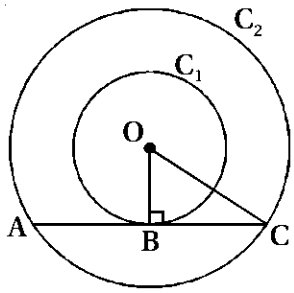
1. **જો બે સમકેન્દ્રી વર્તુળોની ત્રિજ્યાઓ 4 સેમી અને 5 સેમી છે. મોટી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળની જીવા નાની ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળને સ્પર્શે છે, તો આ જીવાની લંબાઈ શોધો.**

(A) 3 સેમી (B) 6 સેમી (C) 9 સેમી (D) 1 સેમી

જવાબ (B) 6 સેમી

➠



ધારો કે બે સમકેન્દ્રી વર્તુળો C_1 અને C_2 નું કેન્દ્ર O છે.

ધારો કે મોટી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળની જીવા $\overline{AC}$ એ નાની ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળને B બિંદુએ સ્પર્શે છે.

$\therefore$ OB = નાના વર્તુળની ત્રિજ્યા = 4 સેમી

$\therefore$ OC = મોટા વર્તુળની ત્રિજ્યા = 5 સેમી

હવે $\overline{AC}$ એ (0, 4) ને B આગળ સ્પર્શે છે. તેથી $\overline{AC} \perp \overline{OB}$

ΔOBC કાટકોણ ત્રિકોણ છે, જેમાં $m\angle OBC = 90°$

$\therefore OC^2 = OB^2 + BC^2$ ($\because$ પાયથાગોરસ પ્રમેય અનુસાર)

$\therefore 5^2 = 4^2 + BC^2$

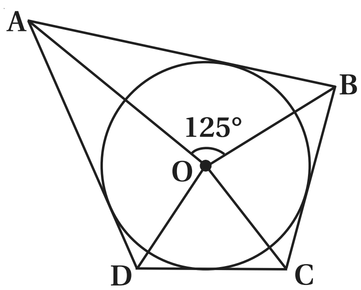
$\therefore 25 = 16 + BC^2$

$\therefore BC^2 = 9$

$\therefore$ BC = 3 સેમી

$\therefore$ જીવા ACની લંબાઈ = 2BC = 2 × 3 = 6 સેમી

2. **આકૃતિમાં, જો $\angle AOB = 125°$ હોય, તો $\angle COD$ = ...**



(A) 62.5° (B) 45° (C) 35° (D) 55°

જવાબ (D) 55°

➠ અહીં, $\angle AOB = 125°$ છે.

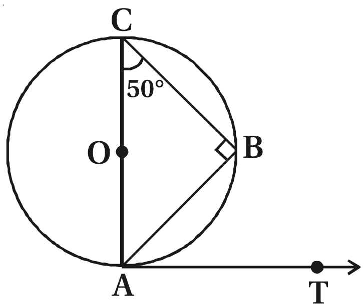
હવે $\angle AOB + \angle COD = 180°$ થશે.

$\therefore 125° + \angle COD = 180°$

$\therefore\ \angle COD = 180^\circ - 125^\circ$

$\therefore\ \angle COD = 55^\circ$

3. આકૃતિમાં, AB એક વર્તુળની જીવા છે તથા AOC વર્તુળનો વ્યાસ છે તથા $\angle ACB = 50^\circ$ છે. જો AT એ બિંદુ A આગળ વર્તુળનો સ્પર્શક હોય, તો $\angle BAT$ = ...



(A) 65° (B) 60° (C) 50° (D) 40°

જવાબ (C) 50°

➠ આકૃતિમાં, AOC વર્તુળનો વ્યાસ છે.

તથા $\angle ACB = 50^\circ$ છે.

અહીં, $\angle ABC = 90^\circ$ છે.

ΔACB માં,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

($\because$ ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાઓનો સરવાળો 180° થાય છે.)

$\therefore\ \angle A + 90^\circ + 50^\circ = 180^\circ$

$\therefore\ \angle A = 180^\circ - 140^\circ$

$\therefore\ \angle A = 40^\circ$ એટલે કે, $\angle OAB = 40^\circ$

અહીં, વર્તુળનો સ્પર્શક AT છે. તેથી OA એ AT ને લંબ થશે.

