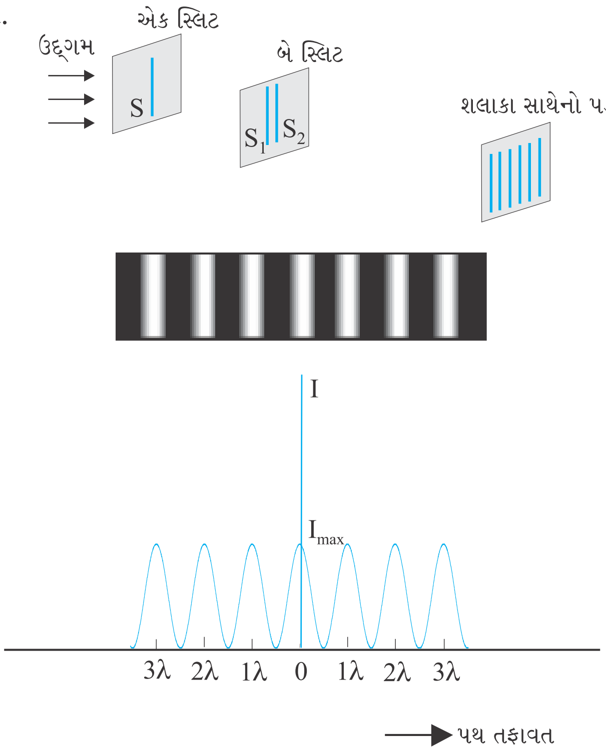
ડૅનીસ્ ગાબર * (Dennis Gabor)ના નૉબેલ વ્યાખ્યાનની નોંધ સાથે આ વિભાગ પૂર્ણ કરીએ.

થોમસ યંગ દ્વારા 1801માં કરવામાં આવેલ અદ્‌ભુત સરળ પ્રયોગ દ્વારા પ્રકાશનો તરંગ સ્વભાવ પ્રથમ વખત ખાતરીપૂર્વક (Convincingly) દર્શાવવામાં આવ્યો. તેણે સૂર્યપ્રકાશના કિરણને રૂમમાં દાખલ થવા દીધો, તેની આગળ કાળો પડદો રાખ્યો, તેમાં બે નાના છિદ્રો કર્યા, અને તેનાથી આગળ અમુક અંતરે એક સફેદ પડદો રાખ્યો. તેણે બે પ્રકાશિત રેખાઓનાં બંને છેડે પ્રમાણમાં બે અપ્રકાશિત રેખાઓ જોઈ. આ ઘટનાએ તેને આ પ્રયોગ ફરીવાર કરવા પૂરતું પ્રોત્સાહન આપ્યું, પણ આ વખતે પ્રકાશ ઉદ્‌ગમ તરીકે સ્પિરિટ જ્યોત લીધી કે જેમાં થોડુંક મીઠું ઉમેરતાં સોડિયમનો તેજસ્વી પીળો પ્રકાશ ઉત્પન્ન થયો.

* ડૅનીસ ગાબર (Dennis Gabor)ને 1971માં ભૌતિકશાસ્ત્રમાં હોલોગ્રાફીનો સિદ્ધાંતો શોધવા માટે નૉબેલ પુરસ્કારથી નવાજવામાં આવ્યા હતા.

આ વખતે તેણે સંખ્યાબંધ અપ્રકાશિત શલાકાઓ જોઈ, કે જે એકબીજાથી સરખા અંતરે હોય. આ પહેલી વખતની સ્પષ્ટ સાબિતી હતી કે પ્રકાશ એકબીજામાં ઉમેરાઈને અંધારું આપી શકે. આ ઘટનાને વ્યતિકરણ કહે છે. થોમસ યંગે આની અપેક્ષા રાખેલી હતી, કારણકે તે પ્રકાશના તરંગવાદમાં માનતો હતો.

આપણે અહીં એ જણાવવું જોઈએ કે S_1 અને S_2 બિંદુવત્ ઉદ્‌ગમો હોવા છતાં શલાકાઓ સીધી રેખા તરીકે મળે છે. જો આપણે બિંદુવત્ત ઉદ્‌ગમને બદલે સ્લિટ (આકૃતિ 10.14) લીધી હોત તો દરેક બિંદુઓની દરેક જોડ દ્વારા સુરેખ શલાકાઓ ઉત્પન્ન થઈ હોત અને પરિણામે વધેલી તીવ્રતા સાથેની સુરેખ શલાકાઓ મળત.



આકૃતિ 10.14 યંગના બે સ્લિટના પ્રયોગનો ફોટોગ્રાફ અને તીવ્રતા વિતરણનો આલેખ.

Interactive animation of Young's experiment
http://vsg.quashome.com/interfer.html

PHYSICS

ઉદાહરણ 10.3

ઉદાહરણ 10.3 બે સ્લિટો વચ્ચેનું અંતર 1 mm અને પડદો 1 m દૂર રાખવામાં આવેલ છે. જ્યારે 500 nm તરંગલંબાઈનો બ્લ્યુ-ગ્રીન પ્રકાશ વાપરવામાં આવે ત્યારે શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર કેટલું હશે ?

ઉકેલ શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર $= \dfrac{D\lambda}{d} = \dfrac{1 \times 5 \times 10^{-7}}{1 \times 10^{-3}}$ m

$= 5 \times 10^{-4}$ m $= 0.5$ mm

ઉદાહરણ 10.4

ઉદાહરણ 10.4 નીચે દર્શાવેલ દરેક ક્રિયાને કારણે યંગના બે સ્લિટના પ્રયોગમાં વ્યતિકરણ શલાકાઓ ઉપર શું અસર થશે ?

(a) સ્લિટ ધરાવતા સમતલથી પડદાને દૂર ખસેડવામાં આવે;
(b) આપેલ (એકરંગી) પ્રકાશ ઉદ્‌ગમને બદલીને બીજો નાની તરંગલંબાઈ ધરાવતો (એકરંગી) પ્રકાશ ઉદ્‌ગમ લેવામાં આવે;
(c) બે સ્લિટ વચ્ચેનું અંતર વધારવામાં આવે;
(d) બે સ્લિટ ધરાવતા સમતલની નજીક ઉદ્‌ગમ-સ્લિટને ખસેડવામાં આવે;
(e) ઉદ્‌ગમ-સ્લિટની પહોળાઈ વધારવામાં આવે;

(f) એકરંગી પ્રકાશ ઉદ્‌ગમને બદલે સફેદ પ્રકાશ લેવામાં આવે :
(ઉપરના દરેક કિસ્સામાં જે સ્પષ્ટ રૂપે આપેલ છે તે સિવાયના બધા પ્રાચલોને અચળ લો.)

ઉકેલ

(a) ક્રમિક શલાકાઓ વચ્ચેનું કોણીય અંતર ($=\lambda/d$) અચળ રહે છે. વાસ્તવમાં શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર પડદાથી બે સ્લિટો ધરાવતા સમતલના અંતરના સમપ્રમાણ વધે છે.

(b) શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર (અને કોણીય અંતર પણ) ઘટે છે, પરંતુ નીચે આપેલ મુદ્દા (d)માં દર્શાવેલ શરત ધ્યાનમાં લો.

(c) શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર (અને કોણીય અંતર પણ) ઘટે છે, પરંતુ નીચે આપેલ મુદ્દા (d)માં દર્શાવેલ શરત ધ્યાનમાં લો.

(d) ધારોકે ઉદ્‌ગમનું માપ s છે અને બે સ્લિટ ધરાવતા સમતલથી તેનું અંતર S છે. વ્યતિકરણ શલાકા દેખાય તે માટેની શરત $s/S < \lambda/d$ સંતોષાવી જોઈએ; અન્યથા ઉદ્‌ગમના જુદા-જુદા ભાગને કારણે ઉત્પન્ન થતી શલાકાઓ એકબીજા ઉપર સંપાત થાય છે અને કોઈ શલાકાઓ દેખાતી નથી. આમ, જેમ S ઘટશે (એટલે કે, ઉદ્‌ગમ-સ્લિટ નજીક લાવતાં) તેમ વ્યતિકરણ ભાતની તીક્ષ્ણતા (સ્પષ્ટતા) ઘટતી જાય છે, અને જ્યારે ઉદ્‌ગમને ખૂબ જ એટલું નજીક લાવવામાં આવે કે જેથી આ શરત ન પળાય, ત્યારે શલાકાઓ દેખાતી બંધ થાય છે. આ જ્યાં સુધી થાય (પળાય) ત્યાં સુધી બે શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર અચળ જળવાઈ રહે છે.

(e) મુદ્દા (d)માં દર્શાવ્યા મુજબ જ. જેમ ઉદ્‌ગમ-સ્લિટની પહોળાઈ વધારતા જઈએ તેમ વ્યતિકરણ ભાત ઓછી અને ઓછી સ્પષ્ટ થતી જાય છે, જ્યારે ઉદ્‌ગમ-સ્લિટ એટલી પહોળી થાય કે જેથી $s/S \le \lambda/d$ શરત ન પળાય, ત્યારે વ્યતિકરણ ભાત દેખાવવાની બંધ થઈ જાય છે.

