આંકડાશાસ્ત્ર અને સંભાવના

વિહંગાવલોકન

મુખ્ય સંકલ્પના અને પરિણામો

આંકડાશાસ્ત્ર

મધ્યવર્તી સ્થિતિમાનનાં માપો

(a) વર્ગીકૃત માહિતીનો મધ્યક

(i) વર્ગીકૃત માહિતીનો મધ્યક શોધવા એવું ધારવામાં આવે છે કે દરેક વર્ગ અંતરાલની આવૃતિ તેની મધ્યકિંમતની આસપાસ કેન્દ્રિત હોય છે.

(ii) **મધ્યક શોધવા માટેની સીધી રીત**

$$\text{મધ્યક } (\bar{x}) = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i},$$

જ્યાં x_i એ i માં વર્ગ અંતરાલની મધ્યકિંમત અને f_i એ તેને અનુરૂપ આવૃતિ છે.

(iii) **મધ્યક શોધવા માટેની ધારેલા મધ્યકની રીત**

$$\text{મધ્યક } (\bar{x}) = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i},$$

a એ ધારેલો *મધ્યક* અને $d_i = x_i - a$ એ દરેક i માટે a માંથી x_iનું વિચલન છે.

(iv) **મધ્યક શોધવા માટેની સરેરાશ વિચલનની રીત**

$$\text{મધ્યક } (\bar{x}) = a + h\left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right),$$

જ્યાં a એ ધારેલો મધ્યક, h એ વર્ગલંબાઈ અને $u_i = \frac{x_i - a}{h}$

(v) જો વર્ગલંબાઈ અસમાન હોય, તો h ને તમામ d_i ના સમાન ભાજક તરીકે લઈ (iv)માંનું સૂત્ર લાગુ પાડી શકાય.

(b) વર્ગીકૃત માહિતીનો બહુલક

(i) વર્ગીકૃત આવૃત્તિ વિતરણમાં, ફક્ત આવૃત્તિઓને જોઈને બહુલક નક્કી કરી શકાય નહિ. વર્ગીકૃત માહિતીનો બહુલક શોધવા માટે, સૌથી વધુ આવૃત્તિવાળો વર્ગ શોધો. આ વર્ગને **બહુલકીય વર્ગ** કહે છે. માહિતીનો બહુલક એ આ બહુલકીય વર્ગમાં આવતી કિંમત છે.

(ii) વર્ગીકૃત માહિતીનો બહુલક નીચેના સૂત્રના ઉપયોગથી શોધી શકાય :

$$\text{બહુલક} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h,$$

જ્યાં l એ બહુલકીય વર્ગની અધ:સીમા, h એ વર્ગની લંબાઈ, f_1 એ બહુલકીય વર્ગની આવૃત્તિ અને f_0 અને f_2 એ અનુક્રમે બહુલકીય વર્ગની પહેલાની અને પછીના વર્ગની આવૃત્તિ છે.

(c) વર્ગીકૃત માહિતીનો મધ્યસ્થ

(i) સંચયી આવૃત્તિ કોષ્ટક 'થી ઓછા' અને 'થી વધુ' પ્રકારનું વર્ગીકૃત આવૃત્તિ વિતરણ મેળવો.

(ii) જે n એ અવલોકનોની કુલ સંખ્યા હોય તો, એવો વર્ગ મેળવો કે જેની સંચયી આવૃત્તિ $\frac{n}{2}$ કરતાં તરત જ વધુ હોય. આ વર્ગને **મધ્યસ્થ વર્ગ** કહે છે.

(iii) વર્ગીકૃત માહિતીના મધ્યસ્થની ગણતરી નીચેના સૂત્ર દ્વારા કરી શકાય :

$$\text{મધ્યસ્થ} = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) h,$$

જ્યાં, l એ મધ્યસ્થ વર્ગની અધ:સીમા, n એ અવલોકનોની સંખ્યા, h એ વર્ગલંબાઈ, cf એ મધ્યસ્થ વર્ગથી પહેલા વર્ગની સંચયી આવૃત્તિ અને f એ મધ્યસ્થ વર્ગની આવૃત્તિ છે.

(d) સંચયી આવૃત્તિ વિતરણનું આલેખ (ઓજીવ) દ્વારા નિરૂપણ – 'થી ઓછા' અને 'થી વધુ' પ્રકાર

(i) વર્ગીકૃત માહિતીના સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ (થી ઓછા)ના આલેખ પરથી મધ્યસ્થ શોધવો.

(ii) સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ ('થી ઓછા' અને 'થી વધુ' પ્રકાર)ના આલેખ પરથી મધ્યસ્થ શોધવો અને તેમાં આલેખના છેદબિંદુ પરથી યામ મેળવવા.

સંભાવના

- યાદચ્છિક પ્રયોગો, પ્રયોગોનાં પરિણામો, ઘટના, પ્રાથમિક ઘટના
- સમસંભાવી પરિણામો
- ઘટના E ઉદ્ભવે તેની પ્રાયોગિક (અથવા આનુભાવિક) સંભાવના [P(E) વડે દર્શાવાય] નીચે પ્રમાણે દર્શાવાય :

$$P(E) = \frac{\text{ઘટના E ઉદ્ભવે તે માટેના પ્રયત્નોની સંખ્યા}}{\text{પ્રયોગનાં તમામ શક્ય પરિણામોની કુલ સંખ્યા}}$$

અહીં પ્રયોગનાં પરિણામો *સમસંભાવી* છે.

- કોઈ પણ ઘટનાની સંભાવના 0 અને 1 ની વચ્ચે હોઈ શકે. કોઈ ખાસ કિસ્સામાં તે 0 અથવા 1 પણ હોઈ શકે.

- પ્રયોગની તમામ પ્રાથમિક ઘટનાઓની સંભાવનાઓનો સરવાળો 1 હોય છે..
- કોઈ પણ ઘટના E માટે, $P(E) + P(\overline{E}) = 1$,

  જ્યાં $\overline{E}$ એ 'E ન હોય' તેની ઘટના છે. $\overline{E}$ ને ઘટના E ની પૂરક ઘટના કહે છે.
- અશક્ય ઘટના, નિશ્ચિત અથવા ચોક્કસ ઘટના

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 6 વાળા પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો :

ઉદાહરણ 1 : .... નક્કી કરવા સંચયી આવૃત્તિ-કોષ્ટક તૈયાર કરવું એ આવશ્યક છે.

(A) મધ્યક (B) મધ્યસ્થ (C) બહુલક (D) ઉપરનાં ત્રણેય માપ

ઉકેલ : ઉત્તર (B)

ઉદાહરણ 2 : નીચે આપેલા વર્ગીકરણમાં :

માસિક આવકનો વિસ્તાર (₹ માં)	કુટુંબની સંખ્યા
₹ 10,000 થી વધુ આવક	100
₹ 13,000 થી વધુ આવક	85
₹ 16,000 થી વધુ આવક	69
₹ 19,000 થી વધુ આવક	50
₹ 22,000 થી વધુ આવક	33
₹ 25,000 થી વધુ આવક	15

જેની આવકમર્યાદા (₹ માં) 16000 – 19000 હોય, તેવાં કુટુંબોની સંખ્યા

(A) 15 (B) 16 (C) 17 (D) 19

₹ 16,000 થી વધુ આવક = 69

₹ 19,000 થી વધુ આવક = 50

$\therefore$ 16,000 – 19,000 ની આવકમર્યાદા = 69 – 50 = 19

ઉકેલ : ઉત્તર (D)

ઉદાહરણ 3 : એક વર્ગખંડના 60 વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈનું આવૃત્તિ-વિતરણ નીચે પ્રમાણે છે :

