அத்தியாயம்

10

நிகழ்தகவு பரவல்கள்

ஜேக்கப் பெர்னோலி

(6 சனவரி 1655 – 16 ஆகஸ்ட் 1705)

ஜேக்கப் பெர்னோலி ஸ்விட்சர்லாந்தில், பேஸல் என்ற ஊரில் பிறந்த கணிதவியலாளர் ஆவார். அவரது பெற்றோர் விருப்பத்திற்கு எதிராக கணிதமும் வானவியலும் கற்று பின்னாட்களில் பெரும் சாதனை புரிந்துள்ளார். 1676ஆம் ஆண்டிலிருந்து 1682ஆம் ஆண்டுவரை ஐரோப்பா முழுவதும் பயனித்து அக்காலத்தில் உள்ள கணித கண்டுபிடிப்புகள் பலவற்றையும் கற்றறிந்தார்.

அவரது முதல் முக்கிய பங்களிப்பாக, அளவையியலும் இயற்கணிதமும் என்ற தலைப்பில் அறிக்கைக் குறிப்பாக 1685ஆம் ஆண்டு வெளியிட்டார். பிறகு நிகழ்தகவு பற்றியும் 1687ஆம் ஆண்டு வடிவியலில் சிலவற்றையும் வெளியிட்டார். ஜேக்கப் பெர்னோலியின் 1690 ஆம் ஆண்டு வெளியிடப்பட்ட கட்டுரையில் நுண்கணிதத்தின் வரலாறு பற்றியது மிகவும் முக்கியத்துவம் வாய்ந்ததாகும். அதில் தான் தொகையிடல் பற்றிய சொல் பொருளோடு பயன்படுத்தப்பட்டது. 1683ஆம் ஆண்டு கண்டுபிடித்த என்ற மாறிலி கூட்டுவட்டியுடன் தொடர்புடைய $(1 + 1/n)^{1/n}$ என்ற கோவை சார்ந்ததாகும் என்று கண்டறிந்தார்

'சிறந்த குடிமகனாக விளங்கும் ஒவ்வொருவரும் என்றாவது ஒரு நாள் படிப்பதிலும் எழுதுவதிலும் புள்ளியியல் சார்ந்த எண்ணங்களைப் பயன்படுத்தியே ஆக வேண்டும் என்ற நிலை வந்தே தீரும்'.

– எச்.ஜி.வெல்ஸ்

நோக்கங்கள்:

26T49

- நிகழ்தகவுப் பரவலை அறிந்து கொள்ளுதல்
- தனித்த மற்றும் தொடர் பரவலை வேறுபடுத்துதல்
- ஈருறுப்பு மற்றும் பாய்சான் பரவலைப் பயன்படுத்தி மதிப்புகளைக் காணல்
- சீரான மற்றும் இயல்நிலைப் பரவலைப் பயன்படுத்தி மதிப்புகளைக் கணக்கிடுதல்
- பொருத்துதலை வெவ்வேறு பரவல்களுக்கு உபயோகித்தல்

Ch10_11th Stats TM.indd 293 07/12/2021 13:24:11

அறிமுகம்:

முந்தைய பாடங்களில், சில வாய்ப்பு மாறிகளுக்கான நிகழ்தகவுப் பரவல்கள் அமைக்கும் முறைகளைக் கற்றோம். அப்பரவல்களில் நிகழ்ச்சிகள் மற்றும் அவை இடம் பெறும் சோதனைகளைப் பொறுத்தே வாய்ப்பு மாறிகளின் மதிப்புகளைப் பெறமுடியும் என்பதை அறிந்தோம்.

இப்பாடத்தில் இன்னும் பல கருத்தியியல் பரவல்களைப் பற்றி கற்கப் போகிறோம். இப்பரவல்களில், நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்தகவுகளை, சில நிபந்தனைகள் மற்றும் அனுமானங்களைக் கொண்டு பெறப்பட்ட சூத்திரத்தின்படி பெறுகிறோம். பல நிகழ்தகவு பரவல்கள் இருப்பினும், மிக முக்கியமான பரவல்கள் பெர்னௌலி, ஈருறுப்பு, பாய்சான், இயல்நிலை மற்றும் சீரான பரவல்கள் ஆகும்.

நடைமுறைச் சூழல்களில், வாய்ப்பு சோதனையின் சூழலை நன்குணர்ந்து, அதற்கு ஏற்ற நிகழ்தகவு பரவலைக் கண்டு தேவையானவற்றைப் பெறவேண்டும். நிகழ்தகவு பரவல்களில் இடம்பெறும் மையபோக்கு சிதறல் அளவைகள் மற்றும் சமச்சீர் தன்மை ஆகியவற்றைப் பற்றியும் கற்கவிருக்கிறோம்.

10.1 தனித்த பரவல்கள்.

10.1.1 பெர்னௌலின் பரவல்:

இது ஜேம்ஸ் பெர்னௌலி (1654–1705) என்ற ஒரு சுவிஸ் கணித வல்லுநரால் கண்டுபிடிக்கப்பட்டது. இப்பரவல் ஒரே ஒரு முயற்சியைக் கொண்டுள்ளது. இம்முயற்சியில் வெற்றி, தோல்வி இரு விளைவுகள் மட்டுமே உள்ளது. வெற்றியின் நிகழ்தகவு p எனில் தோல்வியின் நிகழ்தகவு $q = 1 - p$ என்கிறோம்.

வரையறை:

ஒரு வாய்ப்பு மாறி ஒரு பெர்னௌலி பரவலைக் கொண்டு இருக்கிறது எனில் அதன் நிகழ்தகவு திண்மைச் சார்பானது.

$$P(X = x) = \begin{cases} p^x q^{1-x} & x = 0, 1 \\ 0 & \text{மற்றபடி} \end{cases}$$

பெர்னௌலின் பரவலின் பண்புகள்:

(i) முயற்சிகளின் எண்ணிக்கை 1

(ii) $q = 1 - p$

(iii) பரவலின் முக்கிய அளவைகள்

(iv) (i) சராசரி $= p$ (ii) மாறுபாடு $= pq$ (iii) திட்டவிலக்கம் $= \sqrt{pq}$

Ch10_11th Stats TM.indd 294 07/12/2021 13:24:12

10.1.2 ஈருறுப்பு பரவல்

அறிமுகம்:

ஜேம்ஸ் பெர்னௌலி ஈருறுப்பு பரவலை 1700 ஆம் வருடம் கண்டுபிடித்தார். ஆனால் அவர் இறந்து 8 வருடங்கள் கடந்தபின் 1713–ல் முதல் முறையாக வெளியிடப்பட்டது. சார்பற்ற n பெர்னௌலியின் பரவல்களின் கூடுதலே ஈருறுப்பு பரவல் எனப்படும்.

அதாவது n சார்பற்ற பெர்னௌலி சோதனையில் இருந்து கிடைக்கும் முடிவுகளின் தொகுப்பே ஓர் ஈருறுப்பு பரவலின் விளைவு ஆகும். இங்கு ஒவ்வொரு பெர்னௌலி பரவலில் p என்பது வெற்றியின் நிகழ்தகவு ஆகும். $q=1-p$ என்பது தோல்வியின் நிகழ்தகவு ஆகும்.

வரையறை:

வெற்றிகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும் வாய்ப்பு மாறி X இன் சார்பற்ற முயற்சிகளின் எண்ணிக்கை n மற்றும் p என்பது ஒவ்வொரு முயற்சியிலும் உள்ள வெற்றிக்கான நிலையான நிகழ்தகவு எனில், X ன் நிகழ்தகவு திண்மைச் சார்பு

$$P(X=x)=\begin{cases} nC_x p^x q^{n-x} & for\ x=0,1,2,\ldots n \\ 0 & \text{மற்றபடி} \end{cases} \qquad q=1-p$$

குறிப்பு:

(i) X என்பது ஓர் ஈருறுப்பு வாய்ப்பு மாறி எனில், $X\sim B(n,p)$ எனக் குறிக்கப்படுகிறது.

(ii) n,p என்பவை இப்பரவலின் பண்பளவைகள் ஆகும்

(iii) $(q+p)^n$ இல் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் இப்பரவலில் உள்ள நிகழ்தகவுகளின் மதிப்புகள் ஆகும்.

ஈருறுப்பு பரவலுக்கான நிபந்தனைகள்:

கீழ்க்கண்ட சோதனைகளின் நிபந்தனைகள்படி நாம் ஒரு ஈருறுப்பு பரவலைப் பெறுகிறோம்.

(i) முயற்சிகளின் எண்ணிக்கை n ஒரு முடிவுறு எண் ஆகும்.

(ii) ஒவ்வொரு முயற்சியும் மற்ற முயற்சிகளோடு சார்ந்ததல்ல.

(iii) ஒவ்வொரு முயற்சியும் மற்ற முயற்சிகளோடு சார்ந்ததல்ல.

(iv) ஒவ்வொரு முயற்சியும் ஒரு வெற்றியிலோ அல்லது ஒரு தோல்வியிலோ முடியும்.

குறிப்பு:

நாணயங்களைச் சுண்டுதல், பகடை உருட்டுதல், திரும்ப வைக்கும் முறையில் சீட்டு கட்டுக்களை எடுத்தல் போன்ற கணக்குகள் ஈருறுப்புப் பரவல் சார்ந்த கணக்குகள் ஆகும்.

ஈருறுப்பு பரவலின் பண்புகள்:

(i) ஓர் ஈருறுப்பு பரவல், ஒரு தனித்த வாய்ப்பு மாறியின் பரவல் ஆகும். ஏனெனில் X ஆனது $0, 1, 2, \ldots n$ என்ற மதிப்புகளை மட்டும் பெறுகிறது.

(ii) ஈருறுப்பு பரவலின் அளவைகள்

சராசரி $= np$; மாறுபாடு $= npq$; திட்டவிலக்கம் $= \sqrt{npq}$

கோட்டளவை $= \dfrac{q-p}{\sqrt{npq}}$; தட்டையளவை $= \dfrac{1-6pq}{npq}$

(iii) இது ஒன்று அல்லது இரண்டு முகடுகளைக் கொண்டிருக்கும்.

(iv) $X \sim B(n_1, p)$) மற்றும் $Y \sim B(n_2, p)$ a எனில் X மற்றும் Y $X+Y \sim B(n_1+n_2, p)$ ஆகும்

(v) `$n$' சார்பற்ற முயற்சிகளைக் கொண்ட ஓர் ஈருறுப்பு பரவல் சோதனை $N$ தடவைகள் திரும்பத் திரும்ப நடத்தப்பட்டால் X வெற்றிகள் கிடைக்க எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் மதிப்பு `x' $N \times nC_x\ p^x\ q^{n-x}$

(vi) $p = 0.5$, எனில் இப்பரவல் ஒரு சமச்சீர் பரவல் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 10.1

'ஓர் ஈருறுப்புப் பரவலின் சராசரி 5 மற்றும் அதன் மாறுபாடு 9' என்ற கூற்றைப் பற்றிக் கருத்து கூறுக.

தீர்வு:

ஈருறுப்புப் பரவலின் பண்பளவைகள் n மற்றும் p ஆகும்

சராசரி $np = 5$

மாறுபாடு $npq = 9$

$\therefore \dfrac{\text{மாறுபாட்டின் மதிப்பு}}{\text{சராசரியின் மதிப்பு}} = \dfrac{npq}{np} = \dfrac{9}{5} \therefore q = \dfrac{9}{5} > 1$ சாத்தியமில்லை

$0 \leq q \leq 1$ என்றாகிறது. (1ஐ விட பெரியது)

எடுத்துக்காட்டு 10.2

பிழையற்ற எட்டு நாணயங்கள் ஒரே சமயத்தில் சுண்டப்படுகின்றன எனில் குறைந்தது ஆறு தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

இதில் $n=8$ $p = P$ (தலை) $= \dfrac{1}{2}$ $q = 1 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}$

இம்முயற்சி ஈருறுப்பு பரவலின் நிபந்தனையைப் பூர்த்தி செய்கின்றது.

$$P(X = x) = nC_x\, p^x\, q^{n-x} \quad x = 0, 1, 2, \ldots n$$

$$= 8C_x\left(\frac{1}{2}\right)^x\left(\frac{1}{2}\right)^{8-x} \quad x = 0,1,2,\ldots.8$$

$$= 8c_x\left(\frac{1}{2}\right)^{x+8-x}$$

$$= 8C_x(\frac{1}{2})^8$$

$$\therefore P(X = x) = \frac{8C_x}{256}$$

P (குறைந்தது ஆறு தலைகள் கிடைப்பது)

$$= P\,(x \geq 6)$$

$$= P\,(x = 6) + P\,(x = 7) + P\,(x = 8)$$

$$= \frac{8C_6}{256} + \frac{8C_7}{256} + \frac{8C_8}{256}$$

$$= \frac{28}{256} + \frac{8}{256} + \frac{1}{256}$$

$$= \frac{37}{256}$$

எடுத்துக்காட்டு 10.3

பிழையற்ற பத்து நாணயங்கள் ஒரே சமயத்தில் சுண்டப்படுகின்றன. அவற்றில் (i) குறைந்தது 7 தலைகள் (ii) சரியாக 7 தலைகள் (iii) அதிகபட்சம் 7 தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

X என்பது சோதனையின் முடிவில் உள்ள தலைகளின் எண்ணிக்கை என்க.

$$P\,(X = x) = nC_x\, p^x\, q^{n\text{-}x}\,,\ x= 0,1,2,\ldots n$$

தரவு $p = P$ (தலை) $= \frac{1}{2}$ $\quad q = 1\ p = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ and $n = 10$

$$\therefore X \sim B\,(10, \frac{1}{2})$$

$$= 10C_x\left(\frac{1}{2}\right)^x\left(\frac{1}{2}\right)^{10-x}$$

$$P(X = x) = \frac{10C_x}{1024}$$

(vii) P (குறைந்தது 7 தலைகள்)

$$P(X \geq 7) = P(x=7) + P(x=8) + P(x=9) + P(x=10)$$

$$= \frac{10C_7}{1024} + \frac{10C_8}{1024} + \frac{10C_9}{1024}\frac{10C_{10}}{1024}$$

$$= \frac{120}{1024} + \frac{45}{1024} + \frac{10}{1024} + \frac{1}{1024}$$

$$= \frac{176}{1024}$$

(viii) P (சரியாக 7 தலைகள்)

$$P(x=7) = \frac{10C_7}{1024} = \frac{120}{1024}$$

(ix) P (அதிகபட்சம் 7 தலைகள்)

$$= P(x \leq 7) = 1 - P(x > 7)$$

$$= 1 - \{P(x=8) + P(x=9) + P(x=10)\}$$

$$= 1 - 1 - \left\{\frac{10C_8}{1024} + \frac{10C_9}{1024} + \frac{10C_{10}}{1024}\right\}$$

$$= 1 - \frac{56}{1024}$$

$$= \frac{968}{1024}$$

எடுத்துக்காட்டு 10.4

வழக்கமான குறியீடுகளின்படி, p ஒரு ஈருறுப்பு பரவல் மாறி X, $n = 6$ மற்றும் $9\,P(x=4) = P(x=2)$ எனில், p ன் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

$$P(X = x) = nC_x\, p^x q^{n-x}, \; x = 0,1,2,\ldots n$$

$$X \sim B(6, p) \Rightarrow P(X = x) = 6C_x p^x q^{(6-x)}$$

$$9 \times P(X = 4) = P(X = 2)$$

$$\Rightarrow \quad 9 \times 6C_4 p^4 q^2 = 6C_2\, p^2 q^4$$

$$\Rightarrow \quad 9\,p^2 = q^2$$

$$\Rightarrow \quad 3p = q \qquad p, q > 0$$

$$3p = 1 - p$$

$$4p = 1$$

$$\Rightarrow \quad p = \frac{1}{4} = 0.25$$

Ch10_11th Stats TM.indd 298 07/12/2021 13:24:19

எடுத்துக்காட்டு 10.5

ஓர் ஈருறுப்புப் பரவலில் பண்பளவைகள் $n=5$ மற்றும் $p=\frac{1}{4}$ எனில் அதன் தட்டை அளவை மற்றும் கோட்ட அளவைக் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு $n=5$ மற்றும் $p = \frac{1}{4}$

கோட்டளவை $= \frac{q-p}{\sqrt{npq}}$

$$= \frac{\frac{3}{4}-\frac{1}{4}}{\sqrt{5\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}}}$$

$$= \frac{\frac{2}{4}}{\sqrt{\frac{15}{16}}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{15}}$$

முடிவு 1 : **இப்பரவல் நேரிடைக் கோட்டம் ஆகும்.**

தட்டை அளவை: $= \frac{1-6pq}{npq}$

$$= \frac{1-6\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}}{\frac{15}{16}}$$

$$= \frac{\frac{-2}{16}}{\frac{15}{16}}$$

$$= \frac{-2}{15}$$

$$= -0.1333$$

முடிவு 2 : **இப்பரவல் குறைதட்டைஅளவை உடையதாகும்.**

எடுத்துக்காட்டு 10.6

ஓர் ஈருறுப்பு பரவல் 7 சார்பற்ற முயற்சிகள் கொண்ட, $P(X=3)=P(X=4)$ எனில், இது சமச்சீர்பரவலா என்பதைச் சோதிக்க.

தீர்வு:

ஓர் ஈருறுப்பு பரவல் சமச்சீர்பரவலாக இருப்பின் $p = q = \frac{1}{2}$

இங்கு : $P(X=3) = P(X=4)$

Ch10_11th Stats TM.indd 299 07/12/2021 13:24:21

$X \sim B(n, p)$

$P(X = x) \quad = \quad nC_x \, p^x \, q^{n-x}, \; x = 0,1,2,\ldots n$

$nC_3 \, p^3 q^{n-3} = nC_4 \, p^4 \, q^{n-4}$

$7C_3 \, p^3 q^4 = 7C_4 \, p^4 q^3$ இங்கு $7C_3 = 7C_4$

சுருக்கினால்

$$q = p$$

$$1 - p = p$$

$$1 = 2p$$

$$p = \frac{1}{2}$$

$$q = \frac{1}{2}$$

எனவே கொடுக்கப்பட்ட ஈருறுப்பு பரவல் சமச்சீர் பரவலாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 10.7

ஒரு சீட்டுக்கட்டில் உள்ள 52 சீட்டுகளில் 4 சீட்டுகள் ஒன்றன்பின் ஒன்றாக திரும்ப வைக்கும் முறையில் எடுக்கப்படுகின்றது எனில், இராஜாக்களின் எண்ணிக்கையின் சராசரி மற்றும் மாறுபாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

X என்பது ஒரு விளைவில் உள்ள இராஜாக்களின் எண்ணிக்கை குறிக்கிறது என்க

p = ஒரு முயற்சியில் இராஜா கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$p = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

இது ஒவ்வொரு முயற்சியிலும் தொடர்ச்சியாக இருக்கிறது.