(f) સફેદ પ્રકાશની જુદા-જુદા ઘટક રંગના ઘટકોને કારણે મળતી વ્યતિકરણ ભાતો એકબીજા ઉપર (અસુસમ્બધ્ધ રીતે) સંપાત થાય છે. જુદાજુદા રંગોને કારણે મળતી મધ્યસ્થ પ્રકાશિત શલાકાઓ એક જ સ્થાને મળે છે. તેથી, મધ્યસ્થ શલાકા સફેદ છે. બિંદુ P, કે જેના માટે $S_2P - S_1P = \lambda_b/2$, જ્યાં, $\lambda_b (\approx 4000 \text{ Å})$ એ વાદળી (બ્લ્યુ) રંગની તરંગલંબાઈ દર્શાવે છે, ત્યાં આગળ (વાદળી) બ્લ્યુ ઘટક ગેરહાજર હશે અને શલાકા રાતા રંગની દેખાશે. તેનાથી થોડેક દૂર જતાં $S_2Q - S_1Q = \lambda_b = \lambda_r/2$, જ્યાં, $\lambda_r (\approx 8000 \text{ Å})$ એ રાતા રંગની તરંગલંબાઈ છે, ત્યાં શલાકા મુખ્યત્વે વાદળી (બ્લ્યુ) રંગની દેખાશે.
આમ, મધ્યસ્થ સફેદ શલાકાની બંને બાજુ તદન નજીક આવેલ શલાકાએ રાતા રંગની અને સૌથી દૂર આવેલી શલાકા વાદળી (બ્લ્યુ) રંગની દેખાશે. અમુક શલાકાઓ પછી શલાકાની ભાત સ્પષ્ટ દેખાતી નથી.

ઉદાહરણ 10.4

10.6 વિવર્તન (Diffraction)

આપણે જો અપારદર્શક વસ્તુ દ્વારા રચાયેલ પડછાયાને ધ્યાનથી જોઈએ તો તેના ભૌમિતિક પડછાયાની નજીકના વિસ્તારમાં, આપણને વ્યતિકરણમાં જેવા મળે છે તેવા જ વારાફરતી અપ્રકાશિત અને પ્રકાશિત વિસ્તાર જોવા મળે છે. આવું વિવર્તનની ઘટનાને કારણે થાય છે. વિવર્તન એ બધા જ પ્રકારના તરંગો, તે ભલેને ધ્વનિતરંગો, પ્રકાશ તરંગો, પાણી પરના તરંગો કે દ્રવ્ય તરંગો હોય, દ્વારા દર્શાવવાતો એક વ્યાપક

ગુણધર્મ છે. પ્રકાશની તરંગલંબાઈ મોટાભાગના અડચણોના પરિમાણોની સરખામણીમાં નાની હોવાથી આપણને રોજબરોજની જીંદગીમાં પ્રકાશની વિવર્તન અસર જોવા મળતી નથી. પરંતુ, આપણી આંખની અથવા પ્રકાશીય ઉપકરણો જેવાકે ટેલીસ્કોપ અથવા માઈક્રોસ્કોપની પરિમિત વિભેદન શક્તિ એ વિવર્તન ઘટનાને કારણે સીમિત થાય છે. CD (Compac disk) ને જોતાં તેના પર દેખાતા રંગો ખરેખર વિવર્તન અસરોને કારણે છે, હવે આપણે વિવર્તન ઘટનાની ચર્ચા કરીશું.

10.6.1 એક સ્લિટ (The Single Slit)

યંગના પ્રયોગની ચર્ચામાં, આપણે નોંધ્યું કે એક પાતળી સ્લિટ એક નવા ઉદ્‌ગમ તરીકે વર્તે છે, જેમાંથી પ્રકાશ બહાર તરફ ફેલાય છે. યંગ કરતા પહેલાંના ન્યુટન સહિતના પ્રયોગકર્તાઓએ પણ એવું નોંધ્યું હતું કે નાના છિદ્રોમાંથી કે પાતળી સ્લિટમાંથી પ્રકાશ ફેલાય છે, તે ખૂણાઓ આગળથી વાંકુ વળે છે, અને એવો ભાગ કે જ્યાં આપણે પડછાયો અપેક્ષિત કર્યો હોય તે ભાગમાં પણ દાખલ થાય છે. *વિવર્તન* તરીકે ઓળખાતી આ અસરોની સાચી સમજ તરંગ વિચારથી જ આપી શકાય છે. ખૂણામાં ઉભેલી વ્યક્તિ દ્વારા થતી વાતોના ધ્વનિ તરંગો સાંભળીને તમે સહેજ પણ અચંબિત થતા નથી !

યંગના પ્રયોગમાં બે સ્લિટને સ્થાને એક પાતળી સ્લિટ મૂકવામાં આવે છે (જેને એકરંગી ઉદ્‌ગમથી પ્રકાશિત કરવામાં આવે છે), ત્યારે પડદા ઉપર મધ્યસ્થ પ્રકાશિત ભાગ ધરાવતી પહોળી ભાત જોવા મળે છે. બંને બાજુએ, વારાફરતી અપ્રકાશિત અને પ્રકાશિત વિભાગો જોવા મળે છે કે જેની તીવ્રતા કેન્દ્રથી દૂર જતા જઈએ તેમ નબળી પડતી જાય છે. (આકૃતિ 10.16). આ સમજવા માટે, આકૃતિ 10.15 જુઓ, જે દર્શાવે છે કે એક a પહોળાઈની સ્લિટ LN ઉપર એક સમાંતર પ્રકાશ કિરણ લંબરૂપે પડે છે. વિવર્તીત પ્રકાશ આગળ જઈ પડદા ઉપર મળે છે. સ્લિટનું મધ્યબિંદુ M છે.

Mમાંથી પસાર થતી અને સ્લિટના સમતલને લંબ સુરેખાએ પડદાના C બિંદુએ મળે છે. આપણને પડદા પરના કોઈ બિંદુ P આગળ તીવ્રતા જોઈએ છે. અગાઉની જેમ જ બિંદુઓ L, M, N વગેરેને બિંદુ P સાથે જોડતી સુરેખાઓને એકબીજા સાપેક્ષ સમાંતર ગણી શકાય કે જે લંબ MC સાથે θ કોણ બનાવે છે.

અત્રે, મૂળભૂત વિચાર એવો છે કે સ્લિટને આપણે ખૂબ નાના નાના વિભાગમાં વહેંચી દઈએ અને P આગળ તેમના દરેકના ફાળાને યોગ્ય કળા તફાવત સાથે ઉમેરીએ. આપણે સ્લિટ આગળ તરંગઅગ્રના જુદા જુદા વિભાગોને ગૌણ ઉદ્‌ગમો તરીકે લઈએ છીએ. કારણ કે આપાત તરંગઅગ્રએ સ્લિટના સમતલને સમાંતર છે, અને આ ઉદ્‌ગમો એકબીજા સાથે સમાન કળામાં છે.

સ્લિટના બે છેડાઓ વચ્ચેનો પથતફાવત NP – LPને યંગના પ્રયોગની જેમ જ ગણી શકાય. આકૃતિ 10.15 પરથી,

$$\begin{aligned} NP - LP &= NQ \\ &= a \sin\theta \\ &\approx a\theta \text{ (નાના ખૂણા માટે)} \end{aligned} \tag{10.21}$$

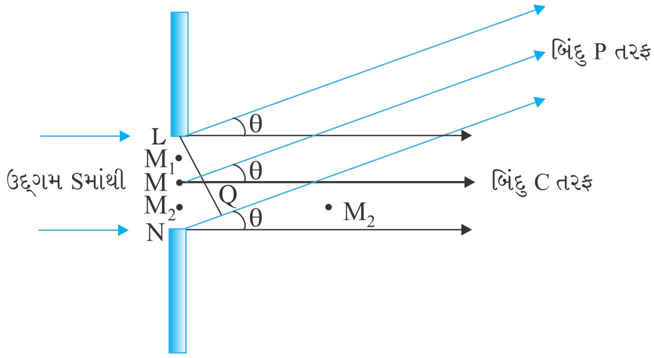
તે જ રીતે, સ્લિટના સમતલમાં આવેલા બે બિંદુઓ M_1 અને M_2 વચ્ચેનું અંતર y હોય તો પથ તફાવત $M_2P - M_1P \approx y\theta$ છે. હવે, આપણે ઘણાં બધા ઉદ્‌ગમોનાં સમાન અને સુસમ્બધ્ધ ફાળાનો સરવાળો કરવાનો છે, જે દરેક જુદી જુદી કળા ધરાવે છે. આવી ગણતરી ફ્રેનલ (Fresnel) એ સંકલનના કલનશાસ્ત્રની મદદથી કરી હતી, તેથી તેને આપણે અત્રે ધ્યાનમાં નહીં લઈએ. વિવર્તન ભાતની મુખ્ય લાક્ષણિકતાઓ સરળ તર્કની મદદથી સમજી શકાય છે.

પડદાના મધ્યબિંદુ C આગળ કોણ θ શૂન્ય છે. બધા જ પથતફાવતો શૂન્ય છે અને તેથી સ્લિટના દરેક ભાગ સમાન કળામાં રહીને ફાળો આપે છે. આ C બિંદુ આગળ મહત્તમ તીવ્રતા મળે છે.

આકૃતિ 10.15માં દર્શાવેલ પ્રાયોગિક અવલોકન સૂચવે છે કે તીવ્રતા $\theta = 0$ આગળ મધ્યસ્થ અધિક્તમ અને $\theta \approx (n + 1/2)\lambda/a$ આગળ બીજા ગૌણ મહત્તમો અને $\theta \approx n\lambda/a$ આગળ ન્યૂનતમો (શૂન્ય તીવ્રતા) આપે છે; જ્યાં $n = \pm1, \pm2, \pm3, ...$ છે. અત્રે, એ સહેલાઈથી જોઈ શકાય છે કે આ ખૂણાઓ આગળ ન્યૂનતમો કેમ આવેલા છે પહેલા એવો θ ધ્યાનમાં લો કે જેથી પથતફાવત $a\theta$ એ λ જેટલો હોય તો

$$\theta \approx \lambda/a. \qquad (10.22)$$

હવે, સ્લિટને બે સરખાં ભાગ LM અને MNમાં વહેંચો, કે જેથી દરેકની લંબાઈ $a/2$ થાય. LMના દરેક બિંદુ M_1 માટે MNમાં કોઈક બિંદુ M_2 એવું મળશે કે જેથી $M_1M_2 = a/2$ થાય. બિંદુ P આગળ આપેલ કોણ માટે M_1 અને M_2 વચ્ચેનો પથ તફાવત $M_2P - M_1P = \theta a/2 = \lambda/2$ થશે.