ઊંચાઈ (સેમીમાં)	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
150-155	15
155-160	13
160-165	10
165-170	8
170-175	9
175-180	5

બહુલકીય વર્ગની અધઃસીમા અને મધ્યસ્થ વર્ગની ઊર્ધ્વસીમાનો સરવાળો

(A) 310 (B) 315 (C) 320 (D) 330

બહુલકીય વર્ગ = સૌથી વધુ આવૃત્તિવાળો વર્ગ = 150 – 155

$\therefore$ બહુલકીય વર્ગની અધઃસીમા = 150

$\frac{n}{2}$ મું અવલોકન = $\frac{60}{2}$ મું અવલોકન = 30 મું અવલોકન

∴ સંચયી આવૃત્તિ પ્રમાણે મધ્યસ્થ વર્ગ = 160 – 165

∴ મધ્યસ્થ વર્ગની ઊર્ધ્વસીમા = 165

બહુલકીય વર્ગની અધઃસીમા અને મધ્યસ્થ વર્ગની ઊર્ધ્વસીમાનો સરવાળો = 150 + 165 = 315

ઉકેલ : ઉત્તર (B)

ઉદાહરણ 4 : નીચેનામાંથી કઈ સંખ્યા કોઈ ઘટનાની સંભાવના હોઈ શકે ?

(A) – 0.04 (B) 1.004 (C) $\frac{18}{23}$ (D) $\frac{8}{7}$

ઉકેલ : ઉત્તર (C) **(કારણ કે સંભાવના અનૃણ તથા 1 થી નાની સંખ્યા હોય)**

ઉદાહરણ 5 : સારી રીતે ચીપેલાં 52 પત્તાંમાંથી યાદચ્છિક રીતે એક પત્તું પસંદ કરવામાં આવે છે. તે પત્તું ચિત્રવાળું હોય, તેની સંભાવના

(A) $\frac{3}{13}$ (B) $\frac{4}{13}$ (C) $\frac{6}{13}$ (D) $\frac{9}{13}$

ઉકેલ : ચિત્રવાળાં પત્તાંની સંખ્યા = 12

∴ સંભાવના = P(E) = $\frac{12}{52} = \frac{3}{13}$

ઉત્તર (A)

ઉદાહરણ 6 : એક થેલામાં 3 લાલ દડા, 5 સફેદ દડા અને 7 કાળા દડા છે. થેલામાંથી યાદચ્છિક રીતે કોઈ દડાને પસંદ કરવામાં આવે, તો તે દડો લાલ પણ ન હોય કે કાળો પણ ન હોય, તેની સંભાવના કેટલી ?

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{7}{15}$ (D) $\frac{8}{15}$

ઉકેલ : દડાની કુલ સંખ્યા = 3 + 5 + 7 = 15

દડો લાલ પણ ન હોય કે કાળો પણ ન હોય, એટલે કે તે સફેદ હોય.

∴ સંભાવના = P(E) = $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

ઉત્તર (B)

સ્વાધ્યાય 13.1

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 26 વાળા પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો :

1. સૂત્ર $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$ લઈએ, તો વર્ગીકૃત માહિતીનો મધ્યક શોધતાં d_i એ a માંથી .... નું વિચલન છે.

(A) વર્ગની અધઃસીમા (B) વર્ગની ઊર્ધ્વસીમા

(C) વર્ગની મધ્યકિંમત (D) મધ્યકિંમતની આવૃત્તિ

2. વર્ગીકૃત માહિતીના મધ્યકની ગણતરી કરતી વખતે, આપણે ધારીએ છીએ કે આવૃત્તિઓ ....
(A) બધા જ વર્ગો પર સરખી રીતે વહેંચાયેલ છે (B) વર્ગની મધ્યકિંમતો પર કેન્દ્રસ્થ છે.
(C) વર્ગની ઊર્ધ્વસીમા પર કેન્દ્રસ્થ છે. (D) વર્ગની અધઃસીમા પર કેન્દ્રસ્થ છે.

3. જો x_i એ વર્ગીકૃત માહિતીના વર્ગ અંતરાલોનાં મધ્યબિંદુઓ હોય, f_i એ તેને અનુરૂપ આવૃત્તિઓ હોય અને $\overline{x}$ એ મધ્યક હોય, તો $\sum(f_i x_i - \overline{x})$ = ...
(A) 0 (B) –1 (C) 1 (D) 2

4. $\overline{x} = a + h\left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right)$ સૂત્રમાં, વર્ગીકૃત આવૃત્તિ-વિતરણનો મધ્યક શોધવા માટે, u_i = ...
(A) $\frac{x_i + a}{h}$ (B) $h(x_i - a)$ (C) $\frac{x_i - a}{h}$ (D) $\frac{a - x_i}{h}$

5. વર્ગીકૃત માહિતીના 'થી ઓછા' અને 'થી વધુ' પ્રકારના સંચયી આવૃત્તિ વક્રના છેદ બિંદુનો x-યામ (કોટિ) .... આપે છે.
(A) મધ્યક (B) મધ્યસ્થ (C) બહુલક (D) ઉપરના ત્રણેય

6. નીચે આપેલા વિતરણ માટે :

વર્ગ	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
આવૃત્તિ	10	15	12	20	9

મધ્યસ્થ વર્ગ અને બહુલકીય વર્ગની અધઃસીમાઓનો સરવાળો ....
(A) 15 (B) 25 (C) 30 (D) 35

7. નીચેના આવૃત્તિ-વિતરણ માટે :

વર્ગ	0-5	6-11	12-17	18-23	24-29
આવૃત્તિ	13	10	15	8	11

મધ્યસ્થ વર્ગની ઊર્ધ્વસીમા ....
(A) 17 (B) 17.5 (C) 18 (D) 18.5

8. નીચેના વિતરણ માટે :

ગુણ	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
10 થી ઓછા	3
20 થી ઓછા	12
30 થી ઓછા	27
40 થી ઓછા	57
50 થી ઓછા	75
60 થી ઓછા	80

બહુલકીય વર્ગ .... છે.
(A) 10-20 (B) 20-30 (C) 30-40 (D) 50-60

9. નીચેની માહિતી પ્રમાણે :

વર્ગ	65-85	85-105	105-125	125-145	145-165	165-185	185-205
આવૃત્તિ	4	5	13	20	14	7	4

મધ્યસ્થ વર્ગની ઊર્ધ્વસીમા અને બહુલકીય વર્ગની અધઃસીમાનો તફાવત ....

(A) 0 (B) 19 (C) 20 (D) 38

10. 150 રમતવીરોને 110 મીટરની અંતરાય દોડસ્પર્ધા માટે લાગતો સમય (સેકન્ડમાં) નીચેના કોષ્ટકમાં છે :

વર્ગ	13.8-14	14-14.2	14.2-14.4	14.4-14.6	14.6-14.8	14.8-15
આવૃત્તિ	2	4	5	71	48	20

જેને સ્પર્ધા પૂરી કરતાં 14.6 સેકન્ડ કરતાં ઓછો સમય લાગે તેવા રમતવીરોની સંખ્યા ....

(A) 11 (B) 71 (C) 82 (D) 130

11. નીચેના વિતરણનો વિચાર કરો :

મેળવેલા ગુણ	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
0 કે તેથી વધુ	63
10 કે તેથી વધુ	58
20 કે તેથી વધુ	55
30 કે તેથી વધુ	51
40 કે તેથી વધુ	48
50 કે તેથી વધુ	42

30-40 વર્ગની આવૃત્તિ ....