எனவே இது ஒரு ஈருறுப்பு பரவல் அதில் $n = 4, \; p = \frac{1}{13}$ மற்றும் $q = \frac{12}{13}$

சராசரி $= np \quad = 4 \times \frac{1}{13} = \frac{4}{13}$

மாறுபாடு $= npq \quad = \frac{4}{13} \times \frac{12}{13} = \frac{48}{169}$

எடுத்துக்காட்டு 10.8

ஒரு தெருவில் 200 குடும்பங்கள் வசிக்கின்றன. அதில் 40 குடும்பங்கள் ஒரு குறிப்பிட்ட நாளிதழை வாங்குகின்றனர். அத்தெருவிலுள்ள குடும்பங்களிலிருந்து 10 குடும்பங்கள் கொண்ட ஒரு மாதிரி தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது எனில், கீழ்க்கண்ட நிகழ்ச்சிகளுக்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

Ch10_11th Stats TM.indd 300 07/12/2021 13:24:22

(x) ஒரே ஒரு குடும்பம் மட்டும் அந்நாளிதழை வாங்குதல்.

(xi) எந்த குடும்பமும் வாங்காமல் இருத்தல்

(xii) ஒரு குடும்பத்திற்கு மிகாமல் வாங்குதல்

தீர்வு:

$X \sim B(n, p)$

$P(X = x) = nC_x\, p^x\, q^{n-x}$, $x = 0,1,2,\ldots n$

Let X என்பது அந்நாளிதழை வாங்கும் குடும்பங்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கிறது என்க.

p = ஒரு குடும்பம் நாளிதழை வாங்குவதற்கான நிகழ்தகவு

$$p = \frac{40}{200} = \frac{1}{5}$$

$$q = \frac{4}{5}$$

$$n = 10$$

(i) ஒரு குடும்பம் மட்டும் அந்நாளிதழை வாங்குதல்

$$P(X=1) = nC_1\, p^1\, q^{n-1}$$

$$= 10C_1 \times \frac{1}{5} \times \left(\frac{4}{5}\right)^9$$

$$= 2 \times \left(\frac{4}{5}\right)^9$$

(ii) எந்த குடும்பமும் அந்த நாளிதழை வாங்காமல் இருத்தல்

$$P(X=0) = 10C_0 \left(\frac{1}{5}\right)^0 \left(\frac{4}{5}\right)^{10}$$

$$= \left(\frac{4}{10}\right)^{10}$$

(iii) ஒரு குடும்பத்திற்கு மிகாமல் அந்த நாளிதழை வாங்குதல் எனில் $X \le 1$

$$P(X \le 1) = P[x=0] + P[x=1]$$

$$= 10C_0 \left(\frac{1}{5}\right)^0 \left(\frac{4}{5}\right)^{10} + 10C_1 \left(\frac{1}{5}\right)^1 \left(\frac{4}{9}\right)^9$$

$$= \left(\frac{4}{5}\right)^{10} + 10 \times \left(\frac{1}{5}\right)^1 \left(\frac{4}{5}\right)^9$$

$$= \left(\frac{4}{5}\right)^9 \left[\left(\frac{4}{5}\right) + 2\right]$$

$$= \left(\frac{4}{5}\right)^9 \left(\frac{14}{5}\right)$$

எடுத்துக்காட்டு 10.9

ஒரு சுற்றுலா தலத்தில் 80% பயணிகள் தொடர்ந்து மீண்டும் மீண்டும் பார்வையிடுகிறார்கள் எனில், தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 4 பயணிகளில் மீண்டும் மீண்டும் பார்வையிடும் சுற்றுலா பயணிகளின் எண்ணிக்கையின் பரவலைக் காண்க. மேலும் அதன் முகடு காண்க.

தீர்வு:

இது ஓர் ஈருறுப்புப் பரவல் ஆகும்.

$X \sim B\,(n, p)$

$P\,(X = x) = nC_x\, p^x\, q^{n-x}$, $x = 0,1,2,\ldots n$

இது $n=4$ என்ற ஈருறுப்புப் பரவல்

$p = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$ $\qquad q = 1-p = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$

$$P(x = 0) = 4C_0 (\frac{4}{5})\ (\frac{1}{5})^4 = (\frac{1}{625})$$

$$P(x=1) = 4C_1\ (\frac{4}{5})(\frac{1}{5})^3 = \frac{16}{625}$$

$$P(x=2) = 4C_2\ (\frac{4}{5})^2(\frac{1}{5})^1 = (\frac{96}{625})$$

$$P(x = 3) = 4C_3(\frac{4}{5})^3(\frac{1}{5})^1 = (\frac{256}{625})$$

$$P(x = 4) = 4C_4\left(\frac{4}{5}\right)^4\left(\frac{1}{5}\right)^0 = \left(\frac{256}{625}\right)$$

நிகழ்தகவு பரவல் கீழ்க்கண்டவாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$X=x$	0	1	2	3	4
$P(X=x)$	$\frac{1}{625}$	$\frac{16}{625}$	$\frac{96}{625}$	$\frac{256}{625}$	$\frac{256}{625}$

முகடின் மதிப்பு 3 அல்லது 4 (அதிகபட்ச நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை)

எடுத்துக்காட்டு 10.10

ஒரு கல்லூரியில் 60% மாணவர்கள் ஆடவர்கள். 4 மாணவர்கள் கொண்ட ஒரு மாதிரி எடுக்கப்படுகிறது. அம்மாதிரியில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை ஒரு எண்ணாகவோ அல்லது அதைவிட குறைவாகவோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவானது $\frac{1}{2}$ அல்லது அதைவிட அதிகமாகவோ இருக்கவேண்டும் எனில், அம்மாதிரியில் குறைந்தபட்சம் எவ்வளவு ஆடவர்கள் இருக்கவேண்டும்?

Ch10_11th Stats TM.indd 302 07/12/2021 13:24:27

தீர்வு:

இங்கு 60% மாணவர்கள் ஆடவர்களாக இருப்பதால் ஆடவர்களைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு 60% 4 மாணவர்களைத் தேர்ந்தெடுக்கும்போது, முயற்சியின் எண்ணிக்கை n=4 இதில் மாதிரியைத் தேர்ந்தெடுக்கும் முறை சார்பற்றது ஆகும்.

$$X \sim B(n, p)$$

$$P(X = x) = nC_x\, p^x\, q^{n-x},\ x = 0,1,2,\ldots n$$

தேவையான மாணவர்களின் எண்ணிக்கை X எனில் $P(X \le x) \ge \frac{1}{2}$

$$x = 0 \quad P(X \le 0) = 4C_0 \left(\frac{3}{5}\right)^0 \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{16}{625} < \frac{1}{2}$$

$$x = 1 \quad P(X \le 1) = P(x = 0) + P(x = 1)$$

$$= 4C_0 \left(\frac{3}{5}\right)^0 \left(\frac{2}{5}\right)^4 + 4C_1 \left(\frac{3}{5}\right)^1 \left(\frac{2}{5}\right)^3$$

$$= \frac{16}{625} + \frac{96}{625} = \frac{112}{625} < \frac{1}{2}$$

$$x = 2 \quad P(X \le 2) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2)$$

$$= \frac{112}{625} + P(x=2) = \frac{112}{625} + 4C_2 \left(\frac{3}{5}\right)^2 \left(\frac{2}{5}\right)^2$$

$$= \frac{112}{625} + \frac{216}{625} = \frac{328}{625} > \frac{1}{2}$$

எனவே மாதிரியில் குறைந்தபட்சம் 2 ஆடவர்கள் இருக்கவேண்டும்.

10.1.3 பாய்சான் பரவல்

அறிமுகம்:

ஓர் ஈருறுப்பு பரவலின் பண்பளவைகள் n மற்றும் p இதில் n இன் சரியான மதிப்பு தெரியாததாகவும் p இன் மதிப்பு மிகக் குறைவானதாகவும் இருப்பின் நிகழ்தகவு காண இயலாது.

n இன் மதிப்பு மிக அதிகமாக இருப்பின் கணக்கிடுவது கடினமானதாக இருக்கும். இம்மாதிரியான சூழ்நிலைகளில் பயன்படுத்தக்கூடிய ஒரு பரவல் பாய்சான் பரவல் ஆகும்.

சிமியான் டென்னிஸ் பாய்சான் என்ற பிரெஞ்சு கணித வல்லுநர் 1837ஆம் ஆண்டு சில நிபந்தனைகளுக்கு உட்பட்டு ஈருறுப்பு பரவலிலிருந்து ஒரு பரவலை பெற்றார். இப்பரவல் அவரின் பெயராலேயே பாய்சான் பரவல் என அழைக்கப்படுகிறது..

நிபந்தனைகள்:

(iv) முயற்சிகளின் எண்ணிக்கை n மிக மிக அதிகம் அதாவது 'n' மிக மிக அதிகம் அதாவது $n \to \infty$

(v) ஒவ்வொரு முயற்சிகளிலும் வெற்றிக்கான நிகழ்தகவு மிக மிகக் குறைவு. அதாவது $p \to 0$

(vi) $np= \lambda$ ஒரு முடிவுறு எண்

(vii) நிகழ்வுகள் சார்பற்றவை

வரையறை:

ஒரு வாய்ப்பு மாறி X ஒரு பாய்சான் பரவலைக் கொண்டுள்ளது என்றால் X–ன் மதிப்புகள் மிகை முழு எண்களாக இருக்க வேண்டும். மேலும், அதன் நிகழ்தகவு திண்மைச் சார்பு.

$$P(X = x) = \begin{cases} \dfrac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}; & x = 0, 1, 2, ... \\ 0 & \text{மற்றபடி} \end{cases}$$

குறிப்பு

(i) λ இன் மதிப்பு தெரியும் எனில், பாய்சான் பரவல் முழுவதும் தெரியும் λ என்பது பாய்சான் பரவலின் பண்பளவை ஆகும்.

(ii) $e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + ... = 2.71828...$ என்பது ஒரு விகிதமுறா எண் ஆகும்.

பாய்சான் பரவலின் பண்புகள்:

(i) பாய்சான் பரவல் ஒரு தனித்த பரவல், ஏனெனில் X 0, 1, 2,... என்ற மதிப்புகளை மட்டுமே பெறுகிறது.

(ii) p மிக மிகக் குறைந்த மதிப்புடையது, q அதிக மதிப்புடையது மேலும் $p \longrightarrow 0$ $q \longrightarrow 1$ மற்றும் $n \longrightarrow \infty$ மற்றும் np ஒரு முடிவுறு எண்

(iii) சில அளவைகளின் மதிப்புகள் (a)சராசரி = λ = மாறுபாடு (b)திட்டவிலக்கம் = $\sqrt{\lambda}$
(c) கோட்டளவை = $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ (iv) தட்டைஅளவை = $\frac{1}{\lambda}$

(iv) இது ஒன்று அல்லது இரண்டு முகடுகளைக் கொண்டிருக்கும்.

(v) X மற்றும் Y பாய்சான் பரவலைக் கொண்டு இருக்கிறது எனில், $X+Y$ ஒரு பாய்சான் பரவலைச் சார்ந்ததாக இருக்க வேண்டியதில்லை.

(vi) பாய்சான் பரவல் ஒரு மிகைக் கோட்டளவைப் பரவல் ஆகும்.

(vii) இப்பரவல் மிகைத் தட்டை பரவல் ஆகும்.

Ch10_11th Stats TM.indd 304 07/12/2021 13:24:31

குறிப்பு:

p இன் மதிப்பு மிகக் குறைவானால், நிகழ்ச்சி நடப்பது மிக அரிது. இம்மாதிரியான சூழலில் இப்பரவல் பயன்படுகிறது.

சில எடுத்துக்காட்டுகள்:

(i) ஒரு மாணவன் எல்லா தேர்விலும், எல்லா பாடத்திலும் முதல் தரம் பெறுவதற்கான நிகழ்வு

(ii) ஒரு பிரபலமான தொழிற்சாலையில் இருந்த தயாரிக்கப்படும் பொருளிலிருந்து குறைபாடுடைய பொருளைக் காண்பது.

(iii) ஒரு அச்சிடப்பட்ட பக்கத்தில் உள்ள பிழைகளின் எண்ணிக்கை

(iv) ஒரு பரபரப்பான சந்திப்பில் ஒரு நாளில் ஏற்படும் போக்குவரத்து விபத்துக்களின் எண்ணிக்கை.

(v) ஒரு காப்பீட்டு நிறுவனத்தில் ஒரு நாளில் பெறப்படும் இழப்பீட்டுத் தொகைக்கான விண்ணப்பங்களின் எண்ணிக்கை.

எடுத்துக்காட்டு 10.11

ஒரு நிறுவனத்தில் தயாரிக்கப்பட்ட விளக்குகளில் 2 % குறைபாடுள்ளவை. 200 விளக்குகள் கொண்ட கூறில் (i) 2 விளக்குகளுக்கும் குறைவாக (ii) 3 விளக்குகளுக்கும் மேலாக, குறைபாடுகள் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க. $[e^{-4} = 0.0183]$

தீர்வு:

X என்பது குறைபாடுடைய விளக்குகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும்.

$X \sim P(\lambda)$

$$\therefore \quad P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} \quad x = 0, 1, 2, \ldots\infty$$

இங்கு $p = P$ (குறைபாடான விளக்கு) $= 2\% = \frac{2}{100} = 0.02$

$$n = 200$$

$$\therefore \quad \lambda = np = 200 \times 0.02 = 4$$

$$\therefore \quad P(X = x) = \frac{e^{-4}4^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \ldots\infty$$

(vi) P (2 விளக்குகளுக்கும் குறைவாக)

$= P(X < 2)$

$= P(x = 0) + P(x = 1)$

$= \frac{e^{-4}.4^0}{0!} + \frac{e^{-4}.4^1}{1!}$

$= e^{-4}(1 + 4)$

$= 0.0183 \text{ x } 5$

$= 0.0915$

(vii) P (குறைபாடுள்ள மின் விளக்குகள் 3க்கும் அதிகமாக இருப்பது)

$= P(X > 3)$

$= 1 - P(X \leq 3)$

$= 1 - \{ P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2) + P(x = 3)\}$

$= 1 - \left\{\frac{e^{-4}.4^0}{0!} + \frac{e^{-4}.4^1}{1!} + \frac{e^{-4}.4^2}{2!} \text{ x } \frac{e^{-4}.4^3}{3!}\right\}$

$= 1 - e^{-4}\{1 + 4 + 8 + 10.667\}$

$= 1 - 0.0183 \times 23.667$

$= 0.567$

எடுத்துக்காட்டு 10.12

ஒரு பாய்சான் பரவலில் $3P(X= 2) = P(X = 4)$. 'λ இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

ஒரு பாய்சான் பரவலில் is $P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$, $x= 0, 1, 2, \ldots\infty$,

$3 P(X = 2)=P(X = 4)$

$3.\frac{e^{-\lambda}\lambda^2}{2!} = \frac{e^{-\lambda}.\lambda^4}{4!}$

$\lambda^2 = \frac{3 \times 4!}{2!} = 36$

$\therefore \lambda = 6 \text{ as } \lambda > 0$

எடுத்துக்காட்டு 10.13

பாய்சான் மாறியின் பண்பளவை 4 எனில் அதன் கோட்டளவை மற்றும் தட்டைஅளவை காண்க.

தீர்வு:

$$\lambda = 4$$

$$\text{கோட்டளவை} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{தட்டைஅளவை} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{4}$$

எடுத்துக்காட்டு 10.14

1000 பக்கங்கள் உள்ள ஒரு புத்தகத்தில் 400 பிழைகள் உள்ளன எனில் வாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட ஒரு பக்கத்தில் சரியாக 3 பிழைகள் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

தீர்வு:

X என்பது புத்தகத்தில் உள்ள பிழைகளின் எண்ணிக்கை என்க.

$X \sim P(\lambda)$

$$\therefore P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!} \qquad x = 0, 1, 2, \ldots\infty$$

சராசரியாக ஒரு பக்கத்தில் உள்ள பிழைகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{400}{1000}$

i.e., $\lambda = \frac{400}{1000} = 0.4$

$$P(X=3) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{3}}{3!} = \frac{e^{-0.4}(0.4)^{3}}{3 \times 2 \times 1}$$

$$= \frac{0.6703 \times 0.064}{6}$$

$$= 0.00715$$

எடுத்துக்காட்டு 10.15

X என்பது பாய்சான் மாறியாக இருப்பின் $P(X=0) = 0.2725$, எனில் $P(X=1)$ மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$X \sim P(\lambda)$

$$\therefore P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!} \qquad x = 0, 1, 2, \ldots\infty$$

$$P(X=0) = 0.2725$$

$$\frac{e^{-\lambda}\lambda^{0}}{0!} = 0.2725$$

$$e^{-\lambda} = 0.2725$$

Ch10_11th Stats TM.indd 307 07/12/2021 13:24:34

$\lambda = 1.3$ (e^{-m}) (அட்டவணை மதிப்பிலிருந்து)

$$P(x{=}1) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^1}{1!} = \frac{e^{-1.3}\times 1.3^1}{1!}$$

$$= 0.2725\times 1.3$$

$$= 0.3543$$

எடுத்துக்காட்டு 10.16

காப்பு ஊசிக்கு (safety pin) தயாரிக்கும் நிறுவனத்தில் குறைபாடுள்ள ஒரு காப்பு ஊசிக்கு காண்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.04 எனில் (i) 100 காப்பு ஊசி உள்ள ஒரு பெட்டியில் 1 குறைபாடுள்ள காப்பு ஊசிக்கு இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு (ii) இதுபோன்ற 200 பெட்டிகளில் எவ்வளவு பெட்டிகளில் குறைபாடற்ற காப்பு ஊசிகள் உள்ளன.

தீர்வு:

$X \sim P(\lambda)$

$$\therefore \quad P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} \qquad x = 0, 1, 2, \ldots\infty$$

$$p = 0.04$$

$$n = 100$$

$$\lambda = np = 4$$

(viii) $$P(X{=}1) = \frac{e^{-\lambda}\lambda}{1!} = e^{-4}(4) = 0.0183\times 4$$

$$= 0.0732$$

(ix) $$P(X{=}0) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^0}{0!} = e^{-4} = 0.0183$$

குறைபாடற்ற காப்பு ஊசிகள் உள்ள பெட்டிகளின் எண்ணிக்கை

$$= 200\times 0.0183$$

$$= 3.660$$

$$= 4$$

10.2 தொடர்ச்சியான பரவல்கள்:

10.2.1 செவ்வக அல்லது சீரான பரவல்

வரையறை:

ஒரு வாய்ப்பு மாறி X ஆனது (a, b) என்ற இடைவெளியில் ஒரு தொடர்ச்சியான, சீரான பரவலைக் கொண்டிருக்க வேண்டும் எனில் அதன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு (p.d.f.).

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a < x < b \\ 0 & \text{மற்றபடி} \end{cases}$$

Ch10_11th Stats TM.indd 308 07/12/2021 13:24:36

சீரான பரவல்களின் பண்புகள்

(i) a, b என்பன சீரான பரவலின் பண்பளவைகள் எனப்படும். மேலும் X ஆனது ஒரு சீரான பரவலைக் கொண்டிருக்கும் எனில் $X \sim U(a, b)$ எனக் குறிக்கப்படுகிறது.

(ii) இப்பரவலானது செவ்வக பரவல் எனவும் அறியப்படுகிறது. ஏனெனில் $Y = f(x)$, x அச்சு, $X = a$ மற்றும் $X = o$ என்ற குத்துக்கோடுகள் ஒரு செவ்வக பரப்பை அமைக்கின்றன.