$\therefore\ \angle OAT = 90^\circ$

$\therefore\ \angle OAB + \angle BAT = 90^\circ$

$\therefore\ 40^\circ + \angle BAT = 90^\circ$

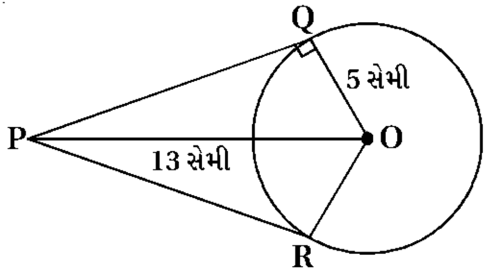
$\therefore\ \angle BAT = 50^\circ$

4. બિંદુ P કે જે 5 સેમી ત્રિજ્યાવાળા એક વર્તુળના કેન્દ્ર O થી 13 સેમી દૂર છે. વર્તુળના બે સ્પર્શકો PQ અને PR છે, તો ચતુષ્કોણ PQOR નું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(A) 60 સેમી^{2} (B) 65 સેમી^{2} (C) 30 સેમી^{2} (D) 32.5 સેમી^{2}

જવાબ (A) 60 સેમી^{2}

➠



અહીં, O કેન્દ્રવાળા વર્તુળની ત્રિજ્યા 5 સેમી છે તથા

OP = 13 સેમી છે.

વર્તુળના બે સ્પર્શકો PQ અને PR છે.

અહીં, ચતુષ્કોણ PQOR રચાય છે.

$OQ \perp OP$ થશે.

∴ કાટકોણ ΔPQO માં,

$OP^2 = OQ^2 + QP^2$

∴ $13^2 = 5^2 + QP^2$

∴ $QP^2 = 169 - 25$

∴ $QP^2 = 144$

∴ QP = 12 સેમી

હવે, ΔOQPનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times QP \times QO$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times 5$

= 30 સેમી

∴ ચતુષ્કોણ PQORનું ક્ષેત્રફળ = 2 × ΔOQPનું ક્ષેત્રફળ

= 2 × 30

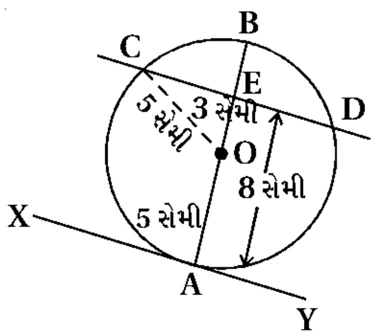
= 60 સેમી^{2}

5. **5 સેમી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળના વ્યાસ AB ના બિંદુ A માંથી સ્પર્શક XAY દોરેલ છે. XY ને સમાંતર તથા A થી 8 સેમી દૂર આવેલ જીવા CDની લંબાઈ શોધો.**

(A) 4 સેમી (B) 5 સેમી (C) 6 સેમી (D) 8 સેમી

જવાબ (D) 8 સેમી

➠



અહીં, O કેન્દ્રવાળા વર્તુળની ત્રિજ્યા 5 સેમી છે. બિંદુ A માંથી વર્તુળ પરનો સ્પર્શક XAY છે.

તથા જીવા CD એ XYને સમાંતર તથા A થી 8 સેમી દૂર આવેલ છે.

હવે, $\angle OAY = 90°$ થશે.

$\angle OAY + \angle OED = 180°$ (અંતઃકોણો)

∴ $\angle OED = 180° - 90°$

∴ $\angle OED = 90°$

તથા AE = 8 સેમી

OC = 5 સેમી (વર્તુળની ત્રિજ્યા)

OE = AE − OA

∴ OE = 8 − 5 = 3 સેમી

હવે, કાટકોણ ΔOECમાં, પાયથાગોરસ પ્રમેય અનુસાર,

$OC^2 = OE^2 + EC^2$

∴ $EC^2 = OC^2 - OE^2$

∴ $EC^2 = 5^2 - 3^2$

$\therefore \quad EC^2 = 25 - 9$

$\therefore \quad EC^2 = 16$

$\therefore \quad EC = 4$ સેમી

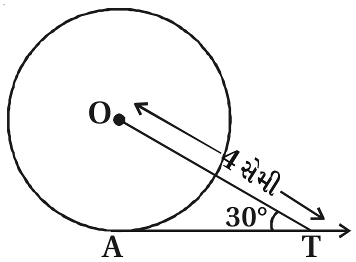
અહીં, CE = ED થશે.

