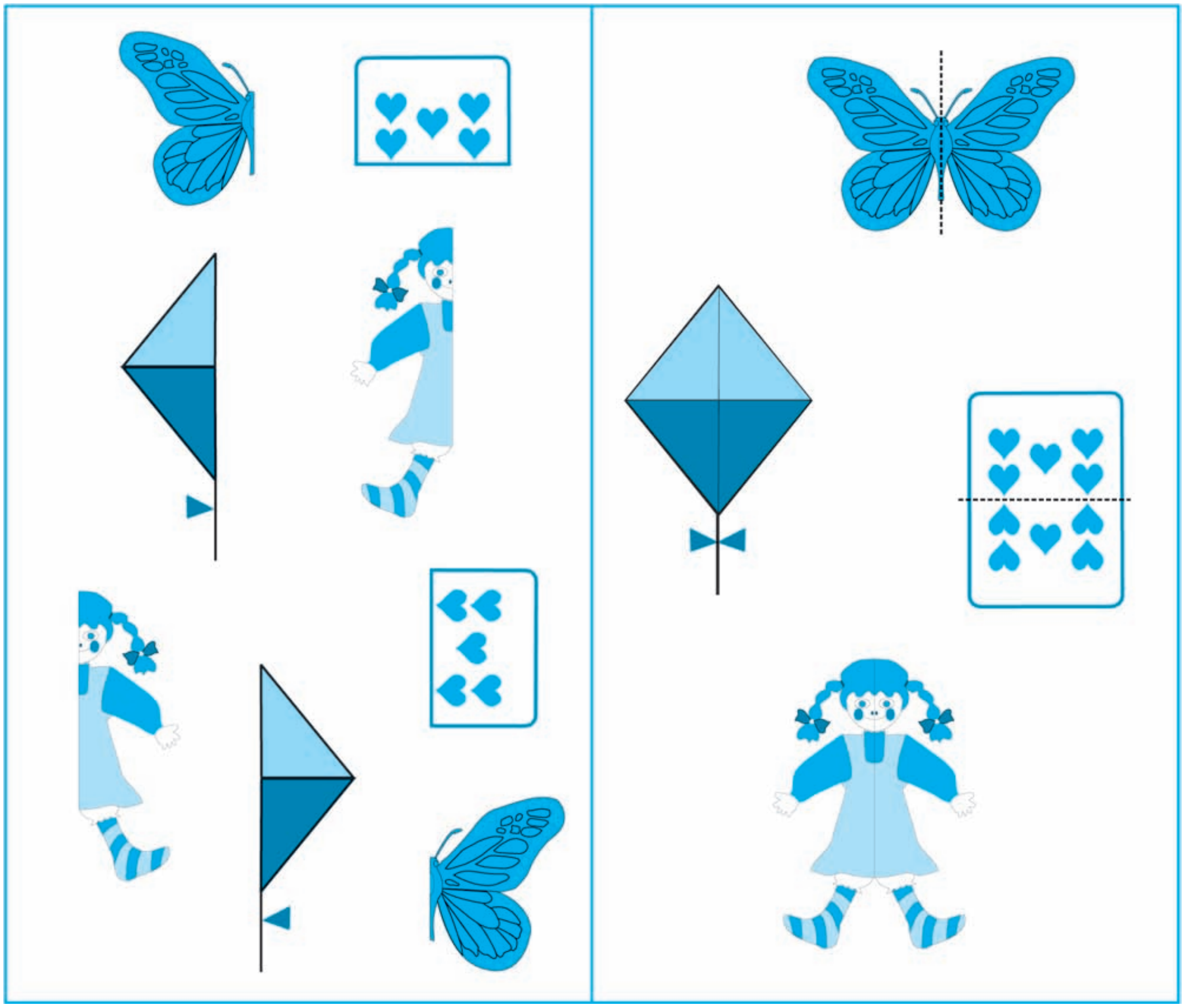
ନବମ ଅଧ୍ୟାୟ

ପ୍ରତିସମତା ଓ ସର୍ବସମତା

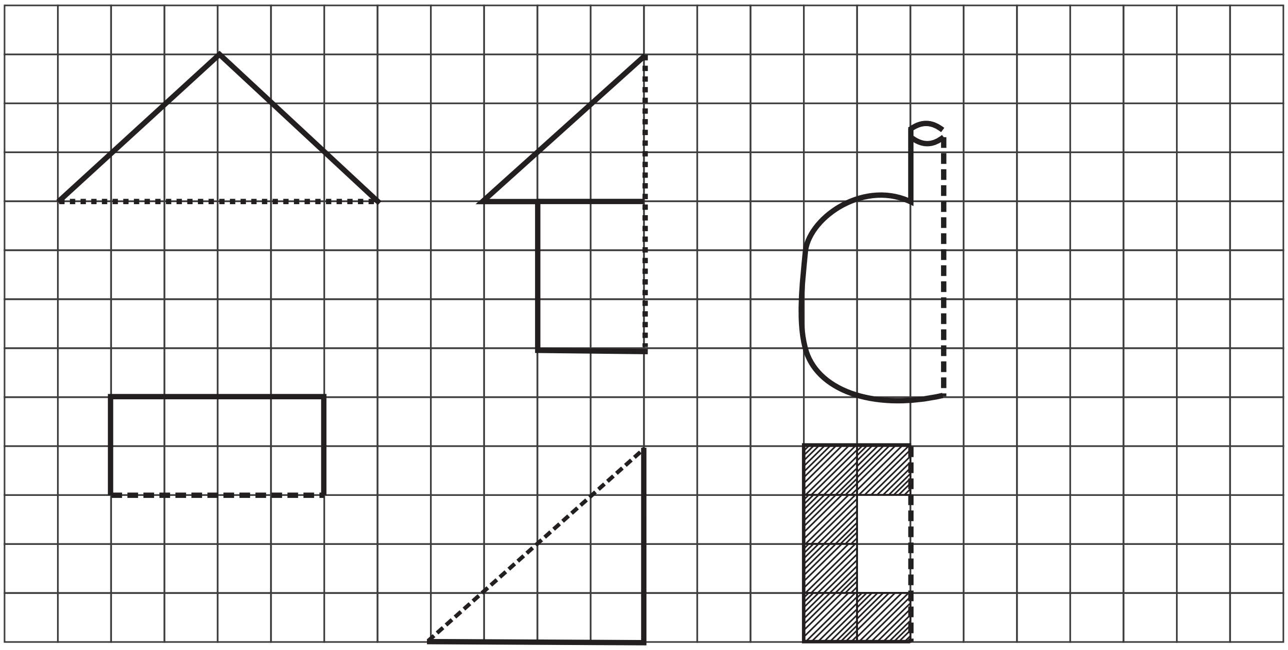
9.1. ପ୍ରତିସମତା

ସିନୁ ଓ ଲିନୁ ଦୁଇ ସାଙ୍ଗ । ଦିନେ ଲିନୁ, ସିନୁ ଘରକୁ ବୁଲିବାକୁ ଯାଇଥିଲା ବେଳେ ସିନୁର ବାକ୍ସରେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ଚିତ୍ର ଖଣ୍ଡ ଦେଖିଲା । ଲିନୁ ପଚାରିଲା, ତୁମେ ଏହି ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ କେଉଁଠାରୁ ପାଇଲ ? ସିନୁ କହିଲା ମୁଁ ଏଗୁଡ଼ିକୁ ତିଆରି କରିଛି । ଲିନୁ ଚିତ୍ର ଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଡ଼ିବାକୁ ଲାଗିଲା । ଯୋଡ଼ି ହେବା ପରେ ଚିତ୍ର ଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରର ଦେଖାଗଲା ।

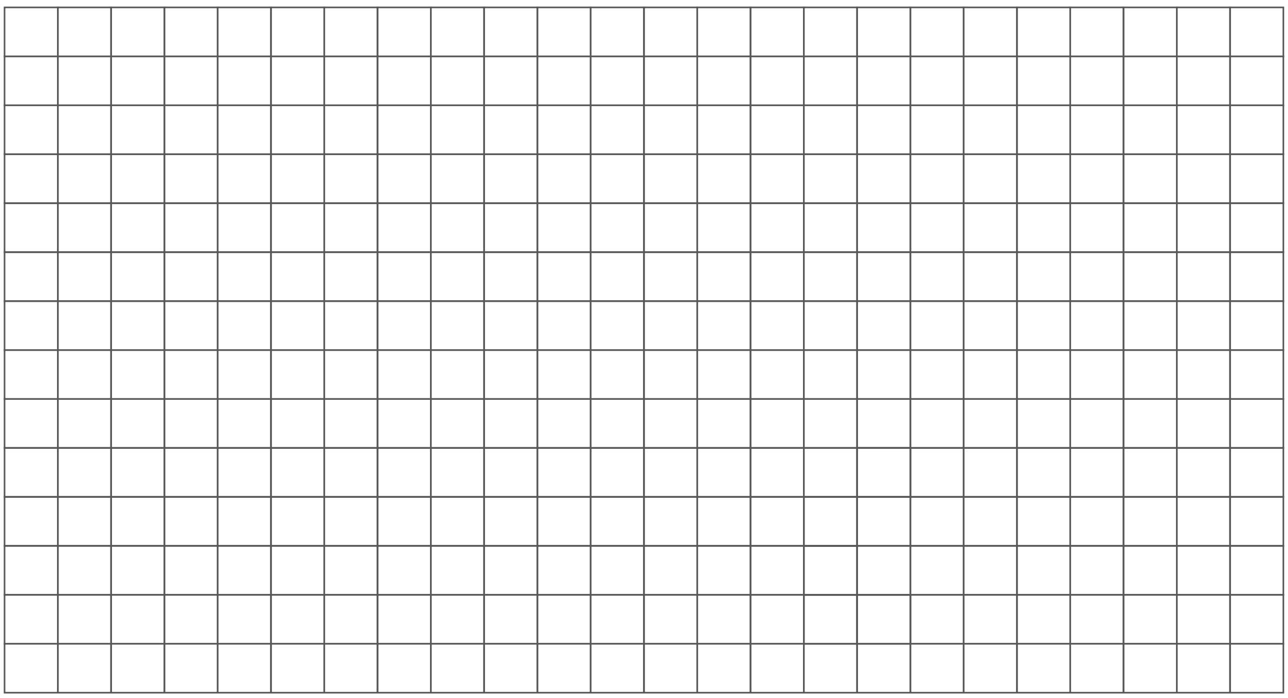


କୋଠରିର ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ ଓ ଚିତ୍ର ମଝିରେ ଥିବା ଗାରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । କ'ଣ ଦେଖୁଛ, ଲେଖ ।

ଲିନୁ ପଚାରିଲା- ତୁମେ ଏପରି ସୁନ୍ଦର ଚିତ୍ର କିପରି ଆଙ୍କିପାରୁଛ । ସିନୁ କହିଲା- ମୁଁ ପ୍ରଥମରୁ ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜରେ ଚିତ୍ର ଆଙ୍କୁଥିଲି ଓ ପରେ ଅଭ୍ୟାସ ହୋଇଯିବାରୁ ଏପରି ଚିତ୍ର ଆଙ୍କିପାରୁଛି । ସିନୁ ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜଟିଏ ଆଣିଲା ଓ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ଲାଗିଲା । ସିନୁ କହିଲା- ମୁଁ ଚିତ୍ର ଟିକୁ ଅଧାକରି ରଖିଛି ତୁମେ ଚିତ୍ରଟିକୁ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ କରି ଦେଖ, କେଉଁ ପ୍ରକାର ଚିତ୍ର ହେଉଛି । ମନେରଖ, ଚିତ୍ରଟିକୁ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ କଲାବେଳେ ବିନ୍ଦୁଥିବା ଗାରର ଅନ୍ୟପାଖରେ ଚିତ୍ରଟିର ଅନ୍ୟ ଅଧାଅଂଶ ତିଆରି ହେବ ।



ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି ନିଜ ମନରୁ ଚିତ୍ରଖଣ୍ଡ ତିଆରି କର ଓ ପରେ ଚିତ୍ରଖଣ୍ଡଟିକୁ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ କର ।



ଏଗୁଡ଼ିକୁ ଲିନୁର ବାପା ଦେଖୁଥିଲେ। ସେ କହିଲେ- ଜାଣିଛ କି,ଯେଉଁ ରେଖାର ଉଭୟ ପଟର ଚିତ୍ର ଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ତା'କୁ କ'ଣ କୁହାଯାଏ ?

ଜାଣିଛ କି ?