(iii) $X \sim U(-a, a)$ எனில் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பானது $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2a} & -a < x < a \\ 0 & \text{மற்றபடி} \end{cases}$

(iv) சீரான பரவல் $X \sim U(a, b)$ ன் அளவுகள்

(i) சராசரி $\mu = \frac{a+b}{2}$ (ii) மாறுபாடு $\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$

(iii) இடைநிலை அளவு $= \frac{a+b}{2}$ (iv) கோட்டளவை $= 0$

(v) தட்டையளவை $= -\frac{6}{5}$ (vi) $Q_1 = \frac{3a+b}{4}$ (vii) $Q_3 = \frac{a+3b}{4}$

எடுத்துக்காட்டு 10.17

$X \sim U(200, 250)$ எனில் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு (p.d.f) மற்றும் $P(X > 230)$ மதிப்பு காண்க

தீர்வு:

(i) $X \sim U(a, b)$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a < x < b \\ 0 & \text{மற்றபடி} \end{cases}$$

$a = 200$ மற்றும் $b = 250$ எனில் தேவைப்படும் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{250-200} & 200 < x < 250 \\ 0 & \text{மற்றபடி} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{50} & 200 < x < 250 \\ 0 & \text{மற்றபடி} \end{cases}$$

(ii) $$P(x > 230) = \int_{230}^{\infty} f(x)\,dx = \int_{230}^{250} \frac{1}{50}\,dx$$

$$= \frac{1}{50}[x]_{230}^{250} = \frac{250-230}{50} = \frac{20}{50} = 0.4$$

எடுத்துக்காட்டு 10.18

சீரான மாறியின் பண்பளவைகள் 50 மற்றும் 100 எனில் அதன் சராசரி, இடைநிலை அளவு மற்றும் திட்டவிலக்கம் காண்க..

Ch10_11th Stats TM.indd 309 07/12/2021 13:24:39

தீர்வு:

$X \sim U\,(50,100)$

இங்கு $a=50 \qquad b=100$

$$\text{சராசரி} = \text{இடைநிலை} = \frac{a+b}{2} = \frac{150}{2} = 75$$

$$\text{S.D} = \sqrt{\frac{(b-a)^2}{12}} = \frac{b-a}{\sqrt{12}} = \frac{100-50}{\sqrt{12}}$$

$$= \frac{50}{\sqrt{12}} = \frac{50}{3.464}$$

$$= 14.434$$

எடுத்துக்காட்டு 10.19

X என்ற வாய்ப்பு மாறி ஒரு சீரான பரவல் $U\ (a,b)$ ஐ கொண்டுள்ளது என்க. மேலும், $P(20<X<40)=0.2$ மற்றும் சராசரி = 150 எனில், a மற்றும் b யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

For $X \sim U(a, b)$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & a < x < b \\ 0 & \text{மற்றபடி} \end{cases}$$

$P(20<X<40)=0.2$

$$\int_{20}^{40} \frac{1}{b-a} dx\, \text{dx} = 0.2$$

$$\frac{1}{b-a}(x)_{20}^{40} = 0.2$$

$$\frac{1}{b-a}(20) = 0.2$$

$$b - a = 100 \qquad \dots (1)$$

$$\text{சராசரி} = 150$$

$$\frac{a+b}{2} = 150$$

$$a+b = 300 \qquad \dots (2)$$

$(1)+(2) \Rightarrow \quad 2b = 400$ மற்றும் $b = 200$.

b ஐ (2) இல் பிரதியிட $a + 200 = 300 \quad \Rightarrow \quad a = 100$.

$a=100,\ b=200$

$X \sim U(100,200)$

Ch10_11th Stats TM.indd 310 07/12/2021 13:24:42

எடுத்துக்காட்டு 10.20

X என்பது ஒரு சீரான மாறி $U(a,b)$ என்க. மேலும் அதன் முதல் மற்றும் மூன்றாம் கால்மானங்கள் 100 மற்றும் 200 எனில் X இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பைக் காண்க..

தீர்வு :

$$Q_1 = 100$$

$$\frac{3a+b}{4} = 100$$

$$3a+b = 400 \qquad \ldots (1)$$

$$Q_3 = 200$$

$$\frac{a+3b}{4} = 200$$

$$a+3b = 800 \qquad \ldots (2)$$

சமன்பாடுகள் (1) மற்றும் (2) ஐ தீர்க்க

$$a = 50 \qquad b = 250$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} = \frac{1}{250-50} = \frac{1}{200}; & 50 < x < 250 \\ 0 & \text{மற்றபடி} \end{cases}$$

எடுத்துக்காட்டு 10.21

நள்ளிரவிலிருந்து காலை 6.00 மணிவரை ஒவ்வொரு 15 நிமிட இடைவெளியில் மின்சார ரயில்கள் ஒரு ரயில் நிலையத்திற்கு வருகின்றன எனில், அந்நிலையத்திற்கு வரும் ஒரு நபர் குறைந்தது 10 நிமிடங்கள் காத்திருப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு :

X என்பது காத்திருப்பதற்கான வாய்ப்பு மாறி (நிமிடங்கள்) என்க.

கொடுக்கப்பட்டபடி X என்பது சீரான பரவல் $(0, 15)$ ஆகும்.

$$P(X > 10) = \int_{10}^{15} f(x)dx = \frac{1}{15}\int_{10}^{15} 1dx$$

$$= \frac{1}{15}(x)_{10}^{15} = \frac{1}{15}(15-10) = \frac{1}{3}$$

10.2.2 இயல்நிலை பரவல்

அறிமுகம்

டீ மாய்வர் என்ற ஆங்கில கணித வல்லுநர் 1733–ஆம் வருடம் இயல்நிலை பரவலை, சில நிபந்தனைகளுக்கு உட்படுத்தப்பட்ட ஈருறுப்பு பரவலிலிருந்து பெற்றார். மேலும் இதனை நிகழ்தகவு சார்ந்த விளையாட்டுகளில் பயன்படுத்தினார். இதனை 1774ஆம் வருடம் லேப்லாஸ் (Laplace)

Ch10_11th Stats TM.indd 311 07/12/2021 13:24:43

என்பவர் வரலாற்று பிழைகளைக் காணப் பயன்படுத்தினார். மேலும் 1809இல் காஸ் (Gauss) என்பவர் வானவியலில் பிழைகளின் பரவலைக் காண இதனைப் பயன்படுத்தினார். 18 மற்றும் 19ஆம் நூற்றாண்டுகளில் தொடர் முயற்சிக்குப்பின் அனைத்து தொடர் பரவல்களுக்கும் பொதுவான ஒரு விதியைக் கொண்டு பெறப்பட்ட பரவலே இயல்நிலைப் பரவல் எனப்படும்.

குறிப்பு

(i) $n \to \infty$ மேலும் p, q இரண்டும் மிக குறைவானதாக இல்லாமல் இருக்கும்போது $B(X: n, p)$ ஒரு இயல்நிலை பரவலாக மாறும்.

(ii) $\lambda \longrightarrow \infty$ எனும் போது $P(X, \lambda)$ ஒரு இயல்நிலை பரவலாக மாறும்.

(iii) $Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ மற்றும் $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ எனில் $Z \sim N(0, 1)$

அதாவது , $f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-z^2}{2}} \quad -\infty \le z \le \infty$

Z இன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பாகும். Z என்பது சராசரி 0 மற்றும் மாறுபாடு 1 எனக் கொண்ட ஓர் இயல்நிலைப் பரவலாக அறியப்படுகிறது. (திட்ட இயல்நிலைப் பரவல்).

(iv) X இன் நிகழ்தகவைக் காண்பதற்கு, x ஐ நாம் Z ஆக மாற்றி Z இன் நிகழ்தகவுகளின் அட்டவணையைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

வரையறை

X என்ற ஒரு வாய்ப்பு மாறி μ மற்றும் σ^2 ஆகியவற்றைப் பண்பளவைகளாகக் கொண்ட இயல்நிலை பரவலைப் பெற்றிருக்கிறது எனில், அதன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு

$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left\{\frac{x-\mu}{\sigma}\right\}^2}$ இங்கு $-\infty < x < \infty$, $-\infty < \mu < \infty$ மற்றும் $\sigma > 0$ என குறிக்கப்படுகிறது.

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ என்று குறிக்கப்படுகிறது.

இங்கு μ என்பது சராசரி மற்றும் σ^2 என்பது மாறுபாடு ஆகும்.

குறிப்பு

(i) $n \to \infty$ மேலும் p மற்றும் q இரண்டும் மிக குறைவானதாக இல்லாமல் இருக்கும்போது $B(X: n, p)$ ஒரு இயல்நிலை பரவலாக மாறும்.

(ii) $\lambda \longrightarrow \infty$ எனும் போது $P(X, \lambda)$ ஒரு இயல்நிலை பரவலாக மாறும்.

(iii) $Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ மற்றும் $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ எனில் $Z \sim N(0, 1)$

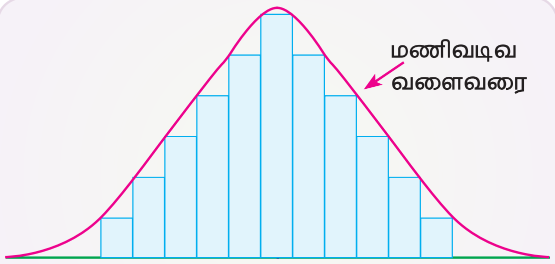
அதாவது $f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-z^2}{2}} \quad -\infty \le z \le \infty$

Ch10_11th Stats TM.indd 312 07/12/2021 13:24:45

Z இன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பாகும். Z என்பது சராசரி 0 மற்றும் மாறுபாடு 1 எனக் கொண்ட ஓர் இயல்நிலைப் பரவலாக அறியப்படுகிறது. (திட்ட இயல்நிலைப் பரவல்)

(iv) X இன் நிகழ்தகவைக் காண்பதற்கு, X ஐ நாம் Z ஆக மாற்றி Z இன் நிகழ்தகவுகளின் அட்டவணையைப் பயன்படுத்துகிறோம்

இயல்நிலைப் பரவலின் பண்புகள்



மணிவடிவ வளைவரை
படம்10.1

(i) இயல்நிலைப் பரவலின் வளைவரையானது மணிவடிவில் உள்ளது. மேலும் $X = \mu$ ஐப் பொறுத்து சமச்சீரானது.

(ii) சராசரி = இடைநிலை அளவு
= முகடு = μ

(iii) $X = \mu$ எனில் முகடு = $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ ஒரே ஒரு முகடு உடையது.

(iv) கோட்டளவை $\beta_1 = 0$ மற்றும் தட்டையளவை $\beta_2 = 3$.

(v) இதன் வளைவு மாற்ற புள்ளிகள் $x = \mu \pm \sigma$ எனும் போது கிடைக்கிறது.

(vi) X அச்சானது இவ்வளைவரைக்கு ஒரு தொலைத் தொடுகோடாக இருக்கும்.

(vii) சராசரியைப் பொறுத்து இதன் சராசரி விலக்கம் 0.8σ ஆகும்.

(viii) இதன் கால்மான விலக்கம் 0.6745σ ஆகும்.

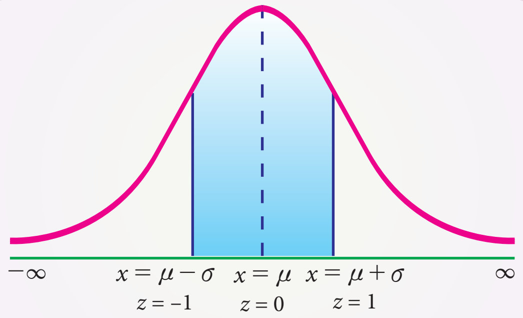
(ix) $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ மற்றும் $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ மேலும் X மற்றும் Y சார்பற்ற மாறிகள் எனில் $X + Y \sim N(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$ ஆகும்.

(x) பரப்பு பண்புகள்:

(a) மொத்த பரப்பு $P(-\infty < X < \infty) = 1$

(b) $X = \mu$ ஐ பொறுத்து, $P(-\infty < X < \infty) = P(\mu < X < \infty) = 0.5$

(c) $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = P(-1 < Z < 1)$
$= 2\,P(0 < Z < 1)$
$= 2\,(0.3413)$
$= 0.6826$



படம்10.2

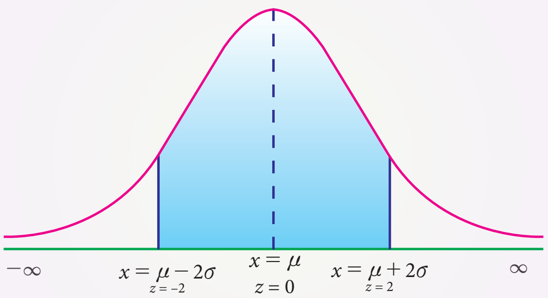
(d) $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma)$

$= P(-2 < Z < 2)$

$= 2\,P\,(0 < Z < 2)$

$= 2\,(0.4772)$

$= 0.9544$



படம்10.3

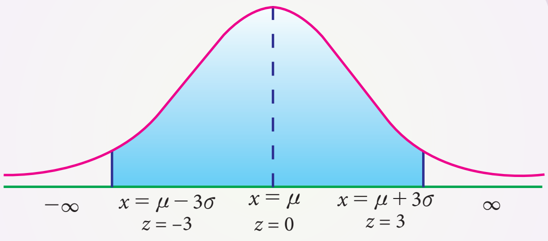
(e) $P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma)$

$= P\,(-3 < Z < 3)$

$= 2\,P\,(0 < Z < 3)$

$= 2\,(0.49865)$

$= 0.9973$



படம் 10.4

(f) $P(|X - \mu| > 3\sigma = P(|Z| > 3)$

$= 1 - P\,(|Z| < 3)$

$= 1 - P\,(-3 < Z < 3)$

$= 1 - 0.9973$

$= 0.0027$

எடுத்துக்காட்டு 10.22

$z = 0$ மற்றும் e $z = 1.56$ என்பவற்றிற்கு இடையே உள்ள பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$P\,(0 < Z < 1.56) = 0.4406$

(இயல்நிலை பரவல் பரப்பின் அட்டவணையிலிருந்து)

எடுத்துக்காட்டு 10.23

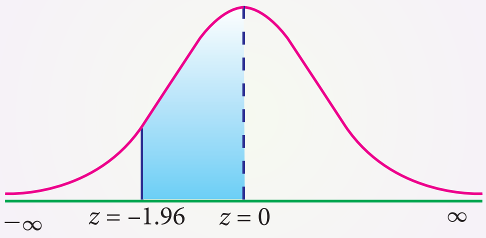
திட்ட இயல்நிலை பரவலின் கீழ், -1.96 லிருந்து 0 வரை உள்ள பரப்பினைக் காண்க.

தீர்வு:

$P(-1.96 < Z < 0) = P\,(0 < Z < 1.96)$ (**சமச்சீர் பண்பின்படி**)

$= 0.4750$

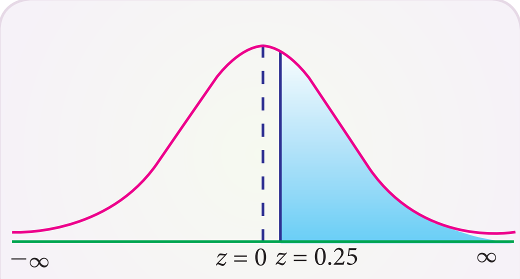
(இயல்நிலை பரவல் பரப்பின் அட்டவணையிலிருந்து)



படம் 10.5

எடுத்துக்காட்டு 10.24

$Z = 0.25$ க்கு வலப்புறம் அமையும் பரப்பு காண்க.



படம் 10.6

தீர்வு:

$$P(Z > 0.25) = P(0 < Z < \infty) - P(0 < Z < 0.25)$$

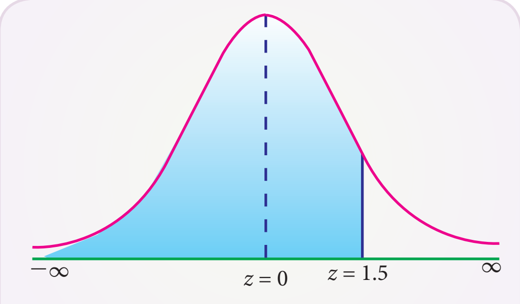
$$= 0.5000 - 0.0987$$

(இயல்நிலை பரவல் பரப்பின் அட்டவணையிலிருந்து)

$$= 0.4013$$

எடுத்துக்காட்டு 10.25

$Z = 1.5$ க்கு இடப்புறம் அமையும் பரப்பு காண்க.



படம் 10.7

தீர்வு:

$$P(Z < 1.5) = P(-\infty < Z < 0) + P(0 < Z < 1.5)$$

$$= 0.5000 + 0.4332$$

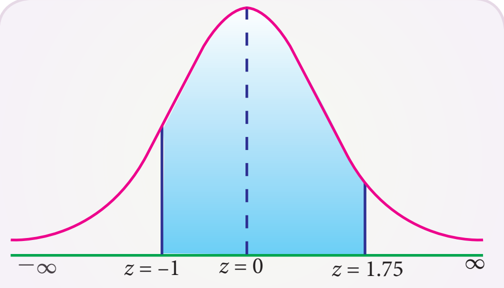
(அட்டவணையிலிருந்து)

$$= 0.9332$$

எடுத்துக்காட்டு 10.26

$Z = -1$ மற்றும் $Z = 1.75$ க்கும் இடையே உள்ள பரப்பு காண்க

தீர்வு:



படம் 10.8

$$P(-1 < Z < 1.75)$$

$$= P(-1 < Z < 0) + P(0 < Z < 1.75)$$

$$= P(0 < Z < 1) + P(0 < Z < 1.75)$$

சமச்சீர் பண்பின்படி

$$= 0.3413 + 0.4599 = 0.8012$$

எடுத்துக்காட்டு 10.27

இயல்நிலை பரவலின் சராசரி 40 மற்றும் திட்டவிலக்கம் 10 எனில் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பின் அதிகபட்ச மதிப்பை காண்க. மற்றும் வளைவு மாற்று புள்ளியையும் காண்க.

தீர்வு:

$\mu = 40 \qquad \sigma = 10$

அதிகபட்ச மதிப்பு $= f(x) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} = \dfrac{1}{10\sqrt{2\pi}}$

Ch10_11th Stats TM.indd 315 07/12/2021 13:24:48

வளைவு மாற்று புள்ளி $= \mu \pm \sigma$

$= 40 \pm 10$

$= 30$ மற்றும் 50

எடுத்துக்காட்டு 10.28

எனும் இயல்நிலை மாறியின் சராசரி 50 மற்றும் திட்டவிலக்கம் 5 எனில் சராசரியைப் பொறுத்து சராசரி விலக்கம் மற்றும் கால்மான விலக்கத்தைக் காண்க

தீர்வு:

சராசரி $= \mu = 50$, C திட்டவிலக்கம் $\sigma = 5$

சராசரியைப் பொறுத்த சராசரி விலக்கம் $= 0.8\ \sigma$

$= 0.8 \times 5 = 4$

கால்மான விலக்கம் $= 0.6745\sigma$

$= 0.6745 \times 5$

$= 3.3725$

எடுத்துக்காட்டு 10.29

இயல்நிலை மாறியின் சராசரி 60 மற்றும் திட்டவிலக்கம் 10 ஆக இருப்பின் அதன் கால்மானங்களைக் காண்க.

தீர்வு:

$\mu = 60,\ \sigma = 10$

x_1 என்பது x_1 லிருந்து μ வரை உள்ள பரப்பு 25% ஆகும்.