$\therefore \quad CD = 2EC$

$\therefore \quad CD = 2 \times 4$

$\therefore \quad CD = 8$ સેમી

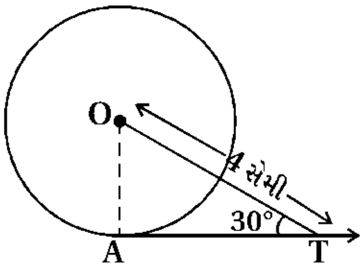
6. આકૃતિમાં, O કેન્દ્રવાળા વર્તુળ પરનો એક સ્પર્શક એવીરીતે દોરેલ છે કે OT = 4 સેમી અને ∠OTA = 30° છે,AT = ...



(A) 4 સેમી (B) 2 સેમી (C) $2\sqrt{3}$ સેમી (D) $4\sqrt{3}$ સેમી

જવાબ (C) $2\sqrt{3}$ સેમી

➠



OA જોડો.

અહીં, O કેન્દ્રવાળા વર્તુળ પરનો સ્પર્શક AT છે.

તેથી $OA \perp AT$ થાય.

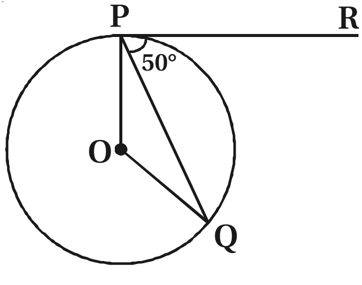
$\therefore \quad \angle OAT = 90°$

ΔOAT માં, $\cos 30° = \dfrac{AT}{OT}$

$\therefore \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{AT}{4}$

$\therefore AT = 2\sqrt{3}$ સેમી

7. આકૃતિમાં, O કેન્દ્રવાળા વર્તુળની એક જીવા PQ છે તથા બિંદુ P માંથી દોરેલ સ્પર્શક PR જીવા PQ સાથે 50° નો ખૂણો બનાવે છે, તો ∠POQ = ...



(A) 100° (B) 80° (C) 90° (D) 75°

જવાબ (A) 100°

➠ અહીં, $\angle QPR = 50°$

તથા OP ⊥ PR થશે.

∴ $\angle OPR = 90°$

$\angle OPQ + \angle QPQ = 90°$

∴ $\angle OPQ = 90° - 50°$

∴ $\angle OPQ = 40°$

હવે, OP = OQ = વર્તુળની ત્રિજ્યા

∴ $\angle OQP = \angle OQP = 40°$

(∵ સમાન બાજુઓના સામેના ખૂણા સમાન થાય.)

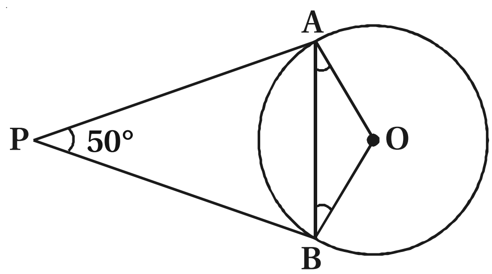
$\angle O + \angle OPQ + \angle Q = 180°$

(∵ ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાઓના સરવાળો 180° થાય.)

∴ $\angle POQ + 40° + 40° = 180°$

∴ $\angle POQ = 100°$

8. આકૃતિમાં, જો PA અને PB એ O કેન્દ્રવાળા વર્તુળના સ્પર્શકો છે તથા $\angle APB = 50°$ હોય, તો $\angle OAB$ = ...



(A) 25° (B) 30° (C) 40° (D) 50°

જવાબ (A) 25°

➡ અહીં, PA અને PB એ વર્તળુના સ્પર્શકો છે.