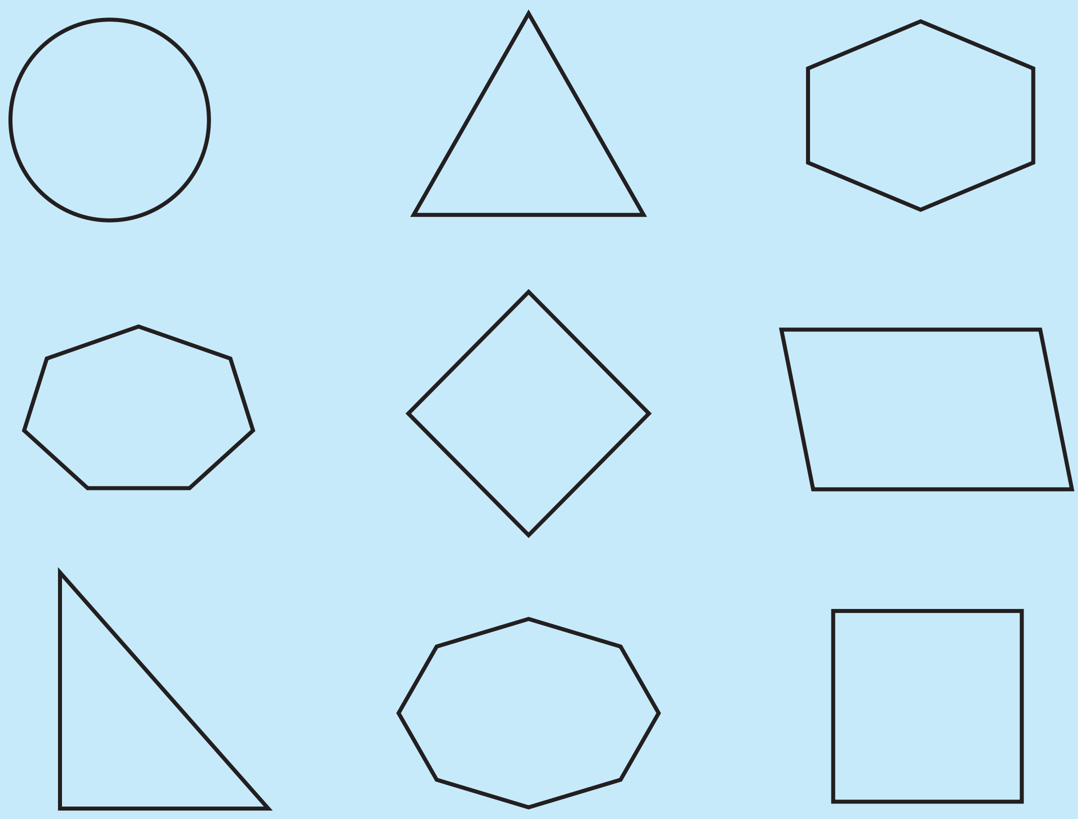
କେତେକ ଛବିର ମଝିରେ ଗାରଟିଏ ଟାଣିଲେ ବା ଭାଙ୍ଗ ପକାଇଲେ ଯଦି ଗାର ବା ଭାଙ୍ଗର ଗୋଟିଏ ପାଖର ଚିତ୍ର ଅନ୍ୟ ପାଖର ଚିତ୍ରସହ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ମିଶିଯାଏ ତେବେ ତା'କୁ **ପ୍ରତିସମ** ରେଖା ବା **ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ** କୁହାଯାଏ।

ଛବିର ମଝିରେ ଥିବା ଗାର / ଭାଙ୍ଗ ଉପରେ ଦର୍ପଣଟିଏ ରଖିଲେ ଯଦି ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରର ପ୍ରତିବିମ୍ବ ଅନ୍ୟ ପାର୍ଶ୍ୱର ଚିତ୍ର ସହିତ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବରେ ମିଳିଗଲା ପରି ଦେଖାଯାଏ, ତେବେ ସେହି ଗାର/ ଭାଙ୍ଗକୁ **ପ୍ରତିସମ ରେଖା** ବା **ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ** କୁହାଯାଏ।

କହିଲ ଦେଖି :

ତୁମ ଜ୍ୟାମିତି ବାକ୍ସରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ଯାକ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର୍ ପ୍ରତିସମ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କି ?
ଏହାର କାରଣ କ'ଣ ?

✍ ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରତିସମ କି ? କାରଣ ଦର୍ଶାଅ। ଆବଶ୍ୟକ ସ୍ଥଳେ ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ଦର୍ଶାଅ।

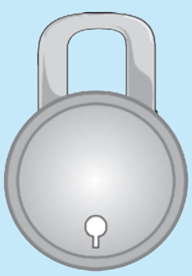


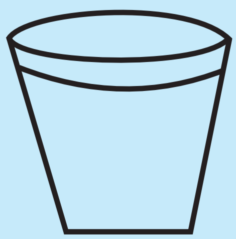
(କ) ତୁମ ନିକଟ ପରିବେଶରେ ଦେଖୁଥିବା ଜିନିଷ ଗୁଡ଼ିକର ଆକୃତି ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଗୁଡ଼ିକରେ ପ୍ରତିସମତା ଲକ୍ଷ୍ୟକରୁଛ, ସେଥିରୁ ପାଞ୍ଚଟିର ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

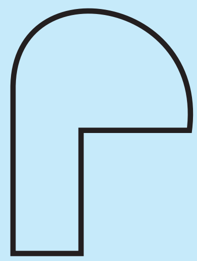
(ଖ) ସେହିଭଳି କେଉଁସବୁ ଜିନିଷର ଆକୃତିର ପ୍ରତିସମତା ନାହିଁ, ତା'ର ପାଞ୍ଚଟି ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

ପ୍ରତିସମ ଆକୃତି	ପ୍ରତିସମତା ବିହୀନ ଆକୃତି
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5

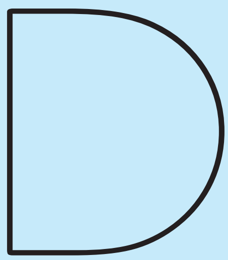
ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖ । ଯେଉଁ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରତିସମ ଆକୃତି ସେଥିରେ ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ଅଙ୍କନ କର ।

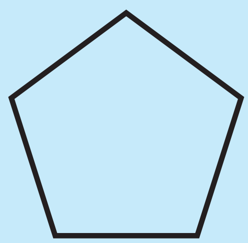
(କ)


(ଖ)


(ଗ)


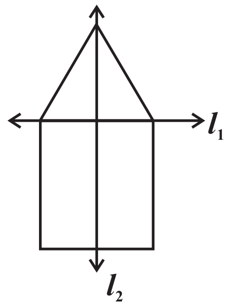
(ଘ)

(ଙ)


(ଚ)


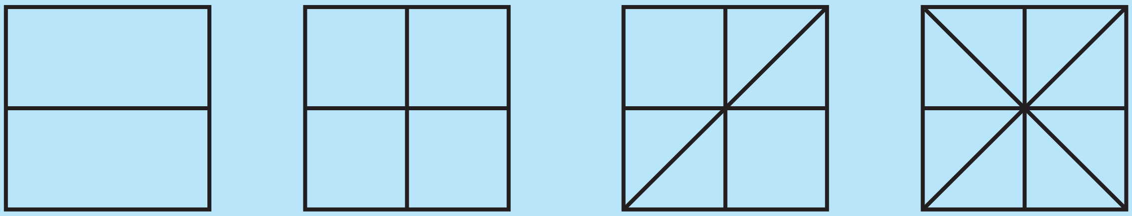
ବାପା କହିଲେ- ଜାଣିଛ କି କେତେଗୁଡ଼ିଏ ଚିତ୍ର ଅଛି ଯାହାର ଏକାଧିକ ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ଅଛି ?

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରଟିକୁ ଦେଖ ଓ l_1 ଓ l_2 ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ଚିହ୍ନଟ କର।



ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଖଣ୍ଡିଏ ବର୍ଗାକୃତି କାଗଜ ନିଅ ସେହି କାଗଜଟିକୁ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ର ପରି ପର୍ଯ୍ୟାୟ କ୍ରମେ ଭାଙ୍ଗ। ଭାଙ୍ଗିବା କାର୍ଯ୍ୟ ଶେଷରେ କାଗଜ ଖଣ୍ଡିକରେ କେତୋଟି ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ଦେଖିଲ କହ।

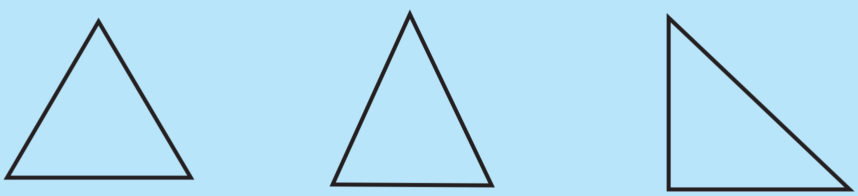


ପ୍ରଥମ ଚିତ୍ର   ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ର   ତୃତୀୟ ଚିତ୍ର   ଚତୁର୍ଥ ଚିତ୍ର

- ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?
- ଗୋଟିଏ ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାଗଜ ଖଣ୍ଡନେଇ ପୂର୍ବପରି ଭାଙ୍ଗ।
- ଏଥିରେ କେତୋଟି ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ପାଇଲ ?
- ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷସଂଖ୍ୟା ଓ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷସଂଖ୍ୟା ସମାନ ହେଲା ନାହିଁ କାହିଁକି ?
- ତୁମର ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କରି ଏହାର କାରଣ ଲେଖ।

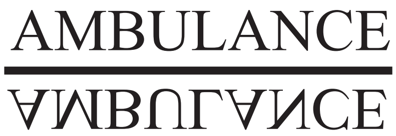
ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ସମବାହୁ, ସମଦ୍ୱିବାହୁ ଓ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି କାଗଜ ନିଅ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ କାଗଜ ଖଣ୍ଡରେ ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ଚିହ୍ନଟ କର ।



ଜାଣିଛ କି ?
ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କୌଣସି ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ନ ଥାଏ।

ସିନୁର ଘରେ ଗୋଟିଏ ଖେଳନା ଗାଡ଼ି ଥିଲା । ଗାଡ଼ିରେ ଲେଖାଯାଇଥିଲା ⱯWBՈΓⱯИCE । ସିନୁ ଓ ଲିନୁ ଏହି ଅକ୍ଷରକୁ ବୁଝିପାରିଲେ ନାହିଁ । ସେମାନେ ବାପାଙ୍କୁ ପଚାରିଲେ । ବାପା କହିଲେ- ଗୋଟିଏ ଦର୍ପଣ ଆଣ, ଦର୍ପଣଟିକୁ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଗାରକୁ ଲଗାଇ ରଖ, ଯେପରିକି ଦର୍ପଣର ସାମ୍ନା ପାଖ ଲେଖା ଆଡ଼କୁ ରହିବ ।



କହିଲ ଦେଖି :
ଗାଡ଼ିଟିରେ AMBULANCE ଏହିପରି ଭାବରେ ଲେଖାହେବାର କାରଣ କ'ଣ ?

ଗାଡ଼ିରେ AMBULANCE ଲେଖାହୋଇଥିବା ଜାଣି ଦୁହେଁ ବହୁତ ଖୁସିହେଲେ । ଲିନୁ ଗୋଟିଏ କାଗଜରେ 'A' ଦେଖି ବିଭିନ୍ନ ଦିଗରୁ ଓ ବିଭିନ୍ନ ଦୂରତାରୁ ଦେଖିବାକୁ ଲାଗିଲା ।

✍ ତୁମେ ଅନ୍ୟ ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର ଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖି ଦର୍ପଣରେ ତାର ପ୍ରତିବିମ୍ବକୁ ଦେଖ । ଯେଉଁଭଳି ଆକୃତି ଦେଖୁଛ ତାହା ଲେଖ ।

ସିନୁ ଓ ଲିନୁ ନିଜ ନିଜର ନାମକୁ ଦର୍ପଣରେ ଦେଖିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କଲେ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ତୁମେ ତୁମର ପାଞ୍ଚଜଣ ସାଙ୍ଗଙ୍କର ନାମ ଲେଖି (ଇଂରାଜୀ ବଡ଼ ଅକ୍ଷରରେ) ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଦର୍ପଣରେ ଦେଖ । ଯେଉଁପ୍ରକାରର ଆକୃତି ପାଉଛ ତାହାକୁ ଲେଖିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।

କ୍ର.ନଂ	ନାମ (ଇଂରାଜୀ ବଡ଼ ଅକ୍ଷରରେ)	ଦର୍ପଣରେ କିପରି ଦେଖାଯାଉଛି ?
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		

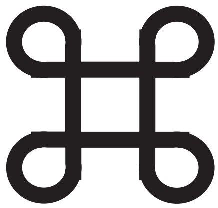
✍ ଦର୍ପଣ ନ ଦେଖି ନିମ୍ନ ନାମଗୁଡ଼ିକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

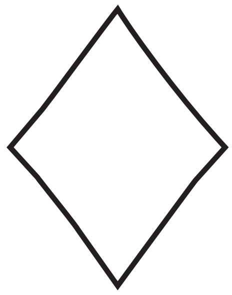
EINSTINE
JOSEPH
SIBA SUNDAR
TENDULKAR

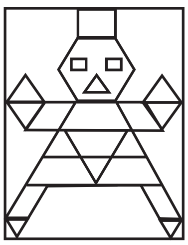
ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.1

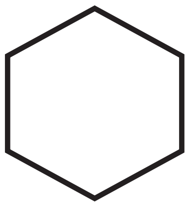
1. ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରର ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର । କେଉଁ ଚିତ୍ରରେ କେତୋଟି ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ପାଇଲ ଲେଖ । କେଉଁ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ନାହିଁ ?