$\therefore \quad P(x_1 < X < \mu) = 25\% = 0.25$

$P(z_1 < Z < 0) = 0.25$ இங்கு $z_1 = \dfrac{x_1 - \mu}{\sigma} = \dfrac{x_1 - 60}{10}$

இயல்நிலைப் பரவலின் பரப்பு அட்டவணையிலிருந்து

$P(-0.675 < Z < 0) = 0.25015$

$\therefore \quad z_1 = -0.675$

$\therefore \quad \dfrac{x_1 - \mu}{\sigma} = -0.675$

Ch10_11th Stats TM.indd 316 07/12/2021 13:24:49

$$\frac{x_1 - 60}{10} = -0.675$$

$$X_1 - 60 = -6.75$$

$X_1 = 53.25$ எனில் $Q_1 = 53.25$

x_2 என்ற மதிப்பானது

$\therefore \quad P(\mu < X < x_2) = 0.25$

$P(0 < Z < z_2) = 0.25$, இங்கு $z_2 = \frac{x_2 - \mu}{\sigma} = \frac{x_2 - 60}{10}$

அட்டவணையிலிருந்து

$$P(0 < Z < 0.675) = 0.25015$$

$\therefore \quad Z_2 = 0.675$

$$\frac{x_2 - 60}{10} = 0.675$$

$X_2 = 66.75 \qquad Q_2 = 66.75$

எடுத்துக்காட்டு 10.30

ஒரு தோட்டத்திலுள்ள ரோசா செடிகளின் உயரம், சராசரி 100 செ.மீ கொண்ட ஒரு இயல்நிலை பரவலைப் பெற்றிருக்கிறது. மேலும் 10Q செடிகளின் உயரம் 104 செ.மீ ஐ விட அதிகம் எனவும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது எனில் (i) பரவலின் திட்டவிலக்கம் காண்க (ii) தோட்டத்தில் 200 செடிகள் உள்ளது எனில் 105 செ.மீ ஐ விட உயரமான செடிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க

தீர்வு:

(xi) பரவலின் திட்டவிலக்கம் காண்பதற்காக

X என்பது இயல் பரவலைக் கொண்டுள்ள ரோசா செடிகளின் உயரத்தை குறிக்கிறது என்க.

$P(100 < x < 104) = 40\ \%$ எனக் கொடுக்கப்பட்ட

$P(0 < Z < 4/\sigma) = 0.40 \qquad \ldots (1)$

ஆனால் திட்ட இயல் நிலை பரவலின் வளைவரையின் கீழ் உள்ள பரப்புகளின் அட்டவணையின்படி

$P(0 < Z < 1.28) = 0.3997 \qquad \ldots (2)$

$\therefore$ எனவே (1), (2) ன்படி

$$\frac{4}{\sigma} = 1.28$$

$$\sigma = 3.125$$

(xii) 105 செ.மீ ஐ விட உயரமான செடிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்பதற்காக

$X = 105$ எனில்

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{105-100}{3.125}$$

$$= \frac{5}{3.125}$$

$$= 1.6$$

$P(1.6 < Z < \infty) = 0.5\text{-}0.4452 = 0.0548$

105 செ.மீ ஐ விட உயரமான செடிகளின் எண்ணிக்கை

$$= 200 \times 0.0548 = 10.9600 \backsimeq 11$$

$\therefore$ 11 செடிகளின் உயரம் 105 செ.மீ ஐ விட அதிகமாக உள்ளது.

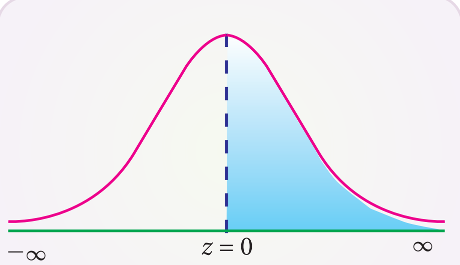
எடுத்துக்காட்டு 10.31

ஒரு வகுப்பில் மாணவர்களுக்கு திறன் அறியும் தேர்வு நடத்தப்படுகிறது. அவர்களின் மதிப்பெண்கள், சராசரி 60 மற்றும் திட்டவிலக்கம் 5 உடைய ஓர் இயல்நிலைப் பரவலாக இருக்கிறது எனில், (i) 60க்கு அதிகமான மதிப்பெண்கள் பெறும் (ii) 56–க்கு குறைவாக மதிப்பெண்கள் பெறும் (iii) 45–க்கும் 65–க்கும் இடையே மதிப்பெண்கள் பெறும் மாணவர்களின் சதவீதத்தை காண்க.

தீர்வு:

$\mu = 60, \ \sigma = 5$ எனக் கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது.

திட்ட இயல்நிலை மாறி $Z = \dfrac{x-\mu}{\sigma} = \dfrac{x-60}{5}$



படம் 10.9

(i) P (60க்கு அதிகமான நிகழ்வு)

$$= P\,(x > 60)$$

$$= P\left(z > \frac{60-60}{5}\right)$$

$$= P\,(Z > 0)$$

$$= P\,(0 < Z < \infty)$$

$$= 0.5000$$

60 க்கு அதிகமான மதிப்பெண்கள் பெறும் மாணவர்களின் சதவீதம்

$$= 0.5000 \text{ x } 100$$

$$= 50\%$$

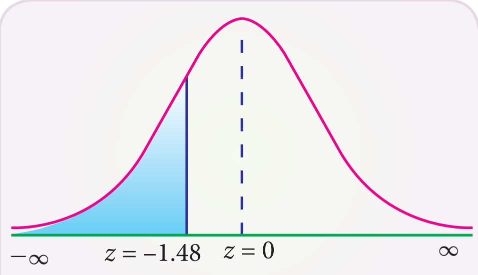
Ch10_11th Stats TM.indd 318 07/12/2021 13:24:51

(ii) P (56 க்கு குறைவான நிகழ்தகவு)

$= P(X < 56)$

$= P\left(Z < \frac{56-60}{5}\right)$

$= P(Z < -0.8)$



படம் 10.10

$= P(-\infty < Z < 0) - P(-0.8 < Z < 0)$

$= 0.5000 - P(0 < Z < 0.8)$

$= 0.5000 - 0.2881$

$= 0.2119$

$\therefore$ 50 க்கு குறைவான மதிப்பெண்கள் பெறும் மாணவர்களின் சதவீதம்

$= 0.2119 \times 100$

$= 21.19\%$

(iii) P (45 க்கும் 65 க்கும் இடையிலான நிகழ்வு)

$= P(45 < x < 65)$

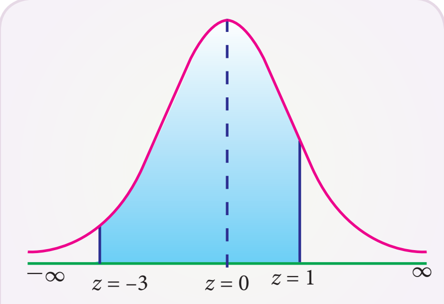
$= P\left(\frac{45-60}{5} < z < \frac{65-60}{5}\right)$

$= P(-3 < z < 1)$

$= P(0 < Z < 3) + P(0 < Z < 1)$

$= 0.4986 + 0.3413$

$= 0.8399$



படம் 10.11

45 க்கும் 65 க்கும் இடையில் மதிப்பெண்களைப் பெறும் மாணவர்களின் சதவீதம்

$= 0.8399 \times 100 = 83.99\%$

எடுத்துக்காட்டு 10.32

X என்பது சராசரி 2 மற்றும் திட்டவிலக்கம் 3 உடைய ஒரு இயல்நிலை பரவலைக் கொண்ட மாறி என்க. சராசரியிலிருந்து, X –ன் ஒரு மதிப்பு x_1 வரையுள்ள இடைவெளிக்கான நிகழ்தகவு 0.4115 எனில், அம்மதிப்பு x_1 ஐக் காண்க.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட படி $\mu = 2$, $\sigma = 3, z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{x-2}{3}$

Let $Z_1 = \dfrac{x_1 - 2}{3}$

$P(\mu < x < x_1) = 0.4115$ என்பதால்

$P(0 < Z < z_1) = 0.4115$

$P(0 < Z < 1.35) = 0.4115$ (இயல்நிலை பரவலின் பரப்பு அட்டவணையிலிருந்து)

$\therefore \quad Z_1 = 1.35 \therefore \dfrac{x_1 - 2}{3} = 1.35$ (அல்லது) $x_1 = (1.35) \times 3 + 2 = 6.05$

எடுத்துக்காட்டு 10.33

இரு இயல்நிலை பரவலில், 35–க்கு கீழ் 7% மதிப்புகள் உள்ளன. மேலும் 89% மதிப்புகள் 63–க்கு கீழ் உள்ளன எனில் இப்பரவலின் சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கம் காண்க.

தீர்வு:

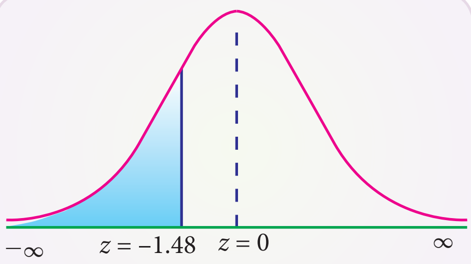
$Z = \dfrac{x - \mu}{\sigma}$

$P(x < 35) = 7\% = 0.07$ என்பதால்

$z_1 = \dfrac{35 - \mu}{\sigma}$ எனில்

$P(z_1 < Z < 0)$

$= 0.50 - 0.07 = 0.43$



படம் 10.12

$\therefore \quad z_1 = -1.48$

(இயல்நிலை பரவலின் பரப்பு அட்டவணையிலிருந்து)

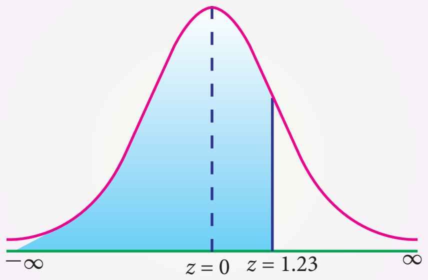
$\dfrac{35 - \mu}{\sigma} = -1.48$

$35 - \mu = -1.48\sigma \quad \ldots (1)$

மேலும் $P(X < 63) = 89\% = 0.89$

$Z_2 =$ எனில் $P(0 < Z < Z_2) = 0.89 - 0.50 = 0.39$

$Z_2 = 1.23$



படம் 10.13

(இயல்நிலை பரவலின் பரப்பு அட்டவணையிலிருந்து)

$\dfrac{63 - \mu}{\sigma} = 1.23$ (அல்லது) $63 - \mu = 1.23\sigma \quad \ldots (2)$

$(2) - (1) \Rightarrow 28 = 2.71\sigma$ (அல்லது) $\sigma = \dfrac{28}{2.71} = 10.33$

(1) லிருந்து $\mu = 35 + 1.48\sigma = 35 + 1.48\,(10.33)$

$\mu = 50.27$

Ch10_11th Stats TM.indd 320 07/12/2021 13:24:54

10.3 ஈருறுப்பு, பாய்ஸான் மற்றும் இயல்நிலை பரவலைப் பொறுத்துதல்

அறிமுகம்

கண்டறியப்பட்ட தரவுகளின் வரிசைகளுக்கு நிகழ்தகவு பரவலை பொறுத்துவது என்பது நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும் மாறிக்கு நிகழ்தகவு காண அல்லது மதிப்புகளின் நிகழ்வெண்ணை குறிப்பிட்ட இடைவெளிக்குள் முன்னறியவும் பயன்படுகிறது.

பல நிகழ்தகவுப் பரவல்கள் இருப்பினும், மாறிகளின் குணங்களைப் பொறுத்து கண்டறியப்பட்ட நிகழ்வெண் பரவலுக்கு மிகவும் நெருங்கியதாக அமையும்படியான பரவலை நாம் கவனமாகத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.

10.3.1 ஈருறுப்பு பரவலைப் பொறுத்துதல்

ஈருறுப்பு பரவலை பொறுத்துவதற்கு கீழ்க்கண்ட முறைகளை பின்பற்ற வேண்டியுள்ளது:

(i) சராசரி $\bar{x} = \dfrac{\sum fx}{\sum f} = np$

(ii) $p = \dfrac{\bar{x}}{n}$ என கணக்கிடுக.

(iii) $q = 1 - p$ என கணக்கிடுக.

(iv) நிகழ்தகவு திண்மை சார்பு : $P(x) = nC_x p^x q^{n-x}$ $x = 0, 1, 2, \ldots n$ ஐ பயன்படுத்துக.

(v) $x = 0$ எனக்கொண்டு $P(0) = nC_0 p^0 q^{n-0} = q^n$ ஐ கணக்கிடுக.

(vi) $X = 0$ க்கான எதிர்பார்க்கும் நிகழ்வெண்ணை கணக்கிடுக $F(0) = N \times P(0)$, இங்கு $N = \sum f_i$

(vii) மற்ற எதிர்பார்க்கும் நிகழ்வெண்களின் மதிப்பைக் காண்க.

$F(x+1) = \dfrac{n-x}{x+1} \times \dfrac{p}{q} \times F(x)$ என்ற தொடர் விதியை (சூத்திரத்தை) பயன்படுத்தி காண்க.

எடுத்துக்காட்டு 10.34

ஒரே மாதிரியான மூன்று நாணயங்கள் 100 முறை சுண்டப்பட்டு கீழ்க்கண்ட முடிவுகள் பெறப்பட்டிருக்கிறது

தலைகளின் எண்ணிக்கை	0	1	2	3
நிகழ்வெண்	36	40	22	2

இவற்றிற்கு ஓர் ஈருறுப்பு பரவலை பொறுத்தி, எதிர்பார்க்கும் அலைவெண்களை மதிப்பிடுக.

தீர்வு :

x	f	fx
0	36	0
1	40	40
2	22	44
3	2	44
மொத்தம்	100	90

(i) சராசரி $\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{90}{100} = 0.9$

(ii) $p = \frac{\bar{x}}{n} = \frac{0.9}{3} = 0.3$

(iii) $q = 1 - p = 1 - 0.3 = 0.7$

(iv) $P(x) = nC_x p^x q^{n-x} = 3C_x \ 0.3_x \ 0.7^{3-x}$

(v) $P(0) = 3C_0 \ 0.3^0 \ (0.7)^{3-0} = 0.7^3 = 0.343$

(vi) $F(0) = N \times P(0) = 100 \times 0.343 = 34.3$

(vii) $F(x+1) = \frac{n-x}{x+1} \times \frac{p}{q} \times F(x)$

$\therefore \quad F(1) = F(0+1) = \frac{3-0}{0+1} \times \frac{0.3}{0.7} \times 34.3 = 44.247$

$F(2) = F(1+1) = \frac{3-1}{1+1} \times \frac{0.3}{0.7} \times 44.247 = 19.03$

$F(3) = F(2+1) = \frac{3-2}{2+1} \times \frac{0.3}{0.7} \times 19.03 = 2.727$

முடிவு:

(i) பொறுத்தப்பட்ட ஈருறுப்பு பரவலின்

$P(X = x) = 3C_x 0.3^x \, 0.7^{(3-x)}, \quad x = 0,1,2,3$

(ii) எதிர்பார்க்கப்பட்ட நிகழ்வெண்கள்

x	0	1	2	3	Total
கண்டறியப்பட்ட நிகழ்வெண்கள் (O_i)	36	40	22	2	100
எதிர்பார்க்கப்பட்ட நிகழ்வெண்கள் (E_i)	34	44	19	3	100

10.3.2 பாய்ஸான் பரவலைப் பொறுத்துதல்

கண்டறியப்பட்ட தரவுகளுக்கு ஒரு பாய்ஸான் பரவலைப் பொறுத்துவதற்கு, கீழ்க்கண்ட முறைகள் பின்பற்றப்படுகிறது:

Ch10_11th Stats TM.indd 322 07/12/2021 13:24:56

(i) சராசரியை $\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$ என்ற விதியின்படி காண்க.

(ii) பாய்ஸான் பரவலின் பண்பளவை $\lambda = \bar{x}$

(iii) நிகழ்தகவு திண்மை சார்பு $P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$ $x = 0, 1, 2....$ ஐ பயன்படுத்துக.

(iv) X = 0 என பிரதியிட்டு $P(0) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{0}}{0!} = e^{-\lambda}$ ஐ கணக்கிடுக.

(v) $x = 0$ விற்கான, எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் $F(0) = N \times P(0)$ இங்கு $\sum f_i = N$

(vi) மற்ற எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண்களை

$F(x+1) = \frac{\lambda}{x+1} \times F(x)$ for $x = 0, 1, 2....$ என்ற விதியின்படி கணக்கிடுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு 10.35

கீழ்க்கண்ட அட்டவணை, ஒரு புத்தகத்திலுள்ள ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் உள்ள பிழைகளின் எண்ணிக்கை குறிக்கும் ஒரு பரவல் ஆகும்.

பிழைகளின் எண்ணிக்கை (ஒரு பக்கத்திற்கு)	0	1	2	3	4
பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	211	90	19	5	0

இப்பரவலிற்கு பாய்ஸான் பரவலைப் பொறுத்தி எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண்களைக் கண்டுபிடி.

தீர்வு:

x	f	fx
0	211	0
1	90	90
2	19	38
3	5	15
4	0	0
மொத்தம்	325	143

(i) சராசரி $\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{143}{325} = 0.44$

(ii) $\lambda = \bar{x} = \; = 0.44$

(iii) $P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!} = \frac{e^{-0.44}(0.44)^{x}}{x!}$

(iv) $P(0) = \frac{e^{0.44} \times 0.44^{0}}{0!} = e^{-0.44} = 0.6440$ (பாய்ஸான் பரவல் அட்டவணையிலிருந்து)

Ch10_11th Stats TM.indd 323 07/12/2021 13:24:58

(v) $F(0) = N \times P(0) = 325 \times 0.6440 = 209.43$

(vi) $F(x+1) = \dfrac{\lambda}{x+1} F(x)$

$F(1) = F(0+1) = \dfrac{0.44}{0+1} \times 209.43 = 92.15$

$F(2) = F(1+1) = \dfrac{0.44}{1+1} \times 92.15 = 20.27$

$F(3) = F(2+1) = \dfrac{0.44}{2+1} \times 2.972$

$F(4) = F(3+1) = \dfrac{0.44}{3+1} \times 2.97 = 0.33$

முடிவு:

(1) பொறுத்தப்பட்ட பாய்ஸான் பரவலின் நிகழ்தகவு திண்மை சார்பு $P(X = x) = \dfrac{e^{-0.44}0.44^x}{x!}$, $x = 0, 1, 2....$

(2). உத்தேச நிகழ்வெண்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

பிழைகளின் எண்ணிக்கை x	0	1	2	3	4	கூடுதல்
கண்டறியப்பட்ட நிகழ்வெண்கள் (O_i)	211	90	19	5	0	325
எதிர்பார்க்கப்பட்ட நிகழ்வெண்கள் (E_i)	210	92	20	3	0	325

10.3.3 இயல்நிலை பரவலைப் பொறுத்துதல்

இடைவெளிகளில் கொடுக்கப்பட்ட, கண்டறியப்பட்ட தரவுகளுக்கு, இயல்நிலை பரவலைப் பொறுத்துதலில் கீழ்க்கண்ட படிநிலைகள் உள்ளன.