(A) 3 (B) 4 (C) 48 (D) 51

12. અશક્ય ઘટનાની સંભાવના .... છે.

(A) 1 (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 0

13. નીચેનામાંથી કઈ સંખ્યા કોઈ પણ ઘટનાની સંભાવના હોય તે શક્ય નથી ?

(A) $\frac{1}{3}$ (B) 0.1 (C) 3 % (D) $\frac{17}{16}$

14. કોઈ ઘટના લગભગ બનવી સંભવ નથી. તેની સંભાવના ....ની નજીક છે.

(A) 0.0001 (B) 0.001 (C) 0.01 (D) 0.1

15. જો કોઈ ઘટનાની સંભાવના p હોય, તો તેની પૂરક ઘટનાની સંભાવના .... હશે.

(A) $p - 1$ (B) p (C) $1 - p$ (D) $1 - \frac{1}{p}$

16. કોઈ ચોક્કસ બનાવની ટકા તરીકે રજૂ કરાતી સંભાવના .... ક્યારેય ન હોઈ શકે.

(A) 100 થી ઓછી (B) 0 થી ઓછી અને 100 વધુ

(C) 1 થી વધુ (D) કોઈ પણ પૂર્ણ સંખ્યા

17. જો P(A) ને કોઈ ઘટના A ની સંભાવના તરીકે દર્શાવવામાં આવે, તો

(A) $P(A) < 0$ (B) $P(A) > 1$ (C) $0 \le P(A) \le 1$ (D) $P(A) = 2$

18. 52 પત્તાંના ઢગમાંથી એક પત્તું પસંદ કરવામાં આવે છે. તે લાલ ચિત્રવાળું પત્તું હોય, તેની સંભાવના .... છે.

(A) $\frac{3}{26}$ (B) $\frac{3}{13}$ (C) $\frac{2}{13}$ (D) $\frac{1}{2}$

19. યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરેલા, લીપ વર્ષ ન હોય તેવા વર્ષમાં 53 રવિવાર આવે તેની સંભાવના .... છે.

(A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{2}{7}$ (C) $\frac{3}{7}$ (D) $\frac{5}{7}$

20. જ્યારે એક પાસો ફેંકવામાં આવે છે ત્યારે તેના પર 3 થી નાની અયુગ્મ સંખ્યા આવે તેની સંભાવના .... છે.

(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 0

21. 52 પત્તાંના ઢગમાંથી એક પત્તું ખેંચવામાં આવે છે. ઘટના E એવી છે કે તે પત્તું લાલનો એક્કો નથી. E માટેનાં શક્ય પરિણામોની સંખ્યા .... છે.

(A) 4 (B) 13 (C) 48 (D) 51

22. 400 ઈંડાંના જથ્થામાંથી એક ખરાબ ઈંડું મળવાની સંભાવના 0.035 છે. જથ્થામાં ખરાબ ઈંડાની સંખ્યા .... હોય.

(A) 7 (B) 14 (C) 21 (D) 28

23. એક છોકરી ગણતરી કરે છે કે તેને એક લૉટરીમાં પ્રથમ ઈનામ મળવાની સંભાવના 0.08 છે. જો 6000 ટિકિટ વેચાઈ હોય, તો તેણે કેટલી ટિકિટ ખરીદી હશે ?

(A) 40 (B) 240 (C) 480 (D) 750

24. 1 થી 40 અંક લખેલી મુદ્રિત ટિકિટોના એક થેલામાંથી યાદચ્છિક રીતે એક ટિકિટ ખેંચવામાં આવે છે. પસંદ કરેલી ટિકિટનો અંક 5 નો ગુણિત હોય, તેની સંભાવના

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) $\frac{1}{3}$

25. 1 થી 100 અંકમાંથી કોઈ એક અંક યાદચ્છિક પસંદ કરો, તો તે અંક અવિભાજ્ય હોય તેની સંભાવના .... હોય.

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{6}{25}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{13}{50}$

26. એક શાળામાં A, B, C, D અને E એમ 5 વિભાગો છે. એક વર્ગમાં 23 વિદ્યાર્થીઓ છે વિભાગ Aમાં 4, વિભાગ B માં 8, વિભાગ C માં 5, વિભાગ D માં 2 અને બાકીના વિભાગ E માં છે. વર્ગ પ્રતિનિધિ તરીકે યાદચ્છિક રીતે એક વિદ્યાર્થીને પસંદ કરવામાં આવે છે. પસંદ કરેલો વિદ્યાર્થી A, B અને C માંથી ન હોય, તેની સંભાવના .... હોય.

(A) $\frac{4}{23}$ (B) $\frac{6}{23}$ (C) $\frac{8}{23}$ (D) $\frac{17}{23}$

કારણ સહિત ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : અવર્ગીકૃત માહિતીનો મધ્યક અને જ્યારે માહિતી વર્ગીકૃત હોય, ત્યારે ગણતરીમાં લીધેલો મધ્યક હંમેશાં સરખો હોય છે. શું તમે આ વિધાન સાથે સંમત છો ? તમારા ઉત્તર માટે કારણ આપો :

ઉકેલ : આ વિધાન સાચું નથી, કારણ કે જ્યારે આપણે વર્ગીકૃત માહિતીનો મધ્યક શોધીએ છીએ ત્યારે એવું ધારવામાં આવે છે કે, દરેક વર્ગની આવૃતિ વર્ગની મધ્યકિંમત પર કેન્દ્રસ્થ છે. આ કારણથી, મધ્યકની બે કિંમતો એટલે કે, અવર્ગીકૃત અને વર્ગીકૃત માહિતી પરથી મળતી કિંમતો સમાન ન પણ હોય.

ઉદાહરણ 2 : એ કહેવું સાચું છે કે, ઓજીવ એ આવૃતિ-વિતરણનું આલેખાત્મક નિરૂપણ છે ? કારણ આપો.

ઉકેલ : ઓજીવ એ આવૃતિ-વિતરણનું આલેખાત્મક નિરૂપણ છે તે કહેવું સત્ય નથી. આવૃતિ-વિતરણનું આલેખાત્મક નિરૂપણ ઓજીવ ન પણ હોઈ શકે. તે સ્તંભાલેખ પણ હોઈ શકે.

ઉદાહરણ 3 : જો કોઈ પણ પરિસ્થિતિમાં શક્ય બે જ પરિણામો હોય, તો દરેક પરિણામની સંભાવના $\frac{1}{2}$ હશે. સત્ય કે અસત્ય ? કેમ ?

ઉકેલ : અસત્ય, કારણ કે જ્યારે બે પરિણામો સમસંભાવી હોય ત્યારે જ દરેક પરિણામની સંભાવના $\frac{1}{2}$ હોય.

સ્વાધ્યાય 13.2

1. અવર્ગીકૃત માહિતીનો મધ્યસ્થ અને આ જ માહિતીને વર્ગીકૃત કરીને શોધેલો મધ્યસ્થ હંમેશાં સરખો હોય. શું તમે વિચારો છો કે આ સાચું વિધાન છે ? કારણ આપો.

2. વર્ગીકૃત માહિતીના મધ્યકની ગણતરીમાં, સરખી લંબાઈવાળા વર્ગો માટે, આપણે આ સૂત્રનો ઉપયોગ કરી શકીએ

$$\bar{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$$

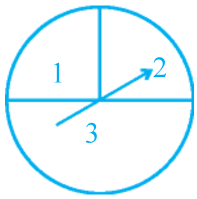
જ્યાં a એ ધારેલો મધ્યક છે. a કોઈ એક વર્ગનું મધ્યબિંદુ જ હોય. શું છેલ્લું વિધાન સાચું છે ? તમારા ઉત્તરની યથાર્થતા નક્કી કરો.