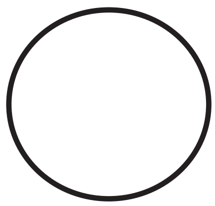
(କ)

(ଖ) 

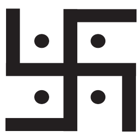
(ଗ) 

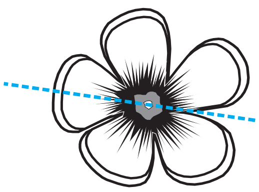
(ଘ) 

(ଙ) 

(ଚ) 

(ଛ)

(ଜ) 

2. 

ଟଣାଯାଇଥିବା ଗାରଟି ଆକୃତିର ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ କି ? ଯଦି ହଁ, ତେବେ ଅନ୍ୟ ଅକ୍ଷ ଗୁଡ଼ିକ ଅଙ୍କନ କର, ଯଦି ନୁହେଁ, ତେବେ ନାହିଁ ବୋଲି ଲେଖ ।

3. ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରର ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ସଂଖ୍ୟା ତା'ର ଡାହାଣରେ ଥିବା କୋଠରିରେ ଲେଖ ।

ଚିତ୍ରର ନାମ	ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ସଂଖ୍ୟା
ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ	
ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ	
ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ	
ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର	
ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର	
ରମ୍ବସ	
ବୃତ୍ତ	
ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର	

4. ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ନାମର ବାମ ପଟେ ଦର୍ପଣ ରଖି ଦେଖିଲେ ପ୍ରତିବିମ୍ବ କିପରି ଦେଖାଯିବ ଲେଖ । ଦର୍ପଣ ବ୍ୟବହାର କରି ତୁମ ଉତ୍ତରର ପରୀକ୍ଷା କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶବ୍ଦରେ କେଉଁ ଅକ୍ଷର ଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରତିବିମ୍ବ ମୂଳ ଅକ୍ଷର ଭଳି ଦେଖାଯାଉଛି ?

GOPAL
RAMESH
MIRROR
RAJESH
EEMA

5. ନିଜର ଘରେ, ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଓ ପରିବେଶରେ ଥିବା ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରତିସମ ଆକୃତି ସଂଗ୍ରହ କର ଓ ଗୋଟିଏ ଖାତାରେ ଅଠା ଦେଇ ଲଗାଅ ।

9.2 ସର୍ବସମତା

ଏହି ବିଭାଗରେ ଆମେ ସର୍ବସମତା ଭଳି ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଜ୍ୟାମିତିକ ଧାରଣା ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିବା । ବିଶେଷ କରି ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ଚିତ୍ରର ସର୍ବସମତା ସଂପର୍କରେ ବିଷଦ ଭାବେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଡାକଘରୁ ଦୁଇଟି ଡାକଟିକଟ ସଂଗ୍ରହ କର, ଯେଉଁଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ସହ ମିଳିଯିବ ।
- ଗୋଟିକ ଉପରେ ଅନ୍ୟ ଡ଼ାକଟିକଟକୁ ରଖ । କ'ଣ ଦେଖୁଛ ? ତୁମେ ଦେଖିବ, ପ୍ରଥମ ଡାକଟିକଟଟି ଅନ୍ୟ ଡାକଟିକଟ ସହ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ମିଳିଯିବ । ଏହାର ଅର୍ଥ ଦୁଇଟି ଯାକ ଡାକଟିକଟର ଆକାର ଓ ଆକୃତି ସମାନ ।
- ଏବେ କହ, ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ଡାକଟିକଟ ନେଲେ ଦୁଇଟିଯାକର ଆକାର ଓ ଆକୃତି ସମାନ ହେବ କି ?
- ସମାନ ଆକାର ଓ ଆକୃତିର ଡ଼ାକଟିକଟ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ସର୍ବସମ । **ସମତଳ ପୃଷ୍ଠ ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି ଚିତ୍ରର ଆକାର ଓ ଆକୃତି ସମାନ ହେଲେ ସେମାନଙ୍କୁ ପରସ୍ପର ସର୍ବସମ ଚିତ୍ର କୁହାଯାଏ ।**

ତୁମ ପରିବେଶରେ ଥିବା ବସ୍ତୁମାନଙ୍କରେ ସମାନ ଆକାର ଓ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଚିତ୍ର ମାନଙ୍କର ତାଲିକା ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।

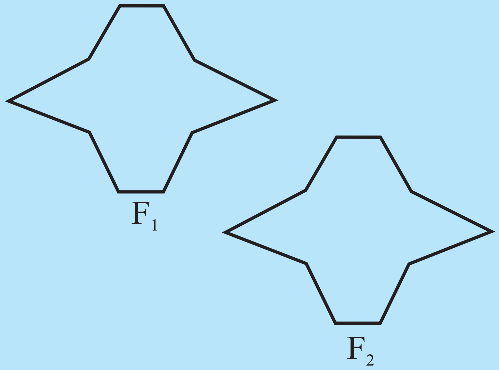
କହିଲ ଦେଖି :

ଦୁଇଟି ଜ୍ୟାମିତି ବାକ୍ସ ରୁ 60^0 ଓ 30^0 କୋଣ ଥିବା ଦୁଇଟି ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର୍ ନେଇ ଗୋଟିକକୁ ଅନ୍ୟ ସଙ୍ଗେ ମିଳାଇ ରଖ । ସେ ଦୁଇଟି ସଂପୂର୍ଣ୍ଣରୂପେ ମିଳିଯାଇପାରିବ କି ? ସେଟ୍‌ସ୍‌କୋୟାର ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ହେବେ କି ?

9.2.1 ଦୁଇଟି ସାମତଳିକ ଚିତ୍ରର ସର୍ବସମତା

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

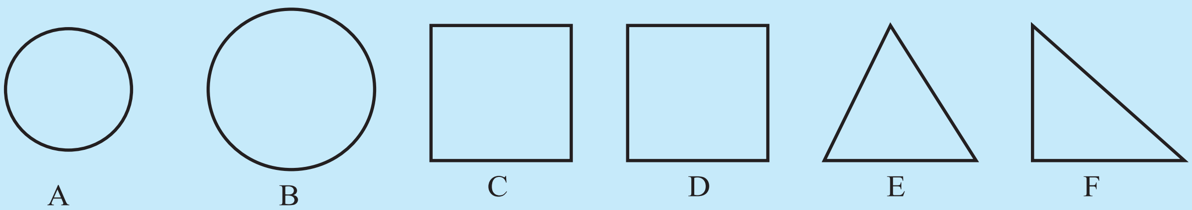
- ନିମ୍ନ ଚିତ୍ର ଦୁଇଟିକୁ ଦେଖ ।
- ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜଟିଏ ନିଅ । ଏହାକୁ ଚିତ୍ର F_1 ଉପରେ ରଖି ସେହି ଚିତ୍ରର ଅବିକଳ ନକଲ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ଉପରେ ଅଙ୍କନ କର ।
- ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜରୁ ଆଙ୍କିଥିବା ଚିତ୍ରର ଧାରେ ଧାରେ କାଟି ନିଅ । ଟ୍ରେସିଂ- କାଗଜର କଟା ଯାଇଥିବା ଅଂଶଟିକୁ F_2 ଚିତ୍ର ଉପରେ ରଖି ତାକୁ F_2 ସହ ମିଳାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।
- ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜର କଟା ଚିତ୍ରଟି F_2 ଚିତ୍ର ସଙ୍ଗେ ପୂରାପୂରି ମିଳିଗଲା କି ? ଠିକ୍ ଭାବରେ ମିଳାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ନିଶ୍ଚୟ ସେ ଦୁଇଟି ମିଳିଯିବ ।



ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜରେ କଟାଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରଟି F_2 ଚିତ୍ର ସହ ସର୍ବସମ । ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜର କଟା ଚିତ୍ରଟି F_1ର ଅବିକଳ ନକଲ । ତେଣୁ ଆମେ କହୁ F_1 ଓ F_2 ଚିତ୍ରଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ।

ତଳ ଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକରି ସାରଣୀଟିକୁ ପୂରଣ କର ।



ଚିତ୍ରର ନାମ	ଆକୃତି ସମାନ କି ?	ଆକାର ସମାନ କି ?	ଆକୃତି ତଥା ଆକାର ସମାନ କି ?
(A)ଓ(B)			
(C)ଓ(D)			
(E)ଓ (F)			

ସେହିପରି ଦୁଇଟି ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହୋଇଥିଲେ ଚିତ୍ରଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ସର୍ବସମ ଓ 2ଟି ସମାନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଥିବା ବୃତ୍ତର ଚିତ୍ର ମଧ୍ୟ ପରସ୍ପର ସର୍ବସମ ।

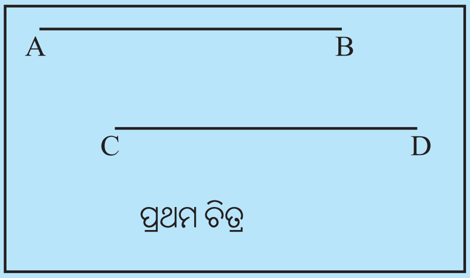
> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ଚିତ୍ର F_1 ଓ F_2 କୁ $F_1 \cong F_2$ ଭାବେ ଲେଖାଯାଏ ।
>
> $\cong$ ହେଉଛି ସର୍ବସମତାର ଚିହ୍ନ

✍ 5 ଯୋଡ଼ା ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ସର୍ବସମ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।

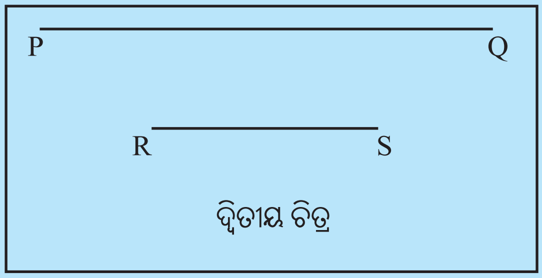
9.2.2 ଦୁଇଟି ରେଖାଖଣ୍ଡର ସର୍ବସମତା

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଦୁଇଟି ରେଖାଖଣ୍ଡ ସର୍ବସମ ପରୀକ୍ଷା କରିବା ପାଇଁ ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା କାମ କରିବା ।



ପ୍ରଥମ ଚିତ୍ର



ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ର

- ଗୋଟିଏ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ନେଇ $\overline{AB}$ ର ଅବିକଳ ନକଲ ଅଙ୍କନ କର ।
- $\overline{AB}$ ର ଅବିକଳ ନକଲକୁ $\overline{CD}$ ଉପରେ ପକାଇ ଦେଖ ।
- $\overline{CD}$ ର 'C' ସହିତ ନକଲ AB ଚିତ୍ରର 'A' କୁ ମିଳାଇ ରଖ ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖ, 'D' ସହିତ ନକଲ ଚିତ୍ରର 'B' ମିଶି ଯାଉଛି କି ?
- ତେଣୁ, ଆମେ ଜାଣିଲେ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ସର୍ବସମ । ଏହାକୁ ଆମେ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ଭାବେ ଲେଖିଥାଉ ।
- ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ରରେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ଉପରେ $\overline{PQ}$ ର ଅବିକଳ ନକଲ ଅଙ୍କନ କର ।
- ନକଲ $\overline{PQ}$ ଚିତ୍ରର P ବିନ୍ଦୁକୁ R ସହିତ ମିଳାଇ ରଖିଲେ, Q ବିନ୍ଦୁ S ବିନ୍ଦୁ ସହ ଏକାଠି ରହୁଛି କି ?
- ଏଠାରେ $\overline{PQ}$ ଓ $\overline{RS}$ ସର୍ବସମ ହେବେ କି ?

ଏବେ କହ -

- $\overline{AB}$ ର ନକଲ ଚିତ୍ର $\overline{CD}$ ସହ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣରୂପେ ମିଳିଗଲା । ମାତ୍ର $\overline{PQ}$ ର ନକଲ ଚିତ୍ର $\overline{RS}$ ସହ ମିଳିଲା ନାହିଁ କାହିଁକି ?
- $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହୋଇ ନ ଥିଲେ $\overline{AB}$ ର ନକଲ ଚିତ୍ର $\overline{CD}$ ସହ ମିଳି ଥାଆନ୍ତା କି ?