(i) μ மற்றும் σ ஐ கணக்கிடுக.

(ii) இடைவெளியின் கீழ் எல்லை x_i ஐ கணக்கிடுக.

(iii) $z_i = \dfrac{x_i - \mu}{\sigma}$ ஐ காண்க.

(iv) $Z_i\ (Zi) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$ ஐ கணக்கிடுக.

(v) $\triangle \phi\ (Z_i) = \phi\ (Z_{i+1}) - \phi(Z_i)$ ஐ கணக்கிடுக.

(vi) எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் $E_i = = N \triangle \phi(Z_i)$ ஐ கணக்கிடுக.

Ch10_11th Stats TM.indd 324 07/12/2021 13:25:01

எடுத்துக்காட்டு 10.36

கீழ்க்கண்ட தரவின் சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கம் முறையே 79.945 மற்றும் 5.545 எனில், எதிர்பார்க்கப்படும் அலைவெண் பரவலைக் காண்க.

இடைவெளி	60-65	65-70	70-75	75-80	80-85	85-90	90-95	95-100
அலைவெண்	3	21	150	335	326	135	26	4

தீர்வு:

$\mu = 79.945, \sigma = 5.545$, மற்றும் $N = 1000$

எனவே தரவுக்கு பொருந்தக்கூடிய இயல்நிலை பரவலைக் கொண்ட வளைவரையின் சமன்பாடு

$$f(x) = \frac{1}{5.545\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-79.945}{5.545}\right)^2}$$

எதிர்பார்க்கப்படும் இயல்நிலை பரவலின் அலைவெண்கள் கீழ்க்கண்டவாறு பெறப்படுகிறது:

இடைவெளி	இடைவெளியின் கீழ் எல்லை (X_i)	$z_i = \frac{X_i - \mu}{\sigma}$	$\phi(Z_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$	$\Delta\phi(Z_i) = \phi(Z_{i+1}) - \phi(Z_i)$	எதிர் பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் $N \Delta \phi(Z_i)$
< 60	$-\infty$	$-\infty$	0	0.0001	0
60 - 65	60	-3.59693	0.0001	0.0035	$3.5 \approx 4$
65 - 70	65	-2.69522	0.0036	0.0331	$33.1 \approx 33$
70 - 75	70	-1.79351	0.0367	0.15	150
75 - 80	75	-0.89179	0.1867	0.3173	$317.3 \approx 317$
80 - 85	80	0.009919	0.504	0.3146	$314.6 \approx 315$
85 - 90	85	0.911632	0.8186	0.1463	$146.3 \approx 146$
90 - 95	90	1.813345	0.9649	0.0318	$31.8 \approx 32$
95 – 100	95	2.715059	0.9967	0.0032	$3.2 \approx 3$
> 100	100	3.616772	0.9999		

Ch10_11th Stats TM.indd 325 07/12/2021 13:25:02

நினைவில் கொள்க...

- ஈருறுப்பு பரவல் ஒரு தனித்த மாறியின் பரவலாகும். அதன் நிகழ்தகவு திண்மைச் சார்பு

$$P(X=x) = \begin{cases} nC_x p^x q^{n-x} & for\ x = 0,1,2,...n \\ 0 & otherwise \end{cases}$$ இங்கு $q=1-p$

n,p என்பவை ஈருறுப்பு பரவலின் பண்பளவைகள் ஆகும். மேலும் அதன்

(i) சராசரி $= np$; (ii) மாறுபாடு $= npq$; (iii) திட்டவிலக்கம் $= \sqrt{npq}$

(iv) கோட்டளவை $= \dfrac{q-p}{\sqrt{npq}}$; (v) தட்டையளவை $= \dfrac{1-6pq}{npq}$

- பாய்சான் பரவல் ஒரு தனித்த மாறியின் பரவலாகும். அதன் நிகழ்தகவு திண்மைச் சார்பு

$$P(X=x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, ...\infty,$$

- பாய்சான் பரவலின் பண்பளவை λ ஆகும். மேலும்

(i) சராசரி $= \lambda =$ மாறுபாடு (ii) திட்டவிலக்கம் $= \sqrt{\lambda}$

(iii) கோட்டளவை $= \dfrac{1}{\sqrt{\lambda}}$ (iv) தட்டையளவை $= \dfrac{1}{\lambda}$

- செவ்வகப் பரவல் அல்லது சீரான பரவல் என்பது தொடர்ச்சியான மாறியைக் கொண்ட பரவலாகும். அதன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & a < x < b \\ 0 & otherwise \end{cases}$$ செவ்வகப் பரவலின் பண்பளவைகள் a,b ஆகும். அதன்

(i) சராசரி $\mu = \dfrac{a+b}{2}$ (ii) மாறுபாடு $\sigma^2 = \dfrac{(b-a)^2}{12}$

(iii) இடைநிலை அளவு $= \dfrac{a+b}{2}$ (iv) கோட்டளவை $= 0$ (v) தட்டையளவை $= -\dfrac{6}{5}$

- X என்ற தொடர்ச்சியான மாறி, சராசரி μ, மாறுபாட்டளவை σ^2 என்பவற்றைப் பண்பளவைகளாகப் பெற்ற பரவல் இயல்நிலைப் பரவல் எனப்படுகிறது. இயல்நிலைப் பரவலின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left\{\frac{x-\mu}{\sigma}\right\}^2}, \quad -\infty < x < \infty,\ -\infty < \mu < \infty,\ \sigma > 0$$ ஆகும்.

- இயல்நிலைப் பரவலில் :

(i) சராசரி = இடைநிலை அளவு = முகடு = μ (ii) முகடு $= \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$

(iii) கோட்டளவை $\beta_1 = 0$ (iv) தட்டையளவை $\beta_2 = 3$

- இயல்நிலைப் பரவலின் பரப்பளவுப் பண்புகள்
  - (i) $P(-\infty < X < \infty) = 1$
  - (ii) $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = P(-1 < Z < 1) = 0.6826$
  - (iii) $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = P(-2 < Z < 2) = 0.9544$
  - (iv) $P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) = P(-3 < Z < 3) = 0.9973$

பயிற்சி

I. மிகச் சரியான விடையைத் தெரிவு செய்க:

1. வழக்கமான குறியீடுகளின்படி, ஒரு பெர்னௌலி பரவலின் சராசரி மற்றும் மாறுபாடு

   (a) $p, \sqrt{pq}$ (b) p, pq (c) np, npq (d) λ

2. ஒரு பகடையை உருட்டுதலில் ஒரு '6' ஐப் பெறுகிற பெர்னோலியின் பரவல்

   (a) $\left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{1}{2}\right)^{p-x}$ (b) $\left(\frac{1}{6}\right)^x \left(\frac{5}{6}\right)^{1-x}$ (c) $\left(\frac{5}{6}\right)^x \left(\frac{1}{6}\right)^{1-x}$ (d) இவை ஏதுமில்லை

3. $B(n, p)$ -ன் சராசரி மற்றும் மாறுபாடு முறையே

   (a) npq, np (b) $np, \sqrt{npq}$ (c) np, npq (d) $\sqrt{npq}, np$

4. $B(n, p)$ இல் n வெற்றிகளுக்கான நிகழ்தகவு

   (a) $nC_x p^x q^{n-x}$ (b) 1 (c) p^n (d) q^n

5. $X \sim B(n_1, p)$ ஆனது $Y \sim B(n_2, p)$ யோடு சார்பற்றது எனில் $X + Y$ ஆனது எவ்வகை பரவலைக் கொண்டுள்ளது.

   (a) $B(n_1 + n_2, 2p)$ (b) $B(n_1, p)$ (c) $B(n_1 + n_2, p)$ (d) $B(n_2, p)$

6. ஒரு பாய்ஸான் மாறியின் எதிர்பார்ப்பு மதிப்பு 1 எனில் $P(x < 1)$ என்பது

   (a) e^{-1} (b) $1-2e^{-1}$ (c) $1-\frac{5}{2e^{-1}}$ (d) ஏதுமில்லை

7. எப்போது பாய்ஸான் பரவலானது, ஈருறுப்பு பரவலின் ஒரு எல்லை மதிப்பாக இருக்கும்

   (a) $n \to \infty$; $p \to 0$ மற்றும் $np = \sqrt{m}$ (b) $n \to 0$; $p \to \infty$ மற்றும் $p = 1/m$
   (c) $n \to \infty$; $p \to \infty$ மற்றும் $np = m$ (d) $n \to \infty$; $p \to 0$ மற்றும் $np = m$

8. பாய்ஸான் பரவலானது எவற்றோடு தொடர்புடையது

   (a) அரிதான நிகழ்ச்சிகள் (b) நிச்சயமான நிகழ்ச்சி
   (c) நடவா நிகழ்ச்சி (d) ஏறத்தாழ நிச்சய நிகழ்ச்சி

9. $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\right)^9$ என்பது ஓர் ஈருறுப்புப் பரவலைக் குறித்தால், அதன் திட்டவிலக்கம்

   (a) 2 (b) $\sqrt{2}$ (c) 6 (d) 3

Ch10_11th Stats TM.indd 327 07/12/2021 13:25:04

10. ஒரு பாய்ஸான் பரவலில்

(a) சராசரி = மாறுபாடு (b) சராசரி < மாறுபாடு

(c) சராசரி > மாறுபாடு (d) சராசரி ≠ மாறுபாடு

11. $X \sim U(-5, 5)$ எனில் $-5 < x < 5$ என்ற இடைவெளியில், அதன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x)$ ஆனது

(a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{1}{2 \times 5}$ (c) $\frac{1}{5^2}$ (d) $\frac{1}{2}$

12. எப்போது, இயல்நிலை பரவலானது, ஈருறுப்பு பரவலின் ஓர் எல்லை மதிப்பாக இருக்கும்?

(a) $n \longrightarrow \infty$ மற்றும் $p \longrightarrow 0$

(b) $n \longrightarrow 0$ மற்றும் $p \longrightarrow q$

(c) $n \longrightarrow \infty$ மற்றும் $p \longrightarrow n$

(d) $n \longrightarrow \infty$ மற்றும் pயும் q யும் இரண்டும் சிறிய மதிப்புடையது அல்ல

13. $N(\mu, \sigma^2)$ ன் கோட்டளவு மற்றும் தட்டையளவுகள்

(a) 0, 1 (b) 0, 3 (c) 0, 2 (d) 0, 0

14. $N(\mu, \sigma^2)$ல் $P(|X - \mu| < 2\sigma)$ இன் மதிப்பு

(a) 0.9544 (b) 0.6826 (c) 0.9973 (d) 0.0027

15. If $X \sim N(6, 1.2)$ மற்றும் $P(0 < Z < 1) = 0.3413$ எனில் $P(4.8 < X < 7.2)$ ஆனது

(a) 0.3413 (b) 0.6587 (c) 0.6826 (d) 0.3174

II. கோடிட்ட இடத்தை நிரப்புக:

16. ஒரு பெர்னௌலி பரவலில் முயற்சிகளின் எண்ணிக்கை -----------

17. ஒரு ஈருறுப்பு பரவலின் சராசரி மற்றும் மாறுபாடு முறையே 8 மற்றும் 4 எனில், $n\ P(X = 1)$ ஆனது ------------

18. ஓர் ஈருறுப்பு பரவலின் முயற்சிகள் ----------

19. $X \sim U(a, b)$ எனில், அதன் மாறுபாடு -------------

20. ------------ ஒரு திட்ட இயல்நிலை பரவலைக் குறிக்கிறது.

III. குறு வினா (ஓரிரு சொற்களில் விடையளி)

21. பெர்னௌலி பரவலின் பண்புகளைக் கூறுக.

22. ஓர் ஈருறுப்பு பரவலுக்கான நிபந்தனைகளைக் கூறுக

Ch10_11th Stats TM.indd 328 07/12/2021 13:25:05

23. 'ஓர் ஈருறுப்பு பரவலின் சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கம் முறையே 7 மற்றும் 4' என்ற கூற்றைப் பற்றிய உமது கருத்தைக் கூறுக.

24. $(0.68 + 0.32)^{10}$ என்ற ஈருறுப்பு பரவல், இரண்டு வெற்றிகளுக்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

25. ஒரு துறைமுகத்தில், 10 கப்பல்களில் சராசரியாக 8 கப்பல்கள் பாதுகாப்பாக கரை சேருகின்றன எனில், 1600 கப்பல்களில், கரை சேரும் கப்பல்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும் பரவலின் சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கம் காண்க.

26. ஒரு பாய்ஸான் பரவலிற்கு இரு எடுத்துக்காட்டுகள் தருக

27. ஒரு பாய்ஸான் பரவலின் மாறுபாடு 0.5 எனில் P(X=3) ஐ கணக்கிடுக. $[e^{-0.5} = 0.6065]$

28. ஒரு பாய்ஸான் பரவலின் குணங்களைக் கூறுக.

29. X ஓ என்பது ஒரு பாய்ஸான் மாறி என்க. மேலும் $P(X=1) = P(X = 2)$ எனில் அதன் சராசரியைக் கணக்கிடு.

30. ஏன் U (a, b) இ ஒரு செவ்வக பரவல் என அழைக்கப்படுகிறது.

31. $X \sim U(-10, 10)$ எனில் X இன் சராசரி மற்றும் மாறுபாடு காண்க.

32. B (n, p) ஆனது, $N(\mu, \sigma^2)$ வாக மாறுவதற்கான நிபந்தனைகளைக் கூறுக.

33. ஒரு பாய்ஸான் பரவலானது ஒரு இயல் நிலை பரவலாக மாறுவதற்கான நிபந்தனைகளைக் கூறுக.

34. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ என இருக்கும் போது $P(|X - \mu| < 3\sigma)$ ன் மதிப்பைக் காண்க

35. திட்ட இயல் நிலை பரவலைப் பற்றி ஒரு குறிப்பு வரைக.

36. இயல் நிலை பரவலின் பரப்பு சம்பந்தப்பட்ட பண்புகளைக் கூறுக.

IV. சிறு வினா (ஓரிரு சொற்றொடரில் விடையளி):

37. ஒரு தானியங்கி இயந்திரம் தயாரித்த திருகுகளில் 10% குறைபாடு உடையன. அத்தயாரிப்புகளிலிருந்து 20 திருகுகள் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகையில் (i) சரியாக 2 மட்டும் (ii) அதிக பட்சம் 3 மட்டும் (iii) குறைந்தது 2 திருகுகள் குறைபாடு உடையவைகளாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

38. 100 கைக்கடிகாரங்கள் உள்ள ஒரு பெட்டியில் 20 குறைபாடுடையன. அதிலிருந்து 10 கைக்கடிகாரங்கள் எடுக்கப்படுகையில் (i) 10 குறைபாடு உடையவையாக (ii) அதிகபட்சம் 3 குறைபாடு உடையவையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

39. ஒரு தயாரிப்பாளர் தயாரிக்கும் தொலைக்காட்சிப் பெட்டியில் 5% குறைபாடு உடையன. 100 பெட்டிகள் கொண்ட தொகுப்பாக தொலைக்காட்சி பெட்டிகளை விற்றார். மேலும் 4

Ch10_11th Stats TM.indd 329 07/12/2021 13:25:05

பெட்டிகளுக்கு மேல் குறைபாடு இருக்காது எனவும் வாக்குறுதி கொடுக்கிறார். அத்தொகுப்பானது அவர் கொடுத்த வாக்குறுதியை பொய்ப்பிப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க $[e^{-5} = 0.0067]$

40. பெருமளவு தொழிலாளிகளைக் கொண்டு செயல்படும் ஒரு தொழிற்சாலை, சராசரியாக ஒரு வேலை நேரத்தில் 3 தொழிலாளிகள் வருகைபுரியாமல் இருக்கின்றனர் என்று ஒரு நீண்டகால ஆய்விற்குப் பின் கண்டறிகின்றனர். ஒரு குறிப்பிட்ட வேலை நேரத்தில் (i) சரியாக 2 தொழிலாளிகள் (ii) 4 பேருக்கு அதிகமான தொழிலாளிகள் வருகைபுரியாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

41. ஒரு தொழிற்கல்விக்கான நுழைவுத்தேர்விற்குப் பயிற்சி அளிக்கும் 100 பேராசிரியர்களுக்கு அளிக்கப்படும் ஊதியம், சராசரி ரூ.700 மற்றும் திட்டவிலக்கம் ரூ.50 என உள்ள ஓர் இயல்நிலை பரவலாக இருக்கிறது, எனில் (i) ரூ.700க்கும் ரூ.720க்கும் இடையில் (ii) ரூ.750க்கு அதிகமாக ஊதியம் பெறும் பேராசிரியர்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க

V. விரிவான விடையளி :

42. ஓர் ஈருறுப்புப் பரவலின் கோட்டளவு மற்றும் தட்டையளவு முறையே 1/6 மற்றும் – 11/36 எனில், அந்த ஈருறுப்புப் பரவலைக் காண்க.

43. 4 பகடைகள் ஒன்றாக 200 தடவைகள் உருட்டப்படுகின்றன. கீழ்க்கண்ட தரவிற்கு ஓர் ஈருறுப்புப் பரவலைப் பொருத்துக. மேலும் 4, 5 (அல்லது) 6 என்ற எண்களைப் பெறுவதற்கான எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண்களையும் காண்க.

4,5,6 பெறுதல்	0	1	2	3	4	மொத்தம்
எண்ணிக்கை	62	85	40	11	2	200

44. தயாராகும் 100 வானொலிகளில் (மகிழுந்தில் பொருந்தக்கூடியது) குறைகளின் எண்ணிக்கை கீழுள்ளவாறு பதிவு செய்யப்படுகிறது.

குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கை	0	1	2	3	4
பெட்டிகளின் எண்ணிக்கை	79	18	2	1	0

இதற்கு ஒரு பாய்ஸான் பரவலைப் பொறுத்துக. மேலும் எதிர்பார்க்கப்படும் அலைவெண்களையும் காண்க

45. 80 பிறப்புகளில் ஒரு பிறப்பு இரட்டையராக இருக்கிறது என எடுத்துக்கொண்டு, ஒரு நாளில் நிகழும் 30 பிறப்புகளில் 2 அல்லது அதற்கு மேலும் இரட்டையராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளை(i)ஈருறுப்பு பரவலைக் கொண்டு (ii) பாய்ஸான் பரவலைக் கொண்டு ஒப்பிடுக

46. ஓர் இயல்நிலை பரவலில் 8% மதிப்புகள் 72 ஐவிட குறைவாகவும் 99% மதிப்புகள் 53ஐ விட அதிகமாகவும் இருக்கிறது எனில் அப்பரவலின் சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கம் காண்க.

47. ஓர் இயல்நிலைப் பரவலின் சராசரி 150 மற்றும் திட்டவிலக்கம் 10 எனில் 60% மைய மதிப்புகளை உள்ளடக்கிய எல்லை மதிப்புகளைக் காண்க.