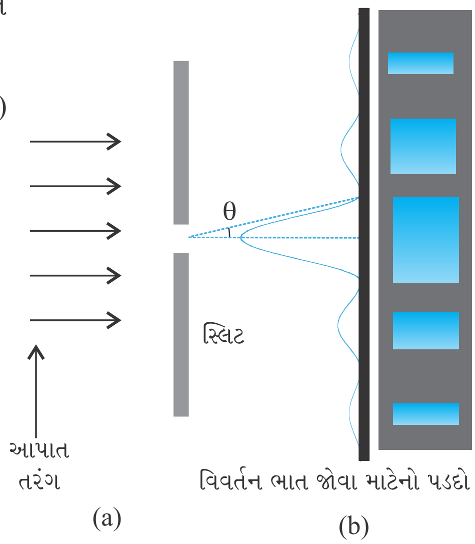
આકૃતિ 10.15 એક સ્લિટથી થતા વિવર્તન માટે પથ તફાવત દર્શાવતી ભૂમિતિ.

આનો અર્થ એ થયો કે M_1 અને M_2માંથી આવતો ફાળો (યોગદાન) એકબીજાની સાથે 180°નો કળા તફાવત ધરાવે છે અને $\theta = \lambda/a$ દિશામાં એકબીજાની અસર નાબૂદ કરે છે. સ્લિટના બે ભાગો LM અને MNનો ફાળો આ કારણથી એકબીજાને નાબૂદ કરશે. સમીકરણ (10.22) એ કયા કોણે તીવ્રતા ઘટીને શૂન્ય થશે તે દર્શાવે છે. આ જ રીતે આપણે દર્શાવી શકીએ કે $\theta = n\lambda/a$ માટે તીવ્રતા શૂન્ય થશે, જ્યાં n એ પૂર્ણાંક છે (શૂન્ય સિવાયનો !). અત્રે, એ નોંધો કે જ્યારે સ્લિટની પહોળાઈ a ઘટાડવામાં આવે છે ત્યારે મધ્યસ્થ અધિક્તમની કોણીય પહોળાઈ વધે છે.

$\theta = (n + 1/2)\lambda/a$ આગળ મહત્તમો કેમ મળે છે અને શા માટે તે nની કિંમત વધતા વધારેને વધારે નબળા પડતા જાય તે પણ સહેલાઈથી જોઈ શકાય છે. એક $\theta = 3\lambda/2a$ કોણ ધ્યાનમાં લો કે જે બે અપ્રકાશિત શલાકાઓની મધ્યમાં આવેલ છે. સ્લિટને ત્રણ સરખા ભાગમાં વહેંચો. જો આપણે સ્લિટના પહેલા બે તૃતીયાંશ ભાગને ધ્યાનમાં લઈએ, તો તેમના બે છેડા વચ્ચેનો પથતફાવત નીચે મુજબ મળશે.

$$\frac{2}{3}a \times \theta = \frac{2a}{3} \times \frac{3\lambda}{2a} = \lambda \qquad (10.23)$$

સ્લિટનો પ્રથમ બે-ત્રત્યાંશ ભાગ તેથી જ જેને $\lambda/2$ જેટલો પથતફાવત છે તેવા બે અર્ધભાગમાં વહેંચાયેલા છે. અગાઉ વર્ણવ્યું તે મુજબ આ બંને અર્ધભાગોનો ફાળો એકબીજાની અસર નાબૂદ કરે છે. સ્લિટનો બાકી રહેલો એક તૃત્યાંશ ભાગ જ બે ન્યૂનતમો વચ્ચેના બિંદુ આગળ તીવ્રતા આપે છે. તે સ્પષ્ટ જ છે કે આની તીવ્રતા મધ્યસ્થ મહત્તમ, કે જ્યાં પૂરેપૂરી સ્લિટ એકસાથે કળામાં પોતાનું યોગદાન આપે છે તેના કરતાં ખૂબ જ નબળી હશે. આ જ રીતે આપણે બતાવી શકીએ કે $(n + 1/2)\lambda/a$ આગળ મહત્તમો મળશે કે જ્યાં, $n = 2, 3, ...$ વગેરે. વધતાં n સાથે તેમની તીવ્રતા નબળી પડતી જશે, કારણ કે આ કિસ્સામાં સ્લિટનો ફક્ત એક પંચમાંશ, એક સપ્તમાંશ, વગેરે ભાગ જ ફાળો આપશે. આને અનુરૂપ ફોટોગ્રાફ અને તીવ્રતા-ભાત (આકૃતિ 10.16)માં દર્શાવેલ છે.



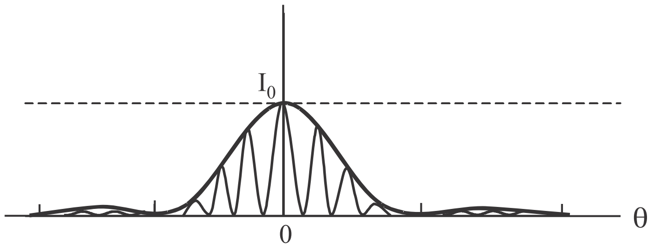
આકૃતિ 10.16 એક સ્લિટથી મળતા વિવર્તન માટે તીવ્રતા વહેંચણી અને શલાકાઓનો ફોટોગ્રાફ.

આ ઘટનાની શોધ થઈ ત્યારથી જ વૈજ્ઞાનિકો વચ્ચે વ્યતિકરણ અને વિવર્તન વચ્ચેના તફાવત માટે ખૂબ જ લાંબી ચર્ચા થયેલી.

આ સંદર્ભમાં એ નોંધવું રસપ્રદ બનશે કે રિચાર્ડ ફિનમન* તેમના વિખ્યાત Feynmann Lectures on Physicsમાં કહ્યું છે, તે નોંધવું રસપ્રદ છે :

વ્યતિકરણ અને વિવર્તન વચ્ચેના તફાવતની લગભગ કોઈ જ સંતોષકારક વ્યાખ્યા આપી શક્યું નથી. એ ફક્ત કેવી રીતે તેનો ઉપયોગ કરો છો તેના પર આધારિત છે, અને તેમની વચ્ચે કોઈ વિશિષ્ટ અને અગત્યનો ભૌતિકશાસ્ત્રીય તફાવત નથી. સારામાં સારુ આપણે આવું કરી શકીએ કે, જ્યારે બહુ થોડા ઉદ્‌ગમોની દખલની વાત હોય, દા. ત. બે ઉદ્‌ગમો, તો તેનાં પરિણામને સામાન્ય રીતે વ્યતિકરણ કહે છે, પણ જો સંખ્યાબંધ ઉદ્‌ગમો હોય તો વિવર્તન શબ્દનો વધુ ઉપયોગ થાય છે.

બે સ્લિટના પ્રયોગમાં, આપણે એ નોંધવુ જોઈએ કે પડદા પરની ભાત એ દરેક સ્લિટ અથવા છિદ્રને કારણે મળતા એક-સ્લિટ વિવર્તનનાં સંપાતીકરણને અને બે-સ્લિટથી મળતા વ્યતિકરણને કારણે છે. આ (આકૃતિ 10.17)માં દર્શાવેલ છે. તે એક પહોળી વિવર્તન ટોચ (Peak) દર્શાવે છે કે જેમાં બે-સ્લિટથી મળતા વ્યતિકરણને કારણે મળતી ઓછી પહોળાઈની ઘણી બધી શલાકાઓ આવેલી છે. આપેલ પહોળી વિવર્તન ટોચ (Peak)માં આવેલ વ્યતિકરણ શલાકાઓની સંખ્યાએ d/a ગુણોત્તર પર એટલે કે બે સ્લિટો વચ્ચેના અંતર અને સ્લિટની પહોળાઈના ગુણોત્તર પર આધારિત છે. aના ખૂબ જ નાના મૂલ્યના લક્ષ માટે વિવર્તન ભાત ખૂબ જ સપાટ (ચપ્પટ) બનશે અને આપણે બે-સ્લિટને કારણે મળતા વ્યતિકરણ માટેની ભાત [આકૃતિ 10.13(b) જુઓ] જોઈ શકીશું.



આકૃતિ 10.17 બે-સ્લિટથી મળતી વાસ્તવિક વ્યતિકરણ ભાત. આવરણ (Envelope) એ એક-સ્લિટથી થતું વિવર્તન દર્શાવે છે.

Interactive animation of single slit diffraction pattern
http://www.phys.hawaii.edu/~teb/optics/java/slitdiffr/

PHYSICS

ઉદાહરણ 10.5

ઉદાહરણ 10.5 ઉદાહરણ 10.3માં દરેક સ્લિટની પહોળાઈ કેટલી હોવી જોઈએ કે જેથી એક-સ્લિટની ભાતમાંની મધ્યસ્થ અધિકતમમાં બે-સ્લિટ ભાતનાં 10 મહત્તમો આવે ?

ઉકેલ આપણને $a\theta = \lambda, \theta = \frac{\lambda}{a}$ જોઈએ છે.

$$10\frac{\lambda}{d} = 2\frac{\lambda}{a}; \quad a = \frac{\lambda}{5} = 0.2\,\text{mm}$$

અત્રે, એ નોંધો કે પ્રકાશની તરંગલંબાઈ અને પડદા સુધીનું અંતર એ aની ગણતરીમાં દાખલ થતું નથી.