ଆମେ ଦେଖିଲେ, $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ଉଭୟ ରେଖାଖଣ୍ଡ ହେତୁ ସେମାନଙ୍କର ଆକୃତି ଏକା ଏବଂ ଉଭୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେତୁ ସେମାନଙ୍କର ଆକାର ସମାନ ।

ତେଣୁ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ସର୍ବସମ ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ ,

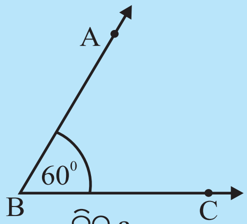
ଦୁଇଟି ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେଲେ ସେ ରେଖାଖଣ୍ଡଦ୍ୱୟକୁ ସର୍ବସମ ରେଖାଖଣ୍ଡ କୁହାଯାଏ ।

9.2.3 କୋଣମାନଙ୍କର ସର୍ବସମତା :

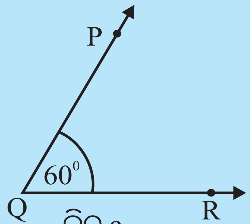
କୋଣ ମାନଙ୍କର ସର୍ବସମତା ସଂପର୍କରେ ଜାଣିବା ପାଇଁ ନିମ୍ନ କାମଟି କରିବା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

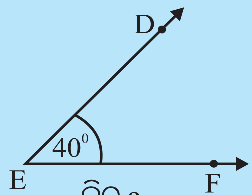
- ତୁମେ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ 3ଟି କୋଣ $m\angle ABC=60^0$, $m\angle PQR=60^0$ ଓ $m\angle DEF=40^0$ ଅଙ୍କନ କର ।



ଚିତ୍ର a_1



ଚିତ୍ର a_2



ଚିତ୍ର a_3

- ତୁମେ ଗୋଟିଏ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ନେଇ $\angle ABC$ ର ଅବିକଳ ନକଲ ଅଙ୍କନ କର ।
- ନକଲର $\overrightarrow{BA}$ କୁ $\angle PQR$ ର $\overrightarrow{QP}$ ସହ ମିଳାଇ ରଖ । $\overrightarrow{QR}$ ସହ $\overrightarrow{BC}$ ମିଶି ଯାଉଛି କି ?
- ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

  $m\angle ABC = m\angle PQR$ ଅର୍ଥାତ୍ $\angle ABC \cong \angle PQR$
- ପୁନଶ୍ଚ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ଉପରେ ଅଙ୍କନ କରିଥିବା $\angle ABC$ ର ଅବିକଳ ନକଲ $\overrightarrow{BA}$ କୁ $\angle DEF$ ର $\overrightarrow{ED}$ ସହ ମିଳାଇ ରଖ । $\overrightarrow{EF}$ ସହ $\overrightarrow{BC}$ ମିଶୁଛି କି ?
- ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

$\therefore$ $\angle ABC$ ଓ $\angle DEF$ ର ପରିମାଣ ସମାନ ନୁହେଁ ।

ଚିତ୍ର a_1 ଓ a_2 ଓ a_3 ର ଆକୃତି ସମାନ କିନ୍ତୁ ତିନୋଟିର ଆକାର (ପରିମାଣ) ସମାନ ନୁହେଁ ।

ଚିତ୍ର a_1 ଓ a_2 ର ଆକୃତି ସମାନ ଓ ଆକାର (ପରିମାଣ) ସମାନ, ତେଣୁ $\angle ABC \cong \angle PQR$

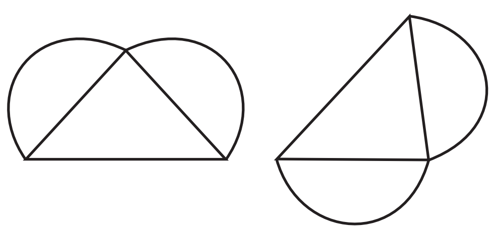
ଆମେ ଜାଣିଲେ :

ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣ ବା ମାପ ସମାନ ହେଲେ ସେ ଦୁଇଟି କୋଣ ସର୍ବସମ ।

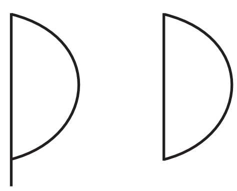
ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.2

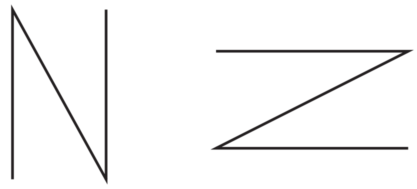
1. ପ୍ରତି ଯୋଡା ଚିତ୍ର ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଚିତ୍ରର ଅବିକଳ ନକଲ ତିଆରି କର । ତାହାକୁ ସେହି ଯୋଡାର ଅନ୍ୟ ଚିତ୍ର ଉପରେ ଥୋଇ ଚିତ୍ର ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ କି ନାହିଁ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

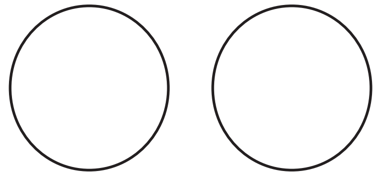
(a)

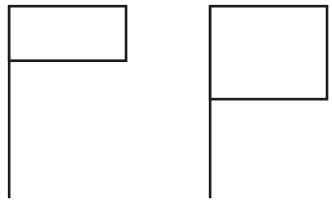


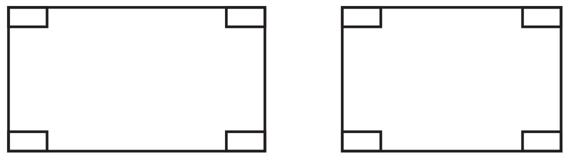
(b)



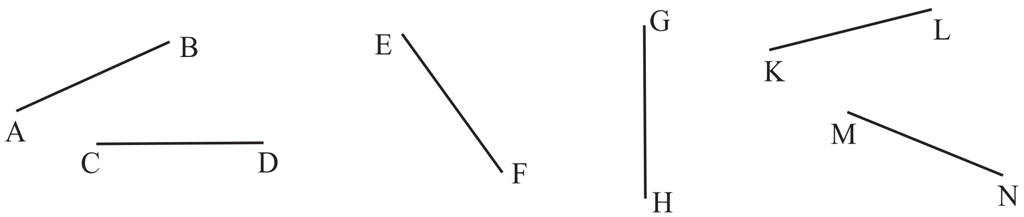
(c) 

(d) 

(e) 

(f) 

2. ନିମ୍ନସ୍ଥ ରେଖାଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ସର୍ବସମ ପରୀକ୍ଷା କର।



3. $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି AB=4.6 ସେ.ମି. ହେବ।

$\overline{CD}$ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ହେବ

4. ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଲେଖ-

(କ) କେଉଁ ସର୍ତ୍ତରେ ଦୁଇଟି ରେଖାଖଣ୍ଡ ସର୍ବସମ ହେବେ ?

(ଖ) ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତ ସର୍ବସମ ହେବେ ବୋଲି କିପରି ଜାଣିବ ?

(ଗ) ଦୁଇଟି କୋଣ ସର୍ବସମ ହେବାର ଆବଶ୍ୟକ ସର୍ତ୍ତ କ'ଣ ?

(ଘ) କେଉଁ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଦୁଇଟି ବର୍ଗଚିତ୍ର ସର୍ବସମ ହେବେ ?

5. ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ଗୋଟିକର ଅନ୍ତର୍ଦେଶକୁ କଳା ରଙ୍ଗ ଓ ଅନ୍ୟଟିର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ସବୁଜ ରଙ୍ଗ ଦିଅ।

(କ) ସର୍ବସମ ବୃତ୍ତ ଦୁଇଟିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧକୁ ମାପ।

(ଖ) ବୃତ୍ତ ଦୁଇଟିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସମ୍ପର୍କ ଅଛି ?

(ଗ) ଏବେ ବୃତ୍ତ ଦୁଇଟିର ବ୍ୟାସ ଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ହେବେ କି ? ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ।

(ଘ) ସେହିପରି ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ଆୟତ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରି, ସେମାନଙ୍କର ପରିସୀମା ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସମ୍ପର୍କ ଅଛି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

9.3. ତ୍ରିଭୂଜର ସର୍ବସମତା

ତ୍ରିଭୁଜର ବିଭିନ୍ନ ଅଂଶ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ତୁମର ଧାରଣା ଅଛି । ତୁମେ ଜାଣିଛ, ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, ତିନୋଟି ବାହୁ ଓ ତିନୋଟି କୋଣ ଅଛି । ତେଣୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଆକାର ଏହାର ବାହୁ ଓ କୋଣ ମାନଙ୍କର ମାପ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ । ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜର ଆକୃତି ଏକା, କାରଣ ଉଭୟ ତ୍ରିଭୁଜ । ତେବେ କହ, ସେ ଦ୍ୱୟର ଆକାର ସମ୍ବନ୍ଧରେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ସେ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ହେବେ ?

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- 60^0-30^0 ସେଟସ୍କୋୟାରକୁ କାଗଜ ଉପରେ ଥୋଇ ତା'ର ଧାରରେ ଗାର ଟାଣି ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ସେ ଦୁଇଟିର ନାମ ABC ଓ PQR ଦିଅ ।
- ଏକ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ଉପରେ Δ ABC ର ଗୋଟିଏ ଅବିକଳ ନକଲ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ତାହାକୁ Δ PQR ସହ ମିଳାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର । କେତେ ପ୍ରକାରରେ ଆମେ Δ ABC ର ନକଲ ଚିତ୍ରକୁ Δ PQR ଉପରେ ପକାଇପାରିବା ?

ଲକ୍ଷ୍ୟକର : ତିନି ପ୍ରକାର ଉପାୟରେ ଆମେ ଏହି କାମ କରିପାରିବା ।

- Δ ABC ର ଅବିକଳ ନକଲଟି ନେଇ Δ PQR ଉପରେ ନିମ୍ନମତେ ପକାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର, ଯେପରି-

ପ୍ରଥମ ସ୍ଥାପନ - A ସହିତ P, B ସହିତ Q, ଓ C ସହିତ R,ମିଶିବ

ଦ୍ୱିତୀୟ ସ୍ଥାପନ - A ସହିତ Q, B ସହିତ R, ଓ C ସହିତ P,ମିଶିବ

ତୃତୀୟ ସ୍ଥାପନ - A ସହିତ R , B ସହିତ P, ଓ C ସହିତ Q,ମିଶିବ

ଏବେ କହ-

କେଉଁ ସ୍ଥାପନରେ Δ ABC ର ନକଲର ତିନୋଟି ଶୀର୍ଷ Δ PQR ର ତିନୋଟିଯାକ ଶୀର୍ଷ ସହ ମିଳିଯିବ ?

ଉପରୋକ୍ତ କାମରୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ, ପ୍ରଥମ ସ୍ଥାପନାରେ Δ ABC ର ଅବିକଳ ନକଲକୁ Δ PQR ର ଉପରେ ପକାଇବାରୁ ପରସ୍ପର ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ମିଳିଗଲା ।

A ଶୀର୍ଷ P ଶୀର୍ଷ ସହ ମିଶିଗଲା, B ଶୀର୍ଷ Q ଶୀର୍ଷ ସହ ମିଳିଗଲା ଏବଂ C ଶୀର୍ଷ R ଶୀର୍ଷ ସହ ମିଳିଗଲା ।

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ :

$\Delta ABC \cong \Delta PQR$

ଜାଣିଛ କି ?