48. 4 நாணயங்கள் ஒன்றாக 64 தடவைகள் சுண்டப்படுகின்றன. அவற்றில் கண்ட தலைகளின் எண்ணிக்கையின் நிகழ்தகவுகளின் எண்ணிக்கை கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

தலைகளின் எண்ணிக்கை	0	1	2	3	4
நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை	3	15	23	17	6

இப்பரவலுக்கு ஓர் ஈருறுப்பு பரவலைப் பொறுத்தி எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

49. ஒரு மணி நேரத்தில், ஒரு ஏரியில் பிடிக்கப்பட்ட சராசரி மீன்களின் எண்ணிக்கை (தூண்டில் மூலமாக) 0.66 எனில் 7 மணி நேரத்தில் (i) மீன் கிடைக்கவில்லை (ii) 2 மீன்கள் (iii) அதிகபட்சம் 3 மீன்கள் (iv) குறைந்தது 1 மீன் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க

50. கல்வித்துறை ஒரு பயிற்சி வகுப்பினை நடத்துகிறது. அப்பயிற்சிக்குப்பின் நடத்திய தேர்வில் மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் ஓர் இயல்நிலைப் பரவலாக உள்ளது. மேலும் சில மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களுக்குத் தொடர்புடைய Z மதிப்புகள் கீழ்க்கண்டவாறு கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது.

ரோஹித் 1.1	பவித்ரா -2.00	டேவிட் 0.0
ரஹீம் 1.70	பிரியா -1.60	ஃபஸினா -0.8

(i) இம்மாணவர்களில் எந்தெந்த மாணவர்கள் சராசரியைவிட அதிகம் பெற்றிருக்கின்றனர்?

(ii) இம்மாணவர்களில் எந்தெந்த மாணவர்கள் சராசரியைவிட குறைவாகப் பெற்றிருக்கின்றனர்?

(iii) இப்பரவலின் சராசரி 150 மற்றும் திட்டவிலக்கம் 20 எனில் ஒவ்வொரு மாணவனும் பெற்ற மதிப்பெண் யாவை?

விடைகள் :

I. 1. (b) 2. (b) 3. (c) 4. (c) 5. (c) 6. (a) 7. (d) 8. (a) 9. (b)

10. (a) 11. (b) 12. (d) 13. (b) 14. (a) 15. (c)

II. 16. 1 17. $\frac{1}{2^{12}}$ 18. சார்பற்றவை 19. $\frac{(b-a)^2}{12}$ 20. N (0, 1)

III. 24. $10C_2 0.32^2\ 0.68^8$ 25. சராசரி = 1280 திட்டவிலக்கம் = 16 27. 0.0126

29. சராசரி $\lambda = 2$ 31. சராசரி = 0; மாறுபாடு = $\frac{100}{3}$ 34. 0.9973

IV. 37. (i) $0.9^{18} \times 1.90$ (ii) $0.9^{20} \times 7.1317$ (iii) $1\text{-}0.9^{20} \times 3.222$

38. (i) 0.2^{10} (ii) $(0.8)^{10}(8.19)$ 39. 0.5595 40. (i) 0.2240 (ii) 0.1847

41. (i) 16 (ii) 16

V. 43. (i) $p(x) = 4C_x\,(0.2575)^x\ (0.7425)^{4-x}$ (ii) 60, 84, 45,10, 1

44. (i) $p(x) = e^{-0.25}\ \frac{0.25^x}{x!}$ (ii) 78, 20, 2, 0, 0

45. (i) 0.05395 (ii) 0.05498 46. சராசரி = 100 திட்டவிலக்கம் = 20

47. (141.589, 158.411)

48. $p = 0.53125$

தலைகளின் எண்ணிக்கை	0	1	2	3	4
எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை	3	14	24	18	5

49. (i) 0.5168513, (ii) 0.1125702, (iii) 0.99530888, (iv) 0.4840

50. (i) ரோஹித், ரஹீம் (ii) பவித்ரா, பிரியா, ஃபாசினா

(iii)

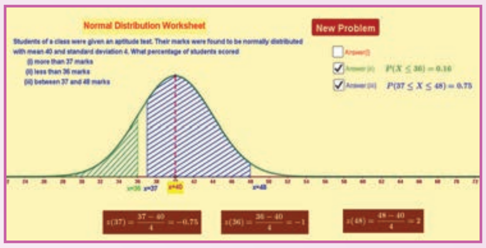
மாணவர்	ரோஹித்	பவித்ரா	டேவிட்	ரஹீம்	பிரியா	ஃபாசினா
மதிப்பெண்	172	110	150	184	118	134

Ch10_11th Stats TM.indd 332 07/12/2021 13:25:07

இணையச்செயல்பாடு

இயல்நிலை நிகழ்தகவு–பயிற்சி

இயல்நிலை நிகழ்தகவை அறிவோமா ?

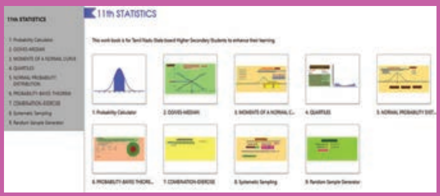


படிகள்

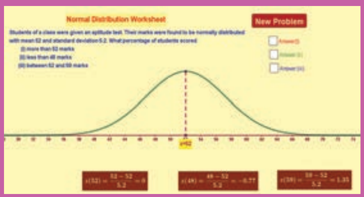
1. கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக்குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி GeoGebra பக்கத்திற்குச் செல்க. "11th Standard Statistics" எனும் GeoGebra பணிப்புத்தகத்தில் "Normal Probability Distribution" க்கான பணித்தாளை எடுத்துக் கொள்ளவும்
2. இயல்நிலை நிகழ்தகவுக்கான ஒரு கணக்கு தோன்றும். வலப்பக்கத்தில் ஒவ்வொரு பெட்டியாகத் தேர்வு செய்து அதன் விடையைச் சரிபார்க்கவும்.
3. "New Problem" –ஐ சொடுக்கினால் புதிய கணக்கு தோன்றும். மீண்டும் மீண்டும் பயிற்சி செய்து பார்க்கவும்.

குறிப்பு: X–அச்சு வளைகோட்டை தொடுவது போல் தோற்றமளிக்கும். ஆனால் படத்தைப் பெரிது படுத்தி பார்த்தால்தான் அவை தொடாமல் செல்வது தெரியும்.

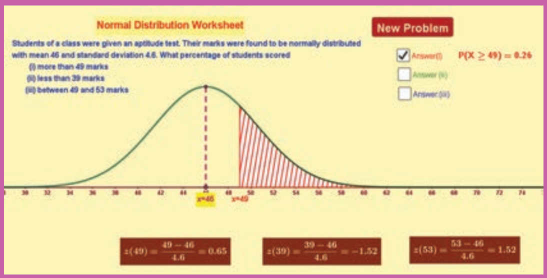
படி 1



படி 2



படி 3



* படங்கள் அடையாளத்திற்கு மட்டுமே.

உரலி:

https://ggbm.at/uqVhSJWZ

Ch10_11th Stats TM.indd 333 07/12/2021 13:25:08

பதினொன்றாம் வகுப்பு – புள்ளியியல் செய்முறை

அறிமுகம்

புள்ளியியல் அணுகுமுறைகள் அன்றாட வாழ்வில் நமக்கு முக்கியமானவைகளாகும். உற்பத்தி, நுகர்வு, விநியோகம், வங்கிப்பரிவர்த்தனை மற்றும் காப்பீடு, வணிகம், போக்குவரத்து போன்ற பல்வேறு நடவடிக்கைகள் தொடர்பான தரவுகளின் பகுப்பாய்வில் அவை பயன்படுத்தப்படுகின்றன. கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்ய, பல்வேறு புள்ளியியல் பகுப்பாய்வு முறைகளுள் தகுந்தவற்றை தெரிவு செய்து பயன்படுத்தும் வாய்ப்பினையும் அதற்கான சிந்தனையைத் தூண்டும் வகையில் செய்முறைப் பயிற்சி அமைகிறது.

பதினொன்றாம் வகுப்பு செய்முறைப் பாடப் பகுதியில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தலைப்புகளில் பாடப் பகுதியில் உள்ள எடுத்துக் காட்டுகள் அல்லது பயிற்சி வினாக்கள் அல்லது இவை தொடர்பான வாழ்வியல் சூழலுக்கு ஏற்ற வினாக்கள் கொடுக்கப்படும். செய்முறை வினாத்தாளானது இரு பிரிவுகளைக் கொண்டதாகும். ஒவ்வொரு பிரிவிலும் ஐந்து வினாக்கள் கொடுக்கப்பட்டு, மாணவர்கள் பிரிவிற்கு இரண்டு வினாக்கள் வீதம் மொத்தம் நான்கு வினாக்களுக்கு விடையளிக்க வேண்டும்.

புள்ளியியல் செய்முறைப் பயிற்சியின் நோக்கங்கள்

- இது ஒத்ததரவுகளுடன் ஒப்பிடஉதவுகிறது
- தரவுகளை அட்டவணைப்படுத்துதல்
- அட்டவணைப்படுத்தப்பட்ட தரவுகளைப் படவடிவத் தரவுகளுடன் ஒப்பிடுதல்
- தரவுகளை வரைபடத்தில் குறித்தல்
- தரவுகளைப் பொருத்தமான படங்களில் குறித்தல்
- படவடிவத்தரவுகளையும் வரைபடத்தரவுகளையும் வேறுபடுத்துதல்
- கணிதச் சராசரிகள் மற்றும் நிலைப்படுத்தப்பட்ட சராசரியைக் கணக்கிடுகிடல்
- கால்மானம், பதின்மானம், நூற்றுமானங்கள் ஆகியவற்றைக் கணக்கிடல் மற்றும் விளக்குதல்
- பரவல் அல்லது சிதறல் அளவைகள் காணல்
- நிகழ்தகவு தேற்றங்களைப் புரிந்து கொண்டு அவற்றைக் கணக்கீடுகளில் பயன்படுத்துதல்
- கோட்ட அளவைக் கணக்கிடுதல்
- ஈருறுப்பு மற்றும் பாய்சான் பரவல்களப் பொருத்துதல்

மாணவர்க்கான குறிப்புகள்

மாணவர்கள் அனைத்துச் செய்முறை வகுப்புகளுக்கும் வருகைதர வேண்டும். கருத்தியல் கணக்குகளுக்கும் செய்முறைக் கணக்குகளுக்கும் இடையில் நெருங்கிய தொடர்பு உள்ளது என்பதையும் அவர்கள் நினைவிற் கொள்ள வேண்டும்.

- கீழ்க்கண்டவற்றைத் தவறாமல் செய்முறை வகுப்புகளுக்குக் கொண்டு வரவேண்டும்
  - செய்முறைக்குறிப்பேடு
  - செய்முறைப்பதிவேடு
  - சீவியபென்சில்
  - அழிப்பான்
  - அளவுகோல்
  - வரைபடத்தாள்

Practicals_11th_Stats_TM.indd 334 2/17/2019 12:20:38 PM

- ➢ கவராயம் மற்றும் பாகைமானி
- ➢ கணிப்பான் (Calculator)

- ❖ செய்முறைப் பாடத்திற்குத் தொடர்புடைய கருத்தியல் பாடத்தைப் பயின்றுவர வேண்டும்.
- ❖ திருத்தம் செய்யவும் மதிப்பிடவும் செய்முறைப்பதிவேட்டை முறையாகச் சமர்ப்பிக்க வேண்டும்.
- ❖ புள்ளியியல் ஆய்வகத்தில் அமைதியையும் கட்டுப்பாட்டையும் கடைப்பிடிக்க வேண்டும்.
- ❖ செய்முறைக்குறிப்பேட்டில் செய்முறையின் நாள் மற்றும் வரிசை எண்ணைக் குறிக்க வேண்டும்.

பிரிவு அ

1. நிகழ்வெண் அட்டவணை அமைத்தல் – இருமாறிகள், தண்டு – இலை வரைபடம்
2. தரவுகளைப் படவடிவில் விளக்குதல்
3. வரைபட வடிவில் அமைத்தல் – நிகழ்வெண் பன்முகம் வரை படம் (Frequency Polygon), நிகழ்வெண் வளை கோடு (Frequency Curve) மற்றும் குவிவு நிலைவெண் வளைகோடு (Ogive)
4. மையப் போக்களவைகள் – சராசரி/இடைநிலை/முகடு, பெருக்கு சராசரி மற்றும் இசைச் சராசரி
5. சிதறல் அளவைகள் – மாறுப்பாட்டுக் கெழு (CV), அரை இடைக்கால்மான வீச்சு (QD), கோட்டக் கெழு மற்றும் கட்ட – விஸ்கர் படம்.

பிரிவு ஆ

1. நிகழ்தகவு மற்றும் நிபந்தனை நிகழ்தகவுகளில் எளிய கணக்குகள்.
2. நிகழ்தகவு பரவல் சார்பு மற்றும் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு – தனித்த வாய்ப்பு மாறிகளின் சராசரி மற்றும் மாறுபாட்டளவை காணல்.
3. ஈருறுப்பு பரவலைப் பொருத்துதல்
4. பாய்சான் பரவலைப் பொருத்துதல்

செய்முறைப் பயிற்சி வினாக்களுக்கான விடைகளில் பின்வரும் தலைப்புகள் இடம் பெற வேண்டும்.

- ➢ நோக்கம்
- ➢ சரியான புள்ளியியல் பகுப்பாய்வு முறையைத் தேர்ந்தெடுத்தல்.
- ➢ சூத்திரம்
- ➢ கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளைச் சூத்திரத்தில் பிரதியிடல்.
- ➢ கணக்கீடுகள்
- ➢ முடிவு

(தேவையான இடங்களில் வரைபடங்கள்/படங்கள் வரையப்பட வேண்டும்)

Practicals_11th_Stats_TM.indd 335 2/17/2019 12:20:38 PM

கலைச் சொற்கள்

நிபுணத்துவ அளவீட்டு அறிவியல்	Actuarial Science
கூட்டுச்சராசரி	Arithmetic Mean (AM)
பெருந்தரவுகள்	Big data
ஈருறுப்புப் பரவல்	Binomial Distribution
ஈருறுப்புத் தொடர்	Binomial series
கட்ட விளக்கப்படம்	Boxplot
நுண்கணிதம்	Calculus
அட்டவணையின் நிரல்தலைப்பு	Caption (Column heading)
மைய விலக்கப் பெருக்குத் தொகைகள்	Central Moments
சிறப்பியல்புச் சார்பு	Characteristic function
காலம் சார் வகைப்படுத்துதல்	Chronological classification
மாறுபாட்டுக் கெழு	Coefficient of variation (CV)
சேர்மானங்கள்	Combination
கூறுபட்டை விளக்கப்படம்	Component bar diagram
நிபந்தனை நிகழ்தகவு	Conditional probability
தொடர் நிகழ்வெண் பரவல்	Continuous distribution
ஏதுவான மாதிரி கணிப்பு முறை	Convenience sampling
குவிவு நிகழ்வெண் வளைவரை (ஓஜைவ்)	Cumulative frequency curve (Ogive)
குவிவு நிகழ்வெண் பரவல்	Cumulative frequency distribution
பதின்மானங்கள்	Deciles
வரையறுத்த தொகை	Definite integral
வகையிடல்	Differentiation
தனித்த நிகழ்வெண் பரவல்	Discrete distribution
பரவல் சார்பு	Distribution function
கணக்கெடுப்பாளர்	Enumerators
வரிசை காரணிப்பெருக்கல், இயலெண் தொடர்பெருக்கல்	Factorial
நிகழ்வெண் பரவல்	Frequency distribution
நிகழ்வெண் பன்முக வரைபடம்	Frequency polygon
இடம் சார் வகைப்படுத்துதல்	Geographical classification
பெருக்கு சராசரி	Geometric Mean (GM)
பெரும் தரவுகளைக் கையாளும் ஒரு மென்பொருள்	Hadoop
இசைவுச் சராசரி	Harmonic Mean (HM)
பரவல் செவ்வகப் படம்	Histogram
சார்பற்ற நிகழ்ச்சிகள்	Independent events
தொகையிடல்	Integration
இணைந்த நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு	Joint probability density function
இணைந்த நிகழ்தகவு திண்மைச் சார்பு	Joint probability mass function
நோக்கமுடைய மாதிரி கணிப்பு முறை	Judgement sampling
தட்டை அளவை	Kurtosis
இறுதிநிலை நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு	Marginal probability density function
இறுதிநிலை நிகழ்தகவு திண்மைச் சார்பு	Marginal probability mass function
கணித எதிர்பார்த்தல்	Mathematical Expectation
கணித நிகழ்தகவு (முந்தைய அணுகுமுறை)	Mathematical probability
சராசரி விலக்கம்	Mean deviation
அளவீட்டு அளவைகள்	Measurement scales

GlosaryStats_XI_EM.indd 336 07/12/2021 13:25:37

மையப்போக்கு அளவைகள்	Measures of central tendency
சிதறல் அளவைகள்	Measures of dispersion
இடைநிலை அளவு	Median
முகடு	Mode
விலக்கப் பெருக்கத்தொகை உருவாக்கும் சார்பு	Moment Generating Function(MGF)
பலகட்ட பட்டை விளக்கப்படம்	Multiple bar diagram
ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள்	Mutually exclusive events
இயல்நிலை பரவல்	Normal Distribution
பண்பளவை	Parameter
பெரிட்டோ வரைபடம்	Pareto diagram
விழுக்காடு பட்டை விளக்கப்படம்	Percentage bar diagram
நூற்றுமானங்கள்	Percentiles
வரிசை மாற்றங்கள்	Permutation
உருவ விளக்கப்படம்	Pictogram
வட்ட விளக்கப்படம்	Pie diagram
பாய்சான் பரவல்	Poisson Distribution
முழுமைத் தொகுதி	Population
முதல்நிலை தரவுகள்	Primary data
நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு	Probability density function (pdf)
நிகழ்தகவு திண்மைச் சார்பு	Probability mass function (pmf)
நிகழ்தகவு மாதிரி கணிப்பு முறை	Probability sampling
பண்பு சார் வகைப்படுத்துதல்	Qualitative classification
அளவின் மூலம் வகைப்படுத்துதல்	Quantitative classification
கால்மானங்கள்	Quartiles
வினாவிடை பட்டியல்	Questionnaire
ஒதுக்கீட்டு மாதிரி கணிப்பு முறை	Quota sampling
வாய்ப்பு சோதனை	Random experiment
வாய்ப்பு மாறிகள்	Random variable
விலக்கப் பெருக்குத் தொகைகள்	Raw Moments
செவ்வக பரவல், சீரான பரவல்	Rectangular or Uniform Distribution
மாதிரி, கூறு	Sample
மாதிரி கணிப்பு	Sampling
மாதிரி கணிப்புப் பிழை	Sampling Error
இரண்டாம் நிலை தரவுகள்	Secondary data
எளிய பட்டை விளக்கப்படம்	Simple bar diagram
எளிய வாய்ப்பு மாதிரி கணிப்பு முறை	Simple random sampling
கோட்ட அளவை	Skewness
பனிபந்து மாதிரி கணிப்பு முறை	Snowball sampling
திட்ட விலக்கம்	Standard Deviation (SD)
Z என்பது திட்ட இயல்நிலை மாறி	Standard normal variate Z
புள்ளியியல் நிகழ்தகவு (பிந்தைய அணுகுமுறை)	Statistical probability
தண்டு இலை வரைபடம்	Stem and Leaf Plot
படுகை முறை மாதிரி கணிப்பு முறை	Stratified random sampling
அட்டவணையின் நிரைதலைப்பு	Stub (Row heading)
முறை சார்ந்த மாதிரி கணிப்பு முறை	Systematic random sampling
தரவுகளை அட்டவணையிடுதல்	Tabulation of data
விலக்க வர்க்க சராசரி, மாறுபாட்டு அளவை	Variance

