1. **વિધાનની સત્યતા જણાવો :** વિકલ સમીકરણ $\frac{dx}{dy} + P_1(y)x = Q(u)$ નો સંકલ્યકારક અવયવ $e^{\int P_1(u)\, dy}$ છે.

➡ **સત્ય વિધાન**

સુરેખ વિકલ સમીકરણના ઉકેલની રીત મુજબ.

2. **વિધાનની સત્યતા જણાવો :** વિકલ સમીકરણ $\frac{dx}{dy} + P_1(u)x = Q_1(y)$ નો ઉકેલ $x \cdot (IF) = \int Q(y) \cdot (I.F.)dy + C$ છે.

➡ **સત્ય વિધાન**

સુરેખ વિકલ સમીકરણના ઉકેલની રીત મુજબ.

3. **વિધાનની સત્યતા જણાવો :** સમપરિમાણ વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ ના ઉકેલ માટે યોગ્ય આદેશ $y = vx$ છે. જ્યાં $f(x, y)$ સમપરિમાણ વિધેય છે.

➡ **સત્ય વિધાન**

સમપરિમાણ વિકલ સમીકરણના ઉકેલની રીત મુજબ.

4. **વિધાનની સત્યતા જણાવો :** સમપરિમાણ વિકલ સમીકરણ $\frac{dx}{dy} = g(x, y)$ ના ઉકેલ માટે યોગ્ય આદેશ $x = vy$ છે.

➡ **સત્ય વિધાન**

સમપરિમાણ વિકલ સમીકરણના ઉકેલની રીત મુજબ.

5. **વિધાનની સત્યતા જણાવો :** દ્વિતીયકક્ષાના વિકલ સમીકરણના વિશિષ્ટ ઉકેલમાં મળતા અચળાંકોની સંખ્યા 2 હોય.

➡ **અસત્ય વિધાન**

કોઈપણ કક્ષાના વિકલ સમીકરણના વિશિષ્ટ ઉકેલમાં એકપણ અચળ ન હોય.

6. **વિધાનની સત્યતા જણાવો :** સમીકરણ $x^2 + (y - a)^2 = a^2$ દ્વારા દર્શાવાતા વર્તુળના વિકલ સમીકરણની કક્ષા 2 છે.

➡ **અસત્ય વિધાન**

અહીં વિકલ સમીકરણની કક્ષા = આપેલ વક્રના સમીકરણમાં રહેલ સ્વૈર અચળાંકોની સંખ્યા

આપેલ વક્રના સમીકરણમાં એક સ્વૈર અચળ છે.

$\therefore$ તેની કક્ષા 1 હોય.

7. **વિધાનની સત્યતા જણાવો :** $y^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{2}{3}} = C$ એ વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} = \left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{1}{3}}$ નો ઉકેલ છે.

➡ **સત્ય વિધાન**

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{y^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{3}}}$$

$$\therefore \frac{dy}{y^{\frac{1}{3}}} = \frac{dx}{x^{\frac{1}{3}}}$$

$$\therefore y^{-\frac{1}{3}}\, dy = x^{-\frac{1}{3}}\, dy$$

$\therefore \int y^{-\frac{1}{3}}\, dy = \int x^{-\frac{1}{3}}\, dy$

$\therefore \dfrac{y^{-\frac{1}{3}+1}}{-\frac{1}{3}+1} = \dfrac{x^{-\frac{1}{3}+1}}{-\frac{1}{3}+1} + C'$

$\therefore y^{\frac{2}{3}} = x^{\frac{2}{3}} + \dfrac{2}{3}$

$\therefore y^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{2}{3}} = C \quad \left(\text{જ્યાં } C = \dfrac{2}{3} \text{ છે.}\right)$

8. **વિધાનની સત્યતા જણાવો : $y = e^x(A \cos x + B \sin x)$ એ વિકલ સમીકરણ $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$ નો ઉકેલ છે.**

➡ સત્ય વિધાન

$y = e^x(A \cos x + B \sin x)$

$\therefore \dfrac{dy}{dx} = e^x(A \cos x + B \sin x) + e^x(-A \sin x + B \cos x)$

$\therefore \dfrac{dy}{dx} = y + e^x(-A \sin x + B \cos x)$

$\therefore \dfrac{dy}{dx} - y = e^x(-A \sin x + B \cos x)$ ....(i)

$\therefore \dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} = e^x(-A \sin x + B \cos x) +$

$e^x(-A \cos x + B \sin x)$

$\therefore \dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dy}{dx} - y - e^x(A \cos x + B \sin x)$

$\therefore \dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + y = -y$ (આપેલ મૂલ્ય પરથી)

$\therefore \dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$

9. **વિધાનની સત્યતા જણાવો : વિકલ સમીકરણ $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x+2y}{x}$ નો ઉકેલ $x + y = kx^2$ છે.**

➡ સત્ય વિધાન

$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x+2y}{x}$

$= 1 + 2\left(\dfrac{y}{x}\right)$

$\therefore \dfrac{dy}{dx} - \dfrac{2}{x}y = 1$

જે સુરેખ વિકલ સમીકરણ છે.

$\therefore P(x) = -\dfrac{2}{x}$ અને $Q(x) = 1$

$\therefore$ સંકલ્યકારક અવયવ (I.F.) $= e^{\int P(x) dx}$

$= e^{-2\int \frac{1}{x} dx}$

$= e^{-2 \log x}$

$= e^{\log(x^{-2})}$

$= x^{-2}$

$\therefore$ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ નીચે મુજબ થાય.

$y \cdot (\text{I.F.}) = \int Q(x)\, (\text{I.F.})\, dx$

$\therefore y \cdot x^{-2} = \int 1 \cdot x^{-2}\, dx$

$\therefore\ yx^{-2} = \int \frac{1}{x^2}\, dx$

$\therefore\ yx^{-2} = -\frac{1}{x} + k$

$\therefore\ \frac{y}{x^2} = -\frac{1}{x} + k$

$\therefore\ y = -x + kx^2$

$\therefore\ x + y = kx^2$

10. **વિધાનની સત્યતા જણાવો : વિકલ સમીકરણ $x\frac{dy}{dx} = y + x\tan\left(\frac{y}{x}\right)$ નો ઉકેલ $\sin\left(\frac{y}{x}\right) = Cx$ છે.**

➡ સત્ય વિધાન

$x\frac{dy}{dx} = y + x\tan\left(\frac{y}{x}\right)$

$\therefore\ \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \tan\left(\frac{y}{x}\right)$ ....(i)

હવે $\frac{y}{x} = v$ મૂકો.

$\therefore\ y = x \cdot v$

$\therefore\ \frac{dy}{dx} = x\frac{dv}{dx} + v$

$\therefore$ સમીકરણ (1) નીચે મુજબ થાય.

$\therefore\ x\frac{dv}{dx} + v = v + \tan v$

$\therefore\ x\frac{dv}{dx} = \tan v$

$\therefore\ \frac{dv}{\tan v} = \frac{dx}{x}$

$\therefore\ \int \cot v\, dv = \log x + \log C$

$\therefore\ \log \sin v - \log x = \log C$

$\therefore\ \log\left(\frac{\sin v}{x}\right) = \log C$

$\therefore\ \frac{\sin v}{x} = C$

$\therefore\ \sin\left(\frac{y}{x}\right) = Cx$