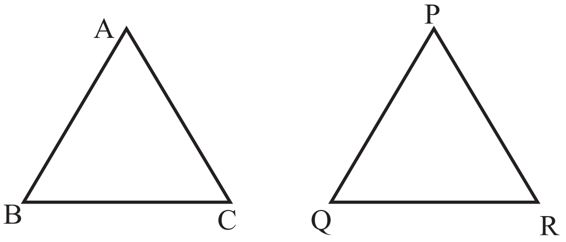
$\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ହେଲେ,

$\Delta ABC \cong \Delta QPR$ ଲେଖିବା ଠିକ୍ ନୁହେଁ ।

$\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ ମଧ୍ୟ ଲେଖି ହେବ ନାହିଁ ।

- **ଜାଣି ରଖ,**

  ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜ ପରସ୍ପର ସହ ମିଳିଯାଉଥିବା ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କୁ ଅନୁରୂପ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, ପରସ୍ପର ସହ ମିଳିଯାଉଥିବା ବାହୁମାନଙ୍କୁ ଅନୁରୂପ ବାହୁ ଓ ପରସ୍ପର ସହ ମିଳିଯାଉଥିବା କୋଣମାନଙ୍କୁ ଅନୁରୂପ କୋଣ କୁହାଯାଏ ।



ତେଣୁ Δ ABC ଓ Δ PQR ମଧ୍ୟରେ-

ଅନୁରୂପ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ : A ଓ P, B ଓ Q, C ଓ R

ଅନୁରୂପ ବାହୁ : $\overline{AB}$ ଓ $\overline{PQ}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{QR}$, $\overline{CA}$ ଓ $\overline{RP}$

ଅନୁରୂପ କୋଣ : ∠A ଓ ∠P, ∠B ଓ ∠Q, ∠C ଓ ∠R

ଆମେ ମଧ୍ୟ ଜାଣିଲେ,

ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜ ମାନଙ୍କରେ ଅନୁରୂପ ବାହୁମାନ ସର୍ବସମ । $\overline{AB} \cong \overline{PQ}$, $\overline{BC} \cong \overline{QR}$, $\overline{CA} \cong \overline{RP}$

ଅନୁରୂପ କୋଣମାନ ସର୍ବସମ । ∠A ≅ ∠P, ∠B ≅ ∠Q, ∠C ≅ ∠R

ଜାଣିଛ କି ?

Δ ABC ଓ Δ PQR ମଧ୍ୟରେ ସର୍ବସମତା ସଂପର୍କ ଲେଖିବା ବେଳେ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକରେ ନାମକୁ ଅନୁରୂପ ଶୀର୍ଷ କ୍ରମରେ ଲେଖିବା ।

✍ Δ ABC ≅ Δ DEF ହେଲେ, ଉଭୟ ତ୍ରିଭୁଜ କେଉଁ ଅଙ୍ଗଗୁଡ଼ିକ ଅନୁରୂପ ?

ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ A ଅନୁରୂପ D, B ଅନୁରୂପ E ଏବଂ C ର ଅନୁରୂପ F ।

∠A ଅନୁରୂପ ∠D, ∠B ର ଅନୁରୂପ ∠E ଏବଂ ∠C ର ଅନୁରୂପ ∠F ।

$\overline{AB}$ ର ଅନୁରୂପ $\overline{DE}$, $\overline{BC}$ ର ଅନୁରୂପ $\overline{EF}$ ଏବଂ $\overline{CA}$ ଅନୁରୂପ $\overline{FE}$ ।

✍ Δ DEF ଓ Δ KLM ସର୍ବସମ ହେଲେ, ନିମ୍ନସ୍ଥ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

(କ) $\overline{DE}$ ≅ ___ (ଖ) ∠F ≅ ___

(ଗ) ∠L ≅ ___ (ଘ) $\overline{KM}$ ≅ ___

(ଙ) $\overline{ML}$ ≅ ___

ଜାଣିଛ କି ?

ସର୍ବସମତା ତ୍ରିଭୁଜ କ୍ଷେତ୍ରରେ ↔ ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଅନୁରୂପ ଶୀର୍ଷମାନଙ୍କୁ ଲେଖାଯାଏ ।

ଆମେ ଲେଖୁ: A↔P, B↔Q, C↔R

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.3

1. ଯଦି Δ PQR ଓ Δ LMN ସର୍ବସମ ହୋଇଥା'ନ୍ତି, ତେବେ ନିମ୍ନସ୍ଥ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ କ'ଣ ଲେଖାଯିବ ?

   (କ) Δ PQR ≅ Δ ...., Δ QRP ≅ Δ ....

   (ଖ) P↔ ...., $\overline{QR}$..........

   (ଗ) $\overline{PQ}$≅ ...., $\overline{QR}$ ≅ ....

   (ଗ) $\overline{PQ}$ ର ଅନୁରୂପ ...., ∠R ର ଅନୁରୂପ ....

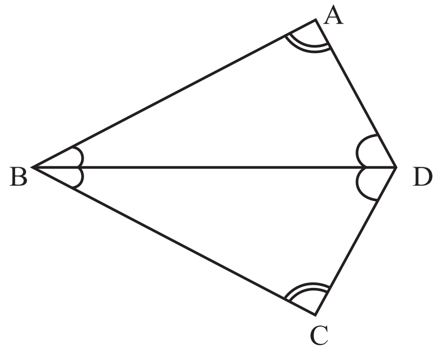
2. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର ଦେଖି ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

Δ ABD $\cong$ ....

$\overline{BC}$ ର ଅନୁରୂପ ....

$\overline{AB}$ $\cong$........

$\overline{AD}$ ର ଅନୁରୂପ ....



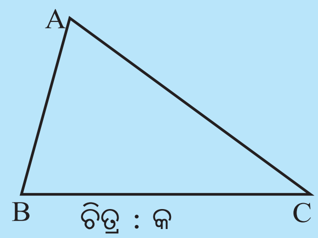
9.3.1 ତ୍ରିଭୁଜମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସର୍ବସମତାର ସର୍ତ୍ତ

ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିକର ତିନୋଟି ବାହୁ ଅନ୍ୟଟିର ତିନୋଟି ବାହୁ ସହ ସର୍ବସମ ହେବା ସଙ୍ଗେ ସଙ୍ଗେ ଗୋଟିକର ତିନୋଟି କୋଣ ଅନ୍ୟଟିର ଅନୁରୂପ କୋଣ ତିନୋଟି ସହ ସର୍ବସମ ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ହେବା କଥା ଆମେ ଆଲୋଚନା କରିଛୁ ।

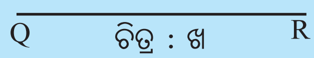
କେତେକ ସର୍ବନିମ୍ନ ସର୍ତ୍ତରେ ମଧ୍ୟ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ସର୍ବସମ ହୋଇପାରନ୍ତି । ଆସ, ସେହି ସର୍ତ୍ତଗୁଡିକୁ ଜାଣିବା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଗୋଟିଏ ଡ୍ରଇଁ କାଗଜ ଉପରେ ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ Δ ଅଙ୍କନ କର (ଚିତ୍ର : କ) ଓ ତା'ର ନାମ ଦିଅ Δ ABC । ସେହି କାଗଜ ଉପରେ $\overline{BC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟର ରେଖାଖଣ୍ଡଟିଏ ଅଙ୍କନ କର (ଚିତ୍ର : ଖ) ଓ ତା'ର ନାମ ଦିଅ $\overline{QR}$ ।



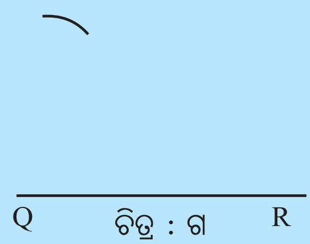
ଚିତ୍ର : କ



ଚିତ୍ର : ଖ

- ତୁମ କମ୍ପାସରେ $\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ Q କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି ଗୋଟିଏ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର (ଚିତ୍ର : ଗ) ।

- ପୁନଶ୍ଚ, କମ୍ପାସ୍‌ରେ $\overline{AC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ R କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି ଗୋଟିଏ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି ତାହା ପୂର୍ବରୁ ଅଙ୍କିତ ଚାପକୁ ଛେଦ କରିବ (ଚିତ୍ର : ଘ) ।



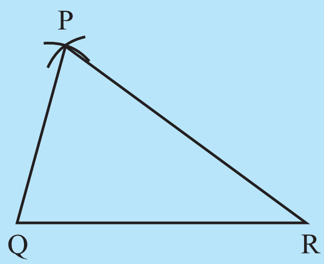
ଚିତ୍ର : ଗ

- ଏହି ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ 'P' ଦିଅ ।

- ବର୍ତ୍ତମାନ $\overline{PQ}$ ଓ $\overline{PR}$ ଅଙ୍କନ କର । Δ PQR ମିଳିଲା ।

- ଏବେ ABC ତ୍ରିଭୁଜର ଅବିକଳ ନକଲ ତିଆରି କର ।

- ଏହାକୁ Δ PQR ଉପରେ ରଖ, ଯେପରି Δ ABC ର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ A ଉପରେ Δ PQR ର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ P ରହିବ । କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?



ଚିତ୍ର : ଘ

ଏବେ କହ –

Δ ABC ର କେଉଁ ଅଙ୍ଗର ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି Δ PQR ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି । କେବଳ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CA}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ମାପକୁ ନେଇ Δ PQR ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କର ଉଭୟ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ ମାପି ସେଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ଲେଖ ।

$m\angle A$ = ..., $m\angle B$ = ..., $m\angle C$ = ...

$m\angle P$ = ..., $m\angle Q$ = ..., $m\angle R$ = ...

ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

Δ ABC ଓ Δ PQR ର ବାହୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ (ଆମେ ଅଙ୍କନ ବେଳେ ନେଇଥିଲେ)	Δ ABC ଓ Δ PQR ର କୋଣମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ (ଆମେ ମାପି ଦେଖିଲେ)
$\overline{AB} \cong$ .... $\overline{BC} \cong$ .... $\overline{CA} \cong$	$\angle A \cong$ .... $\angle B \cong$ .... $\angle C \cong$ ....

ତ୍ରିଭୁଜ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ହେଉଛନ୍ତି କି ?

ଆମେ ଦେଖିଲେ $\Delta ABC \cong \Delta PQR$

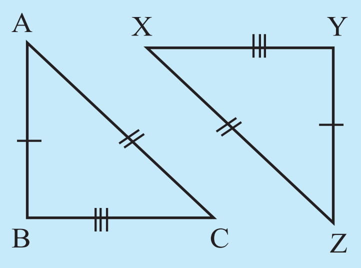
ଏଠାରେ ତ୍ରିଭୁଜ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ହେବା ପାଇଁ ସର୍ବନିମ୍ନ କେଉଁ ସର୍ତ୍ତ ଆବଶ୍ୟକ ହେଲା ?

ଆମେ ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେଲୁ ଯେ–

ଦୁଇଟି Δ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିକର ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ ଅନ୍ୟଟିର ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହ ସମାନ ହେଲେ, Δ ଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ହେବେ । ସର୍ବସମତାର ଏହି ସର୍ତ୍ତକୁ ବାହୁ-ବାହୁ-ବାହୁ ବା ସଂକ୍ଷେପରେ ବା-ବା-ବା ସର୍ବସମତା କୁହାଯାଏ ।

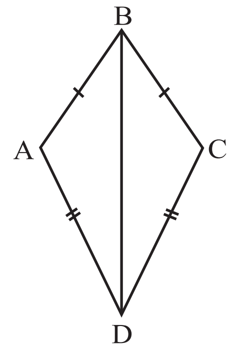
✍ ନିଜେ ଉତ୍ତର ଦେବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର :

1. Δ PQR ଓ Δ LMN ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ବାହୁଯୋଡ଼ାଗୁଡ଼ିକ ଅନୁରୂପ ?
2. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା Δ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ କେଉଁ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ, ତାହା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି ।
   (କ) ଚିତ୍ରରେ ଥିବା Δ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ କି ?
   (ଖ) ଯଦି ପୂର୍ବ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ହଁ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ କେଉଁ ସର୍ବସମତା ସର୍ତ୍ତରେ ସେ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ସର୍ବସମ ?
   (ଗ) ଯଦି ପ୍ରଶ୍ନ (କ) ର ଉତ୍ତର 'ହଁ' ହୋଇଥାଏ, ସର୍ବସମତା ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରି ସର୍ବସମ Δ ଦୁଇଟିର ନାମ ଲେଖ ।



ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.4

1. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ , $\overline{AB}=\overline{CB}, \overline{AD}=\overline{CD}$ । ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।



   (କ) Δ ABD ଓ Δ CBD ର କେଉଁ କେଉଁ ବାହୁ ସର୍ବସମ ?

   (ଖ) ଚିତ୍ରରେ ଥିବା Δ ABD ଏବଂ Δ CBD ସର୍ବସମ କି ?
   ଯଦି ତୁମ ଉତ୍ତର 'ହଁ', କାରଣ ଲେଖ ।
   ଯଦି ତୁମ ଉତ୍ତର 'ନାହିଁ', କାରଣ ଲେଖ ।

   (ଗ) Δ ABD ଏବଂ Δ CBD ର କେଉଁ କେଉଁ କୋଣ ସର୍ବସମ ?

   (ଘ) $\overline{BD}$ କେଉଁ କେଉଁ କୋଣକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ ?