3. તે કહેવું સાચું છે કે વર્ગીકૃત માહિતીના મધ્યક, બહુલક અને મધ્યસ્થ હંમેશાં જુદા જ હોય ? તમારા ઉત્તરની યથાર્થતા ચકાસો.

4. વર્ગીકૃત માહિતીના મધ્યસ્થ વર્ગ અને બહુલકીય વર્ગ હંમેશાં અસમાન જ હોય ? તમારા ઉત્તરની યથાર્થતા ચકાસો.

5. ત્રણ બાળકોવાળાં કુટુંબમાં, એક પણ છોકરી નથી, એક છોકરી હોય, બે છોકરીઓ હોય કે ત્રણ છોકરીઓ દરેકની સંભાવના $\frac{1}{4}$ છે. આ સાચું છે ?

6. તીરને ગોળ ફેરવવાની એક રમતમાં તે કોઈ એક પ્રદેશ (1, 2 કે 3) દર્શાવીને ઊભું રહે છે. (આકૃતિ 13.1). પરિણામો 1, 2 કે 3 મેળવવા સમસંભાવી છે ? કારણ આપો.



આકૃતિ 13.1

7. અપૂર્વ બે પાસાંને એક વખત ફેંકે છે અને પાસા પર દેખાતાં અંકોના ગુણાકારની ગણતરી કરે છે. પીહુ એક પાસો ફેંકે છે અને તેના ઉપર આવતા અંકનો વર્ગ કરે છે. 36 નો અંક મેળવવાની તક સૌથી વધુ કોને છે ? કેમ ?

8. આપણે જ્યારે સિક્કો ઉછાળીએ છીએ ત્યારે તેનાં બે શક્ય પરિણામો છે. છાપ અથવા કાંટો. તેથી દરેક પ્રયત્નની સંભાવના $\frac{1}{2}$ છે. તમારા ઉત્તરની યથાર્થતા કહો.

9. એક વિદ્યાર્થી કહે છે કે, જો તમે એક પાસો ફેંકો તો તે 1 બતાવે છે કે 1 નથી બતાવતો. તેથી 1 મેળવવાની સંભાવના અને '1 નહિ' મેળવવાની સંભાવના, પ્રત્યેક $\frac{1}{2}$ બરાબર છે. આ સાચું છે ?

10. હું ત્રણ સિક્કાઓ એકસાથે ઉછાળું છું. શક્ય પરિણામો છે : છાપ ન આવે, 1 છાપ આવે, 2 છાપ અને 3 છાપ આવે. તેથી છાપ ન આવે તેની સંભાવના $\frac{1}{4}$ છે. આ તારણમાં ખોટું શું છે ?

11. જો તમે એક સિક્કાને 6 વખત ઉછાળો અને દરેક કિસ્સામાં છાપ જ આવે, તો શું તમે કહી શકો કે, છાપ આવવાની સંભાવના 1 છે ? કારણ આપો.

12. સુષ્મા એક સિક્કાને 3 વખતે ઉછાળે છે અને દરેક વખતે કાંટો મળે છે. શું તમે વિચારો છો કે ફરી વખત ઉછાળતાં પરિણામ કાંટો જ મળશે ? કારણ આપો.

13. જો હું એક સિક્કાને 3 વખત ઉછાળું અને દરેક વખતે છાપ આવે તો ચોથી વખત ઉછાળતી વખતે શું હું આશા રાખી શકું કે કાંટો આવે તેની શક્યતા વધુ છે ? તમારા ઉત્તરને સમર્થન આપે તેવું કારણ આપો.

14. એક થેલીમાં 1 થી 100 અંક લખેલી ચિઠ્ઠીઓ છે. જો ફાતિમા થેલીમાંથી યાદચ્છિક રીતે ચિઠ્ઠી પસંદ કરે, તો તે અયુગ્મ સંખ્યા હોય અથવા તે યુગ્મ સંખ્યા હોય. જો કે આ પરિસ્થિતિમાં પરિણામની ફક્ત બે જ શક્યતાઓ છે. તેથી દરેકની સંભાવના $\frac{1}{2}$ છે. યથાર્થતા ચકાસો.

ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : નીચે આપેલા વિતરણનું સંચયી આવૃતિ-વિતરણ તૈયાર કરો :

વર્ગ	12.5-17.5	17.5-22.5	22.5-27.5	27.5-32.5	32.5-37.5
આવૃતિ	2	22	19	14	13

ઉકેલ : આપેલા વિતરણનું માંગેલું સંચયી આવૃતિ-વિતરણ નીચે પ્રમાણે છે :

વર્ગ	આવૃતિ	સંચયી આવૃતિ
12.5-17.5	2	2
17.5-22.5	22	24
22.5-27.5	19	43
27.5-32.5	14	57
32.5-37.5	13	70

ઉદાહરણ 2 : એક સર્વેક્ષણમાં મેળવેલ 110 કામદારોનું દૈનિક વેતન નીચે કોષ્ટકમાં દર્શાવેલ છે :

રોજનું વેતન (₹ માં)	કામદારોની સંખ્યા
100-120	10
120-140	15
140-160	20
160-180	22
180-200	18
200-220	12
220-240	13

આ કામદારોના દૈનિક વેતનનો મધ્યક શોધો.

ઉકેલ : પહેલાં આપણે દરેક વર્ગની મધ્યકિંમત x_i શોધીશું અને પછી નીચે પ્રમાણે આગળ વધીશું :

દૈનિક વેતન (₹ માં) વર્ગો	મધ્યકિંમત (xi)	કામદારોની સંખ્યા (fi)	fixi
100-120	110	10	1100
120-140	130	15	1950
140-160	150	20	3000
160-180	170	22	3740
180-200	190	18	3420
200-220	210	12	2520
220-240	230	13	2990
		$\Sigma f_i = 110$	$\Sigma f_i x_i = 18720$

માટે, મધ્યક $= \bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{18720}{110} = 170.20$

તેથી, કામદારોના દૈનિક વેતનનો મધ્યક ₹ 170.20.

નોંધ : દૈનિક વેતનનો મધ્યક ધારેલા મધ્યકની રીતે અથવા સરેરાશ વિચલનની રીતે પણ શોધી શકાય.

ઉદાહરણ 3 : એક પરીક્ષામાં 100 વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલા ગુણ (ટકામાં) નીચે પ્રમાણે છે :

ગુણ	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65
આવૃત્તિ	14	16	18	23	18	8	3

ગુણનો મધ્યસ્થ (ટકામાં) નક્કી કરો.

ઉકેલ :

ગુણ (વર્ગો)	વિદ્યાર્થીઓનીસંખ્યા (આવૃત્તિ)	સંચયી આવૃત્તિ
30-35	14	14
35-40	16	30
40-45	18	48
45-50	23	71 ← મધ્યસ્થ વર્ગ
50-55	18	89
55-60	8	97
60-65	3	100

અહીં, $n = 100$.

માટે, $\frac{n}{2} = 50$, આ અવલોકન વર્ગ 45-50 માં આવે.

l (મધ્યસ્થ વર્ગની અધ:સીમા) $= 45$

cf (મધ્યસ્થ વર્ગની પહેલાંના વર્ગની સંચયી આવૃત્તિ) = 48

f (મધ્યસ્થ વર્ગની આવૃત્તિ) = 23

h (વર્ગલંબાઈ) = 5

મધ્યસ્થ $= l + \left(\dfrac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right)h$

$= 45 + \left(\dfrac{50-48}{23}\right) \times 5$

$= 45 + \dfrac{10}{23} = 45.4$

તેથી, ગુણનો મધ્યસ્થ 45.4 % છે.