આકૃતિ 10.12ના બે સ્લિટ વ્યતિકરણ પ્રયોગમાં જો આપણે એક સ્લિટ બંધ કરીએ તો શું થાય ? તમે જોશો કે હવે તે એક સ્લિટ જેમ વર્તે, પરંતુ તમારે તે ભાતમાં કંઈક સ્થાનાંતર (Shift) થતું હોવાનું ધ્યાને રાખવું પડશે. હવે આપણી પાસે ઉદ્‌ગમ S આગળ એક છિદ્ર (અથવા સ્લિટ) S_1 અથવા S_2 છે. આનાથી પડદા પર એક સ્લિટ વિવર્તન ભાત રચાશે.

મધ્યસ્થ પ્રકાશિત શલાકાનું કેન્દ્ર એ બિંદુ આગળ મળશે કે જે સીધી રેખા SS_1 અથવા SS_2, જે કિસ્સો હોય તેને અનુરૂપ, ઉપર આવેલ હોય.

હવે, આપણે વ્યતિકરણ ભાત અને સુસમ્બધ્ધ રીતે એક સ્લિટથી પ્રકાશિત (જેને સામાન્ય રીતે એક-સ્લિટ વિવર્તન ભાત કહે છે) વચ્ચેની સરખામણી અને તફાવત નોંધીશું.

* રિચર્ડ ફિનમન તેમના ક્વૉન્ટમ ઈલેક્ટ્રોડાયનેમિક્સમાંના મૂળભૂત કાર્ય માટે 1965નું ભૌતિકવિજ્ઞાન માટેનું નૉબેલ પ્રાઈઝ પ્રાપ્ત કરનારામાંના એક હતા.

(i) વ્યતિકરણ ભાતમાં એકબીજાથી સરખા અંતરે રહેલ ઘણા પ્રકાશિત અને અપ્રકાશિત પટ્ટાઓ રહેલ હોય છે. વિવર્તન ભાતમાં એક મધ્યસ્થ પ્રકાશિત (તેજસ્વી) અધિક્તમ હોય છે કે જે બીજા અધિક્તમો કરતા લગભગ બમણી પહોળાઈનું હોય છે. આપણે કેન્દ્રથી બંને બાજુ ક્રમશઃ આવતા મહત્તમો તરફ જઈએ તેમ તીવ્રતા ઘટતી જાય છે.

(ii) આપણે વ્યતિકરણ ભાતની ગણતરી બે સાંકડી સ્લિટમાંથી ઉદ્‌ભવેલા બે તરંગોના સંપાતીકરણની મદદથી કરીએ છીએ. એક સ્લિટના દરેક બિંદુ આગળથી ઉદ્‌ભવતા તરંગોની સતત હારમાળાનાં સંપાતીકરણને કારણે વિવર્તન ભાત મળે છે.

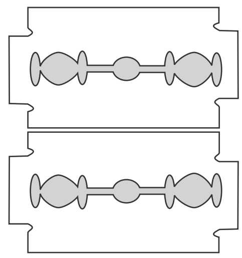
(iii) a પહોળાઈની એક સ્લિટ માટે વ્યતિકરણ ભાતમાં પ્રથમ શૂન્ય (તીવ્રતા) એ λ/a જેટલા કોણે મળે છે. આ જ λ/a કોણે a અંતરે છૂટી પાડેલ બે પાતળી સ્લિટ માટે આપણને મહત્તમ (અને શૂન્ય નહીં) મળે છે.

આપણે એ સમજવું જરૂરી છે કે d અને a બંને ખૂબ જ નાના હોવા જોઈએ કે જેથી સ્પષ્ટ વ્યતિકરણ અને વિવર્તન ભાત જોઈ શકાય. ઉદાહરણ તરીકે, બે સ્લિટ વચ્ચેનું અંતર d એ મિલિમીટરના ક્રમનું હોવું જોઈએ. દરેક સ્લિટની પહોળાઈ a નાની હોવી જોઈએ, લગભગ 0.1થી 0.2 mmના ક્રમની.

આપણી યંગના પ્રયોગની અને એક-સ્લિટ વિવર્તનની ચર્ચામાં આપણે એવું ધારી લીધું છે કે શલાકા જે પડદા પર રચાય છે તે ખૂબ મોટા અંતરે રાખેલ છે. સ્લિટથી પડદા સુધી પહોંચતા બે કે તેથી વધારે પથને આપણે સમાંતર લીધાં હતાં. આ સ્થિતિ, સ્લિટ પછી બહિર્ગોળ લેન્સ મૂકી અને પડદાને તેના કેન્દ્ર ઉપર મૂકીને પણ મળી શકે. સ્લિટમાંથી નીકળતા સમાંતર પથો પડદાના એક બિંદુએ ભેગાં કરી શકાય. *એ નોંધો કે લેન્સ એ આ સમાંતર કિરણપુંજમાં કોઈ વધારાનો પથતફાવત ઉમેરતો નથી.* આ રચના ઘણી વખત ઉપયોગમાં લેવામાં આવે છે. કારણ કે પડદાને દૂર મૂકવા કરતા આ કિસ્સામાં તીવ્રતા વધારે મળે છે. જો લેન્સની કેન્દ્રલંબાઈ f હોય તો આપણે સહેલાઈથી મધ્યસ્થ પ્રકાશિત મહત્તમની પહોળાઈ ગણી શકીએ. ખૂણાના સંદર્ભમાં, વિવર્તન ભાતમાં મધ્યસ્થ અધિક્તમ અને પ્રથમ શૂન્ય વચ્ચેનું અંતર λ/a થશે. તેથી પડદા પરની પહોળાઈ $f\lambda/a$ થશે.

10.6.2 એક-સ્લિટ વિવર્તન ભાતને જોવી (Seeing the Single Slit Diffraction Pattern)

આપણી જાતે એક-સ્લિટ વિવર્તન ભાત જોવી ખૂબ જ સરળ છે. તેના માટે જરૂરી ઉપકરણ એ દરેક ઘરમાં મળી રહે છે- બે રેઝર બ્લેડ અને શક્ય હોય તો જેમાં સીધો ફિલામેન્ટ આવેલો હોય તેવો એક પારદર્શક કાચનો બલ્બ. બે બ્લેડને એવી રીતે જોડે પકડી રાખો કે તેમની ધાર એકબીજાને સમાંતર રહે અને તેમની વચ્ચે એક પાતળી સ્લિટ રચાય. આ અંગૂઠા અને આગળની આંગળીઓની મદદથી સહેલાઈથી કરી શકાય છે (આકૃતિ 10.18).



આકૃતિ 10.18 બે બ્લેડને પકડી એક સ્લિટ બનાવવી. બલ્બના ફિલામેન્ટ (તાર)ને આમાંથી જોતાં સ્પષ્ટ વિવર્તન પટ્ટાઓ દેખાય છે.

સ્લિટને ફિલામેન્ટને સમાંતર બરાબર આંખની સામે રાખો. જો તમે ચશ્મા પહેરતા હો તો પહેરી લો. સ્લિટની પહોળાઈમાં અને તેના સમાંતરપણામાં થોડોક ફેરફાર કરો, તો તમને પ્રકાશિત અને અપ્રકાશિત પટ્ટાના સ્વરૂપમાં ભાત દેખાશે. બધા જ પટ્ટાનું સ્થાન (મધ્યસ્થ સિવાય) તરંગલંબાઈ ઉપર આધારીત હોવાથી તેમાં અમુક રંગો દેખાશે. રાતા અથવા વાદળી (બ્લ્યુ) માટે ફિલ્ટર વાપરવાથી શલાકાઓને સ્પષ્ટ રીતે જોઈ શકાય છે. બંને ફિલ્ટરો સહેલાઈથી ઉપલબ્ધ હોવાથી, રાતા રંગની શલાકાની પહોળાઈ વાદળી (બ્લ્યુ) રંગ કરતાં વધારે હોય છે તે જોઈ શકાય છે.

આ પ્રયોગમાં ફિલામેન્ટ એ આકૃતિ 10.16માં દર્શાવેલ પ્રથમ સ્લિટ Sનો ભાગ ભજવે છે. આંખનો લેન્સ ભાતને પડદા (આંખના રેટીના) ઉપર કેન્દ્રિત કરે છે.

થોડાક પ્રયત્નોથી, બ્લેડની મદદથી ઍલ્યુમીનીયમનાં વરખમાં બે સ્લિટ કાપી શકાય. અગાઉની જેમ જ બલ્બના ફિલામેન્ટને જોઈ યંગના પ્રયોગનું પુનરાવર્તન કરી શકાય. દિવસના પ્રકાશનાં રૂપમાં આંખ સાથે નાનો કોણ રચતો હોય તે રીતે આપણને બીજો એક યોગ્ય અને પ્રકાશિત ઉદ્‌ગમ ઉપલબ્ધ છે. આ કોઈ ચળકતી બહિર્ગોળ સપાટી (દા.ત. સાયકલની ઘંટડી) પરથી પરાવર્તન પામતો સૂર્યપ્રકાશ હોઈ શકે. સીધે સીધા સૂર્યપ્રકાશથી પ્રયત્ન ના કરો તે આંખને નુકશાન પહોંચાડી શકે છે અને તે પાછી શલાકાઓ તો આપશે જ નહીં કારણકે સૂર્ય લગભગ $(1/2)^\circ$નો કોણ રચે છે.

વ્યતિકરણ અને વિવર્તનમાં, પ્રકાશની ઊર્જાનું ફરીવાર વિતરણ થાય છે. જો તે એક ભાગમાં ઘટીને, અપ્રકાશિત શલાકા રચે, તો બીજા ભાગમાં વધીને, પ્રકાશિત શલાકા રચે છે. ઊર્જામાં કોઈ પણ પ્રકારનો વધારો કે ઘટાડો થતો નથી, કે જે ઊર્જા સંરક્ષણના નિયમ સાથે સુસંગત છે.