   (ଙ) $\Delta ABD \cong \Delta BDC$ ଲେଖିବା ଠିକ୍ ହେବ କି ? ତୁମ ଉତ୍ତରର କାରଣ ଲେଖ ।

2. ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରି ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ''ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜରେ ସର୍ବସମ ବାହୁମାନଙ୍କର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣମାନେ ଅନୁରୂପ'' ।

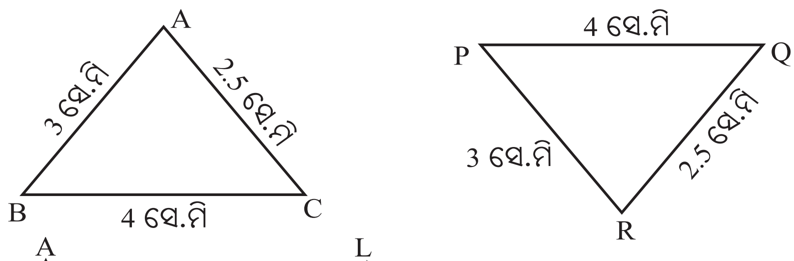
   Δ ABC ଓ Δ PQR ମଧ୍ୟରେ AB = PQ ଓ BC = QR

   (କ) CA ସହ Δ PQR ର କେଉଁ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେଲେ $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ହେବ ?

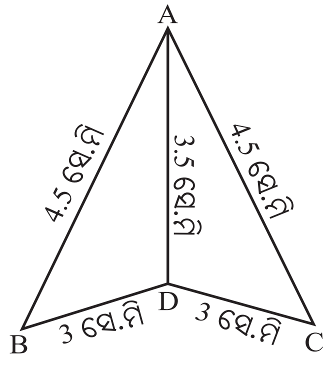
   (ଖ) $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ହେଲେ, ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ କ'ଣ ଲେଖାଯିବ ?
   ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ A ର ଅନୁରୂପ __________,
   ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ B ର ଅନୁରୂପ __________,
   ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ C ର ଅନୁରୂପ __________ ।

3. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଚିତ୍ରମାନଙ୍କରେ ବାହୁ-ବାହୁ-ବାହୁ ସର୍ବସମତା ସର୍ତ୍ତ ଅନୁସାରେ ସର୍ବସମ ହେଉଥିବା ତ୍ରିଭୁଜ ମାନଙ୍କର ନାମ ଲେଖ ?

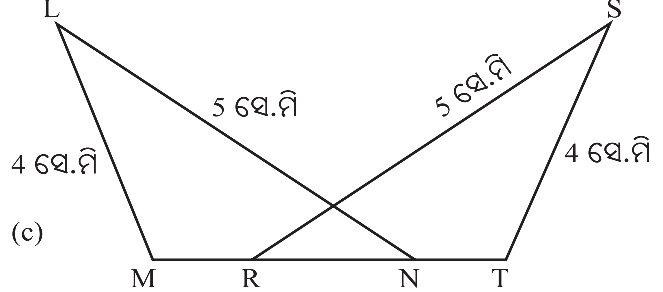
(କ)



(ଖ)



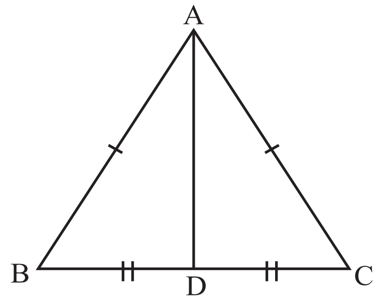
(c)



BC = 3 ସେ.ମି
FE = 3 ସେ.ମି

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ AB = AC ଓ D, $\overline{BC}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ।

ଏହି ଚିତ୍ର ଦେଖି ନିମ୍ନସ୍ଥ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।



Δ ADB $\cong \Delta$ ______

$\angle$ABD $\cong \angle$ ______

$\angle$BAD $\cong \angle$ ______

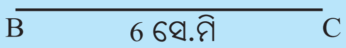
$\angle$ADB $\cong \angle$ ______

ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜର ସର୍ବସମତାର ଆଉ ଗୋଟିଏ ସର୍ତ୍ତ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

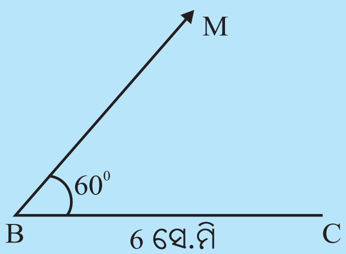
ତୁମ ଖାତାରେ ନିମ୍ନ ସୂଚନା ମତେ ଅଙ୍କନ କର ।

- 6 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର ।
  ତା'ର ନାମ ଦିଅ $\overline{BC}$ (ଚିତ୍ର – କ) ।



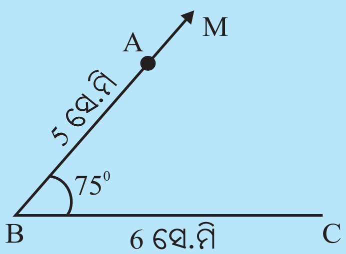
ଚିତ୍ର (କ)

- ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ $\overrightarrow{BM}$ ଅଙ୍କନ କର,
  ଯେପରି m $\angle$CBM = 60^0 ହେବ (ଚିତ୍ର .ଖ)



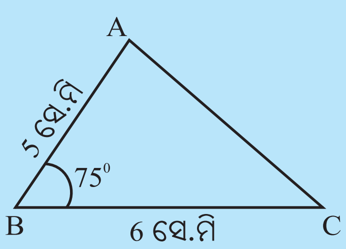
ଚିତ୍ର (ଖ)

- $\overrightarrow{BM}$ ଉପରେ A ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର,
  ଯେପରି BA = 5 ସେ.ମି. (ଚିତ୍ର. ଗ)



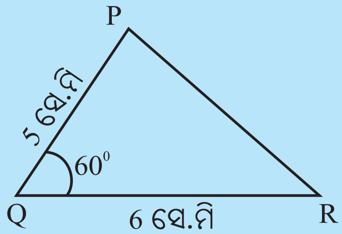
ଚିତ୍ର (ଗ)

- $\overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କର (ଚିତ୍ର – ଘ) ।
  ବର୍ତ୍ତମାନ Δ ABC ମିଳିଲା ।



ଚିତ୍ର (ଘ)

- ଠିକ୍ ସେହିଭଳି Δ PQR ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର QR = 6 ସେ.ମି, PQ = 5 ସେ.ମି. ଓ $\angle$PQR ର ମାପ 60^0 ହେବ ।



ଚିତ୍ର (ଙ)

- $\overline{AC}$ ଓ $\overline{PR}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଦୁଇଟି ଯାକ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେଲା କି ?
- ବା-ବା-ବା ସର୍ତ୍ତରେ Δ ABC ଓ Δ PQR ମଧ୍ୟରେ ସର୍ବସମତା ସର୍ତ୍ତ ପୂରଣ ହେଲା କି ?
- ତେଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ $\Delta ABC \cong \Delta PQR$
- Δ ABC ଓ Δ PQR ମଧ୍ୟରେ

  $\overline{AB} \cong$ _____, $\overline{BC} \cong$ _____, $\overline{CA} \cong$ _____,

  $\angle A \cong$ _____, $\angle B \cong$ _____, $\angle C \cong$ _____
- Δ ଦୁଇଟି ଅଙ୍କନ କରିବା ପାଇଁ ଆମେ କେଉଁ ସର୍ତ୍ତ ନେଇଥିଲେ ?

ବର୍ତ୍ତମାନ Δ ABC ସହ କେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜ ସର୍ବସମ ହେବାର ଦେଖୁଛ ?

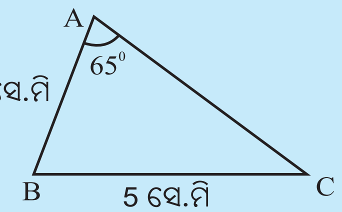
ଉପରୋକ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟରୁ ଆମେ ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେଲୁ ଯେ :

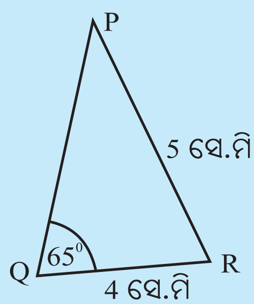
ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇ ବାହୁ ଓ ସେମାନଙ୍କର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ, ଅନ୍ୟ ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇ ବାହୁ ଓ ସେମାନଙ୍କର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ସହ ସର୍ବସମ ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ହେବେ । ସର୍ବସମତାର ଏହି ସର୍ତ୍ତକୁ ବାହୁ-କୋଣ-ବାହୁ ବା ସଂକ୍ଷେପରେ ବା-କୋ-ବା ସର୍ବସମତା କୁହାଯାଏ ।

✍ ଉତ୍ତର ଦେବାକୁ ନିଜେ ଚେଷ୍ଟା କର :

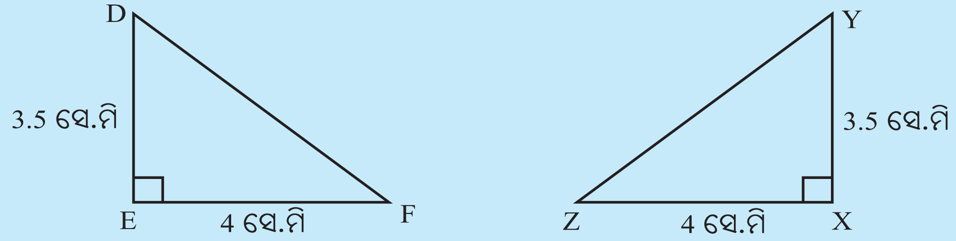
1. Δ PQR ରେ, (କ) $\overline{PQ}$ ଓ $\overline{PR}$ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ କେଉଁଟି ? (ଖ) କେଉଁ ବାହୁ ଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ହେଉଛି $\angle R$?
2. Δ ABC ଓ Δ XYZ ମଧ୍ୟରେ $\overline{AB} \cong \overline{XY}$ ଏବଂ $\angle A \cong \angle X$ । ସେ ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟର ଅନ୍ୟ କେଉଁ ଅଙ୍ଗ ସର୍ବସମ ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟ ବା-କୋ-ବା ସର୍ତ୍ତ ଅନୁସାରେ ସର୍ବସମ ହେବେ ?
3. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଚିତ୍ରମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ଯୋଡ଼ା ତ୍ରିଭୁଜ ବା-କୋ-ବା ସର୍ବସମତା ଅନୁସାରେ ସର୍ବସମ ? ସେହି ତ୍ରିଭୁଜ ଯୋଡ଼ିଗୁଡ଼ିକୁ ସର୍ବସମତା ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖ । ତୁମ ଉତ୍ତର ଲାଗି କାରଣ ଲେଖ ।

(କ)

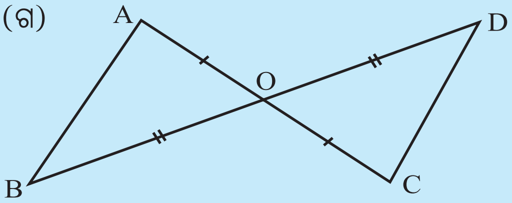




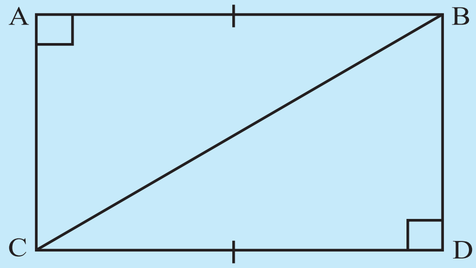
(ଖ)



(ଗ)



(ଘ)

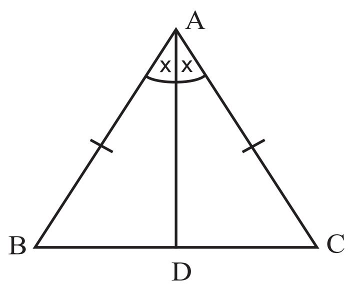


ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.5

1. Δ ABC ଓ Δ DEF ମଧ୍ୟରେ $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ ଓ $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ । Δ ABC ର କେଉଁ କୋଣ ସହିତ Δ DEF ର କେଉଁ କୋଣ ସର୍ବସମ ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ ବା-କୋ-ବା ସର୍ବସମତା ଅନୁସାରେ ସର୍ବସମ ହେବେ ?
2. Δ PQR ଓ Δ ABC ମଧ୍ୟରେ PQ = AB, $m\angle Q = m\angle B$ । ଅନ୍ୟ କେଉଁ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ ବା-କୋ-ବା ସର୍ବସମତା ଅନୁସାରେ ସର୍ବସମ ହେବେ ?
3. Δ ABC ରେ $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ ଓ $\angle$BAC ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ହେଉଛି $\overline{AD}$ ।

   (କ) Δ ABD ଓ Δ ACD ମଧ୍ୟରେ ଅନ୍ୟ କେଉଁ ଅଙ୍ଗ ସର୍ବସମ ?