∴ PA = PB થાય.

∴ $\angle PBA = \angle PAB = \theta$ (ધારો કે)

ΔPAB માં,

$\angle P + \angle A + \angle B = 180°$

∴ $50° + \theta + \theta = 180°$

∴ $2\theta = 130°$

∴ $\theta = 65°$

તથા OA ⊥ PA થશે.

∴ $\angle PAO = 90°$

∴ $\angle PAB + \angle BAO = 90°$

∴ $65° + \angle BAO = 90°$

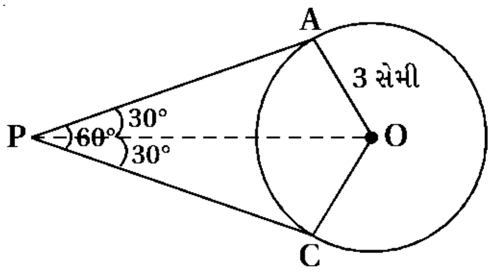
∴ $\angle OAB = 25°$

9. 3 સેમી ત્રિજ્યાવાળા એક વર્તુળના બે સ્પર્શકો વચ્ચેનો ખૂણો જો 60°નો હોય, તો બંને સ્પર્શકોની લંબાઈ શોધો.

(A) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ સેમી (B) 6 સેમી (C) 3 સેમી (D) $3\sqrt{3}$ સેમી

જવાબ (D) $3\sqrt{3}$ સેમી

➠



ધારો કે P એ વર્તુળની બહાર આવેલ બિંદુ છે. બિંદુ P માંથી વર્તુળ પરના બે સ્પર્શકો PA અને PC વચ્ચેના ખૂણાનું માપ 60° છે.

અહીં, OP એ ∠APC નો દ્વિભાજક છે.

$\therefore \angle APO = \angle CPO = 30°$

તથા, $OA \perp AP$

$\therefore \angle OAP = 90°$

કાટકોણ ΔOAP માં,

$$tan\,30° = \frac{OA}{AP}$$

$$= \frac{3}{AP}$$

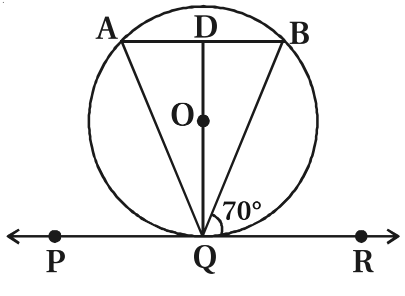
$$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3}{AP}$$

$\therefore$ AP $= 3\sqrt{3}$ સેમી

અહીં, AP = PC

$\therefore$ PC $= 3\sqrt{3}$ સેમી

10. આકૃતિમાં, O કેન્દ્રવાળા વર્તુળના બિંદુ Q પર સ્પર્શક PQR છે. AB એ રેખા PR ને સમાંતર એક જીવા છે. તથા ∠BQR = 70° હોય, તો ∠AQB = ...



(A) 20° (B) 40° (C) 35° (D) 45°

જવાબ (B) 40°

➠ અહીં, AB || PR

$\therefore \angle ABQ = \angle BQR = 70°$ (યુગ્મકોણ)

તથા QD એ AB ને લંબ છે.

ΔQDA અને ΔQDB માં,

$\angle QDA = \angle QDB = 90°$

AD = BD

QD = QD

$\therefore \Delta ADQ \cong \Delta BDQ$ (બાખૂબા સમરૂપતા)

$\therefore \angle QAD = \angle QBD$

પરંતુ $\angle QBD = \angle ABQ = 70°$

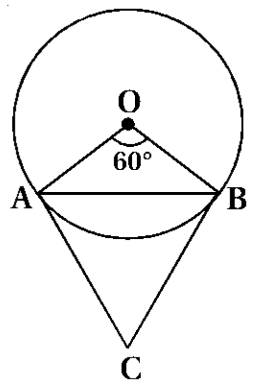
$\therefore \angle QAD = 70°$

હવે, ΔABQ માં, $\angle A + \angle B + \angle AQB = 180°$

$\therefore \angle AQB = 180° - (70° + 70°) = 40°$

11. **આપેલ વિધાન સાચાં છે કે ખોટાં તે કારણસર જણાવો : જો એક જીવા AB, વર્તુળના કેન્દ્ર પર 60° નો ખૂણો બનાવે, તો A અને B પર દોરેલ સ્પર્શકો વચ્ચેનો ખૂણો પણ 60°નો હોય.**

જવાબ ખોટું



અહીં, જીવા AB વર્તુળના કેન્દ્ર પર 60°નો ખૂણો બનાવે છે.