ઉદાહરણ 4 : એક ગામમાં ખેતીલાયક જમીનનું આવૃત્તિ-વિતરણ કોષ્ટક નીચે પ્રમાણે છે :

જમીનનું ક્ષેત્રફળ (હેક્ટરમાં)	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11	11-13
કુટુંબની સંખ્યા	20	45	80	55	40	12

ગામની ખેતીલાયક જમીનનો બહુલક શોધો.

ઉકેલ : અહીં સૌથી વધુ આવૃત્તિ 80 છે અને આ આવૃત્તિને અનુરૂપ વર્ગ 5-7 છે.

તેથી, બહુલકીય વર્ગ 5-7 છે.

l (બહુલકીય વર્ગની અધઃસીમા) = 5

f_1 (બહુલકીય વર્ગની આવૃત્તિ) = 80

f_0 (બહુલકીય વર્ગની પહેલાના વર્ગની આવૃત્તિ) = 45

f_2 (બહુલકીય વર્ગની પછીના વર્ગની આવૃત્તિ) = 55

h (વર્ગલંબાઈ) = 2

બહુલક $= l + \left(\dfrac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$= 5 + \left(\dfrac{80-45}{2(80)-45-55}\right) \times 2$

$= 5 + \dfrac{35}{60} \times 2$

$$= 5 + \frac{35}{30}$$

$$= 5 + 1.2 = 6.2$$

તેથી, ગામની ખેતીલાયક જમીનનો બહુલક 6.2 હેક્ટર છે.

સ્વાધ્યાય 13.3

1. નીચેના વિતરણનો મધ્યક શોધો :

વર્ગ	1-3	3-5	5-7	7-10
આવૃત્તિ	9	22	27	17

2. 20 વિદ્યાર્થીઓએ ગણિતની પરીક્ષામાં મેળવેલા ગુણના મધ્યકની ગણતરી કરો :

ગુણ	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	2	4	7	6	1

3. નીચે આપેલી માહિતીનો મધ્યક શોધો :

વર્ગ	4 – 7	8 –11	12– 15	16 –19
આવૃત્તિ	5	4	9	10

4. નીચેનું કોષ્ટક 30 દિવસમાં સારીકાએ લખીને પૂર્ણ કરેલા પોતાના પુસ્તકનાં પૃષ્ઠોની સંખ્યા દર્શાવે છે :

રોજ લખેલાં પૃષ્ઠોની સંખ્યા	16-18	19-21	22-24	25-27	28-30
દિવસોની સંખ્યા	1	3	4	9	13

રોજ લખેલાં પૃષ્ઠોની સંખ્યાનો મધ્યક શોધો.

5. 50 નોકરની દૈનિક આવક કોષ્ટકમાં નીચે પ્રમાણે છે :

આવક (₹ માં)	1-200	201-400	401-600	601-800
નોકરની સંખ્યા	14	15	14	7

નોકરની દૈનિક આવકનો મધ્યક શોધો.

6. એક વિમાન 120 મુસાફરોની બેઠક ધરાવે છે. 100 ઉડ્ડયન દરમિયાન રોકાયેલી બેઠકોની સંખ્યા નીચેના કોષ્ટકમાં આપેલી છે :

બેઠકોની સંખ્યા	100-104	104-108	108-112	112-116	116-120
આવૃત્તિ	15	20	32	18	15

ઉડ્ડયન દરમિયાન રોકાયેલી બેઠકોની સંખ્યાનો મધ્યક શોધો.

7. 50 મલ્લનું વજન (કિગ્રામાં) નીચેના કોષ્ટકમાં નોંધાયેલું છે :

વજન (કિગ્રામાં)	100-110	110-120	120-130	130-140	140-150
મલ્લની સંખ્યા	4	14	21	8	3

મલ્લનાં વજનનો મધ્યક શોધો.

8. ઉત્પાદકે પરીક્ષણ કરેલી એક જ બનાવટની 50 મોટરકારે પ્રતિ લિટર કાપેલા અંતરની વિગત નીચેના કોષ્ટકમાં દર્શાવી છે :

કાપેલું અંતર (કિમી/લિટર)	10-12	12-14	14-16	16-18
મોટરકારની સંખ્યા	7	12	18	13

કાપેલાં અંતરનો મધ્યક શોધો.

ઉત્પાદકનો દાવો હતો કે તે બનાવટની મોટરકારની સરેરાશ 16 કિમી/લિટર છે. શું તમે આ દાવા સાથે સંમત છો ?

9. 40 માણસોના વજન (કિગ્રામાં)નું વિતરણ નીચે પ્રમાણે છે :

વજન (કિગ્રામાં)	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80
માણસોની સંખ્યા	4	4	13	5	6	5	2	1

ઉપર આપેલી માહિતીનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ (થી ઓછા પ્રકારનું) કોષ્ટક રચો.

10. નીચેનું કોષ્ટક એક પરીક્ષામાં 800 વિદ્યાર્થીઓના ગુણનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ દર્શાવે છે :

ગુણ	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
10 થી ઓછા	10
20 થી ઓછા	50
30 થી ઓછા	130
40 થી ઓછા	270
50 થી ઓછા	440
60 થી ઓછા	570
70 થી ઓછા	670
80 થી ઓછા	740
90 થી ઓછા	780
100 થી ઓછા	800

ઉપર આપેલી માહિતી માટે આવૃત્તિ-વિતરણ કોષ્ટક તૈયાર કરો.

11. નીચે આપેલી માહિતી પરથી આવૃત્તિ-વિતરણ બનાવો :

ગુણ (90માંથી)	ઉમેદવારોની સંખ્યા
80 કે તેથી વધુ	4
70 કે તેથી વધુ	6
60 કે તેથી વધુ	11
50 કે તેથી વધુ	17
40 કે તેથી વધુ	23
30 કે તેથી વધુ	27
20 કે તેથી વધુ	30
10 કે તેથી વધુ	32
0 કે તેથી વધુ	34

12. એક વર્ગના વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈના નીચે આપેલા વિતરણમાં અજ્ઞાત સંખ્યાઓ a, b, c, d, e, f શોધો :

ઊંચાઈ (સેમીમાં)	આવૃત્તિ	સંચયી આવૃત્તિ
150-155	12	a
155-160	b	25
160-165	10	c
165-170	d	43
170-175	e	48
175-180	2	f
કુલ	**50**	

13. કોઈ એક દિવસે હૉસ્પિટલમાં દાક્તરી સારવાર લેતાં 300 દર્દીઓની ઉંમર નીચે પ્રમાણે છે :

ઉંમર (વર્ષમાં)	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
દર્દીઓની સંખ્યા	60	42	55	70	53	20

આ પરથી

(i) થી ઓછા પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ શોધો.

(ii) થી વધુ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ શોધો.

14. એક વર્ગના 50 વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલા ગુણનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ નીચે આપેલ છે :

ગુણ	20 થી ઓછા	40 થી ઓછા	60 થી ઓછા	80 થી ઓછા	100 થી ઓછા
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	17	22	29	37	50

માહિતી પરથી આવૃત્તિ-વિતરણ કોષ્ટક બનાવો.

15. 600 કુટુંબોની સાપ્તાહિક આવક નીચે કોષ્ટકમાં આપેલ છે :

અઠવાડિક આવક (₹ માં)	કુટુંબોની સંખ્યા
0-1000	250
1000-2000	190
2000-3000	100
3000-4000	40
4000-5000	15
5000-6000	5
કુલ	**600**

આવકનો મધ્યસ્થ શોધો.