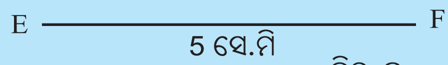
   (ଖ) Δ ABD ଓ Δ ACD ସର୍ବସମ କି ? ଯଦି ସର୍ବସମ, ତେବେ କେଉଁ ସର୍ତ୍ତରେ ସର୍ବସମ ହେବ।



9.3.2 ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ସର୍ବସମ ହେବାର ଆଉ ଗୋଟିଏ ସର୍ତ୍ତ

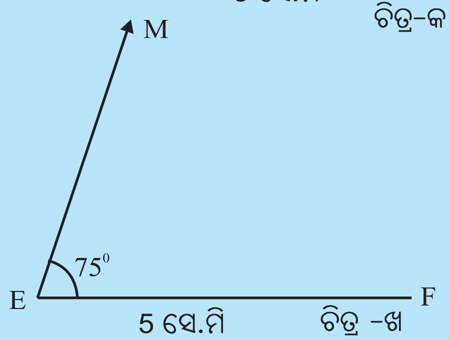
ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- 5 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ରେଖାଖଣ୍ଡଟିଏ ଅଙ୍କନ କର ଓ ତା'ର ନାମ ଦିଅ $\overline{EF}$ (ଚିତ୍ର - କ) ।



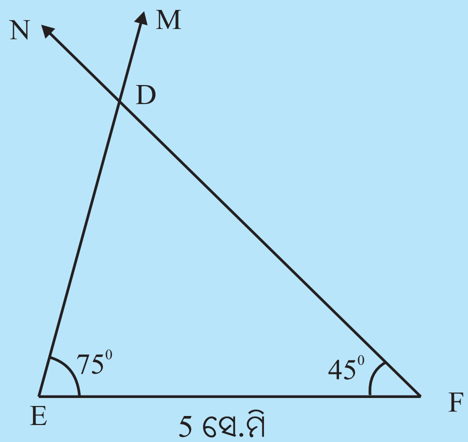
ଚିତ୍ର-କ

- ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି $\overrightarrow{EM}$ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରିକି $\angle$FEM ର ମାପ 75^0 ହେବ । (ଚିତ୍ର - ଖ) ।

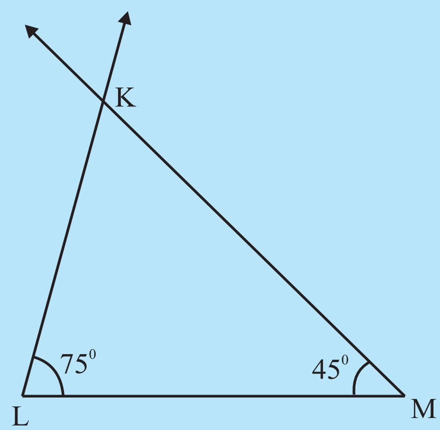


ଚିତ୍ର -ଖ

- ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି $\overrightarrow{FN}$ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରିକି $\angle EFN$ ର ମାପ 45^0 ହେବ (ଚିତ୍ର – ଗ)
- $\overrightarrow{EM}$ ଓ $\overrightarrow{FN}$ ରଶ୍ମିଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ D । ବର୍ତ୍ତମାନ Δ DEF ମିଳିଲା ।
- ଠିକ୍ ସେହି ପ୍ରଣାଳୀରେ Δ KLM ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର LM = 5 ସେ.ମି. $m\angle L = 75^0$ ଓ $m\angle M = 45^0$ (ଚିତ୍ର – ଘ)



ଚିତ୍ର (ଗ)



ଚିତ୍ର (ଘ)

- ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ବ୍ୟବହାର କରି ତୁମେ ଅଙ୍କନ କରିଥିବା Δ DEF ର ଏକ ଅବିକଳ ନକଲ ତିଆରି କର ।
- Δ DEF ର ନକଲକୁ Δ KLM ଉପରେ ରଖ, ଯେପରି E ବିନ୍ଦୁ L ବିନ୍ଦୁ ଉପରେ ଏବଂ F ବିନ୍ଦୁ M ବିନ୍ଦୁ ଉପରେ ରହିବ ।
- Δ DEF ଓ Δ KLM ଦ୍ୱୟ ସମାନ ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ ହେବେ କି ?

Δ DEF ଓ Δ KLM ର ଅନ୍ୟ ଅଙ୍ଗଗୁଡ଼ିକୁ ମାପି ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ପୂରଣ କର :

Δ DEF ର ନିମ୍ନ ଅଙ୍ଗର ମାପ	Δ KLM ର ନିମ୍ନ ଅଙ୍ଗର ମାପ
DE = ...	KL = ...
DF = ...	KM = ...
$m\angle EDF$ = ...	$m\angle LKM$ = ...

- ତୁମେ ଅଙ୍କନ କରିବା ଲାଗି ନେଇଥିବା ମାପ ଓ ପାଇଥିବା ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର :

  Δ DEF ଓ Δ KLM ମଧ୍ୟରେ

  $\overline{DE} \cong$ ...., $\overline{EF} \cong$ ...., ... $\cong \overline{MK}$

  $\angle D \cong$ ...., $\angle E \cong$ ...., ... $\cong$ LM

- ବର୍ତ୍ତମାନ Δ DEF ସହ Δ KLM ସର୍ବସମ ହେବେ କି ? ଏହାର କାରଣ ତୁମ ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କରି ଲେଖ ।
- ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟ ଅଙ୍କନ କରିବା ପାଇଁ ଆମେ କେଉଁ କେଉଁ ଅଙ୍ଗର ମାପକୁ ସମାନ କରି ନେଇଥିଲେ ?

ଆମେ ଜାଣିଲେ:

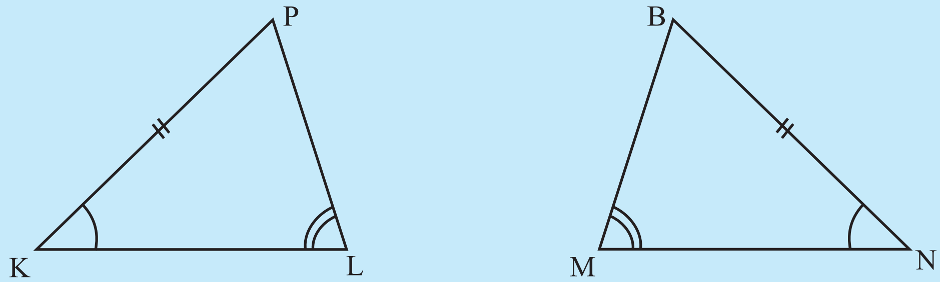
ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ବାହୁ ଓ ଏହାର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣଦ୍ୱୟ ଅନ୍ୟ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ବାହୁ ଓ ତାହାର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣଦ୍ୱୟ ସହ ସର୍ବସମ ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ହେବେ । ସର୍ବସମତାର ଏହି ସର୍ତ୍ତକୁ କୋଣ-ବାହୁ-କୋଣ ବା ସଂକ୍ଷେପରେ କୋ-ବା-କୋ ସର୍ବସମତା କୁହାଯାଏ ।

✍ ନିଜେ ଉତ୍ତର କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।

1. Δ PQR ର $\overline{PR}$ ର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ ଦୁଇଟିର ନାମ କ'ଣ ? ଏହି Δ ର କେଉଁ ବାହୁର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ ହେଉଛନ୍ତି $\angle R$ ଓ $\angle \mathbf{P}$?

2. Δ LMN ଓ Δ XYZ ମଧ୍ୟରେ $\angle L \cong \angle X$, $\overline{LM} \cong \overline{XY}$ । ଉପରୋକ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅନ୍ୟ କେଉଁ ଅଙ୍ଗ ସର୍ବସମ ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ କୋ-ବା-କୋ ସର୍ତ୍ତରେ ସର୍ବସମ ହେବେ ?

3. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟିର ଚିତ୍ରରେ କେଉଁ କେଉଁ ଅଙ୍ଗର ମାପ ସମାନ ତାହା ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।



(କ) ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ କି ?

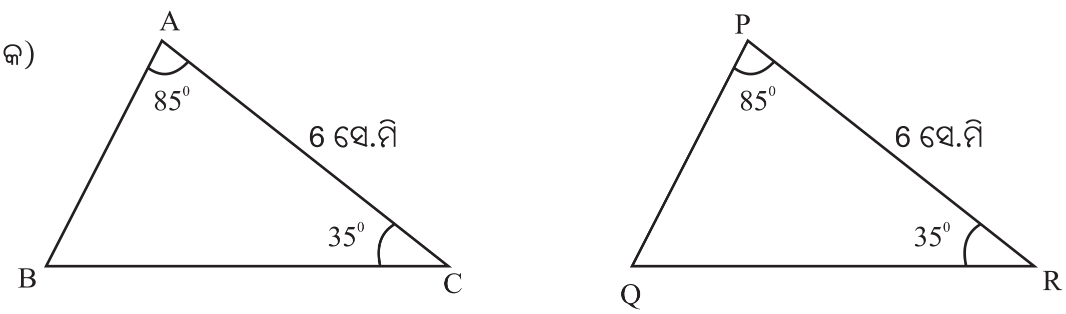
(ଖ) ଯଦି ପୂର୍ବ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ହଁ, ତେବେ କେଉଁ ସର୍ତ୍ତରେ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ?

(ଗ) ତ୍ରିଭୁଜ ଦୁଇଟିର ଅନ୍ୟ କେଉଁ କେଉଁ ଅଙ୍ଗ ସର୍ବସମ ହେଲେ, କୋ-ବା-କୋ ସର୍ବସମତା ସର୍ତ୍ତ ଅନୁଯାୟୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ହେବେ ?

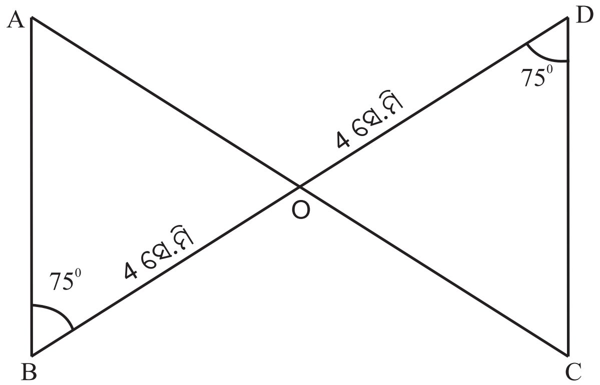
ଉଦାହରଣ

ନିମ୍ନସ୍ଥ ଚିତ୍ରମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଯେଉଁ ଯୋଡ଼ା ତ୍ରିଭୁଜ କୋ-ବା-କୋ ସର୍ବସମତା ନିୟମ ଅନୁସାରେ ସର୍ବସମ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ବାଛ । ସର୍ବସମ ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରି ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜ ଯୋଡ଼ିମାନଙ୍କର ନାମ ଲେଖ ।

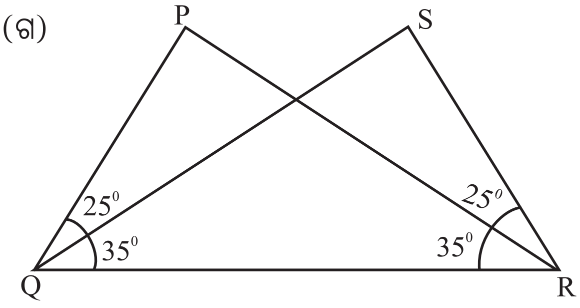
(କ)



(ଖ)



(ଗ)



ସମାଧାନ

(କ) ରେ ଥିବା $\Delta ABC \cong \Delta PQR$

କାରଣ : $\overline{AC} \cong \overline{PR}, \angle A \cong \angle P$

ଏବଂ $m\angle C \cong m\angle R$

(ଖ) ରେ ଥିବା $\Delta ABO \cong \Delta CDO$

କାରଣ $\overline{BO} \cong \overline{DO}$ (ଦତ୍ତ)

$m\angle B \cong m\angle D$ (ଦତ୍ତ) ଏବଂ

$m\angle AOB \cong m\angle COD$ (ପ୍ରତୀପ କୋଣ ହେତୁ)

କହିଲ ଦେଖି :
ଚିତ୍ର (ଖ) ରେ $\angle B$ ଓ $\angle D$ ର ପରିବର୍ତ୍ତେ $\angle A$ ଓ $\angle C$ ର ପରିମାଣ 75^0 ଦିଆଗଲେ ΔABO ଓ ΔCDO ସର୍ବସମ ହେବେ କି ? କାରଣ କ'ଣ ଲେଖ ।

(ଗ) ରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର

$m\angle PQR = 25^0 + 35^0 = 60^0$

$m\angle SRQ = 25^0 + 35^0 = 60^0$

$\Delta PQR \cong \Delta SRQ$

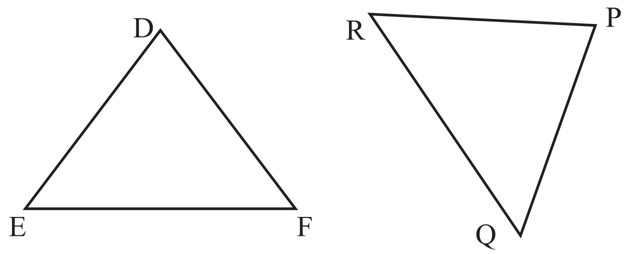
କାରଣ : $\overline{QR} \cong \overline{QR}$ (ସାଧାରଣ ବାହୁ)