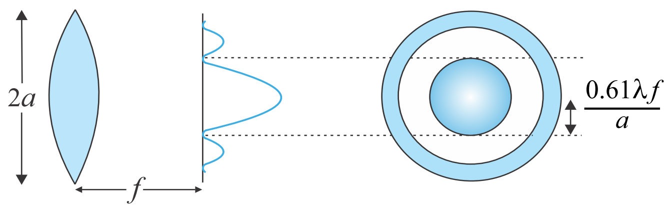
10.6.3 પ્રકાશીય ઉપકરણોની વિભેદન શક્તિ (Resolving Power of Optical Instruments)

આપણે ધોરણ IXમાં ટેલિસ્કોપ વિશે ચર્ચા કરી હતી. ટેલિસ્કોપનું કોણીય વિભેદન એ ટેલિસ્કોપના ઓબ્જેક્ટીવ (લેન્સ) દ્વારા નક્કી થાય છે. ઓબ્જેક્ટિવ વડે મેળવેલ પ્રતિબિંબમાં જે તારાઓનું વિભેદન મળતું ન હોય તેમનું વિભેદન આઈપીસ (નેત્રકાચ) દ્વારા ગમે તેટલી મોટવણી વધારવા છતાં પણ મળી શકે નહીં. આઈપીસનો પ્રાથમિક હેતુ ઓબ્જેક્ટિવ દ્વારા મળતા પ્રતિબિંબની મોટવણી વધારવાનો છે.

એક બહિર્ગોળ લેન્સ ઉપર સમાંતર પ્રકાશ કિરણપૂંજ પડે છે તેમ વિચારો. જો લેન્સને ક્ષતિઓ (Aberration) માટે બરાબર સુધારેલ હોય તો ભૌમિતિક પ્રકાશશાસ્ત્ર આપણને જણાવે છે કે કિરણપૂંજ એક બિંદુ આગળ કેન્દ્રિત થશે. પરંતુ, વિવર્તનને કારણે, કિરણપૂંજ એક જ બિંદુ આગળ કેન્દ્રિત થવાને બદલે પરિમિતિ ક્ષેત્રફળ ધરાવતા ટપકાં સ્વરૂપે કેન્દ્રિત થશે. આ કિસ્સામાં વિવર્તનની અસરો એક સમતલ તરંગને વર્તુળાકાર દર્પણમુખ (Aperture) અને ત્યારબાદ મૂકેલા બહિર્ગોળ લેન્સ (આકૃતિ 10.19) પર આપાત થતું ગણીને સમજાવી શકાય છે. આને અનુરૂપ વિવર્તન ભાતનું વિશ્લેષણ ખૂબ જ જટિલ છે; પરંતુ સૈદ્ધાંતિક રીતે, તે એક-સ્લિટથી મળતી વિવર્તન ભાતના કિસ્સા જેવું જ છે. વિવર્તનની અસરોને ધ્યાનમાં લઈએ તો મુખ્ય સમતલ (Focal Plane) ઉપર મળતી ભાત એ સમકેન્દ્રિય અપ્રકાશિત અને પ્રકાશિત વલયોથી ઘેરાયેલા એક મધ્યસ્થ પ્રકાશિત વિસ્તાર તરીકે જણાય છે (આકૃતિ 10.19). વિસ્તૃત વિશ્લેષણ દર્શાવે છે કે મધ્યસ્થ પ્રકાશિત વિભાગની ત્રિજ્યાનું સંન્નિક્ટ મૂલ્ય

$$r_0 \approx \frac{1.22\lambda f}{2a} = \frac{0.61\lambda f}{a} \qquad (10.24)$$

વડે અપાય છે.



આકૃતિ 10.19 બહિર્ગોળ લેન્સ ઉપર પ્રકાશનું એક સમાંતર કિરણપૂંજ આપાત થાય છે. વિવર્તન અસરોને કારણે, કિરણપૂંજ લગભગ $\approx 0.61\ \lambda f/a$ જેટલી ત્રિજ્યા ધરાવતાં ટપકાં સ્વરૂપે કેન્દ્રિત થાય છે.

જ્યાં, f એ લેન્સની કેન્દ્રલંબાઈ અને $2a$ એ વર્તુળાકાર દર્પણમુખનો વ્યાસ અથવા લેન્સનો વ્યાસ એ બેમાંથી જે નાનું હોય તે છે. લાક્ષણિક રીતે, જો

$\lambda \approx 0.5\,\mu m$, $f \approx 20$ cm અને $a \approx 5$ cm હોય તો, આપણને

$r_0 \approx 1.2\,\mu m$ મળે છે.

ભલે ટપકાંની પહોળાઈ ખૂબ નાની છે છતાં, તે પ્રકાશીય ઉપકરણો જેવાં કે ટેલિસ્કોપ અથવા માઈક્રોસ્કોપની વિભેદનશક્તિ નક્કી કરવામાં અગત્યનો ભાગ ભજવે છે. બે તારાઓ માટે વિભેદન થાય તે માટે,

$$f\Delta\theta \approx r_0 \approx \frac{0.61\,\lambda f}{a}$$

આ પરથી, $\Delta\theta \approx \dfrac{0.61\,\lambda}{a}$ જોઈશે. (10.25)

આમ, જ્યારે ઓબ્જેક્ટિવનો વ્યાસ વધારે હશે ત્યારે $\Delta\theta$ એ નાનો. થશે આનો અર્થ એ થયો કે ટેલિસ્કોપ માટે જેમ a મોટો હોય તેમ તેની વિભેદનશક્તિ વધારે. આ કારણને લીધે વધારે વિભેદન માટે ટેલિસ્કોપના ઓબ્જેક્ટિવનો વ્યાસ મોટો હોવો જોઈએ.

ઉદાહરણ 10.6 એવું ધારોકે તારામાંથી 6000 Å તરંગલંબાઈનો પ્રકાશ આવે છે. જેનાં ઓબ્જેક્ટિવનો વ્યાસ 100 ઈંચ હોય તેવા ટેલિસ્કોપ માટે વિભેદનની સીમા શું હશે ?

ઉકેલ 100 ઈંચ ટેલિસ્કોપનો અર્થ એ કે $2a = 100$ ઈંચ $= 254$ cm.

આમ, જો $\lambda \approx 6000$ Å $= 6 \times 10^{-5}$ cm હોય

તો

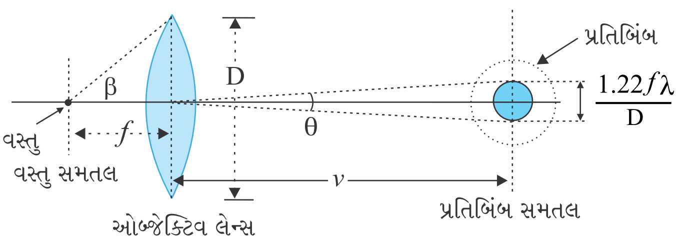
$$\Delta\theta \approx \frac{0.61 \times 6 \times 10^{-5}}{127} \approx 2.9 \times 10^{-7} \text{ રેડીયન}$$

ઉદાહરણ 10.6

આપણે આવો જ તર્ક માઈક્રોસ્કોપના ઓબ્જેક્ટિવને પણ લાગુ પાડી શકીએ. આ કિસ્સામાં, વસ્તુને f થી થોડેક દૂર મૂકવામાં આવે છે કે જેથી v જેટલા અંતરે વાસ્તવિક પ્રતિબિંબ રચાય (આકૃતિ 10.20). મોટવણી–પ્રતિબિંબના પરિમાણ અને વસ્તુના પરિમાણનો ગુણોત્તર એ $m \approx v/f$ વડે અપાય છે. આકૃતિ 10.20 પરથી જોઈ શકાય છે કે

$$D/f \approx 2\tan\beta \qquad (10.26)$$

જ્યાં, 2β એ ઓબ્જેક્ટીવના વ્યાસ વડે માઈક્રોસ્કોપના કેન્દ્ર પાસે બનેલો કોણ છે.



આકૃતિ 10.20 માઈક્રોસ્કોપના ઓબ્જેક્ટિવ વડે રચાતું વાસ્તવિક પ્રતિબિંબ.

તમારી આંખની વિભેદન શક્તિ શોધો

તમે તમારી આંખની વિભેદન શક્તિ એક સરળ પ્રયોગ દ્વારા શોધી શકો છો. એક સરખી પહોળાઈ ધરાવતી અને સફેદ પટ્ટીઓથી છૂટી પાડતી કાળી પટ્ટીઓ બનાવો, નીચે આકૃતિ જુઓ. બધી જ કાળી પટ્ટીઓ સરખી પહોળાઈની હોવી જોઈએ, જ્યારે વચ્ચે વચ્ચેની સફેદ પટ્ટીઓની જાડાઈ તમે ડાબેથી જમણે જાઓ તેમ વધતી જતી હોવી જોઈએ. ઉદાહરણ તરીકે, ધારો કે બધી કાળી પટ્ટીઓની જાડાઈ 5 mm છે. ધારોકે પ્રથમ બે સફેદ પટ્ટીઓની જાડાઈ 0.5 mm છે, પછીની બે સફેદ પટ્ટીઓની જાડાઈ 1 mm, પછીની બે દરેક 1.5 mmની વગેરે. આ ભાતને ઓરડાની કે લેબોરેટરીની દિવાલ પર તમારી આંખની ઊંચાઈએ ચોંટાડો.