$\therefore \angle AOB = 60°$

$\therefore$ OA = OB = વર્તુળની ત્રિજ્યા

$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 60°$

હવે, $OA \perp AC$ અને $OB \perp BC$

$\therefore \angle OAC = 90°$ અને $\angle OBC = 90°$

$\therefore \angle OAB + \angle BAC = 90°$

અને $\angle OBA + \angle ABC = 90°$

$\therefore \angle BAC = 90° - 60° = 30°$

અને $\angle ABC = 90° - 60° = 30°$

ΔABC માં,

$\angle BAC + \angle CBA + \angle ACB = 180°$

$\therefore \angle ACB = 180° - (30° + 30°) = 120°$

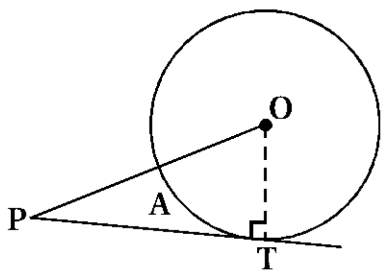
12. **આપેલ વિધાન સાચાં છે કે ખોટાં તે કારણસર જણાવો : વર્તુળના બહારના બિંદુથી તે વર્તુળ પર દોરવામાં આવેલ સ્પર્શકની લંબાઈ હંમેશાં તેની ત્રિજ્યાથી મોટી હોય છે.**

જવાબ ખોટું

કારણ કે વર્તુળના બહારના બિંદુથી તે વર્તુળ પર દોરવામાં આવેલ સ્પર્શકની લંબાઈ તેની ત્રિજ્યાથી મોટી હોય અથવા ન પણ હોય.

13. **આપેલ વિધાન સાચાં છે કે ખોટાં તે કારણસર જણાવો : O કેન્દ્રવાળા વર્તુળ પર કોઈ બહારના બિંદુ P થી દોરેલ સ્પર્શકની લંબાઈ OP થી હંમેશા નાની હોય છે.**

જવાબ સાચું



વર્તુળના બહારના બિંદુ P માંથી વર્તુળ પરનો સ્પર્શક PT છે.

$\therefore$ OT $\perp$ PT થાય.

$\therefore$ OTP એ કાટકોણ ત્રિકોણ થશે.

તેથી PO કર્ણ થશે.

હવે, કાટકોણ ત્રિકોણમાં કર્ણ એ બાકીની બે બાજુઓ કરતાં મોટો હોય છે.

$\therefore$ OP > PT અથવા PT < OP

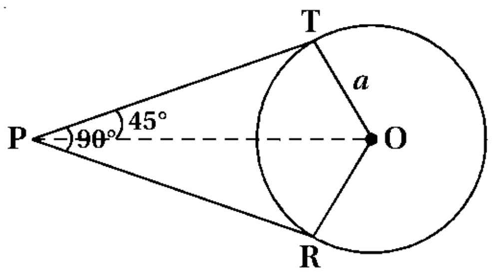
14. આપેલ વિધાન સાચાં છે કે ખોટાં તે કારણસર જણાવો : વર્તુળના બે સ્પર્શકો વચ્ચેનો ખૂણો 0° હોઈ શકે છે.

જવાબ સાચું

જો વર્તુળના બે સ્પર્શકો સંપાતી અથવા સમાંતર હોય, તો તેમની વચ્ચેનો ખૂણો 0° હોય છે.

15. આપેલ વિધાન સાચાં છે કે ખોટાં તે કારણસર જણાવો : જો કોઈ બિંદુ P માંથી ત્રિજ્યા a અને O કેન્દ્રવાળા વર્તુળ પર દોરેલા સ્પર્શકો વચ્ચેનો ખૂણો 90° હોય, તો OP = $a\sqrt{2}$ થાય.