16. એક ક્રિકેટ તાલીમ કેન્દ્રના 33 ખેલાડીઓની મહત્તમ બૉલિંગની ઝડપ, કિમી પ્રતિ કલાકમાં નીચે આપેલ છે :

ઝડપ (કિમી/કલાક)	85-100	100-115	115-130	130-145
ખેલાડીઓની સંખ્યા	11	9	8	5

બૉલિંગની ઝડપનો મધ્યસ્થ શોધો.

17. 100 કુટુંબની માસિક આવક નીચે આપેલ છે :

આવક (₹ માં)	કુટુંબની સંખ્યા
0-5000	8
5000-10000	26
10000-15000	41
15000-20000	16
20000-25000	3
25000-30000	3
30000-35000	2
35000-40000	1

બહુલકીય આવકની ગણતરી કરો.

18. નીચેના કોષ્ટકમાં કૉફીના 70 પૅકેટ્સનું વજન આપેલ છે.

વજન (ગ્રામમાં)	પૅકેટ્સની સંખ્યા
200-201	12
201-202	26
202-203	20
203-204	9
204-205	2
205-206	1

બહુલકીય વજન શોધો.

19. બે પાસાંઓને એક જ સમયે ફેંકવામાં આવે છે.

(i) બંને પાસાં પર એક જ અંક મળે તેની સંભાવના શોધો.

(ii) બંને પાસાં પર ભિન્ન અંક મેળવવાની સંભાવના શોધો.

20. બે પાસાંઓને એકસાથે ફેંકવામાં આવે છે. પાસા પર આવતાં અંકોનો સરવાળો નીચે પ્રમાણે મળે તેની સંભાવના શોધો :

(i) 7 (ii) અવિભાજ્ય સંખ્યા (iii) 1

21. બે પાસાંઓ એકસાથે ફેંકવામાં આવે છે. પાસા પર આવતાં અંકોનો ગુણાકાર નીચે પ્રમાણે મળે તેની સંભાવના શોધો :

(i) 6 (ii) 12 (iii) 7

22. બે પાસાંઓને એક જ સમયે ફેંકવામાં આવે છે અને ઉપર આવતા અંકોના ગુણાકારને નોંધવામાં આવે છે. ગુણાકાર 9 થી ઓછો હોય તેવી સંભાવના શોધો.

23. બે પાસાંઓ અનુક્રમે 1, 2, 3, 4, 5, 6 અને 1, 1, 2, 2, 3, 3, એમ અંકિત છે. તેને ફેંકવામાં આવે છે અને તેની ઉપરના અંકોના સરવાળાને નોંધવામાં આવે છે. દરેક સરવાળો અલગથી 2 થી 9 ની વચ્ચે મળે તેની સંભાવના શોધો.

24. એક સિક્કાને બે વખત ઉછાળવામાં આવે છે. વધુમાં વધુ એક છાપ મળે તેની સંભાવના શોધો.

25. એક સિક્કાને ત્રણ વખત ઉછાળવામાં આવે છે. શક્ય પરિણામો નોંધો.

(i) તમામ છાપ (ii) ઓછામાં ઓછી બે છાપ મળવાની સંભાવના શોધો.

26. બે પાસાંઓને એક જ સમયે ફેંકવામાં આવે છે. બંને પાસાં પરના અંકોનો તફાવત 2 હોય તેવી સંભાવના નક્કી કરો.

27. એક થેલીમાં 10 લાલ, 5 ભૂરા અને 7 લીલા દડા છે. એક દડાને યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે છે. આ દડો (i) લાલ દડો (ii) લીલો દડો (iii) ભૂરો ન હોય તેવો દડો હોવાની સંભાવના શોધો.

28. 52 પત્તાંના ઢગમાંથી ફુલ્લીના રાજા, રાણી અને ગુલામને કાઢી નાંખીને તેને બરાબર ચીપવામાં આવે છે. બાકી રહેલાં પત્તાંમાંથી યાદચ્છિક રીતે એક પત્તું ખેંચવામાં આવે છે, તો તે પત્તું

(i) લાલનું હોય (ii) રાજા હોય તેની સંભાવના શોધો.

29. પ્રશ્ન 28 નો સંદર્ભ લો. તે પત્તું

(i) ફુલ્લીનું હોય (ii) લાલનો દસ્સો હોય તેની સંભાવના શોધો.

30. રમતનાં 52 પત્તાંમાંથી બધા ગુલામ, રાણી અને રાજાને દૂર કરવામાં આવે છે. બાકી રહેલાં પત્તાંને સારી રીતે ચીપવામાં આવે છે અને પછી યાદચ્છિક રીતે એક પત્તું પસંદ કરવામાં આવે છે અને પછી યાદચ્છિક રીતે એક પત્તું પસંદ કરવામાં આવે છે. એક્કાની કિંમત 1 અને તે જ રીતે બીજાં પત્તાંની કિંમત હોય, તો પત્તાંની કિંમત

(i) 7 (ii) 7 થી વધુ (iii) 7 થી ઓછી હોય

તેની સંભાવના શોધો.

31. 0 અને 100 ની વચ્ચેથી એક પૂર્ણાંક પસંદ કરવામાં આવે છે.

(i) 7 થી વિભાજ્ય હોય (ii) 7 થી વિભાજ્ય ન હોય તેવી સંભાવના શોધો.

32. એક ખોખામાં 2 થી 101 અંકના કાર્ડ્સ મૂકેલાં છે. એક કાર્ડને યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે છે. તો તે કાર્ડ

(i) યુગ્મ અંક (ii) પૂર્ણ વર્ગ સંખ્યા દર્શાવે તેની સંભાવના શોધો.

33. અંગ્રેજી મૂળાક્ષરોનો એક અક્ષર યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે છે. તે અક્ષર વ્યંજન હોય તેની સંભાવના શોધો.

34. એક ખોખામાં સંપૂર્ણ રીતે બંધ કરેલાં 1000 પરબીડિયાં છે, તે પૈકીના 10 માં દરેકમાં ₹ 100 રોકડ ઇનામ, 100 માં દરેકમાં ₹ 50 રોકડ ઇનામ, 200 માં દરેકમાં ₹ 10 રોકડ ઇનામ છે અને બાકીનામાં કોઈ પણ રોકડ ઇનામ નથી. જો તેને સારી રીતે મિશ્ર કરવામાં આવે અને કોઈ એક પરબીડિયું ઉઠાવવામાં આવે, તો તેમાં રોકડ ઇનામ ન હોય તેની સંભાવના શોધો.

35. ખોખા A માં 25 ચિઠ્ઠીઓ (ચબરખીઓ) રાખેલી છે. તેમાં 19 પર ₹ 1 લખેલું છે અને બાકીની દરેક પર ₹ 5 લખેલું છે. ખોખા B માં 50 ચિઠ્ઠીઓ (ચબરખીઓ) મૂકેલી છે. તેમાં 45 પર ₹ 1 લખેલ છે અને બાકીની દરેક પર ₹ 13 લખેલું છે. બંને ખોખાંમાંની ચિઠ્ઠીઓને ત્રીજા ખોખામાં નાંખીને બરાબર મિશ્ર કરવામાં આવે છે. યાદચ્છિક રીતે એક ચિઠ્ઠી ખેંચવામાં આવે છે તો તે ₹ 1 સિવાયની હોય તેની સંભાવના શોધો.