હવે આ ભાતને, બને તો એક આંખથી જુઓ. હવે દિવાલથી દૂર અથવા નજીક ખસીને એવું સ્થાન નક્કી કરો કે જેમાં કોઈક બે કાળી પટ્ટીઓ એકબીજાથી છૂટી પટ્ટીઓ તરીકે દેખાય. આ કાળી પટ્ટીઓની ડાબીબાજુ આવેલી બધી જ કાળીપટ્ટીઓ એકબીજામાં ભળી ગયેલી દેખાશે અને તેમને છૂટી જોઈ શકાશે નહીં. તેનાથી વિરુદ્ધ, જમણીબાજુ આવેલી પટ્ટીઓ વધારેને વધારે સ્પષ્ટતાથી જોઈ શકાશે. સફેદ પટ્ટી કે જે બે વિભાગને છૂટી પાડે છે તેની પહોળાઈ d નોંધો, અને તમારી આંખથી દીવાલ સુધીનું અંતર D માપો. તો d/D તમારી આંખની વિભેદન (શક્તિ) છે.

તમે બારીમાંથી દાખલ થતાં સૂર્યપ્રકાશની હાજરીમાં હવામાં તરતા ધુળના રજકણો જોયા હશે. જે રજકણને તમે સ્પષ્ટ જોઈ શકો અને બીજા રજકણથી અલગ જોઈ શકો તે રજકણનું તમારાથી અંતર શોધો. તમારી આંખની વિભેદનશક્તિ અને ધૂળના રજકણનું અંતર જાણતા હોવાથી, ધૂળના તે રજકણનું, માપ (Size) નક્કી કરો.

માઈક્રોસ્કોપ હેઠળ મૂકેલ નમૂનાના બે બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર જ્યારે પ્રકાશની તરંગલંબાઈ λ સાથે સરખાવી શકાય તેવું થાય ત્યારે વિવર્તન અસરો અગત્યની બની જાય છે. એક બિંદુવત્ વસ્તુનું પ્રતિબિંબ ફરીવાર, એક વિવર્તન ભાત હશે કે જેનું પ્રતિબિંબ સમતલ (Image Plane)માં માપ નીચે મુજબ આપી શકાય.

$$\upsilon\theta = \upsilon\left(\frac{1.22\ \lambda}{D}\right) \qquad (10.27)$$

બે વસ્તુઓ કે જેમના પ્રતિબિંબો આ અંતર કરતા ઓછા અંતરે હોય તેમને છૂટા જોઈ શકાશે નહીં, તેઓ એક તરીકે દેખાશે. વસ્તુસમતલ (Object Plane)માં આને અનુરૂપ લઘુત્તમ અંતર નીચે મુજબ આપી શકાય.

$$d_{min} = \left[\upsilon\left(\frac{1.22\ \lambda}{D}\right)\right]/m$$

$$= \frac{1.22\lambda}{D}\ \frac{\upsilon}{m}$$

અથવા $m = \frac{\upsilon}{f}$ હોવાથી

$$d_{min} = \frac{1.22 f\lambda}{D} \qquad (10.28)$$

હવે, સમીકરણો (10.26) અને (10.28) પરથી,

$$d_{min} = \frac{1.22\lambda}{2\tan\beta}$$

$$\simeq \frac{1.22\lambda}{2\sin\beta} \qquad (10.29)$$

જો વસ્તુ અને ઓબ્જેક્ટિવ લેન્સ વચ્ચેનું માધ્યમ હવા ના હોય પરંતુ n વક્રીભવનાંક ધરાવતું માધ્યમ હોય તો, સમીકરણ (10.29) નીચે મુજબ બદલાશે.

$$d_{\min} = \frac{1.22\lambda}{2n\sin\beta} \qquad (10.30)$$

$n\sin\beta$ એ ગુણાકારને *સંખ્યાત્મક દર્પણમુખ* (*Numerical Aperture*) કહે છે અને તે ઘણી વખત ઓબ્જેક્ટીવ પર લખેલ હોય છે.

માઈક્રોસ્કોપની વિભેદનશક્તિ એ બે બિંદુઓ જુદાજુદા દેખાય તે માટેના લઘુત્તમ અંતરના વ્યસ્ત તરીકે આપવામાં આવી છે. સમીકરણ (10.30) પરથી જોઈ શકાય છે કે વધારે વક્રીભવનાંક ધરાવતા માધ્યમની પસંદગીથી વિભેદનશક્તિ વધારી શકાય છે. સામાન્ય રીતે ઓબ્જેક્ટિવ કાચની નજીકનો વક્રીભવનાંક ધરાવતા તેલનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. આવી રચનાને ઑઈલ ઈમર્સન ઑબ્જેક્ટીવ (*Oil Immersion Objective*) કહેવામાં આવે છે. અત્રે એ નોંધો કે sin βનું મૂલ્ય એકથી વધારી શકાતું નથી. આમ, આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે માઈક્રોસ્કોપની વિભેદનશક્તિ મૂળભૂત રીતે વપરાતા પ્રકાશની તરંગલંબાઈ દ્વારા નક્કી થાય છે.

એક શક્યતા એવી છે કે તમને કદાચ વિભેદન અને મોટવણી અને તે જ રીતે આ પ્રાચલો સાથે કામ લેવાની બાબતમાં ટેલિસ્કોપ અને માઈક્રોસ્કોપના કાર્ય અંગે ગૂંચવાડો થઈ શકે છે. ટેલિસ્કોપ દૂરની વસ્તુઓનાં આંખની નજીક પ્રતિબિંબ રચે છે. તેથી, જે વસ્તુઓ દૂર હોવાથી છૂટી જોઈ શકાતી નથી તેને ટેલિસ્કોપમાંથી જોવાથી છૂટી જોઈ શકાય છે. તેનાથી વિરુદ્ધ, માઈક્રોસ્કોપ વસ્તુઓને વિવર્ધિત (મોટી) કરી (કે જે આપણાથી નજીક છે) તેના મોટા પ્રતિબિંબ રચે છે. આપણે બે તારાઓ કે દૂરના ગ્રહના બે ઉપગ્રહો જોઈ રહ્યા છીએ અથવા આપણે જીવીત કોષના જુદા-જુદા ભાગ નિહાળી રહ્યા છીએ. આ સંદર્ભમાં, એ યાદ રાખવું સારું રહેશે કે ટેલિસ્કોપ વિભેદન કરે છે જ્યારે માઈક્રોસ્કોપ પ્રતિબિંબને મોટું કરે છે.

10.6.4 કિરણ પ્રકાશશાસ્ત્ર કેટલે સુધી લાગુ પાડી શકાય (The Validity of Ray Optics)

એક a માપના અડચણ (એટલે કે, સ્લિટ અથવા છિદ્ર)ને સમાંતર કિરણપૂંજ વડે પ્રકાશિત કરવામાં આવતાં તે લગભગ $\approx \lambda/a$ જેટલા કોણે વિવર્તિત પ્રકાશ મોકલે છે. આ તેજસ્વી મધ્યસ્થ અધિક્તમની કોણીય પહોળાઈ છે. આથી, વિવર્તનના કારણે z જેટલું અંતર કાપતાં વિવર્તિત કિરણપૂંજ $z\lambda/a$ જેટલી પહોળાઈ ધારણ કરશે. એવું પૂછવું રસપ્રદ બનશે કે zના કયા મૂલ્ય માટે વિવર્તનને કારણે કિરણપૂંજનો થતો ફેલાવો અડચણના માપ a સાથે સરખાવી શકાય તેટલો થશે. આમ, આપણે $z\lambda/a$ને aના લગભગ બરાબર તરીકે લઈ શકીએ. આ એવું અંતર આપશે કે જેનાથી આગળ a પહોળાઈ ધરાવતા કિરણપૂંજમાં થતો ફેલાવો અગત્યનો બની રહેશે. તેથી

$$z \approx \frac{a^2}{\lambda} \qquad (10.31)$$

આપણે નીચેના સમીકરણથી વ્યાખ્યાયિત કરાતી રાશિને *ફ્રેનલ લંબાઈ* z_F કહીશું.

$$z_F \approx a^2/\lambda$$

સમીકરણ (10.31) દર્શાવે છે કે z_Fથી ખૂબ જ ઓછા અંતર માટે વિવર્તનને કારણે થતો ફેલાવો એ કિરણપૂંજની જાડાઈ કરતા ઓછો હોય છે. જ્યારે અંતર લગભગ z_F જેટલું થશે ત્યારે તે સરખાવી શકાય તેવું થશે. z_Fથી ખૂબ મોટા અંતર માટે વિવર્તનને કારણે થતો ફેલાવો કિરણ પ્રકાશશાસ્ત્ર (એટલે કે

અડચણની પહોળાઈ a)થી થતા ફેલાવા પર પ્રભાવી છે. સમીકરણ (10.31) એ પણ દર્શાવે છે કે કિરણ પ્રકાશશાસ્ત્ર તરંગલંબાઈના શૂન્ય તરફના લક્ષ માટે સાચું છે.

ઉદાહરણ 10.7

ઉદાહરણ 10.7 જ્યારે અડચણની પહોળાઈ 3 mm હોય અને તરંગલંબાઈ 500 nm હોય તો કયા અંતર માટે કિરણ પ્રકાશશાસ્ત્ર એક સારી સંનિકટતા હશે ?