જવાબ સાચું



અહીં, બિંદુ P માંથી વર્તુળ પરના બે સ્પર્શકો PT અને PR છે. તથા OT = a, $\angle$RPT = 90° છે.

OP એ $\angle$RPT ને દુભાગે છે.

$\therefore \angle TPO = \angle RPO = 45°$

તથા OT $\perp$ TP $\Rightarrow \angle OTP = 90°$

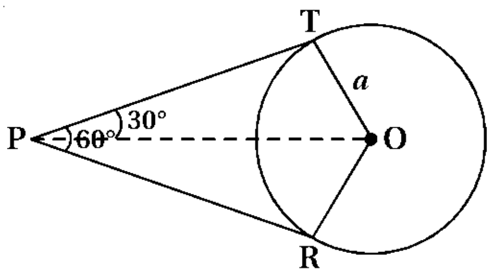
કાટકોણ ΔOTP માં,

$$\sin 45° = \frac{OT}{OP}$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{a}{OP} \Rightarrow OP = a\sqrt{2}$$

16. આપેલ વિધાન સાચાં છે કે ખોટાં તે કારણસર જણાવો : જો કોઈ બિંદુ P માંથી ત્રિજ્યા a અને O કેન્દ્રવાળા વર્તુળ પર દોરેલા સ્પર્શકો વચ્ચેનો ખૂણો 60° હોય, તો OP = $a\sqrt{3}$ થાય.

જવાબ ખોટું



અહીં, બિંદુ P માંથી વર્તુળ પરના બે સ્પર્શકો PT અને PR છે.

તથા OT = a, $\angle RPT = 60°$ છે.

OP એ $\angle RPT$ ને દુભાગે છે.

$\therefore \angle TPO = \angle RPO = 30°$

તથા $OT \perp TP \Rightarrow \angle OTP = 90°$

કાટકોણ ΔOTP માં,

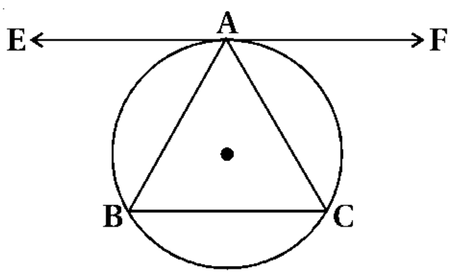
$$\sin 30° = \frac{OT}{OP}$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{a}{OP}$$

$\therefore OP = 2a$

17. **આપેલ વિધાન સાચાં છે કે ખોટાં તે કારણસર જણાવો : AB = AC વાળા એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ ABCના શિરોબિંદુ A પર ત્રિકોણના પરિવૃત્ત પર દોરેલ સ્પર્શક બાજુ BC ને સમાંતર હોય છે.**

જવાબ સાચું



ધારો કે ΔABCના પરિવૃત્ત પર દોરેલ સ્પર્શક EAF છે.

અહીં, $\angle EAB = \angle ACB$ થશે. .... (i)

તથા AB = AC

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$ .... (ii)

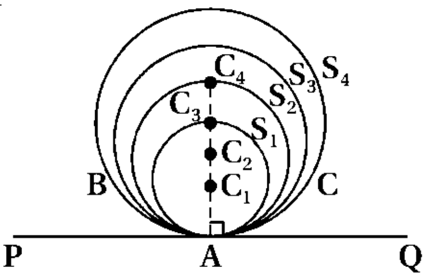
પરિણામ (i) અને (ii) પરથી,

$\angle EAB = \angle ABC$

$\therefore EAF \parallel BC$

18. **આપેલ વિધાન સાચાં છે કે ખોટાં તે કારણસર જણાવો : જો રેખાખંડ PQ ને ઘણાં વર્તુળો બિંદુ A આગળ સ્પર્શે છે. તો તેમના કેન્દ્ર PQ ના લંબદ્વિભાજક પર આવેલ હોય છે.**

જવાબ ખોટું



અહીં, PQ એક રેખાખંડ છે અને વર્તુળો S_1, S_2, S_3, S_4, ... રેખાખંડ PQ ને બિંદુ A આગળ સ્પર્શે છે.