GlosaryStats_XI_EM.indd 337 07/12/2021 13:25:38

மடக்கை

											Mean Difference								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0.0000	0.0043	0.0086	0.0128	0.0170	0.0212	0.0253	0.0294	0.0334	0.0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
1.1	0.0414	0.0453	0.0492	0.0531	0.0569	0.0607	0.0645	0.0682	0.0719	0.0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
1.2	0.0792	0.0828	0.0864	0.0899	0.0934	0.0969	0.1004	0.1038	0.1072	0.1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
1.3	0.1139	0.1173	0.1206	0.1239	0.1271	0.1303	0.1335	0.1367	0.1399	0.1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
1.4	0.1461	0.1492	0.1523	0.1553	0.1584	0.1614	0.1644	0.1673	0.1703	0.1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
1.5	0.1761	0.1790	0.1818	0.1847	0.1875	0.1903	0.1931	0.1959	0.1987	0.2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
1.6	0.2041	0.2068	0.2095	0.2122	0.2148	0.2175	0.2201	0.2227	0.2253	0.2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
1.7	0.2304	0.2330	0.2355	0.2380	0.2405	0.2430	0.2455	0.2480	0.2504	0.2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
1.8	0.2553	0.2577	0.2601	0.2625	0.2648	0.2672	0.2695	0.2718	0.2742	0.2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
1.9	0.2788	0.2810	0.2833	0.2856	0.2878	0.2900	0.2923	0.2945	0.2967	0.2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
2.0	0.3010	0.3032	0.3054	0.3075	0.3096	0.3118	0.3139	0.3160	0.3181	0.3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
2.1	0.3222	0.3243	0.3263	0.3284	0.3304	0.3324	0.3345	0.3365	0.3385	0.3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
2.2	0.3424	0.3444	0.3464	0.3483	0.3502	0.3522	0.3541	0.3560	0.3579	0.3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
2.3	0.3617	0.3636	0.3655	0.3674	0.3692	0.3711	0.3729	0.3747	0.3766	0.3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
2.4	0.3802	0.3820	0.3838	0.3856	0.3874	0.3892	0.3909	0.3927	0.3945	0.3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
2.5	0.3979	0.3997	0.4014	0.4031	0.4048	0.4065	0.4082	0.4099	0.4116	0.4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
2.6	0.4150	0.4166	0.4183	0.4200	0.4216	0.4232	0.4249	0.4265	0.4281	0.4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
2.7	0.4314	0.4330	0.4346	0.4362	0.4378	0.4393	0.4409	0.4425	0.4440	0.4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
2.8	0.4472	0.4487	0.4502	0.4518	0.4533	0.4548	0.4564	0.4579	0.4594	0.4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
2.9	0.4624	0.4639	0.4654	0.4669	0.4683	0.4698	0.4713	0.4728	0.4742	0.4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
3.0	0.4771	0.4786	0.4800	0.4814	0.4829	0.4843	0.4857	0.4871	0.4886	0.4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
3.1	0.4914	0.4928	0.4942	0.4955	0.4969	0.4983	0.4997	0.5011	0.5024	0.5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
3.2	0.5051	0.5065	0.5079	0.5092	0.5105	0.5119	0.5132	0.5145	0.5159	0.5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
3.3	0.5185	0.5198	0.5211	0.5224	0.5237	0.5250	0.5263	0.5276	0.5289	0.5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
3.4	0.5315	0.5328	0.5340	0.5353	0.5366	0.5378	0.5391	0.5403	0.5416	0.5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
3.5	0.5441	0.5453	0.5465	0.5478	0.5490	0.5502	0.5514	0.5527	0.5539	0.5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
3.6	0.5563	0.5575	0.5587	0.5599	0.5611	0.5623	0.5635	0.5647	0.5658	0.5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
3.7	0.5682	0.5694	0.5705	0.5717	0.5729	0.5740	0.5752	0.5763	0.5775	0.5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
3.8	0.5798	0.5809	0.5821	0.5832	0.5843	0.5855	0.5866	0.5877	0.5888	0.5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
3.9	0.5911	0.5922	0.5933	0.5944	0.5955	0.5966	0.5977	0.5988	0.5999	0.6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
4.0	0.6021	0.6031	0.6042	0.6053	0.6064	0.6075	0.6085	0.6096	0.6107	0.6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
4.1	0.6128	0.6138	0.6149	0.6160	0.6170	0.6180	0.6191	0.6201	0.6212	0.6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.2	0.6232	0.6243	0.6253	0.6263	0.6274	0.6284	0.6294	0.6304	0.6314	0.6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.3	0.6335	0.6345	0.6355	0.6365	0.6375	0.6385	0.6395	0.6405	0.6415	0.6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.4	0.6435	0.6444	0.6454	0.6464	0.6474	0.6484	0.6493	0.6503	0.6513	0.6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.5	0.6532	0.6542	0.6551	0.6561	0.6571	0.6580	0.6590	0.6599	0.6609	0.6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.6	0.6628	0.6637	0.6646	0.6656	0.6665	0.6675	0.6684	0.6693	0.6702	0.6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
4.7	0.6721	0.6730	0.6739	0.6749	0.6758	0.6767	0.6776	0.6785	0.6794	0.6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
4.8	0.6812	0.6821	0.6830	0.6839	0.6848	0.6857	0.6866	0.6875	0.6884	0.6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
4.9	0.6902	0.6911	0.6920	0.6928	0.6937	0.6946	0.6955	0.6964	0.6972	0.6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8
5.0	0.6990	0.6998	0.7007	0.7016	0.7024	0.7033	0.7042	0.7050	0.7059	0.7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
5.1	0.7076	0.7084	0.7093	0.7101	0.7110	0.7118	0.7126	0.7135	0.7143	0.7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
5.2	0.7160	0.7168	0.7177	0.7185	0.7193	0.7202	0.7210	0.7218	0.7226	0.7235	1	2	2	3	4	5	6	7	7
5.3	0.7243	0.7251	0.7259	0.7267	0.7275	0.7284	0.7292	0.7300	0.7308	0.7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
5.4	0.7324	0.7332	0.7340	0.7348	0.7356	0.7364	0.7372	0.7380	0.7388	0.7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7

LogTable_Stats_XI_EM.indd 338 2/17/2019 12:49:13 PM

மடக்கை

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Difference 1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	0.7404	0.7412	0.7419	0.7427	0.7435	0.7443	0.7451	0.7459	0.7466	0.7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
5.6	0.7482	0.7490	0.7497	0.7505	0.7513	0.7520	0.7528	0.7536	0.7543	0.7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
5.7	0.7559	0.7566	0.7574	0.7582	0.7589	0.7597	0.7604	0.7612	0.7619	0.7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
5.8	0.7634	0.7642	0.7649	0.7657	0.7664	0.7672	0.7679	0.7686	0.7694	0.7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
5.9	0.7709	0.7716	0.7723	0.7731	0.7738	0.7745	0.7752	0.7760	0.7767	0.7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
6.0	0.7782	0.7789	0.7796	0.7803	0.7810	0.7818	0.7825	0.7832	0.7839	0.7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
6.1	0.7853	0.7860	0.7868	0.7875	0.7882	0.7889	0.7896	0.7903	0.7910	0.7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
6.2	0.7924	0.7931	0.7938	0.7945	0.7952	0.7959	0.7966	0.7973	0.7980	0.7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
6.3	0.7993	0.8000	0.8007	0.8014	0.8021	0.8028	0.8035	0.8041	0.8048	0.8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.4	0.8062	0.8069	0.8075	0.8082	0.8089	0.8096	0.8102	0.8109	0.8116	0.8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.5	0.8129	0.8136	0.8142	0.8149	0.8156	0.8162	0.8169	0.8176	0.8182	0.8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.6	0.8195	0.8202	0.8209	0.8215	0.8222	0.8228	0.8235	0.8241	0.8248	0.8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.7	0.8261	0.8267	0.8274	0.8280	0.8287	0.8293	0.8299	0.8306	0.8312	0.8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.8	0.8325	0.8331	0.8338	0.8344	0.8351	0.8357	0.8363	0.8370	0.8376	0.8382	1	1	2	3	3	4	4	5	6
6.9	0.8388	0.8395	0.8401	0.8407	0.8414	0.8420	0.8426	0.8432	0.8439	0.8445	1	1	2	2	3	4	4	5	6
7.0	0.8451	0.8457	0.8463	0.8470	0.8476	0.8482	0.8488	0.8494	0.8500	0.8506	1	1	2	2	3	4	4	5	6
7.1	0.8513	0.8519	0.8525	0.8531	0.8537	0.8543	0.8549	0.8555	0.8561	0.8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
7.2	0.8573	0.8579	0.8585	0.8591	0.8597	0.8603	0.8609	0.8615	0.8621	0.8627	1	1	2	2	3	4	4	5	5
7.3	0.8633	0.8639	0.8645	0.8651	0.8657	0.8663	0.8669	0.8675	0.8681	0.8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
7.4	0.8692	0.8698	0.8704	0.8710	0.8716	0.8722	0.8727	0.8733	0.8739	0.8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5
7.5	0.8751	0.8756	0.8762	0.8768	0.8774	0.8779	0.8785	0.8791	0.8797	0.8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
7.6	0.8808	0.8814	0.8820	0.8825	0.8831	0.8837	0.8842	0.8848	0.8854	0.8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
7.7	0.8865	0.8871	0.8876	0.8882	0.8887	0.8893	0.8899	0.8904	0.8910	0.8915	1	1	2	2	3	3	4	4	5
7.8	0.8921	0.8927	0.8932	0.8938	0.8943	0.8949	0.8954	0.8960	0.8965	0.8971	1	1	2	2	3	3	4	4	5
7.9	0.8976	0.8982	0.8987	0.8993	0.8998	0.9004	0.9009	0.9015	0.9020	0.9025	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.0	0.9031	0.9036	0.9042	0.9047	0.9053	0.9058	0.9063	0.9069	0.9074	0.9079	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.1	0.9085	0.9090	0.9096	0.9101	0.9106	0.9112	0.9117	0.9122	0.9128	0.9133	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.2	0.9138	0.9143	0.9149	0.9154	0.9159	0.9165	0.9170	0.9175	0.9180	0.9186	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.3	0.9191	0.9196	0.9201	0.9206	0.9212	0.9217	0.9222	0.9227	0.9232	0.9238	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.4	0.9243	0.9248	0.9253	0.9258	0.9263	0.9269	0.9274	0.9279	0.9284	0.9289	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.5	0.9294	0.9299	0.9304	0.9309	0.9315	0.9320	0.9325	0.9330	0.9335	0.9340	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.6	0.9345	0.9350	0.9355	0.9360	0.9365	0.9370	0.9375	0.9380	0.9385	0.9390	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.7	0.9395	0.9400	0.9405	0.9410	0.9415	0.9420	0.9425	0.9430	0.9435	0.9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
8.8	0.9445	0.9450	0.9455	0.9460	0.9465	0.9469	0.9474	0.9479	0.9484	0.9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
8.9	0.9494	0.9499	0.9504	0.9509	0.9513	0.9518	0.9523	0.9528	0.9533	0.9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.0	0.9542	0.9547	0.9552	0.9557	0.9562	0.9566	0.9571	0.9576	0.9581	0.9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.1	0.9590	0.9595	0.9600	0.9605	0.9609	0.9614	0.9619	0.9624	0.9628	0.9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.2	0.9638	0.9643	0.9647	0.9652	0.9657	0.9661	0.9666	0.9671	0.9675	0.9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.3	0.9685	0.9689	0.9694	0.9699	0.9703	0.9708	0.9713	0.9717	0.9722	0.9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.4	0.9731	0.9736	0.9741	0.9745	0.9750	0.9754	0.9759	0.9763	0.9768	0.9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.5	0.9777	0.9782	0.9786	0.9791	0.9795	0.9800	0.9805	0.9809	0.9814	0.9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.6	0.9823	0.9827	0.9832	0.9836	0.9841	0.9845	0.9850	0.9854	0.9859	0.9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.7	0.9868	0.9872	0.9877	0.9881	0.9886	0.9890	0.9894	0.9899	0.9903	0.9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.8	0.9912	0.9917	0.9921	0.9926	0.9930	0.9934	0.9939	0.9943	0.9948	0.9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.9	0.9956	0.9961	0.9965	0.9969	0.9974	0.9978	0.9983	0.9987	0.9991	0.9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4

LogTable_Stats_XI_EM.indd 339 2/17/2019 12:49:14 PM

எதிர் மடக்கை

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Difference								
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	1.000	1.002	1.005	1.007	1.009	1.012	1.014	1.016	1.019	1.021	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.01	1.023	1.026	1.028	1.030	1.033	1.035	1.038	1.040	1.042	1.045	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.02	1.047	1.050	1.052	1.054	1.057	1.059	1.062	1.064	1.067	1.069	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.03	1.072	1.074	1.076	1.079	1.081	1.084	1.086	1.089	1.091	1.094	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.04	1.096	1.099	1.102	1.104	1.107	1.109	1.112	1.114	1.117	1.119	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.05	1.122	1.125	1.127	1.130	1.132	1.135	1.138	1.140	1.143	1.146	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.06	1.148	1.151	1.153	1.156	1.159	1.161	1.164	1.167	1.169	1.172	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.07	1.175	1.178	1.180	1.183	1.186	1.189	1.191	1.194	1.197	1.199	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.08	1.202	1.205	1.208	1.211	1.213	1.216	1.219	1.222	1.225	1.227	0	1	1	1	1	2	2	2	3
0.09	1.230	1.233	1.236	1.239	1.242	1.245	1.247	1.250	1.253	1.256	0	1	1	1	1	2	2	2	3
0.10	1.259	1.262	1.265	1.268	1.271	1.274	1.276	1.279	1.282	1.285	0	1	1	1	1	2	2	2	3
0.11	1.288	1.291	1.294	1.297	1.300	1.303	1.306	1.309	1.312	1.315	0	1	1	1	2	2	2	2	3
0.12	1.318	1.321	1.324	1.327	1.330	1.334	1.337	1.340	1.343	1.346	0	1	1	1	2	2	2	2	3
0.13	1.349	1.352	1.355	1.358	1.361	1.365	1.368	1.371	1.374	1.377	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.14	1.380	1.384	1.387	1.390	1.393	1.396	1.400	1.403	1.406	1.409	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.15	1.413	1.416	1.419	1.422	1.426	1.429	1.432	1.435	1.439	1.442	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.16	1.445	1.449	1.452	1.455	1.459	1.462	1.466	1.469	1.472	1.476	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.17	1.479	1.483	1.486	1.489	1.493	1.496	1.500	1.503	1.507	1.510	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.18	1.514	1.517	1.521	1.524	1.528	1.531	1.535	1.538	1.542	1.545	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.19	1.549	1.552	1.556	1.560	1.563	1.567	1.570	1.574	1.578	1.581	0	1	1	1	2	2	3	3	3
0.20	1.585	1.589	1.592	1.596	1.600	1.603	1.607	1.611	1.614	1.618	0	1	1	1	2	2	3	3	3
0.21	1.622	1.626	1.629	1.633	1.637	1.641	1.644	1.648	1.652	1.656	0	1	1	2	2	2	3	3	3
0.22	1.660	1.663	1.667	1.671	1.675	1.679	1.683	1.687	1.690	1.694	0	1	1	2	2	2	3	3	3
0.23	1.698	1.702	1.706	1.710	1.714	1.718	1.722	1.726	1.730	1.734	0	1	1	2	2	2	3	3	4
0.24	1.738	1.742	1.746	1.750	1.754	1.758	1.762	1.766	1.770	1.774	0	1	1	2	2	2	3	3	4
0.25	1.778	1.782	1.786	1.791	1.795	1.799	1.803	1.807	1.811	1.816	0	1	1	2	2	2	3	3	4
0.26	1.820	1.824	1.828	1.832	1.837	1.841	1.845	1.849	1.854	1.858	0	1	1	2	2	3	3	3	4
0.27	1.862	1.866	1.871	1.875	1.879	1.884	1.888	1.892	1.897	1.901	0	1	1	2	2	3	3	3	4
0.28	1.905	1.910	1.914	1.919	1.923	1.928	1.932	1.936	1.941	1.945	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.29	1.950	1.954	1.959	1.963	1.968	1.972	1.977	1.982	1.986	1.991	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.30	1.995	2.000	2.004	2.009	2.014	2.018	2.023	2.028	2.032	2.037	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.31	2.042	2.046	2.051	2.056	2.061	2.065	2.070	2.075	2.080	2.084	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.32	2.089	2.094	2.099	2.104	2.109	2.113	2.118	2.123	2.128	2.133	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.33	2.138	2.143	2.148	2.153	2.158	2.163	2.168	2.173	2.178	2.183	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.34	2.188	2.193	2.198	2.203	2.208	2.213	2.218	2.223	2.228	2.234	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.35	2.239	2.244	2.249	2.254	2.259	2.265	2.270	2.275	2.280	2.286	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.36	2.291	2.296	2.301	2.307	2.312	2.317	2.323	2.328	2.333	2.339	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.37	2.344	2.350	2.355	2.360	2.366	2.371	2.377	2.382	2.388	2.393	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.38	2.399	2.404	2.410	2.415	2.421	2.427	2.432	2.438	2.443	2.449	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.39	2.455	2.460	2.466	2.472	2.477	2.483	2.489	2.495	2.500	2.506	1	1	2	2	3	3	4	5	5
0.40	2.512	2.518	2.523	2.529	2.535	2.541	2.547	2.553	2.559	2.564	1	1	2	2	3	4	4	5	5
0.41	2.570	2.576	2.582	2.588	2.594	2.600	2.606	2.612	2.618	2.624	1	1	2	2	3	4	4	5	5
0.42	2.630	2.636	2.642	2.649	2.655	2.661	2.667	2.673	2.679	2.685	1	1	2	2	3	4	4	5	6
0.43	2.692	2.698	2.704	2.710	2.716	2.723	2.729	2.735	2.742	2.748	1	1	2	3	3	4	4	5	6
0.44	2.754	2.761	2.767	2.773	2.780	2.786	2.793	2.799	2.805	2.812	1	1	2	3	3	4	4	5	6
0.45	2.818	2.825	2.831	2.838	2.844	2.851	2.858	2.864	2.871	2.877	1	1	2	3	3	4	5	5	6
0.46	2.884	2.891	2.897	2.904	2.911	2.917	2.924	2.931	2.938	2.944	1	1	2	3	3	4	5	5	6
0.47	2.951	2.958	2.965	2.972	2.979	2.985	2.992	2.999	3.006	3.013	1	1	2	3	3	4	5	5	6
0.48	3.020	3.027	3.034	3.041	3.048	3.055	3.062	3.069	3.076	3.083	1	1	2	3	4	4	5	6	6
0.49	3.090	3.097	3.105	3.112	3.119	3.126	3.133	3.141	3.148	3.155	1	1	2	3	4	4	5	6	6