36. 24 વીજળીના ગોળા ધરાવતાં એક ખોખામાં 6 ખામીયુક્ત ગોળાઓ છે. એક ગોળાને યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે છે, તો તે ગોળો ખામીયુક્ત ન હોય તેની સંભાવના શું હશે ? જો પસંદ કરેલો ગોળો ખામીયુક્ત હોય અને જો તેને પાછો મૂકવામાં ન આવે અને બાકીનામાંથી યાદચ્છિક રીતે બીજો ગોળો પસંદ કરવામાં આવે, તો બીજો ગોળો ખામીયુક્ત હોય, તેની સંભાવના શોધો.

37. એક રમતમાં, 3 ભૂરાં અને બાકીનાં લાલ એમ 8 ત્રિકોણો અને 6 ભૂરાં અને બાકીનાં લાલ એમ 10 ચોરસ છે. યાદચ્છિક રીતે એક ખોવાઈ જાય છે. તો તે

(i) ત્રિકોણ (ii) ચોરસ (iii) ભૂરા રંગનો ચોરસ (iv) લાલ રંગનો ત્રિકોણ

હોવાની સંભાવના શોધો.

38. એક રમતનું પ્રવેશશુલ્ક ₹ 5 છે. રમતમાં સિક્કાને 3 વખત ઉછાળવામાં આવે છે. જો એક કે બે છાપ બતાવે તો શ્વેતાને તેનું પ્રવેશશુલ્ક પાછું મળે છે. જો તે 3 છાપ પાડે તો પ્રવેશશુલ્કની બમણી રકમ પાછી મળે. નહિતર તેણી હારી જશે. સિક્કાને 3 વખત ઉછાળતા તે

(i) પ્રવેશશુલ્ક ગુમાવશે.

(ii) પ્રવેશશુલ્કની બમણી રકમ મેળવશે.

(iii) ફક્ત તેનું પ્રવેશશુલ્ક જ મળશે, તેની સંભાવના શોધો.

39. એક પાસાની છ બાજુઓ પર 0, 1, 1, 1, 6, 6 અંકિત છે. આવા બે પાસાને એકસાથે ફેંકવામાં આવે છે અને કુલ અવલોકનોને નોંધવામાં આવે છે.

(i) કેટલાં જુદાં-જુદાં અવલોકનો શક્ય છે ?

(ii) કુલ 7 મળવાની સંભાવના કેટલી ?

40. 48 મોબાઇલ ફોનના જથ્થામાંથી 42 સારા છે, 3 માં ફક્ત સાધારણ ખામી છે અને 3 માં મોટી ખામી છે. વર્નિકા એવા જ ફોન ખરીદે છે કે જે સારા હોય, વેપારી એવા જ ફોન ખરીદે છે કે જેમાં કોઈ મોટી ખામી ન હોય. જથ્થામાંથી એક ફોન યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે છે. તો તે

(i) વર્નિકાને સ્વીકાર્ય હોય અને (ii) વેપારીને સ્વીકાર્ય હોય તેની સંભાવના શોધો.

41. એક થેલીમાં x લાલ, $2x$ સફેદ અને $3x$ ભૂરા એમ 24 દડાઓ છે. યાદચ્છિક રીતે એક દડો પસંદ કરવામાં આવે છે. તે (i) લાલ ન હોય અને (ii) સફેદ હોય તેની સંભાવના શોધો.

42. મેળાની એક રમતમાં દરેક પૂંઠા ઉપર એક જ સંખ્યા દર્શાવી હોય તેવાં 1 થી 1000 સંખ્યા લખેલાં પૂઠાં એક ખોખામાં મૂકવામાં આવેલ છે. યાદચ્છિક રીતે દરેક ખેલાડી એક પૂંઠું પસંદ કરે છે અને તે પૂંઠાને પાછું મૂકવામાં આવતું નથી. જો પસંદ કરેલું પૂઠું 500 થી વધુનો પૂર્ણ વર્ગ અંક ધરાવતું હોય, તો ખેલાડી ઇનામ જીતે છે. તો

(i) પહેલો ખેલાડી ઇનામ જીતે.

(ii) જો પહેલો ખેલાડી જીતેલો હોય, તો બીજો ખેલાડી ઇનામ જીતે તેની સંભાવના શોધો.

વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : 20 વર્ષ કે તેથી વધુ ઉંમરના 1000 માણસોનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ (થી ઓછા પ્રકારનું) નીચે આપેલું છે. ઉંમરની સરેરાશ શોધો.

થી ઓછી ઉંમર (વર્ષમાં)	30	40	50	60	70	80
માણસોની સંખ્યા	100	220	350	750	950	1000

ઉકેલ : પહેલાં, આપણે આપેલી માહિતીનું આવૃત્તિ-વિતરણ બનાવીશું અને પછી મધ્યકની ગણતરી કરવા મધ્યકિંમત (x_i), u_i અને f_iu_i ની ગણતરી નીચે મુજબ કરીશું :

વર્ગ	આવૃત્તિ (f_i)	મધ્યકિંમત (x_i)	$u_i = \frac{x_i - 45}{10}$	f_iu_i
20-30	100	25	–2	–200
30-40	120	35	–1	–120
40-50	130	$45 = a$	0	0
50-60	400	55	1	400
60-70	200	65	2	400
70-80	50	75	3	150
	$\sum f_i = 1000$			$\sum f_iu_i = 630$

આપણે ધારેલો મધ્યક (a) = 45 લીધેલો છે. અહીં, h = વર્ગલંબાઈ = 10

સૂત્રનો ઉપયોગ કરતાં,

$$\text{મધ્યક} = \bar{x} = a + h\left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right)$$

$$= 45 + 10\left(\frac{630}{1000}\right)$$

$$= 45 + 6.3 = 51.3$$

આમ, ઉંમરનો મધ્યક 51.3 વર્ષ છે.

ઉદાહરણ 2 : નીચેના વિતરણનો મધ્યક 18 છે. વર્ગ અંતરાલ 19-21 માં આવૃતિ f એ ખૂટતી આવૃતિ છે. f શોધો.

વર્ગ-અંતરાલ	11-13	13-15	15-17	17-19	19-21	21-23	23-25
આવૃતિ	3	6	9	13	f	5	4

ઉકેલ :

વર્ગ-અંતરાલ	મધ્યકિંમત (x_i)	આવૃતિ (f_i)	$u_i = \frac{x_i - 18}{2}$	$f_i u_i$
11-13	12	3	–3	–9
13-15	14	6	–2	–12
15-17	16	9	–1	–9
17-19	18	13	0	0
19-21	20	f	1	f
21-23	22	5	2	10
23-25	24	4	3	12
		$\sum f_i = 40 + f$		$\sum f_i u_i = f - 8$

ધારો કે, ધારેલો મધ્યક $a = 18$. અહીં $h = 2$

$$\text{મધ્યક} = \bar{x} = a + h\left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right)$$

$$= 18 + 2\left(\frac{f - 8}{40 + f}\right)$$

$\bar{x} = 18$ (આપેલ છે.)

તેથી, $18 = 18 + \dfrac{2(f - 8)}{40 + f}$

અથવા $f = 8$

તેથી, વર્ગ-અંતરાલ 19-21 ની આવૃતિ 8 છે.

ઉદાહરણ 3 : નીચે આપેલા વિતરણનો મધ્યસ્થ 14.4 છે. જો કુલ આવૃત્તિ 20 હોય, તો x અને y ની કિંમતો શોધો.

વર્ગ-અંતરાલ	0-6	6-12	12-18	18-24	24-30
આવૃત્તિ	4	x	5	y	1

ઉકેલ :

વર્ગ-અંતરાલ	આવૃત્તિ	સંચયી આવૃત્તિ
0-6	4	4
6-12	x	$4 + x$
12-18	5	$9 + x$
18-24	y	$9 + x + y$
24-30	1	$10 + x + y$

$n = 20$ આપેલ છે.