ધારો કે વર્તુળો S_1, S_2, S_3, S_4, ... નાં કેન્દ્રો C_1, C_2, C_3, C_4, ... છે.

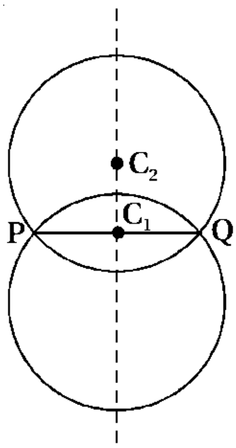
હવે, પ્રત્યેક વર્તુળના કેન્દ્રોને બિંદુ A સાથે જોડો. તેથી C_1A, C_2A, C_3A, C_4A, ... થાય.

વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી દોરેલ રેખા એ તેના સ્પર્શકને લંબ હોય છે, પરંતુ તે રેખાખંડ PQ ને દુભાગતી નથી.

19. આપેલ વિધાન સાચાં છે કે ખોટાં તે કારણસર જણાવો : જો રેખાખંડ PQ નાં અંત્ય બિંદુઓ P અને Q માંથી ઘણાં વર્તુળો પસાર થતા હોય, તો તેમના કેન્દ્ર PQ ના લંબદ્વિભાજક પર આવેલ હોય છે.

જવાબ સાચું

આપણે C_1 અને C_2 કેન્દ્રવાળા બે વર્તુળો દોરીએ કે જે રેખાખંડ PQ ના અંત્યબિંદુઓ P અને Q માંથી પસાર થતા હોય.



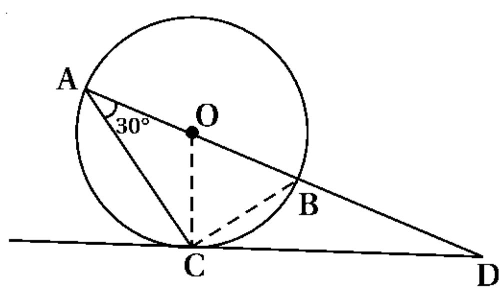
હવે, વર્તુળની જીવાનો લંબદ્વિભાજક એ વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી પસાર થાય છે.

આમ, PQ નો લંબદ્વિભાજક એ વર્તુળના કેન્દ્રો C_1 અને C_2 માંથી પસાર થાય.

તેથી બધા વર્તુળો કે જે રેખાખંડ PQ નાં અંત્યબિંદુઓ P અને Q માંથી પસાર થતાં હોય, તો તેમના કેન્દ્ર PQ ના લંબદ્વિભાજક પર આવેલ હોય છે.

20. આપેલ વિધાન સાચાં છે કે ખોટાં તે કારણસર જણાવો : AB એક વર્તુળનો વ્યાસ છે તથા AC તેની એક જીવા છે જેથી $\angle BAC = 30°$ થાય છે. જો બિંદુ C પર દોરેલ સ્પર્શક AB ને D આગળ મળે, તો BC = BD થાય.

જવાબ સાચું



ધારોકે વર્તુળનું કેન્દ્ર O છે. AB વર્તુળનો વ્યાસ અને AC વર્તુળની જીવા છે.

BC અને OC જોડો.

અહીં, $\angle BAC = 30°$

$\therefore \angle BCD = 30°$

હવે, $OC \perp CD$ અને $OA = OC =$ વર્તુળની ત્રિજ્યા

$\therefore \angle OAC = \angle OCA = 30^\circ$

$\therefore \angle ACD = \angle ACO + \angle OCD$

$= 30^\circ + 90^\circ$

$= 120^\circ$

ΔACD માં,

$\therefore \angle DAC + \angle ACD + \angle CDA = 180^\circ$

$\therefore 30^\circ + 120^\circ + \angle CDA = 180^\circ$

$\therefore \angle CDA = 180^\circ - (30^\circ + 120^\circ)$

$\therefore \angle CDA = 30^\circ$

$\therefore \angle CDA = \angle BCD$

$\therefore BC = BD$