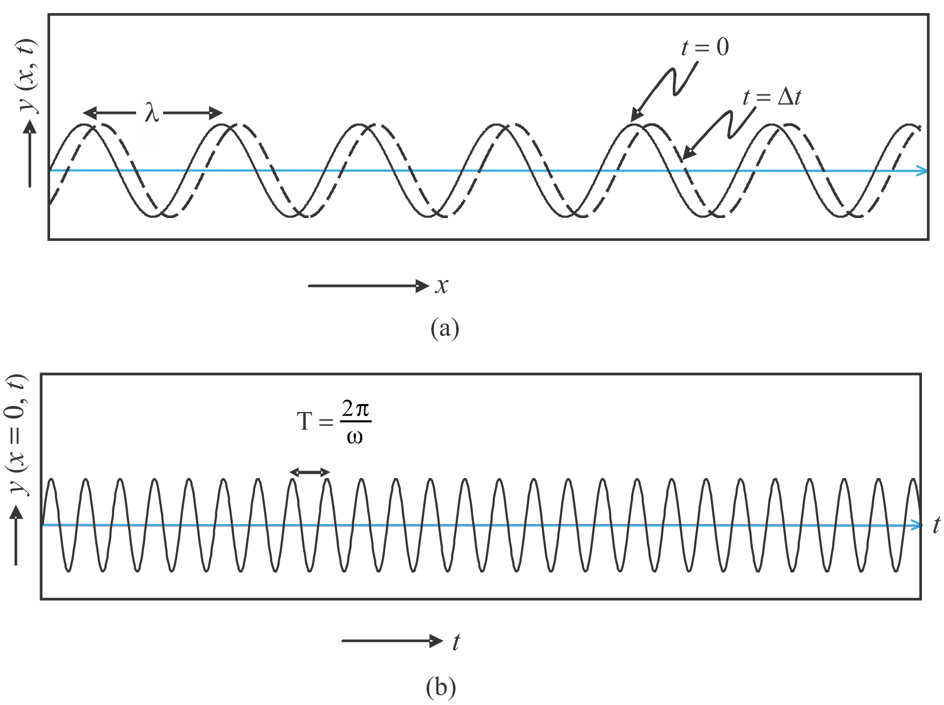
ઉકેલ

$$z_F = \frac{a^2}{\lambda} = \frac{(3 \times 10^{-3})^2}{(5 \times 10)^{-7}} = 18\,\text{m}$$

આ ઉદાહરણ દર્શાવે છે કે જ્યારે તરંગો ઘણા મીટર લાંબા હોય ત્યારે નાના અડચણ માટે પણ વિવર્તનને કારણે થતો ફેલાવો અવગણી શકાય. આમ, ઘણી સામાન્ય પરિસ્થિતિઓમાં કિરણ પ્રકાશશાસ્ત્ર લાગુ પાડી શકાય છે.

10.7 ધ્રુવીભવન (POLARISATION)

જેનો બીજો છેડો જડિત હોય તેવી એક લાંબી દોરીને સમક્ષિતિજ રહે તેમ પકડેલી ધારો. જો આપણે દોરીનાં છેડાને ઉપર-નીચે આવર્ત રીતે ગતિ કરાવીએ, તો આપણે $+x$ દિશામાં ગતિ કરતું તરંગ ઉત્પન્ન કરીશું (આકૃતિ 10.21). આવા તરંગને નીચેના સમીકરણ વડે દર્શાવી શકાય.



આકૃતિ 10.21 (a) જ્યારે જ્યાવર્તી (Sinusoidal) તરંગ $+x$-દિશામાં પ્રસરતું હોય ત્યારે વક્રો અનુક્રમે, $t = 0$ અને $t = \Delta t$ સમયે, દોરીના સ્થાનાંતર રજૂ કરે છે. (b) વક્ર જ્યારે જ્યાવર્તી (Sinusoidal) તરંગ $+x$-દિશામાં ગતિ કરતું હોય ત્યારે $x = 0$ સ્થાને, સ્થાનાંતરનો સમય સાથેનો ફેરફાર દર્શાવે છે. $x = \Delta x$ આગળ સ્થાનાંતરનો સમય સાથેનો ફેરફાર થોડોક જમણીબાજુ ખસી ગયેલો હશે.

$$y(x,t) = a\sin(kx - \omega t) \quad (10.32)$$

જ્યાં, a અને ω ($= 2\pi\nu$) એ અનુક્રમે તરંગનો કંપવિસ્તાર અને કોણીય આવૃત્તિ રજૂ કરે છે. વધારામાં,

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \quad (10.33)$$

એ તરંગ સાથે સંકળાયેલ તરંગલંબાઈ છે. આપણે આવા તરંગોનાં પ્રસરણની ધોરણ XIના પાઠ્યપુસ્તકના પ્રકરણ-15માં ચર્ચા કરેલી હતી. હવે સ્થાનાંતર (કે જે y-દિશામાં છે) એ તરંગ પ્રસરણ દિશાને લંબ હોવાને કારણે, આપણને *લંબગત તરંગ* મળે છે. વળી, સ્થાનાંતર y-દિશામાં હોવાથી તેને ઘણી વખત y-ધ્રુવીભૂત તરંગ કહે છે. દોરી પરનું દરેક બિંદુ સુરેખા પર ગતિ કરે છે. તેથી આ તરંગ પણ રેખીય ધ્રુવીભૂત (Linearly Polarized) તરંગ તરીકે ઓળખાય છે. વધારામાં, દોરી હંમેશા $x - y$ સમતલમાં જ રહેતી હોવાથી તેને *તલ ધ્રુવીભૂત* (*Plane Polarized*) *તરંગ* તરીકે પણ ઓળખવામાં આવે છે.

આ જ રીતે આપણે $x - z$ સમતલમાં પણ દોરીનાં દોલનો વિચારી શકીએ, જે z-ધ્રુવીભૂત તરંગ ઉત્પન્ન કરે, જેનું સ્થાનાંતર નીચેના સમીકરણ વડે આપી શકાય.

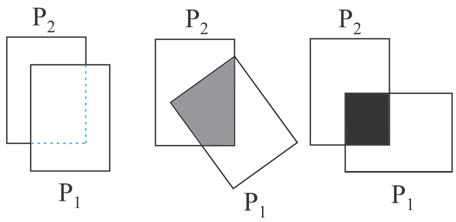
$$z(x,t) = a\sin(kx - \omega t) \quad (10.34)$$

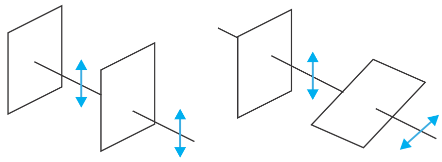
અત્રે, એ નોંધવું રહ્યું કે [સમીકરણો (10.32) અને (10.34) દ્વારા રજુ થયેલ] રેખીય ધ્રુવીભૂત તરંગો એ બધા જ લંબગત તરંગો છે; એટલેકે દોરીના દરેક બિંદુનું સ્થાનાંતર એ હંમેશા તરંગ પ્રસરણ દિશાને લંબ હોય છે. અંતમાં, જો દોલનો કરતું સમતલ સમયના ટૂંકાગાળામાં અસ્તવ્યસ્ત રીતે બદલવામાં આવે તો આપણને *અધ્રુવીભૂત તરંગ* મળે છે. આમ, અધ્રુવીભૂત તરંગ માટે સમય સાથે સ્થાનાંતર અસ્તવ્યસ્ત રીતે બદલાયા કરે છે, અલબત્ત તે પ્રસરણ દિશાને તો હંમેશાં લંબ જ હશે.

પ્રકાશ તરંગો સ્વભાવે લંબગત છે; એટલેકે પ્રકાશના પ્રસરણ સાથે સંકળાયેલ વિદ્યુતક્ષેત્ર એ હંમેશા તરંગની પ્રસરણ દિશાને લંબ હોય છે. આ (હકીકત) એક સાદા પોલેરૉઈડ (Polaroid)ની મદદથી સરળતાથી દર્શાવી શકાય. તમે પાતળી પ્લાસ્ટીક જેવી પરત (Sheet) જોઈ હશે, જેને *પોલેરૉઈડ* કહે છે. પોલેરૉઈડ એ લાંબી સાંકળ ધરાવતા અણુઓના બનેલા હોય છે, જેઓ કોઈ ચોક્કસ દિશામાં ગોઠવાયેલા હોય છે. આવા (ચોક્કસ રીતે) ગોઠવાયેલા અણુઓની દિશામાં રહેલા (પ્રસરતા પ્રકાશ તરંગ સાથે સંકળાયેલા) વિદ્યુત સદિશોનું શોષણ થાય છે. આમ, જો અધ્રુવીભૂત પ્રકાશ તરંગ આવા પોલેરૉઈડ ઉપર આપાત થાય તો પ્રકાશ તરંગ રેખીય ધ્રુવીભૂત બને છે. જેમાં વિદ્યુત સદિશો ગોઠવાયેલા અણુઓને લંબદિશામાં દોલનો કરે છે; આ દિશાને પોલેરૉઈડની *દગ્-અક્ષ* (*Pass-axis*) કહે છે.

આમ, જો કોઈ સામાન્ય ઉદ્‌ગમ (જેવાકે સોડીયમ લૅમ્પ)માંથી નીકળતો પ્રકાશ પોલેરૉઈડ તક્તિ P_1માંથી પસાર થતો હોય ત્યારે એવું જોવામાં આવ્યું છે કે તેની તીવ્રતા ઘટીને અડધી થઈ જાય છે. P_1ને ભ્રમણ આપતાં નિર્ગમન પામતા કિરણપૂંજ ઉપર કોઈ અસર થતી નથી અને નિર્ગમિત તીવ્રતા અચળ રહે છે. હવે, ધારોકે આના જેવો જ બીજો પોલેરૉઈડ P_2 ને P_1ની અગાઉ મૂકવામાં આવે છે. આમ, અપેક્ષા મુજબ બલ્બમાંથી આવતા પ્રકાશની તીવ્રતામાં એકલા P_2માંથી પસાર થવાને કારણે ઘટાડો થાય છે. પરંતુ, હવે P_1ને ભ્રમણ આપવાથી, P_1માંથી બહાર આવતા પ્રકાશમાં નાટ્યાત્મક ફેરફાર જોવા મળે

છે. એક સ્થિતિમાં, P_2 માંથી નિર્ગમન પામતી તીવ્રતા તેના પછી રાખેલા P_1માંથી બહાર આવતાં લગભગ શૂન્ય થાય છે. જ્યારે તેને આ સ્થિતિમાંથી 90° એ ફેરવવામાં આવે છે ત્યારે P_2માંથી બહાર નીકળતી બધી જ તીવ્રતા P_1 દ્વારા નિર્ગમન પામે છે (આકૃતિ 10.22).