$\angle PQR \cong m\angle SRQ$ (ପ୍ରତ୍ୟେକର ମାପ 60^0)

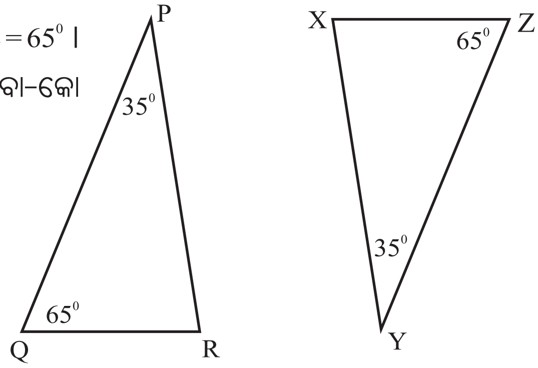
$m\angle PRQ \cong m\angle SQR$ (ଦତ୍ତ)

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.6

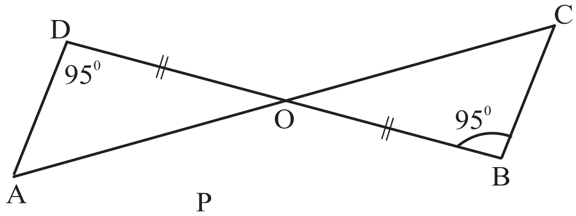
1. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\overline{DE} \cong \overline{PQ}$ ଓ $m\angle E = m\angle Q$ । ଅନ୍ୟ କେଉଁ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସମାନ ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟ କୋ-ବା-କୋ ସର୍ତ୍ତରେ ସର୍ବସମ ହେବେ ?



2. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $m\angle P = m\angle Y = 35^0$ ଓ $m\angle Q = m\angle Z = 65^0$ । ଅନ୍ୟ କେଉଁ ଅଂଶ ଦ୍ୱୟ ସମାନ ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟ କୋ-ବା-କୋ ସର୍ବସମତା ସର୍ତ୍ତରେ ସର୍ବସମ ହେବେ ?



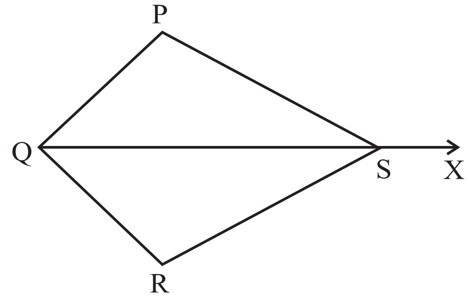
3. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ କେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ? ସର୍ବସମତାର ସର୍ତ୍ତକୁ ଲେଖ ।



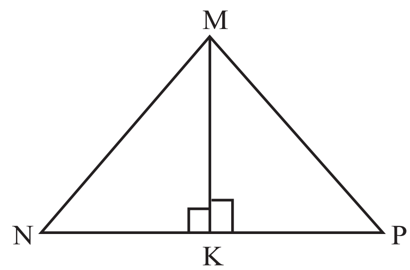
4. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\overrightarrow{QX}$, $\angle PQR$ ଓ $\angle PSR$ ଦ୍ୱୟକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ ।

Δ QRS ଓ Δ QPS ସର୍ବସମ କି ? ଯଦି ସର୍ବସମ, ତେବେ କେଉଁ ସର୍ବସମତା ସର୍ତ୍ତ ଏଠାରେ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ?

ΔPQS ଓ Δ RQS ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ତିନି-ଯୋଡ଼ା ଅଙ୍ଗ ସର୍ବସମ ହେବେ ?



5. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\angle NMP$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ $\overline{MK}$ ଏବଂ $\overline{MK} \perp \overline{NP}$ । କାରଣ ଦର୍ଶାଇ କେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ଲେଖ ।

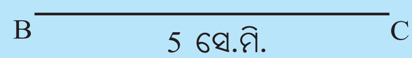


9.3.4 ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ହେବାର ସର୍ତ୍ତ -

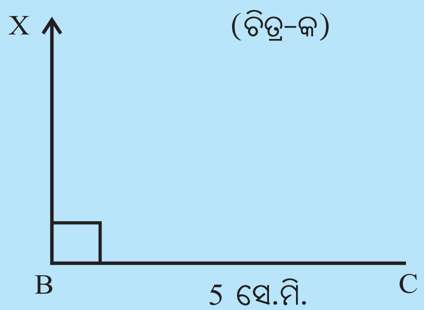
ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ନିମ୍ନ ସୂଚନା ଅନୁଯାୟୀ ଅଙ୍କନ କାର୍ଯ୍ୟ କର ।

- 5 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ $\overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କର । (ଚିତ୍ର-କ)
- ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି $\overrightarrow{BX}$ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି ଯେପରି $\overrightarrow{BX} \perp \overline{BC}$ ହେବ । (ଚିତ୍ର- ଖ)



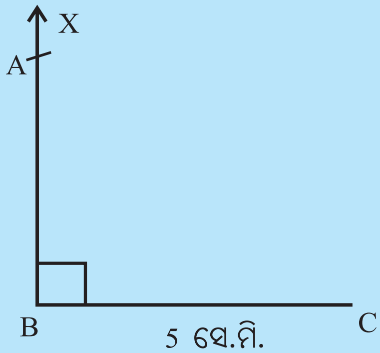
(ଚିତ୍ର-କ)



(ଚିତ୍ର-ଖ)

- କମ୍ପାସରେ 6 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିଅ । C କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି ଗୋଟିଏ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି ଚାପଟି $\overrightarrow{BX}$ କୁ ଛେଦ କରିବ ।

ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ A । (ଚିତ୍ର-ଗ)

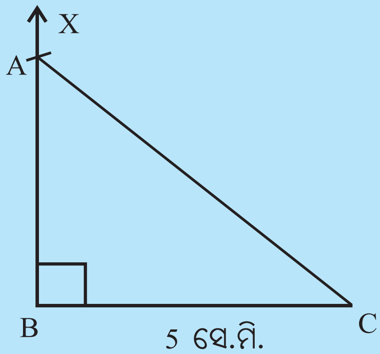


(ଚିତ୍ର-ଗ)

- $\overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

ବର୍ତ୍ତମାନ Δ ABC ମିଳିଲା (ଚିତ୍ର-ଘ) ।

- ଠିକ୍ ସେହି ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନ କରି Δ PQR ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର QR= 5 ସେ.ମି m$\angle$PQR= 90^0 ସେ.ମି. ଏବଂ RP= 6 ସେ.ମି



(ଚିତ୍ର-ଘ)

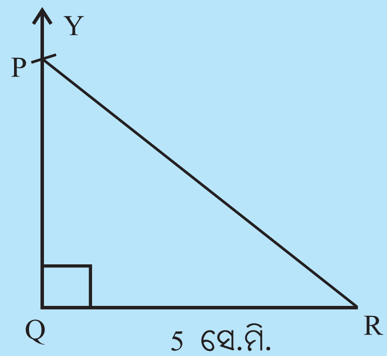
- ଏବେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

  - Δ ABC ଓ Δ PQR ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ହେବେ କି ? କାହିଁକି ?

  - ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ମଧ୍ୟରେ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{PQ}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ । ସେ ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେଲା କି ?

  - ଶୂନ୍ୟ ସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

    $\overline{AB} \cong$ ...., $\overline{BC} \cong$ ...., $\angle ABC \cong$ ....,



(ଚିତ୍ର-ଙ)

ବର୍ତ୍ତମାନ Δ ABC ଓ Δ PQR ସର୍ବସମ ବୋଲି କହିପାରିବା କି ? କେଉଁ ସର୍ବସମତା ସର୍ତ୍ତ ଅନୁଯାୟୀ ?

- ଆମେ କେଉଁ କେଉଁ ମାପ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିଥିଲେ ?

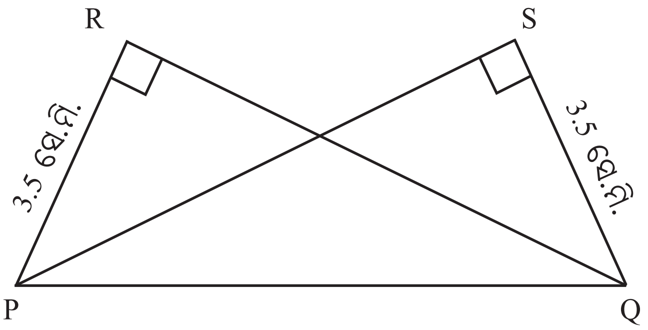
ଏହି କାମରୁ ଆମେ ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେଲୁ ଯେ –

ଦୁଇଟି ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣ ଓ ଅନ୍ୟ ଏକ ବାହୁ ସହ ଅନ୍ୟ ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣ ଓ ଅନୁରୂପ ବାହୁ ସର୍ବସମ ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ହେବେ । ଏହି ସର୍ବସମତାକୁ **ସମକୋଣ- କର୍ଣ୍ଣ- ବାହୁ ସର୍ବସମତା** ସଂକ୍ଷେପରେ **ସ-କ-ବା ସର୍ବସମତା** କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ

ନିମ୍ନସ୍ଥ ଚିତ୍ରମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଯୋଡ଼ା ତ୍ରିଭୁଜ ସ-କ-ବା ସର୍ବସମତା ଅନୁସାରେ ସର୍ବସମ ? ସେହି ତ୍ରିଭୁଜ ଯୋଡ଼ିଗୁଡ଼ିକୁ ସର୍ବସମ ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖ । ତୁମ ଉତ୍ତରର କାରଣ ଲେଖ ।

(କ)



ସମାଧାନ

(କ) ରେ ଥିବା Δ RPQ $\cong \Delta$ SPQ

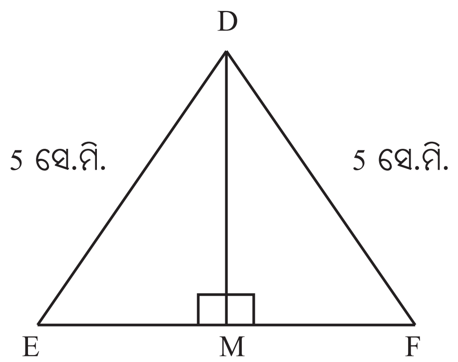
କାରଣ, Δ RPQ ଓ Δ SPQ ରେ

$\angle$PRQ ଏବଂ $\angle$QSP ସମକୋଣ (ଦତ୍ତ)

କର୍ଣ୍ଣ $\overline{PQ} \cong$ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{QP}$ (ସାଧାରଣ)

$\overline{RP} = \overline{SQ}$ (ଦତ୍ତ)

(ଖ)



ସମାଧାନ

(ଖ) Δ DEM $\cong \Delta$ DFM

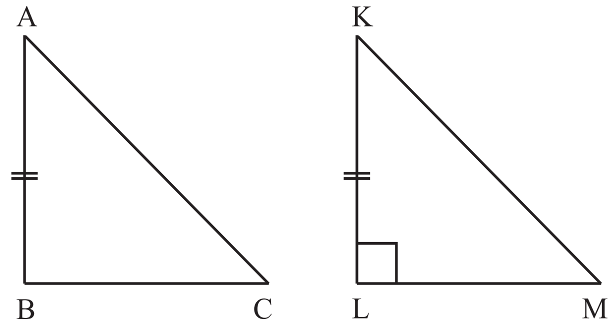
କାରଣ, $\angle$DME ଏବଂ $\angle$DMF ସମକୋଣ

କର୍ଣ୍ଣ $\overline{ED} \cong$ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{FD}$ (ଦତ୍ତ)

$\overline{DM} = \overline{DM}$ (ସାଧାରଣ ବାହୁ)

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.7

1. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା m$\angle$L = m$\angle$B $=90^0$ ଓ AB = KL । ଅନ୍ୟ କେଉଁ ସର୍ତ୍ତରେ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ ସ-କ-ବା ସର୍ବସମତା ଅନୁସାରେ ସର୍ବସମ ହେବେ ?



2. Δ ABC ରେ $\overline{AB} = \overline{AC}$ ଓ $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ।

   Δ ABD ଓ Δ ACD ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ଅଙ୍ଗଗୁଡ଼ିକର ସର୍ବସମତା ଯୋଗୁଁ Δ ABD ଓ Δ ACD ସ-କ-ବା ସର୍ବସମତା ଅନୁସାରେ ସର୍ବସମ ହେବ ?