તેથી, $10 + x + y = 20$, એટલે કે, $x + y = 10$ **(1)**

તે પણ આપેલ છે કે મધ્યસ્થ $= 14.4$

તે 12-18 ના વર્ગ-અંતરાલમાં આવેલ છે.

તેથી, $l = 12$, $f = 5$, $cf = 4 + x$, $h = 6$

સૂત્રનો ઉપયોગ કરતાં,

$$\text{મધ્યસ્થ} = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right)h \quad \textbf{અથવા} \quad 14.4 = 12 + \left(\frac{10 - (4 + x)}{5}\right)6$$

$$\text{અથવા} \quad 14.4 = 12 + \left(\frac{6 - x}{5}\right)6 \quad \textbf{અથવા} \quad x = 4 \qquad \textbf{(2)}$$

(1) અને (2) પરથી, $y = 6$.

સ્વાધ્યાય 13.4

1. નીચેના વિતરણ માટે વિદ્યાર્થીઓના ગુણનો મધ્યક શોધો :

ગુણ	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
0 અને તેથી વધુ	80
10 અને તેથી વધુ	77
20 અને તેથી વધુ	72
30 અને તેથી વધુ	65
40 અને તેથી વધુ	55
50 અને તેથી વધુ	43
60 અને તેથી વધુ	28
70 અને તેથી વધુ	16
80 અને તેથી વધુ	10
90 અને તેથી વધુ	8
100 અને તેથી વધુ	0

2. નીચેના વિતરણ માટે મધ્યક શોધો :

ગુણ	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
10 થી ઓછા	5
20 થી ઓછા	9
30 થી ઓછા	17
40 થી ઓછા	29
50 થી ઓછા	45
60 થી ઓછા	60
70 થી ઓછા	70
80 થી ઓછા	78
90 થી ઓછા	83
100 થી ઓછા	85

3. નીચે આપેલી માહિતી પરથી એક શહેરના 100 રહેવાસીઓની ઉંમરનો મધ્યક શોધો :

સમાન કે વધુ ઉંમર (વર્ષમાં)	0	10	20	30	40	50	60	70
માણસોની સંખ્યા	100	90	75	50	25	15	5	0

4. નીચે આપેલા કોષ્ટકમાં ચા ના 70 પૅકેટ્સનું વજન આપેલું છે, તો પૅકેટ્સના વજનનો મધ્યક શોધો.

વજન (ગ્રામમાં)	પૅકેટ્સની સંખ્યા
200-201	13
201-202	27
202-203	18
203-204	10
204-205	1
205-206	1

5. ઉપરના પ્રશ્ન 4 નો સંદર્ભ લો.

આ માહિતીનો 'થી ઓછા' પ્રકારનો ઓજીવ દોરો અને વજનનો મધ્યસ્થ શોધવા તેનો ઉપયોગ કરો.

6. ઉપરના પ્રશ્ન 4 નો સંદર્ભ લો.

માહિતી માટે 'થી ઓછા' પ્રકારનો અને 'થી વધુ' પ્રકારનો ઓજીવ દોરો અને વજનનો મધ્યસ્થ શોધવા માટે તેનો ઉપયોગ કરો.

7. નીચેનું કોષ્ટક 280 માણસોનો પગાર બતાવે છે તે પરથી માહિતીના મધ્યસ્થ અને બહુલકની ગણતરી કરો :

પગાર (હજાર રૂપિયામાં)	માણસોની સંખ્યા
5-10	49
10-15	133
15-20	63
20-25	15
25-30	6
30-35	7
35-40	4
40-45	2
45-50	1

8. નીચેના આવૃત્તિ-વિતરણનો મધ્યક 50 છે, પણ વર્ગો 20-40 અને 60-80 ની આવૃત્તિઓ અનુક્રમે f_1 અને f_2 છે. જો તમામ આવૃત્તિઓનો સરવાળો 120 હોય, તો આ ખૂટતી આવૃત્તિઓ શોધો.

વર્ગ	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
આવૃત્તિ	17	f_1	32	f_2	19

9. નીચેની માહિતીનો મધ્યસ્થ 50 છે. જો તમામ આવૃત્તિઓનો સરવાળો 90 હોય, તો p અને q ની કિંમત શોધો :

ગુણ	આવૃત્તિ
20-30	p
30-40	15
40-50	25
50-60	20
60-70	q
70-80	8
80-90	10

10. નીચે 96 બાળકોની ઊંચાઈનું (સેમીમાં) વિતરણ આપેલું છે :

ઊંચાઈ (સેમીમાં)	બાળકોની સંખ્યા
124-128	5
128-132	8
132-136	17
136-140	24
140-144	16
144-148	12
148-152	6
152-156	4
156-160	3
160-164	1

આ માહિતી માટે 'થી ઓછા' પ્રકારનો સંચયી આવૃત્તિ વક્ર દોરો અને બાળકોની ઊંચાઈના મધ્યસ્થની ગણતરીમાં તેનો ઉપયોગ કરો.

11. નીચેના કોષ્ટકમાં 200 કુટુંબના સર્વેક્ષણમાં ખેતીલાયક જમીનનું માપ આપેલ છે તે પરથી જમીનની માલિકીના માપના મધ્યસ્થ અને બહુલકની ગણતરી કરો.

ખેતીલાયક જમીનનું માપ (હેક્ટરમાં)	કુટુંબની સંખ્યા
0-5	10
5-10	15
10-15	30
15-20	80
20-25	40
25-30	20
30-35	5

12. નીચેના કોષ્ટકમાં એક શહેરના 66 દિવસ માટેના વાર્ષિક વરસાદી નોંધ આપેલ છે.

વરસાદ (સેમીમાં)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
દિવસોની સંખ્યા	22	10	8	15	5	6

સંચયી આવૃત્તિ વક્ર (ઓજીવ) ('થી વધુ પ્રકાર' અને 'થી ઓછા પ્રકાર')નો ઉપયોગ કરીને વરસાદનો મધ્યસ્થ શોધો.

13. નીચે આપેલા આવૃત્તિ-વિતરણમાં મોબાઈલ ફોન દ્વારા કરેલા 100 કોલ્સની સમય-અવધિ આપેલી છે :

સમય-અવધિ (સેકન્ડમાં)	કોલ્સની સંખ્યા
95-125	14
125-155	22
155-185	28
185-215	21
215-245	15

એક કોલ માટેની સરેરાશ સમય-અવધિ (સેકન્ડમાં) શોધો અને સંચયી આવૃત્તિ વક્ર પરથી મધ્યસ્થ પણ શોધો.

14. એક શાળાની ભાલાફેંકની સ્પર્ધામાં 50 બાળકો ભાગ લે છે. ફેંકેલા અંતર (મીટરમાં)ની નોંધ નીચે આપેલ છે :

અંતર (મીટરમાં)	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	6	11	17	12	4

(i) સંચયી આવૃત્તિ-કોષ્ટક તૈયાર કરો.

(ii) સંચયી આવૃત્તિ વક્ર ('થી ઓછા' પ્રકારનો) દોરો અને આ વક્ર પરથી મધ્યસ્થ અંતરની ગણતરી કરો.

(iii) મધ્યસ્થના સૂત્રનો ઉપયોગ કરીને મધ્યસ્થ અંતરની ગણતરી કરો.

(iv) (ii) અને (iii) માં ગણેલું મધ્યસ્થ અંતર સરખું છે ?

■