આકૃતિ 10.22 (a) P_2 અને P_1 બે પોલેરૉઈડમાંથી પ્રકાશ પસાર થાય છે. તેમની વચ્ચેના કોણને 0°થી 90°ની વચ્ચે ફેરવતા, નિર્ગમન પામતી આંશિક (Fraction) તીવ્રતામાં 1થી 0 જેટલો ઘટાડો થાય છે. અત્રે, નોંધો કે એક જ પોલેરૉઈડ P_1માંથી જોયેલ પ્રકાશ ખૂણા સાથે બદલાતો નથી. (b) જ્યારે પ્રકાશ બે પોલેરૉઈડમાંથી પસાર થાય છે ત્યારે વિદ્યુત સદિશની વર્તણૂંક. નિર્ગમન પામતો ધ્રુવીભૂત (પ્રકાશ) એ પોલેરૉઈડ અક્ષને સમાંતર ઘટક છે. બે-દિશ તીર એ દોલન કરતો વિદ્યુત સદિશ દર્શાવે છે.

જો એવું ધારીએ કે પોલેરૉઈડ P_2માંથી પસાર થતો પ્રકાશ P_2ની દગ્-અક્ષને સમાંતર ધ્રુવીભૂત થાય છે તો ઉપરનો પ્રયોગ સહેલાઈથી સમજી શકાય. જો P_2ની દગ્-અક્ષ એ P_1ની દગ્-અક્ષ સાથે θ કોણ બનાવતી હોય તો જ્યારે ધ્રુવીભૂત કિરણપૂંજ પોલેરૉઈડ P_2માંથી પસાર થાય ત્યારે $E \cos \theta$ ઘટક (P_2ની દગ્-અક્ષને સમાંતર) P_2માંથી પસાર થશે. આમ, આપણે પોલેરૉઈડ P_1 (અથવા P_2)ને ભ્રમણ આપીએ તેમ તીવ્રતા નીચેના સૂત્ર પ્રમાણે બદલાશે.

$$I = I_0 \cos^2\theta \qquad (10.35)$$

જ્યાં, I_0 એ P_1માંથી પસાર થયા બાદ ધ્રુવીભૂત પ્રકાશની તીવ્રતા છે. જેને *માલસનો નિયમ* કહે છે. ઉપરોક્ત ચર્ચા દર્શાવે છે કે એક પોલેરૉઈડમાંથી પારગમન પામતી તીવ્રતા એ આપાત તીવ્રતાની અડધી હોય છે. બીજો પોલેરૉઈડ મૂકવાથી અને બે પોલરૉઈડની દગ્-અક્ષો વચ્ચેના ખૂણાને ગોઠવીને તીવ્રતાને 50 %થી શૂન્યની વચ્ચે ફરીવાર નિયંત્રિત કરી શકાય છે.

પોલેરૉઈડનો ઉપયોગ ગોગલ્સ, બારીના કાચ વગેરેમાં તીવ્રતાના નિયંત્રણ માટે કરવામાં આવે છે. પોલેરૉઈડનો ઉપયોગ ફોટોગ્રાફિક કેમેરામાં અને 3 D મૂવી કેમેરામાં પણ થાય છે.

ઉદાહરણ 10.8

ઉદાહરણ 10.8 જ્યારે એક પોલેરૉઈડ તક્તિને એકબીજાને લંબ રાખેલ (Crossed) બીજી બે પોલેરૉઈડની વચ્ચે રાખી ભ્રમણ આપવામાં આવે છે ત્યારે નિર્ગમન પામતા પ્રકાશની તીવ્રતાની ચર્ચા કરો.

ઉકેલ ધારોકે પ્રથમ પોલેરાઈઝર P_1માંથી પસાર થયા બાદ નીકળતા ધ્રુવીભૂત પ્રકાશની તીવ્રતા I_0 છે. ત્યારબાદ બીજા પોલેરાઈઝર P_2માંથી પસાર થયા બાદ પ્રકાશની તીવ્રતા નીચે મુજબ થશે.

$$I = I_0 \cos^2\theta$$

ઉદાહરણ 10.8

જ્યાં, θ એ P_1 અને P_2ની દગ્-અક્ષો વચ્ચેનો કોણ છે. અત્રે, P_1 અને P_3 એકબીજાને લંબ હોવાથી P_2 અને P_3ની દગ્-અક્ષો વચ્ચેનો ખૂણો (π/2 − θ) થશે. તેથી P_3માંથી નિર્ગમન પામતા પ્રકાશની તીવ્રતા

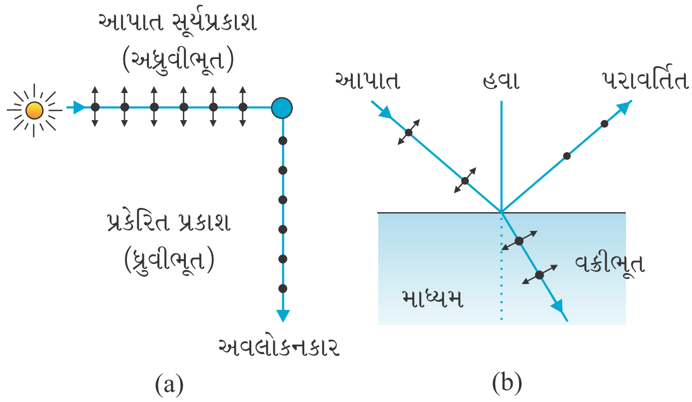
$$I = I_0 \cos^2\theta \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

$$= I_0 \cos^2\theta \sin^2\theta = (I_0/4)\sin^2 2\theta \text{ થશે.}$$

તેથી, જ્યારે θ = π/4 હશે ત્યારે નિર્ગમન પામતા (પ્રકાશની) તીવ્રતા મહત્તમ હશે.

10.7.1 પ્રકીર્ણન દ્વારા ધ્રુવીભવન (Polarisation by Scattering)

જ્યારે ભ્રમણ કરાવતા પોલેરૉઈડમાંથી આકાશના ચોખ્ખા બ્લ્યુ ભાગમાંથી આવતા પ્રકાશને જોવામાં આવે છે ત્યારે આપણને તીવ્રતામાં વધારો અને ઘટાડો જોવા મળે છે. આ બીજું કશું જ નથી પણ પૃથ્વીના વાતાવરણમાં રહેતા અણુઓ સાથેની અથડામણને કારણે દિશા બદલતો (પ્રકીર્ણન પામવાને કારણે) સૂર્યપ્રકાશ જ છે. આકૃતિ 10.23(a) દર્શાવે છે કે, આપાત સૂર્યપ્રકાશએ અધ્રુવીભૂત છે. ટપકાં એ આકૃતિના સમતલને લંબધ્રુવીભવન સૂચવે છે. બે-દિશ તીર એ આકૃતિના સમતલમાં ધ્રુવીભવન દર્શાવે છે. (વચ્ચે અધ્રુવીભૂત પ્રકાશમાં આ બે વચ્ચે કળા-સંબંધ હોતો નથી). આપાત તરંગના વિદ્યુતક્ષેત્રની અસર હેઠળ અણુઓમાં રહેલા ઈલેક્ટ્રૉન આ બંને દિશામાં ઘટકો ધરાવતી ગતિ ધારણ કરે છે. આપણે સૂર્યની દિશાને 90° એ જોતો અવલોકનકાર દોર્યો છે. હવે એ સ્પષ્ટ જ છે કે બે-દિશ તીરને સમાંતર પ્રવેગિત થતા વિદ્યુતભારો આ અવલોકનકાર તરફ ઊર્જાનું ઉત્સર્જન કરશે નહીં, કારણ કે તેમના પ્રવેગને લંબ ઘટક હોતો નથી. તેથી અણુઓ દ્વારા પ્રકેરિત થતા વિકિરણને ટપકાં વડે દર્શાવેલ છે. તે આકૃતિના સમતલને લંબ દિશામાં ધ્રુવીભૂત છે. આ આકાશમાં પ્રકાશના પ્રકીર્ણનથી થતા ધ્રુવીભવનને સમજાવે છે.



આકૃતિ 10.23 (a) અવકાશનાં વાદળી પ્રકેરિત પ્રકાશનું ધ્રુવીભવન. આપાત સૂર્યપ્રકાશ અધ્રુવીભૂત છે (ટપકાં અને તીર). એક નમૂનારૂપ અણુ દર્શાવેલ છે. પુસ્તકના પાનને લંબ દિશામાં ધ્રુવીભૂત થયેલા પ્રકાશને તો 90° એ પ્રકેરિત કરે છે. (ફક્ત ટપકાં). (b) બ્રુસ્ટર કોણે પારદર્શક માધ્યમથી પરાવર્તિત પ્રકાશનું ધ્રુવીભવન (પરાવર્તિત કિરણ એ વક્રીભૂત કિરણને લંબ છે).

1920ના ગાળામાં કોલકાતામાં સી. વી. રામન (C. V. Raman) અને તેમના સહકાર્યકરો (Collaborators) એ અણુઓ દ્વારા પ્રકાશના પ્રકીર્ણનનો ખૂબ ઊંડાણપૂર્વક અભ્યાસ કર્યો હતો. તેમના આ કાર્ય માટે, 1930માં રામનને ભૌતિકવિજ્ઞાનના નૉબેલ પુરસ્કારથી નવાજવામાં આવ્યા હતાં.