LogTable_Stats_XI_EM.indd 340 2/17/2019 12:49:15 PM

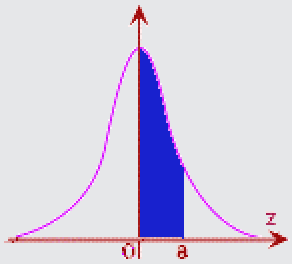
எதிர் மடக்கை

											Mean Difference								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.50	3.162	3.170	3.177	3.184	3.192	3.199	3.206	3.214	3.221	3.228	1	1	2	3	4	4	5	6	7
0.51	3.236	3.243	3.251	3.258	3.266	3.273	3.281	3.289	3.296	3.304	1	2	2	3	4	5	5	6	7
0.52	3.311	3.319	3.327	3.334	3.342	3.350	3.357	3.365	3.373	3.381	1	2	2	3	4	5	5	6	7
0.53	3.388	3.396	3.404	3.412	3.420	3.428	3.436	3.443	3.451	3.459	1	2	2	3	4	5	6	6	7
0.54	3.467	3.475	3.483	3.491	3.499	3.508	3.516	3.524	3.532	3.540	1	2	2	3	4	5	6	6	7
0.55	3.548	3.556	3.565	3.573	3.581	3.589	3.597	3.606	3.614	3.622	1	2	2	3	4	5	6	7	7
0.56	3.631	3.639	3.648	3.656	3.664	3.673	3.681	3.690	3.698	3.707	1	2	3	3	4	5	6	7	8
0.57	3.715	3.724	3.733	3.741	3.750	3.758	3.767	3.776	3.784	3.793	1	2	3	3	4	5	6	7	8
0.58	3.802	3.811	3.819	3.828	3.837	3.846	3.855	3.864	3.873	3.882	1	2	3	4	4	5	6	7	8
0.59	3.890	3.899	3.908	3.917	3.926	3.936	3.945	3.954	3.963	3.972	1	2	3	4	5	5	6	7	8
0.60	3.981	3.990	3.999	4.009	4.018	4.027	4.036	4.046	4.055	4.064	1	2	3	4	5	6	6	7	8
0.61	4.074	4.083	4.093	4.102	4.111	4.121	4.130	4.140	4.150	4.159	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.62	4.169	4.178	4.188	4.198	4.207	4.217	4.227	4.236	4.246	4.256	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.63	4.266	4.276	4.285	4.295	4.305	4.315	4.325	4.335	4.345	4.355	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.64	4.365	4.375	4.385	4.395	4.406	4.416	4.426	4.436	4.446	4.457	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.65	4.467	4.477	4.487	4.498	4.508	4.519	4.529	4.539	4.550	4.560	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.66	4.571	4.581	4.592	4.603	4.613	4.624	4.634	4.645	4.656	4.667	1	2	3	4	5	6	7	9	10
0.67	4.677	4.688	4.699	4.710	4.721	4.732	4.742	4.753	4.764	4.775	1	2	3	4	5	7	8	9	10
0.68	4.786	4.797	4.808	4.819	4.831	4.842	4.853	4.864	4.875	4.887	1	2	3	4	6	7	8	9	10
0.69	4.898	4.909	4.920	4.932	4.943	4.955	4.966	4.977	4.989	5.000	1	2	3	5	6	7	8	9	10
0.70	5.012	5.023	5.035	5.047	5.058	5.070	5.082	5.093	5.105	5.117	1	2	4	5	6	7	8	9	11
0.71	5.129	5.140	5.152	5.164	5.176	5.188	5.200	5.212	5.224	5.236	1	2	4	5	6	7	8	10	11
0.72	5.248	5.260	5.272	5.284	5.297	5.309	5.321	5.333	5.346	5.358	1	2	4	5	6	7	9	10	11
0.73	5.370	5.383	5.395	5.408	5.420	5.433	5.445	5.458	5.470	5.483	1	3	4	5	6	8	9	10	11
0.74	5.495	5.508	5.521	5.534	5.546	5.559	5.572	5.585	5.598	5.610	1	3	4	5	6	8	9	10	12
0.75	5.623	5.636	5.649	5.662	5.675	5.689	5.702	5.715	5.728	5.741	1	3	4	5	7	8	9	10	12
0.76	5.754	5.768	5.781	5.794	5.808	5.821	5.834	5.848	5.861	5.875	1	3	4	5	7	8	9	11	12
0.77	5.888	5.902	5.916	5.929	5.943	5.957	5.970	5.984	5.998	6.012	1	3	4	5	7	8	10	11	12
0.78	6.026	6.039	6.053	6.067	6.081	6.095	6.109	6.124	6.138	6.152	1	3	4	6	7	8	10	11	13
0.79	6.166	6.180	6.194	6.209	6.223	6.237	6.252	6.266	6.281	6.295	1	3	4	6	7	9	10	11	13
0.80	6.310	6.324	6.339	6.353	6.368	6.383	6.397	6.412	6.427	6.442	1	3	4	6	7	9	10	12	13
0.81	6.457	6.471	6.486	6.501	6.516	6.531	6.546	6.561	6.577	6.592	2	3	5	6	8	9	11	12	14
0.82	6.607	6.622	6.637	6.653	6.668	6.683	6.699	6.714	6.730	6.745	2	3	5	6	8	9	11	12	14
0.83	6.761	6.776	6.792	6.808	6.823	6.839	6.855	6.871	6.887	6.902	2	3	5	6	8	9	11	13	14
0.84	6.918	6.934	6.950	6.966	6.982	6.998	7.015	7.031	7.047	7.063	2	3	5	6	8	10	11	13	15
0.85	7.079	7.096	7.112	7.129	7.145	7.161	7.178	7.194	7.211	7.228	2	3	5	7	8	10	12	13	15
0.86	7.244	7.261	7.278	7.295	7.311	7.328	7.345	7.362	7.379	7.396	2	3	5	7	8	10	12	13	15
0.87	7.413	7.430	7.447	7.464	7.482	7.499	7.516	7.534	7.551	7.568	2	3	5	7	9	10	12	14	16
0.88	7.586	7.603	7.621	7.638	7.656	7.674	7.691	7.709	7.727	7.745	2	4	5	7	9	11	12	14	16
0.89	7.762	7.780	7.798	7.816	7.834	7.852	7.870	7.889	7.907	7.925	2	4	5	7	9	11	13	14	16
0.90	7.943	7.962	7.980	7.998	8.017	8.035	8.054	8.072	8.091	8.110	2	4	6	7	9	11	13	15	17
0.91	8.128	8.147	8.166	8.185	8.204	8.222	8.241	8.260	8.279	8.299	2	4	6	8	9	11	13	15	17
0.92	8.318	8.337	8.356	8.375	8.395	8.414	8.433	8.453	8.472	8.492	2	4	6	8	10	12	14	15	17
0.93	8.511	8.531	8.551	8.570	8.590	8.610	8.630	8.650	8.670	8.690	2	4	6	8	10	12	14	16	18
0.94	8.710	8.730	8.750	8.770	8.790	8.810	8.831	8.851	8.872	8.892	2	4	6	8	10	12	14	16	18
0.95	8.913	8.933	8.954	8.974	8.995	9.016	9.036	9.057	9.078	9.099	2	4	6	8	10	12	15	17	19
0.96	9.120	9.141	9.162	9.183	9.204	9.226	9.247	9.268	9.290	9.311	2	4	6	8	11	13	15	17	19
0.97	9.333	9.354	9.376	9.397	9.419	9.441	9.462	9.484	9.506	9.528	2	4	7	9	11	13	15	17	20
0.98	9.550	9.572	9.594	9.616	9.638	9.661	9.683	9.705	9.727	9.750	2	4	7	9	11	13	16	18	20
0.99	9.772	9.795	9.817	9.840	9.863	9.886	9.908	9.931	9.954	9.977	2	5	7	9	11	14	16	18	20

LogTable_Stats_XI_EM.indd 341 2/17/2019 12:49:15 PM

இயல் நிலைப் பரவல்

அட்டவணை மதிப்புகள் z மதிப்புகளுக்கு வலது புறமுள்ள பரப்பைக் குறிக்கின்றன



Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	Z
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359	0.0
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753	0.1
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141	0.2
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517	0.3
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879	0.4
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224	0.5
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549	0.6
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852	0.7
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133	0.8
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389	0.9
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621	1.0
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830	1.1
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015	1.2
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177	1.3
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319	1.4
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441	1.5
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545	1.6
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633	1.7
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706	1.8
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767	1.9
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817	2.0
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857	2.1
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890	2.2
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916	2.3
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936	2.4
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952	2.5
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964	2.6
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974	2.7
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981	2.8
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986	2.9
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990	3.0

LogTable_Stats_XI_EM.indd 342 2/17/2019 12:49:15 PM

அடுக்குறி சார்பு எண்கள்

e^{-m} இன் மதிப்புகள் (பாய்சான் பரவலுக்கு $0 < m < 1$)

m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	1.0000	.9900	.9802	.9704	.9608	.9512	.9418	.9324	.9231	.9139
0.1	0.9048	.8957	.8860	.8781	.8694	.8607	.8521	.8437	.8353	.8270
0.2	0.8187	.8106	.8025	.7945	.7866	.7788	.7711	.7634	.7558	.7483
0.3	0.7408	.7334	.7261	.7189	.7178	.7047	.6977	.6907	.6839	.6771
0.4	0.6703	.6636	.6570	.6505	.6440	.6376	.6313	.6250	.6188	.6125
0.5	0.6065	.6005	.5945	.5883	.5827	.5770	.5712	.5655	.5599	.5543
0.6	.5488	.5434	.5379	.5326	.5278	.5220	.5160	.5117	.5066	.5016
0.7	0.4966	.4916	.4868	.4810	.4771	.4724	.4670	.4630	.4584	.4538
0.8	0.4493	.4449	.4404	.4360	.4317	.4274	.4232	.4190	.4148	.4107
0.9	0.4066	.4025	.3985	.3946	.3606	.3867	.3829	.3791	.3753	.5716

(m = 1, 2, 3, ... 10)

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
e^{-m}	.36788	.13534	.04979	.07832	.00698	.00279	.00092	.000395	.000123	.000045

குறிப்பு: m–ன் மற்ற மதிப்புகளுக்கு அடுக்குக் குறி விதியைப் பயன்படுத்தலாம்.

எ.கா.: $e^{-2.35} = (e^{-2.0})(e^{-0.35}) = (.13534)(.7047) = 0.095374$

சீரற்ற எண்கள்

4652	3819	8431	2150	2352	2472	0043	3488
9031	7617	1220	4129	7148	1943	4890	1749
2030	2327	7353	6007	9410	9179	2722	3445
0641	1489	0828	0385	8488	0422	7209	4950
8479	6062	5593	6322	9439	4996	1322	4918
9917	3490	5533	2577	4348	0971	2580	1943
6376	9899	9259	5117	1336	0146	0680	4052
7287	0983	3236	3252	0277	8001	6058	4501
0592	4912	3457	8773	5146	2519	3931	6794
6499	9118	3711	8838	0691	1425	7768	9544
0769	1109	7909	4528	8772	1876	2113	4781
8678	4873	2061	1835	0954	5026	2967	6560
0178	7794	6488	7364	4094	1649	2284	7753
3392	0963	6364	5762	0322	2592	3452	9002
0264	6009	1311	5873	5926	8597	9051	8995
4089	7732	8163	2798	1984	1292	0041	2500
9376	7365	7987	1937	2251	3411	6737	0367
3039	3780	2137	7641	4030	1604	2517	9211
8971	8653	1855	5285	5631	2649	6696	5475
0375	4153	5199	5765	2067	6627	3100	5716
9092	4773	0002	7000	7800	2292	2933	6125
2464	1038	3163	3569	715	2029	2538	7080
3027	6215	3125	5856	9543	3660	0255	5544
5754	9247	1164	3283	1865	5274	5471	1346
4358	3716	6949	8502	1573	5763	5046	7135
7178	8324	8379	7365	4577	4864	0629	5100
5035	5939	3665	2160	6700	7249	1738	2721
3318	0220	3611	9887	4608	8664	2185	7290
9058	1735	7435	6822	6622	8286	8901	5534
7886	5182	7595	0305	4903	3306	8088	3899
3354	8454	7386	1333	5345	6565	3159	3991
3415	7671	0846	7100	1790	9449	6285	2525
3918	5872	7898	6125	2268	1898	0755	6034
6138	9045	6950	8843	6533	0917	6673	5721
3828	1704	2835	4677	4637	7329	3156	3291
1349	0417	9311	9787	1284	0769	8422	1077
4234	0248	7760	6504	2754	4044	0842	9080
6880	3201	7044	3657	5263	0374	7563	6599
0714	5008	5076	1134	5342	1608	5179	0967
3448	6421	3304	0583	12650	0662	7257	0766
5711	7343	7539	3684	9397	5335	4031	1486
2588	3301	0553	2427	3598	2580	7017	9176
8581	4253	7404	5264	5411	3431	3092	8573
8475	6322	3949	9675	6533	1133	8776	2216
0272	5624	8549	5552	7469	2799	2882	9620
7383	7795	7939	2652	4456	6993	2950	8573

LogTable_Stats_XI_EM.indd 344 2/17/2019 12:49:16 PM

புள்ளியியல்
மேல்நிலை முதலாமாண்டு
வல்லுநர்கள், மேலாய்வாளர்கள் மற்றும் நூலாசிரியர்கள்

பாடப்பொருள் வல்லுநர்கள்

Dr. ஜி. கோபால்
பேராசிரியர் மற்றும் துறைத்தலைவர், (ஓய்வு)
புள்ளியியல் துறை, சென்னை பல்கலைக்கழகம் , சென்னை.

Dr. ஜி. ஸ்டீபன் வின்சென்ட்
இணைப் பேராசிரியர் மற்றும் துறைத்தலைவர், (ஓய்வு)
புள்ளியியல் துறை, செயின்ட் ஜோசப் கல்லூரி, திருச்சி.

Dr. ஆர். இராவணன்
முதல்வர், மாநிலக் கல்லூரி,
சென்னை.

Dr. கே. செந்தாமரைக் கண்ணன்
பேராசிரியர் மற்றும் தலைவர், புள்ளியியல் துறை,
மனோன்மணியம் சுந்தரனார் பல்கலைக்கழகம், திருநெல்வேலி.

Dr. ஏ. லோகநாதன்
பேராசிரியர், புள்ளியியல் துறை,
மனோன்மணியம் சுந்தரனார் பல்கலைக்கழகம், திருநெல்வேலி.

Dr. ஆர். விஜயராகவன்
பேராசிரியர், புள்ளியியல் துறை,
பாரதியார் பல்கலைக் கழகம், கோயம்புத்தூர்.

Dr. ஆர். கண்ணன்
பேராசிரியர் மற்றும் தலைவர், புள்ளியியல் துறை,
அண்ணாமலைப் பல்கலைக் கழகம், சிதம்பரம்.

Dr. என். விஸ்வநாதன்
இணைப் பேராசிரியர், புள்ளியியல் துறை,
மாநிலக் கல்லூரி, சென்னை.

Dr. ஆர்.கே. ராதா
துணைப் பேராசிரியர், புள்ளியியல் துறை,
மாநிலக் கல்லூரி, சென்னை.

மேலாய்வாளர்கள்

Dr. எம்.ஆர். சீனிவாசன்
பேராசிரியர் மற்றும் தலைவர், புள்ளியியல் துறை,
சென்னை பல்கலைக்கழகம் , சென்னை.

Dr. பி. தனவந்தன்
பேராசிரியர் மற்றும் தலைவர், புள்ளியியல் துறை,
பாண்டிச்சேரி பல்கலைக்கழகம், பாண்டிச்சேரி.

திருமதி. எம். சுசிலா
இணை இயக்குநர், பொருளியல் மற்றும் புள்ளியியல் துறை,
தமிழ் நாடு அரசு, சென்னை.

கலை மற்றும் வடிவமைப்புக் குழு

வடிவமைப்பு
JOY கிராபிக்ஸ், சென்னை.

In-House – QC
கோபு ராசுவேல்
மனோகர் இராதாகிருஷ்ணன்
ஜெரால்ட்
ராஜேஷ் தங்கப்பன்
யோகேஷ் ப.

அட்டை வடிவமைப்பு
கதிர் ஆறுமுகம்

ஒருங்கிணைப்பு
ரமேஷ் முனிசாமி

தட்டச்சு
இ.எஸ்.ஆர். ராணி சுப்புலக்ஷ்மி
DIET–வானரமுட்டி, தூத்துகுடி மாவட்டம்.

மணிகண்டன் சென்னை.

நூலாசிரியர்கள்

திரு. ஜி. ஞானசுந்தரம்
தலைமை ஆசிரியர், (ஓய்வு)
எஸ். எஸ்.வி. மேல்நிலைப்பள்ளி, பார்க் டவுன், சென்னை.

திரு. பி. ரெங்கராஜன்
முதுகலை ஆசிரியர், (ஓய்வு)
தியாகராஜர் மேல்நிலைப்பள்ளி, மதுரை.

திரு. எஸ். ஜான் கென்னடி
முதுகலை ஆசிரியர்,
செயின்ட் சேவியர்ஸ் மேல்நிலைப்பள்ளி, புரத்தாக்குடி, திருச்சி.

திருமதி. அல். நாகம்மை
முதுகலை ஆசிரியை,
சேவா சங்கம் பெண்கள் மேல்நிலைப் பள்ளி, திருச்சி.

திருமதி. எம். இராம லக்ஷ்மி
முதுகலை ஆசிரியை,
சுகுனி பாய் சனாதன தர்மா பெண்கள் மேல்நிலைப் பள்ளி, சென்னை.

திருமதி. மாலா பாஸ்கரன்
முதுகலை ஆசிரியை,
அரசு பெண்கள் மேல்நிலைப்பள்ளி, நந்திவரம், காஞ்சிபுரம்.

திரு. எம். பூபாலன்
முதுகலை ஆசிரியர்,
ஜமீன்தார் மேல்நிலைப்பள்ளி, துறையூர், திருச்சி.

திரு. ஆவுடையப்பன்
முதுகலை ஆசிரியர்,
அரசு பெண்கள் மேல்நிலைப்பள்ளி, அசோக் பில்லர், சென்னை.

திரு. ஜி.கே. கணேசன்
முதுகலை ஆசிரியர்,
கே.கே. நாயுடு மேல்நிலைப்பள்ளி, கோயம்புத்தூர்.

திரு. நாக மாதேஸ்வரன்
முதுகலை ஆசிரியர்,
மாநிலப் பெண்கள் மேல்நிலைப்பள்ளி, எழும்பூர், சென்னை.

திருமதி. சோபனா ராணி
முதுகலை ஆசிரியை,
கணேஷ் பாய் கலாடா ஜெயின் பெண்கள் மேல்நிலைப்பள்ளி, சென்னை.

திருமதி. சித்ரா
முதுகலை ஆசிரியை,
தாராபூர் & லோகநாதன் பெண்கள் மேல்நிலைப்பள்ளி, சென்னை.

ICT ஒருங்கிணைப்பாளர்

திரு. டி. வாசுராஜ்
பட்டதாரி ஆசிரியர், ஊ.ஒ.ந.நி. பள்ளி, கொசப்பூர்,
திருவள்ளூர் மாவட்டம்.

பாடநூல் ஒருங்கிணைப்பாளர்

திரு. மு. ர மேஷ்
பட்டதாரி ஆசிரியர்,
அ. ஆ. மேல்நிலைப்பள்ளி, ஆலங்காயம், வேலூர் மாவட்டம்.

இந்நூல் 80 ஜி.எஸ்.எம். எலிகண்ட் மேப்லித்தோ தாளில் அச்சிடப்பட்டுள்ளது.
ஆப்செட் முறையில் அச்சிட்டோர்: