ଜ୍ୟାମିତିର ମୌଳିକ ଧାରଣା
(FUNDAMENTAL CONCEPTS OF GEOMETRY)

ଅଧ୍ୟାୟ
1

1.1 ଉପକ୍ରମଣିକା (Introduction) :

Geometry ଶବ୍ଦଟି ଦୁଇଟି ଗ୍ରୀକ୍ ଶବ୍ଦ Geo (ପୃଥିବୀ) ଓ Metron (ମାପ)ରୁ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଛି । ଜ୍ୟାମିତି ପଦଟିରେ 'ଜ୍ୟା'ର ଅର୍ଥ ପୃଥିବୀ ଓ 'ମିତି'ର ଅର୍ଥ ମାପ । ଜମି ମାପ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତାରୁ ଜ୍ୟାମିତିର ସୃଷ୍ଟି । ମାନବ ସଭ୍ୟତାର କ୍ରମବିକାଶ ସହ ଜ୍ୟାମିତିର ଅଭିବୃଦ୍ଧି ଜଡ଼ିତ ।

ବୈଦିକ ଯୁଗରେ ଭାରତୀୟ ଋଷିଗଣ ଯଜ୍ଞକୁଣ୍ଡ ଓ ପୂଜାବେଦୀ ନିର୍ମାଣ ଆଦି କାର୍ଯ୍ୟରେ ଉନ୍ନତ ଜ୍ୟାମିତିକ ଜ୍ଞାନର ପ୍ରୟୋଗ କରୁଥିଲେ । ଆନୁମାନିକ ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବ 800 ରୁ ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବ 500 ମଧ୍ୟରେ ଭାରତରେ ରଚିତ 'ଶୁଲ୍ବ ସୂତ୍ର' ହେଉଛି ଏକ ଜ୍ୟାମିତି-ଶାସ୍ତ୍ର । ଶୁଲ୍ବ ଅର୍ଥାତ୍ ଦଉଡ଼ି ସାହାଯ୍ୟରେ ମାପ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ସୂତ୍ରକୁ ନେଇ ଏହି ଶାସ୍ତ୍ର ସମୃଦ୍ଧ । ମହେନ୍‌ଜୋଦାରୋ, ହରପ୍ପା ସଭ୍ୟତାର ଧ୍ୱଂସାବଶେଷ ଓ ମିଶରୀୟ ସଭ୍ୟତାରେ ଜ୍ୟାମିତିକ ନକ୍‌ସାର ବହୁଳ ପ୍ରୟୋଗ ଦେଖିବାକୁ ମିଳେ ।

ପ୍ରାଥମିକ ଅବସ୍ଥାରେ ଜ୍ୟାମିତିର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଓ ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ପରୀକ୍ଷାମୂଳକ ଉପାୟଦ୍ୱାରା ନିର୍ଣ୍ଣିତ ହେଉଥିଲା । ଅନୁମାନ କରାଯାଏ ଗ୍ରୀକ୍ ଗଣିତଜ୍ଞ **ଥାଲେସ୍** (ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବ 640 - 546) ପ୍ରଥମେ ଜ୍ୟାମିତିରେ ତର୍କଶାସ୍ତ୍ରର ପ୍ରୟୋଗକରି ପୂର୍ବରୁ ଜଣାଥିବା ସୂତ୍ର ଓ ସିଦ୍ଧାନ୍ତଗୁଡ଼ିକର ଯୁକ୍ତିମୂଳକ ପ୍ରମାଣ ଦେବାର ପ୍ରୟାସ ଆରମ୍ଭ କରିଥିଲେ । ପରେ ଥାଲେସ୍‌ଙ୍କ ଶିଷ୍ୟ **ପିଥାଗୋରାସ୍** (ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବ 580 - 500) ଓ ତାଙ୍କ ପରେ **ସକ୍ରେଟିସ୍** (ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବ 468 - 390), **ପ୍ଲାଟୋ** (ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବ 430 - 339) ଓ **ଆରିଷ୍ଟଟ୍‌ଲ** (ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବ 384 - 322) ଆଦି ଗ୍ରୀକ୍ ବିଦ୍ୱାନଗଣ ଏହି ଧାରାକୁ ଆଗେଇ ନେଇଥିଲେ ।

କିନ୍ତୁ ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବ ଚତୁର୍ଥ ଶତାବ୍ଦୀରେ ଆଲେକ୍‌ଜାଣ୍ଡ୍ରିୟା (ଗ୍ରୀସ୍)ର ଗଣିତଜ୍ଞ **ଇଉକ୍ଲିଡ୍** (Euclid) ତାଙ୍କ ଅନବଦ୍ୟ ଗ୍ରନ୍ଥ **Elements** ରେ ଦର୍ଶାଇଲେ ଯେ ଜ୍ୟାମିତିକ ସିଦ୍ଧାନ୍ତଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ତଥ୍ୟ ନୁହଁନ୍ତି, ଅଳ୍ପ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ତଥ୍ୟକୁ ସ୍ୱୀକାର କରିଗଲେ ବାକି ସମସ୍ତ ଜ୍ୟାମିତିକ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଏହି ସ୍ୱୀକୃତ ତଥ୍ୟ (ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ)ଗୁଡ଼ିକର

ପରିଣାମ ବୋଲି ତର୍କ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରତିପାଦନ କରାଯାଇପାରିବ । ପ୍ରଥମରୁ ମାନି ନେଇଥିବା ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୁକ୍ତିମାଧ୍ୟମରେ ନୂତନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେବା ସମ୍ଭବ । ତେଣୁ ଇଉକ୍ଲିଡ୍‌ଙ୍କୁ ଯଥାର୍ଥରେ **ଜ୍ୟାମିତିର ଜନକ** ବୋଲି ସ୍ୱୀକାର କରଯାଏ । ତାଙ୍କରି ନାମାନୁଯାୟୀ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ପଢ଼ାଯାଉଥିବା ଜ୍ୟାମିତିକୁ **ଇଉକ୍ଲିଡ଼ୀୟ ଜ୍ୟାମିତି (Euclidean Geometry)** କୁହାଯାଏ ।

ପରବର୍ତ୍ତୀ କାଳରେ ଭାରତୀୟ ଗଣିତଜ୍ଞମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ **ଭାସ୍କର** (ଜନ୍ମ 114 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ), **ଆର୍ଯ୍ୟଭଟ୍ଟ** (ଜନ୍ମ 580 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ) ଆଦି ଜ୍ୟାମିତି ଶାସ୍ତ୍ରକୁ ସମୃଦ୍ଧ କରିଥିଲେ ।

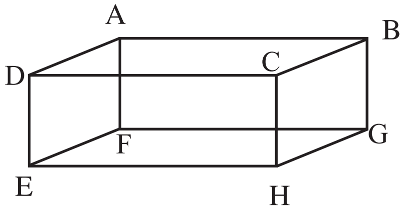
1.2 ସଂଜ୍ଞାବିହୀନ ପଦ ଓ ତତ୍‌ସମ୍ପର୍କୀୟ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ (Undefined terms and related postulates):

ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିଷୟରେ କେତେକ ବିଶେଷ ପ୍ରକାର ଶବ୍ଦ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅର୍ଥରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ଓ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସେହି ବିଷୟ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ **ପଦ** (term) କୁହାଯାଏ । ବିନ୍ଦୁ, ରେଖା, ସମତଳ, ରଶ୍ମି, ତ୍ରିଭୁଜ, ବୃତ୍ତ ଆଦି ଜ୍ୟାମିତିଶାସ୍ତ୍ରର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ 'ପଦ' ।

ବିନ୍ଦୁ, ରେଖା ଓ ସମତଳ ବିଷୟରେ ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀମାନଙ୍କରେ ପଢ଼ିଅଛ । ଏହି ପଦ ତିନୋଟିକୁ **'ମୌଳିକ ପଦ'** ବା **ସଂଜ୍ଞାବିହୀନ ପଦ' (undefined term)** ରୂପେ ଗ୍ରହଣ କରି, ଏହି ପଦ ଓ ତତ୍ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ସାହାଯ୍ୟରେ ନୂତନ ପଦଗୁଡ଼ିକର ସଂଜ୍ଞା ନିରୂପଣ କରାଯାଇଥାଏ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ବିନ୍ଦୁ, ରେଖା ଓ ସମତଳ – ଏହି ପଦମାନଙ୍କର ପୁନରାଲୋଚନା କରିବା ।

ବିନ୍ଦୁ (Point) : ତୁମେ ଗୋଟିଏ ଇଟା ଆଣ । ତାହାର ଏକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରି ନିମ୍ନପ୍ରକାରେ ନାମକରଣ କର ।



(ଚିତ୍ର 1.1)

ଗୋଟିଏ ଇଟାର ଆଠଟି ଶୀର୍ଷ A, B, C, D, E, F, G, H ପ୍ରତ୍ୟେକେ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁର ନମୁନା । ସେହିପରି AB,BC,CD, DA,DE, EF, HC, HG, GB, AF, EH ଏବଂ GF ଇଟାର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଧାର ।

ଇଟାଖଣ୍ଡର କେତୋଟି ପାର୍ଶ୍ୱ ଅଛି କହିଲ ? ସମୁଦାୟ 6 ଟି ସାମତଳିକ ପାର୍ଶ୍ୱ । ସେହି ଛଅ ଗୋଟି ସମତଳ ହେଲା ABCD, EFGH, ABGF, CDEH, ADEF ଏବଂ BCHG ।

ତେବେ କୁହ : ଗୋଟିଏ ଇଟାର କେତୋଟି ଶୀର୍ଷ, କେତୋଟି ଧାର ଓ କେତୋଟି ସମତଳ ଅଛି ?

ରେଖା ବା ସରଳରେଖା (Line) : ଚିତ୍ର (1.1)ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଇଟାର ବାରଟି ଧାର ଅଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାର ଏକ ରେଖାର ଅଂଶ ବିଶେଷ । ତୁମ ବହି ପୃଷ୍ଠାର ଧାର, କାଗଜ ଉପରେ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ଅଙ୍କନ କରାଯାଉଥିବା ଗାର, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ରେଖା ବା ସରଳରେଖାର ସୀମିତ ଅଂଶର ନମୁନା । କିନ୍ତୁ ସରଳରେଖା ସୀମାହୀନ ଭାବରେ ଲମ୍ବିଥାଏ । ଏହାର ଆରମ୍ଭ ନାହିଁ କି ଶେଷ ନାହିଁ । ତେଣୁ ଅନ୍ୟ ଗୋଟିଏ ଗାର ଟାଣି ଏହାର ଦୁଇ ପ୍ରାନ୍ତରେ ତୀର ଚିହ୍ନ ଦେଇ ତାହା ମାଧ୍ୟମରେ ଆମେ ସରଳରେଖାର ଧାରଣା ଦେଉ । ନିମ୍ନସ୍ଥ ଚିତ୍ର ଦେଖ ।

(ଚିତ୍ର 1.2)

ଏହା ଏକ ସରଳରେଖାର ଚିତ୍ର । ସରଳରେଖାଟିର ନାମ "L" ଦିଆଯାଉ । ସରଳରେଖାର ଏହି ଚିତ୍ରରେ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ମୁନ ସାହାଯ୍ୟରେ ଗୁଡ଼ିଏ ବିନ୍ଦୁ; ଯଥା– A, B, C ଇତ୍ୟାଦି ଚିହ୍ନଟ କରାଯାଇପାରିବ । ଏହାକୁ ଦୃଷ୍ଟିରେ ରଖି ସରଳରେଖା ଓ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସମ୍ପର୍କ ବିଷୟରେ ଆମେ ଗୋଟିଏ କଥା ସ୍ୱୀକାର କରିନେବା ।

ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ – 1 : ସରଳରେଖା ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସମାହାର ବା ସେଟ୍ ।

କାଗଜ ପୃଷ୍ଠାରେ ଦୁଇଟି ପୃଥକ୍ ବିନ୍ଦୁ ନିଅ । ସ୍କେଲ୍‌ର ସରଳଧାରକୁ ଏହି ଦୁଇବିନ୍ଦୁ ସହ ଲଗାଇ ରଖି ତୁମେ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ କେତେଗୋଟି ସଳଖ ଗାର ଅଙ୍କନ କରିପାରିବ, ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ । ଜାଣିପାରିବ ଯେ ଏହିଭଳି ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ଗାର ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ । ତେଣୁ

ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ– 2 : ଦୁଇଟି ପୃଥକ୍ ବିନ୍ଦୁକୁ ଧାରଣ କରୁଥିବା କେବଳ ମାତ୍ର ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ଅବସ୍ଥିତ ।

ଅନ୍ୟଭାଷାରେ କହିଲେ, ଦୁଇ ପୃଥକ୍ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟଦେଇ କେବଳ ମାତ୍ର ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରେ ।

A ଓ B, L ସରଳରେଖାର ଦୁଇଟି ପୃଥକ୍ ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ, ଆମେ ସରଳରେଖାକୁ $\overleftrightarrow{AB}$ ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ନାମିତ କରିବା । (ଚିତ୍ର 1.2)କୁ ଦେଖ । ସେଟ୍ ଭାଷାରେ ଆମେ କହିପାରିବା :

$$L = \overleftrightarrow{AB} = \overleftrightarrow{BA} = \overleftrightarrow{AC} = \overleftrightarrow{CA} = \overleftrightarrow{BC} = \overleftrightarrow{CB}$$

ତିନି ବା ତତୋଽଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ବିନ୍ଦୁ ଯଦି ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖାରେ ଅବସ୍ଥିତ ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ ସେମାନଙ୍କୁ **ସରଳରୈଖିକ ବିନ୍ଦୁ ବା ଏକରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ (Collinear Points)** କୁହାଯାଏ ।

ଯେଉଁ ସବୁ ବିନ୍ଦୁ ଗୋଟିଏ ସରଳ ରେଖାରେ ନଥା'ନ୍ତି, ସେମାନଙ୍କୁ ନୈକରେଖୀ ବା ଅଣସରଳରୈଖିକ ବିନ୍ଦୁ (non-collinear points) କୁହାଯାଏ ।

ସମତଳ (Plane): ଚିତ୍ର 1.1 ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଇଟାର ଚିତ୍ର ଦେଖ । ଏହାର ଛଅଟି ପୃଷ୍ଠ ବା ପାର୍ଶ୍ୱ ଅଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପୃଷ୍ଠ ଗୋଟିଏ ସମତଳର ଏକ ଅଂଶର ନମୁନା । ପକ୍କାଘରର ଚଟାଣ, କଳାପଟାର ପୃଷ୍ଠ, କାଗଜର ପୃଷ୍ଠ ଆଦିରୁ ସମତଳର ଧାରଣା ମିଳେ । ଆମର ଆଲୋଚନା ପରିସର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ସମତଳ କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସୀମାଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ ନୁହେଁ । ସମତଳ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆମର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ହେଉଛି :

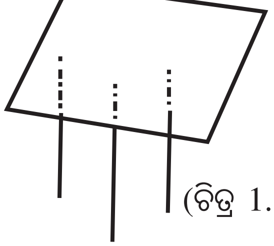
ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ - 3 : ସମତଳ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସେଟ୍ ଅଟେ ।

ଗୋଟିଏ ସମତଳକୁ କିପରି ଚିହ୍ନିତ କରିବା ?

ଯେପରି ଗୋଟିଏ ରେଖାକୁ ଚିହ୍ନିତ କରିବାକୁ ହେଲେ, ସେଥିରେ ଥିବା ଅନ୍ତତଃ ଦୁଇଟି ପୃଥକ୍ ବିନ୍ଦୁ ଆବଶ୍ୟକ, ସେହିପରି ଗୋଟିଏ ସମତଳକୁ ଚିହ୍ନିତ କରିବା ପାଇଁ ଅତିକମ୍‌ରେ ସେଥିରେ ଥିବା ତିନିଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ ଆବଶ୍ୟକ । ଆସ ଗୋଟିଏ ପରୀକ୍ଷା କରିବା :

ପରୀକ୍ଷା ପ୍ରଣାଳୀ : ଅଗ୍ରଭାଗ ମୁନିଆଁ ହୋଇଥିବା ଦୁଇଟି ସରୁକାଠି ଭୂମିରେ ଲମ୍ବଭାବରେ ପୋତି, ସେ ଦୁଇଟିର ଅଗ୍ରଭାଗରେ ଗୋଟିଏ ପୋଷ୍ଟକାର୍ଡ଼ ରଖିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର । ପୋଷ୍ଟକାର୍ଡ଼ଟିକୁ ନ ଧରିଲେ ତାହା ସ୍ଥିର ହୋଇ ନ ରହି ପାରେ, ମାତ୍ର କାର୍ଡ଼ଟିକୁ ଆମେ ବିଭିନ୍ନ ଅବସ୍ଥାରେ ଧରି ରଖିଲେ, ତାହା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅବସ୍ଥାରେ କାଠି ଦୁଇଟିର

ଅଗ୍ରଭାଗ ସହ ଲାଗି ରହିବ । ପୋଷ୍ଟକାର୍ଡ଼ଟି ସମତଳର ସୂଚକ ଓ କାଠି ଦୁଇଟିର ଅଗ୍ରଭାଗ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁର ସୂଚକ । ତେଣୁ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଏକାଧିକ ସମତଳ ରହିଥିବାର ସୂଚନା ମିଳୁଛି । ବର୍ତ୍ତମାନ ସେହିଭଳି ତିନୋଟି କାଠିକୁ ଭୂମିରେ ପୋତି ରଖି ତା'ର ମୁନ ତିନୋଟି ଉପରେ ପୋଷ୍ଟ କାର୍ଡ଼ଟିଏ ରଖ । ଯଦି ମୁନ ତିନୋଟି ଏକ ସରଳ ରେଖାରେ ନ ଥାଏ ଦେଖିବ, ପୋଷ୍ଟକାର୍ଡ଼ଟି ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅବସ୍ଥାରେ ହିଁ ରହିବ ।


(ଚିତ୍ର 1.3)

ପୁନଶ୍ଚ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ କାଠି **ତିନୋଟିର ଅଗ୍ରଭାଗ** ଯଦି ଏକ ସରଳରେଖାରେ ରହିଯାଏ, ତେବେ ପୋଷ୍ଟକାର୍ଡ଼ଟି ବିଭିନ୍ନ ଅବସ୍ଥାରେ କାଠିର ମୁନ ତିନୋଟିକୁ ଲାଗି ରହିବ । କାର୍ଡ଼ଟିକୁ ଭିନ୍ନ ଅବସ୍ଥାରେ ରଖିଲେ, ତାହା ଦୁଇଟି କାଠିର ମୁନକୁ ଲାଗି ରହିପାରେ ମାତ୍ର ତିନୋଟି କାଠିର ମୁନକୁ ନୁହେଁ । ଏହି ପରୀକ୍ଷା ଲବ୍ଧ ସୂଚନାକୁ ସମତଳର ଏକ ଧର୍ମ ଭାବେ ଗ୍ରହଣ କରିନେବା ।

ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ - 4 : ଯେକୌଣସି ତିନିଗୋଟି ନୈକରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ସମତଳ ଅବସ୍ଥିତ ।

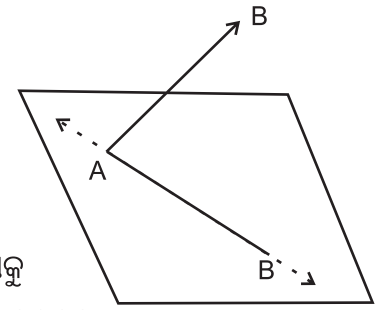
ଅନ୍ୟ ଅର୍ଥରେ କହିବାକୁ ହେଲେ, ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ଅତିକମ୍‌ରେ ତିନିଗୋଟି ନୈକରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ ଥାଏ ।

ଅନ୍ତତଃ **ଗୋଟିଏ ସମତଳର ନାମକରଣ ସେହି ସମତଳରେ ଥିବା ଯେକୌଣସି ତିନିଗୋଟି ନୈକରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ ସାହାଯ୍ୟରେ କରାଯାଏ ।**

ଆସ, ଆଉ ଗୋଟିଏ ପରୀକ୍ଷା କରିବା :

ଗୋଟିଏ ସୂତାର ଦୁଇ ପ୍ରାନ୍ତକୁ ହାତରେ ଟାଣିଧର । ଏପରି ଅବସ୍ଥାରେ ସୂତାଟି ଏକ ରେଖାଂଶର ସୂଚନା ଦିଏ । ସେହିପରି ଧରି ରଖି ସୂତାର ଗୋଟିଏ ପ୍ରାନ୍ତକୁ କୌଣସି ଏକ ସମତଳ ପୃଷ୍ଠରେ (କଳାପଟା) ଚାପିଧର ଓ ଅନ୍ୟପ୍ରାନ୍ତଟିକୁ ଆର ହାତରେ ଟାଣିଧର । (ଚିତ୍ର 1.4) ଦେଖ ।

ସୂତାର ଗୋଟିଏ ପ୍ରାନ୍ତ A ସମତଳ ପୃଷ୍ଠକୁ ଲାଗି ରହିଛି ଓ ଅପର ପ୍ରାନ୍ତ B ଉପରକୁ ଟେକି ହୋଇ ରହିଛି । ଏହି ଅବସ୍ଥାରେ A ପ୍ରାନ୍ତ ଛଡ଼ା ସୂତାର ଅନ୍ୟ କୌଣସି ଅଂଶ ସମତଳକୁ ଲାଗି ରହିନାହିଁ । ବର୍ତ୍ତମାନ ସୂତାଟିକୁ ଏହିପରି ଅବସ୍ଥାରେ ଟାଣିଧରି ଏହାର B ପ୍ରାନ୍ତକୁ ଆସ୍ତେ ଆସ୍ତେ ସମତଳପୃଷ୍ଠ ଆଡ଼କୁ ନେଇଆସ । ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଯେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅବସ୍ଥାରେ A ପ୍ରାନ୍ତ ଛଡ଼ା ସୂତାର ଅନ୍ୟ କୌଣସି ଅଂଶ ସମତଳ ପୃଷ୍ଠକୁ ଲାଗି ରହୁନାହିଁ । ଯେତେବେଳେ B ପ୍ରାନ୍ତଟି ସମତଳ ପୃଷ୍ଠକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରିବ, ସେତେବେଳେ ସମଗ୍ର ସୂତାଟି ପୂର୍ବ ଭଳି ସଳଖ ଅବସ୍ଥାରେ ଥାଇ ସମତଳ ପୃଷ୍ଠକୁ ଲାଗି ରହିବ ।



(ଚିତ୍ର 1.4)

ସମତଳ ପୃଷ୍ଠ ଓ ସଳଖ ଭାବରେ ଟାଣି ଧରା ହୋଇଥିବା ସୂତା ଏ ଉଭୟର ସୀମାହୀନ ବିସ୍ତୃତି କଳ୍ପନା କରି ଆମେ ଯଥାକ୍ରମେ ଗୋଟିଏ ସମତଳ ଓ $\overleftrightarrow{AB}$ (AB ସରଳରେଖା)ର ଧାରଣା କରିପାରିବା । ତେଣୁ ଏ ପରୀକ୍ଷାରୁ ଆମେ ଆଉ ଗୋଟିଏ ବିଶେଷ ଧର୍ମର ପରିଚୟ ପାଇଲେ । ଏହାକୁ ଆମେ ଗୋଟିଏ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଭାବେ ଗ୍ରହଣ କରିନେବା ।

ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ -5 : ଏକ ସମତଳସ୍ଥ ଦୁଇ ପୃଥକ୍ ବିନ୍ଦୁକୁ ଧାରଣ କରୁଥିବା ସରଳରେଖା ଉକ୍ତ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

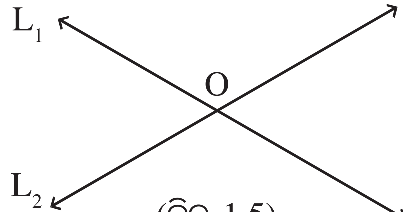
ସମତଳର ନାମ P ଦିଆଯାଉ ଓ ସମତଳସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ A ଓ B ହୁଅନ୍ତୁ । ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଅନୁଯାୟୀ $\overleftrightarrow{AB}$, P-ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ; ଅର୍ଥାତ୍ ସରଳରେଖାଟିର ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ P- ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

ଏହି କଥାକୁ ଆମେ ସେଟ୍ ଭାଷାରେ ଲେଖିପାରିବା $\overleftrightarrow{AB} \subset P$ ।

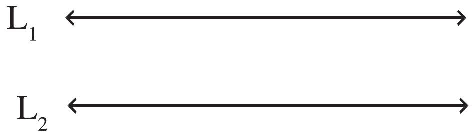
1.3 ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା (Parallel Lines) :

ଏକ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ ଦୁଇଟି ସରଳରେଖାର **ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁକୁ ସେମାନଙ୍କର ଛେଦବିନ୍ଦୁ (point of intersection)** କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ର - 1.5 ରେ L_1 ଓ L_2 ସରଳରେଖାର ଛେଦବିନ୍ଦୁ O ।

ଏକ ସମତଳରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ ନ କଲେ, ସେ ଦୁଇଟିକୁ ସମାନ୍ତର ରେଖା କୁହାଯାଏ (ଚିତ୍ର- 1.6)ରେ L_1 ଓ L_2 ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ।



(ଚିତ୍ର 1.5)



(ଚିତ୍ର 1.6)

ତୁମେ କୁହ :

(a) ଏକ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ ଦୁଇଟି ସରଳରେଖାର ଅତିବେଶୀରେ କେତୋଟି ଛେଦବିନ୍ଦୁ ରହିପାରିବ ?

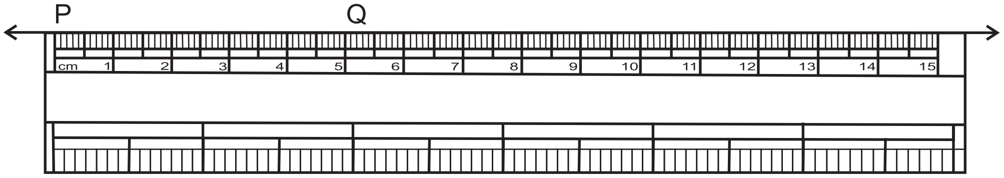
(b) ଏକ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ ତିନୋଟି ସରଳରେଖାର ଅତି ବେଶୀରେ କେତୋଟି ଛେଦବିନ୍ଦୁ ରହିପାରିବ ?

(c) ଏକ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ ଚାରୋଟି ସରଳରେଖାର ଅତିବେଶୀରେ କେତୋଟି ଛେଦବିନ୍ଦୁ ରହିପାରିବ ?

1.4 ଦୁଇ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା, ସରଳରେଖା ଓ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ :

ମନେକର P ଓ Q ଗୋଟିଏ ସମତଳ ପୃଷ୍ଠରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ପୃଥକ୍ ବିନ୍ଦୁ । P ଓ Q ଦେଇ ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ସରଳରେଖା ସମ୍ଭବ ଓ ତାହା ଉକ୍ତ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ । P ଠାରୁ Q ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଦୂରତା ମାପିବା ପାଇଁ ଆମେ ସାଧାରଣତଃ ସ୍କେଲ୍‌ଟିଏ ବ୍ୟବହାର କରୁ ଏବଂ P ଓ Q ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା (P ଠାରୁ Q ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଦୂରତା)କୁ ଗୋଟିଏ ଏକକ ଅର୍ଥାତ୍ ସେଣ୍ଟିମିଟର ଏକକରେ ପ୍ରକାଶ କରିଥାଉ । ସ୍କେଲ୍‌ରେ ମାପି ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ P ଓ Q ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା (ମନେକର) 5 ସେ.ମି.; ମାତ୍ର P ଓ Q ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟ ଯଦି ଅଭିନ୍ନ ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ P ଓ Q ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା ଶୂନ ହୁଏ । **ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁର ତା ନିଜଠାରୁ ଦୂରତା ଯେକୌଣସି ଏକକରେ ଶୂନ ହୁଏ ।**

ମନେରଖ : ଦୂରତା ମାପ ପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ସଂଖ୍ୟା ସର୍ବଦା ଏକ ଧନାତ୍ମକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା, ମାତ୍ର ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ଯଦି ଅଭିନ୍ନ ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ ଦୂରତା ଶୂନ ହୁଏ । ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରରେ କହିଲେ ଦୂରତା ମାପ ପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ସଂଖ୍ୟା ସର୍ବଦା ଏକ ଅଣରଣାତ୍ମକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା, ଅର୍ଥାତ୍ ଶୂନ ବା ଧନାତ୍ମକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ।



ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ହେବ, (ଚିତ୍ର 1.7)

ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ- 6 : ରୁଲାର୍ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ (Ruler Postulate) : ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ ଯୋଡ଼ାଗୁଡ଼ିକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଅଣରଣାତ୍ମକ ବାସ୍ତବସଂଖ୍ୟା ସହ ସଂପୃକ୍ତ, ଯାହାକୁ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା କୁହାଯାଏ । ଦୁଇ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା ଉପରେ ନିର୍ଭର କରି ଏକ ସରଳରେଖାର ବିନ୍ଦୁ ସମୂହ ଓ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍ ମଧ୍ୟରେ ଏକ ବିଶେଷ ପ୍ରକାର ସମ୍ପର୍କ ସମ୍ଭବ ହୁଏ ।

ପରିଣାମ ସ୍ୱରୂପ :

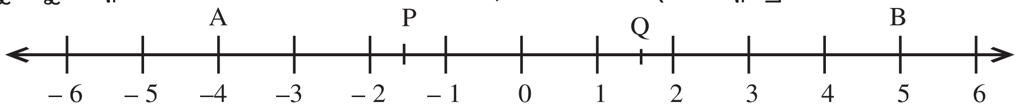
(i) ଏକ ସରଳରେଖାର ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରତ୍ୟେକେ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସଂପୃକ୍ତ । ପରୋକ୍ଷରେ ବାସ୍ତବସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକେ ଏହି ରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁସହ ସଂପୃକ୍ତ;

(ii) ସରଳରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ଯେକୌଣସି ଦୁଇ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା, ସେମାନଙ୍କ ସହିତ ସଂପୃକ୍ତ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତରର ପରମମାନ ସହ ସମାନ ହୁଏ ।

ଟୀକା : P ଠାରୁ Q ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଦୂରତାକୁ PQ ବା QP ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ଏବଂ ଏକ ପ୍ରଚଳିତ ଏକକ ମାଧ୍ୟମରେ ଏହାର ଦୂରତାକୁ ସୂଚିତ କରାଯାଇଥାଏ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ PQ = 5 ସେ.ମି.ବା 0.05 ମିଟର । P ଓ Q ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ଯାହା, Q ଓ P ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ମଧ୍ୟ ତାହା, ତେଣୁ PQ = QP ।

1.4.1 ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟଟିର ବ୍ୟାଖ୍ୟା :

ଦୂରତା ମାପିବା ପାଇଁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଏକକ (ଯଥା : ମିଲିମିଟର, ସେଣ୍ଟିମିଟର, ମିଟର ବା କିଲୋମିଟର) ବାଛି ନେବାକୁ ହୁଏ । ଆମ ଜ୍ୟାମିତି ପାଠ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଦୂରତା ମାପିବା ପାଇଁ ଆମେ ସାଧାରଣତଃ ସେଣ୍ଟିମିଟର ଏକକ ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ ଏବଂ ସେଥିପାଇଁ ଏକ ସ୍କେଲ୍‌ର ସାହାଯ୍ୟ ନେଇଥାଉ । ସ୍କେଲ୍‌ର ଧାର ସୀମିତ ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ;ମାତ୍ର ଯଦି ଗୋଟିଏ ଅସୀମ ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ସ୍କେଲ୍‌ର ପରିକଳ୍ପନା କରାଯାଏ ଏବଂ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସମେତ ସମସ୍ତ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବାରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ, ତେବେ ସ୍କେଲ୍‌ଟି ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରର ହେବ ।



(ଚିତ୍ର 1.8)

ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ସରଳରେଖାରେ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଥିବା କେତେଗୁଡ଼ିଏ ବିନ୍ଦୁକୁ ଗାରକାଟି ଦେଖାଇ ଦିଆଯାଇଅଛି । ଅନ୍ୟ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ ହୁଅନ୍ତି । ଯଥା : P ବିନ୍ଦୁଟି ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା –1 ଓ –2 ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ –1.5 । ମୋଟ ଉପରେ କହିବାକୁ ଗଲେ ଯେକୌଣସି ସରଳରେଖାରେ ବିନ୍ଦୁଗୋଟିକୁ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ଗୋଟିଏ ଓ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ଗୋଟିକୁ ବିନ୍ଦୁ ଗୋଟିଏ ରହିବା ସମ୍ଭବ ।

ଏହା ଫଳରେ ସରଳରେଖାଟି ଗୋଟିଏ ଅସୀମ ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ସ୍କେଲ୍‌ରେ ପରିଣତ ହେଲା । ଆମେ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ସ୍କେଲ୍ ଏହାର ଏକ ସୀମିତ ଅଂଶ । ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖାର ବିନ୍ଦୁସମୂହ ଓ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ ମଧ୍ୟରେ ଏ ଯେଉଁ ସଂପର୍କ ବର୍ଣ୍ଣିତ ହେଲା, ଏହାକୁ **ଏକ–ଏକ–ସମ୍ପର୍କ** କୁହାଯାଏ ।

1.4.2 ଦୁଇ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା :

ମନେକର ଚିତ୍ର 1.8 ରେ ସରଳରେଖାରେ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ହେଉଛନ୍ତି P ଓ Q ଏବଂ ଏହି ଦୁଇ ବିନ୍ଦୁ ସହ ସଂପୃକ୍ତ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ଯଥାକ୍ରମେ p ଓ q । ତେଣୁ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ – 6 ଅନୁଯାୟୀ P ଓ Q ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା PQ

= [$p - q$ ର ପରମମାନ ଅର୍ଥାତ୍ $|p - q|$ [$p - q$ ଯଦି $p > q$, $q - p$ ଯଦି $q - p$]

ଯଦି P ଓ Q ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ସହ ସଂପୃକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟ ଯଥାକ୍ରମେ – 4 ଓ 5 ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ

$PQ = |-4-5| = |-9| = 9$ ଏକକ ହେବ ।

ମନେପକାଅ : x ର ପରମମାନ ଅର୍ଥାତ୍ $|x| = x$ ଯଦି x ଶୂନ ବା ଧନାତ୍ମକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା

$= -x$ ଯଦି x ଋଣାତ୍ମକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା

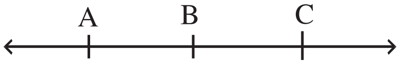
ମନେରଖ :

(i) ସରଳରେଖା ଅସଂଖ୍ୟ ବିନ୍ଦୁବିଶିଷ୍ଟ । (କାରଣ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍ ଏକ ଅସୀମ ସେଟ୍)

(ii) ସରଳରେଖା, ଆଦ୍ୟ ଓ ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ବିହୀନ । (କାରଣ ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ ଓ ସବୁଠାରୁ ସାନ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା କିଏ, କହିହେବ ନାହିଁ)

(iii) ସରଳରେଖା ନିରବଚ୍ଛିନ୍ନ ଭାବରେ ପରିବ୍ୟାପ୍ତ । (ଅର୍ଥାତ୍ ସରଳରେଖାରେ ଥିବା କୌଣସି ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟରେ କିଛି ଫାଙ୍କ ନାହିଁ)

1.5 ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତିତା (Betweenness) :



(ଚିତ୍ର 1.9)

ଚିତ୍ର 1.9 କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଯଦି ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ A, B ଓ C

(i) ପରସ୍ପରଠାରୁ ପୃଥକ୍ ଅଟନ୍ତି,

(ii) ଏକ ସରଳରେଖାରେ ଅବସ୍ଥାନ କରିଥାଆନ୍ତି

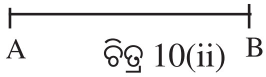
ଏବଂ (iii) AB + BC = AC ହୋଇଥାଏ, ତେବେ, B କୁ A ଓ C ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁ କୁହନ୍ତି ।

ସାଂକେତିକ ଭାଷାରେ ଏହା A-B-C ବା C-B-A ଲେଖାଯାଇଥାଏ । B ବିନ୍ଦୁ ବ୍ୟତୀତ A ଓ C ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅସଂଖ୍ୟ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁ ଅଛନ୍ତି । ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତିତା ସମ୍ପର୍କୀୟ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ସର୍ବପ୍ରଥମେ ମରିଜ୍ ପାଶ୍ଚ (Moritz Pasch) ପ୍ରକାଶ କରିଥିଲେ ।

ରେଖାଖଣ୍ଡ (Line Segment or Segment) :

ଚିତ୍ର 1.9 ର A, B ଦୁଇଟି ପୃଥକ୍ ବିନ୍ଦୁ ଏବଂ A ଓ B ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଛଡ଼ା ସରଳରେଖାର ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁକୁ ବାଦ ଦେଲେ, ଚିତ୍ର 1.10(ii) ପରି ଦେଖାଦେବ । ଏହା ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଚିତ୍ର ।

ଚିତ୍ର 10(i)



ଚିତ୍ର 10(ii)

ସଂଜ୍ଞା : ଦୁଇଟି ପୃଥକ୍ ବିନ୍ଦୁ A ଓ B ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସେଟ୍‌କୁ **"A ଓ B ଦ୍ୱାରା ନିରୂପିତ ରେଖାଖଣ୍ଡ"** କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଏହାକୁ $\overline{AB}$ ରୂପେ ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ସେଟ୍ ପରିଭାଷାରେ $\overline{AB} \subset \overleftrightarrow{AB}$ ।

ରେଖାଖଣ୍ଡର ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ : A ଓ B କୁ $\overline{AB}$ ର ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ କୁହାଯାଏ ।

ମନେରଖ : $\overline{AB}$ ର ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ A ଓ B, କିନ୍ତୁ $\overleftrightarrow{AB}$ ର କୌଣସି ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ନ ଥାଏ ।

ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ : କୌଣସି ରେଖାଖଣ୍ଡର ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତାକୁ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କୁହାଯାଏ। ତେଣୁ $\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = AB; ଅର୍ଥାତ୍ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ A ଓ B ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା ।

ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସର୍ବଦା ଏକ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା । $\overline{AB}$ କୁ AB ରେଖାଖଣ୍ଡ ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ।

ରେଖାଖଣ୍ଡର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ :

M, $\overline{AB}$ ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଏବଂ AM = MB ହେଲେ, M କୁ $\overline{AB}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ କୁହାଯାଏ । ସେ କ୍ଷେତ୍ରରେ AM = MB = $\frac{1}{2}$ AB ହୁଏ । **ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଥାଏ ।**

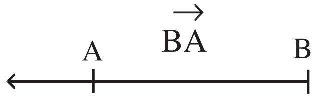
ରଶ୍ମି (Ray): A ଓ B ଦୁଇଟି ପୃଥକ୍ ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱାରା ନିରୂପିତ ସରଳରେଖା ହେଉଛି $\overleftrightarrow{AB}$, $\overline{AB}$ ହେଉଛି AB ରେଖାଖଣ୍ଡ ।

(ଚିତ୍ର 1.11)

AB ରେଖାଖଣ୍ଡ ($\overline{AB}$) ଓ AB ରେଖାରେ ଥିବା B ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁର ସମାହାରକୁ AB ରଶ୍ମି (ray) କୁହାଯାଏ । AB ରଶ୍ମିକୁ ସାଂକେତିକ ଚିହ୍ନରେ $\overrightarrow{AB}$ ବୋଲି ଲେଖାଯାଏ । ସେହିପରି AB ରେଖାଖଣ୍ଡ ($\overline{AB}$) ଓ AB ରେଖାରେ A ର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁର ସମାହାରକୁ BA ରଶ୍ମି ($\overrightarrow{BA}$) କୁହାଯାଏ ।

$\overrightarrow{AB}$ କୁ 'AB ରଶ୍ମି' ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ।

[ଚିତ୍ର 1.12(i)]

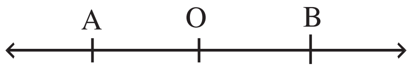


[ଚିତ୍ର 1.12(ii)]

$\overrightarrow{AB}$ ର **ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ (vertex)** ହେଉଛି A ଏବଂ $\overrightarrow{BA}$ ର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି, B ।

ଏକ ରଶ୍ମିର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁକୁ **ଆଦ୍ୟବିନ୍ଦୁ (Initial Point)** ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ ।

ମନେକର A - O - B ଅର୍ଥାତ୍ O ହେଉଛି, A ଓ B ର ଗୋଟିଏ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁ ।



[ଚିତ୍ର 1.12(iii)]

ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ $\overrightarrow{OA}$ ଓ $\overrightarrow{OB}$ କୁ **ବିପରୀତ ରଶ୍ମି (Opposite rays)** କୁହାଯାଏ । $\overrightarrow{OA} \cup \overrightarrow{OB} = \overleftrightarrow{AB}$

ନିଜେ କର ତୁମ ଖାତାରେ ତିନୋଟି ରଶ୍ମି $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ ଓ $\overrightarrow{OC}$ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି

(a) କୌଣସି ଦୁଇଟି ରଶ୍ମି ବିପରୀତ ରଶ୍ମି ହୋଇ ନ ଥିବେ ।

(b) ଦତ୍ତ ରଶ୍ମିଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ରଶ୍ମି ପରସ୍ପରର ବିପରୀତ ରଶ୍ମି ହୋଇଥିବେ ।

ଦୁଇଟି ରଶ୍ମି ଏକ ସରଳରେଖାର ଅଂଶ ହେଲେ, ସେମାନଙ୍କୁ **ଏକରେଖୀ ବା ସରଳରୈଖିକ ରଶ୍ମି (Collinear rays)** କୁହାଯାଏ । ଦୁଇଟି ରଶ୍ମି ସରଳରୈଖିକ ନ ହେଲେ, ସେମାନଙ୍କୁ **ନୈକରେଖୀ ରଶ୍ମି (non -collinear rays)** କୁହାଯାଏ ।

ନିଜେ କର

1. (a) ତୁମ ଖାତାରେ ତିନୋଟି ନୈକରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ X,Y,Z ଚିହ୍ନଟ କର ଓ $\overline{XY}$, $\overrightarrow{YZ}$, $\overleftrightarrow{XZ}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(b) ତୁମ ଖାତାରେ ତିନୋଟି ନୈକରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ A, B, ଓ C ଚିହ୍ନଟ କର । $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$ ଅଙ୍କନ କର ।

ରେଖାଖଣ୍ଡ, ରଶ୍ମି ଓ ସରଳରେଖା ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ :

ଚିତ୍ର 1.୪ ରୁ ଏହା ସୁସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ AB ରେଖାଖଣ୍ଡର ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ 'AB ରଶ୍ମି'ରେ ଏବଂ AB ରଶ୍ମିର ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ 'AB ସରଳରେଖା' ରେ ରହିଛନ୍ତି । ତେଣୁ ସେଟ୍ ଭାଷାରେ $\overline{AB} \subset \overrightarrow{AB} \subset \overleftrightarrow{AB}$ । ସେହିପରି $\overline{BA} \subset \overrightarrow{BA} \subset \overleftrightarrow{AB}$

(ନିଜେ କର) କିଏ କାହାର ଉପସେଟ୍ ଲେଖ ।

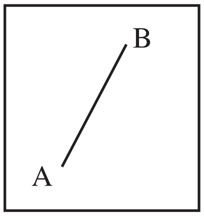
(a) $\overline{PQ}$ ଓ $\overrightarrow{PQ}$ (b) $\overleftrightarrow{CD}$ ଓ $\overline{CD}$ (c) $\overline{AB}$ ଓ $\overrightarrow{BA}$

(ii) A - P - B ହେଲେ, $\overleftrightarrow{AB}$ ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ରଶ୍ମିର ନାମ ଲେଖ ।

1.6 ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ (Convex set) :

ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଆକୃତିବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ କାଗଜ ଫର୍ଦ୍ଦ ନିଅ । (ଚିତ୍ର 1.13 ଦେଖ) ମନେକର A ଓ B ଏଥିରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ । $\overline{AB}$ ଅଙ୍କନ କର । ରେଖାଖଣ୍ଡଟି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବେ କାଗଜ ପୃଷ୍ଠାରେ ରହୁଛି । ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି $\overline{AB}$ ର ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ କାଗଜ ପୃଷ୍ଠାରେ ହିଁ ରହୁଛନ୍ତି । (ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ –5) । ଯଦି ଆମେ କାଗଜ ପୃଷ୍ଠାର ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସେଟ୍‌କୁ S କହିବା ତେବେ ଆମେ $\overline{AB}$ କୁ S ର ଗୋଟିଏ ଉପସେଟ୍ (Subset) କହିପାରିବା । ସେଟ୍ ଭାଷାରେ ଲେଖିପାରିବା : $\overline{AB} \subset S$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ, A ଓ B ବିନ୍ଦୁ ଦୁଇଟିକୁ ଆମେ କାଗଜ ପୃଷ୍ଠାର ଯେକୌଣସି ସ୍ଥାନରେ ନେଲେ ମଧ୍ୟ $\overline{AB}$ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବରେ ପୃଷ୍ଠା ମଧ୍ୟରେ ରହୁଛି । ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଲା A ଓ B, କାଗଜ ପୃଷ୍ଠାର ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ ମଧ୍ୟ ସେମାନଙ୍କର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ସେହି କାଗଜପୃଷ୍ଠାରେ ହିଁ ରହୁଛି । ଅର୍ଥାତ୍ $\overline{AB} \subset S$ ଏହା ସବୁବେଳେ ସତ୍ୟ ।

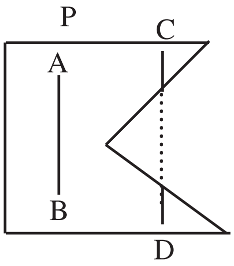


(ଚିତ୍ର 1.13)

ବର୍ତ୍ତମାନ କାଗଜ ପୃଷ୍ଠାଟିକୁ କାଟି ଚିତ୍ର 1.14 ରେ ଦେଖାଇ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି ଆକୃତିବିଶିଷ୍ଟ କର । ଏହି କଟା କାଗଜର ବିନ୍ଦୁମାନେ ଯେଉଁ ସେଟ୍ ଗଠନ କଲେ, ତାହାର ନାମ P ଦିଆଯାଉ ।

କଟା କାଗଜରେ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହେଲା ଭଳି ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ A ଓ B ନିଅ । A ଓ Bର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅର୍ଥାତ୍ $\overline{AB}$ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବେ କଟା କାଗଜ ପୃଷ୍ଠାରେ ରହିପାରୁଛି ।

କଟାକାଗଜ ପୃଷ୍ଠାରେ, ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହେଲା ଭଳି ଆଉ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ C ଓ D ନିଅ । C ଓ Dର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ତୁମେ କଟା କାଗଜ ପୃଷ୍ଠାରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବେ ଆଙ୍କି ପାରିବ ନାହିଁ (ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ) । ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଲା $\overline{CD}$ ର ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ କଟା କାଗଜ ପୃଷ୍ଠାରେ ନାହାଁନ୍ତି । ସେଟ୍ ଭାଷାରେ ମଧ୍ୟ ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ $\overline{CD}$, P ର ଉପସେଟ୍ ନୁହେଁ । (କଟା କାଗଜ ପୃଷ୍ଠାର ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କୁ ଆମେ P ନାମ ଦେଇଛେ – ମନେପକାଅ)



(ଚିତ୍ର 1.14)

ତେଣୁ ଆମେ ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେଲେ ଯେ, A ଓ B ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ ସେମାନଙ୍କର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ସର୍ବଦା କଟା କାଗଜ ପୃଷ୍ଠାରେ ରହିପାରିବ ନାହିଁ । (କେବଳ କେତେକ ବିଶେଷ ଅବସ୍ଥାରେ ହିଁ $\overline{AB}$ କଟା କାଗଜ ପୃଷ୍ଠାରେ ରହୁଛି ।) ତେଣୁ $\overline{AB} \subset P$, ଏହା ସବୁବେଳେ ସତ୍ୟ ନୁହେଁ ।

ଉପରୋକ୍ତ ଆଲୋଚନାରୁ ଆମେ ଜାଣିବାକୁ ପାଇଲେ ଯେ, ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସେଟ୍ S (ଅର୍ଥାତ୍ ପ୍ରଥମେ ନେଇଥିବା କାଗଜପୃଷ୍ଠାର ବିନ୍ଦୁସମୂହ) ଏଭଳି ଏକ ବିଶେଷ ଧର୍ମର ଅଧିକାରୀ, ଯାହା ଅନ୍ୟ ଗୋଟିଏ ସେଟ୍ P (କଟା କାଗଜ ପୃଷ୍ଠାର ବିନ୍ଦୁସମୂହ)ର ନାହିଁ । ତେଣୁ S ସେଟ୍‌ଟିକୁ ଆମେ ଗୋଟିଏ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ନାମ ଦେବା ତାହା ହେଉଛି– **ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ।**

ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍‌କୁ ସଂଜ୍ଞାକୃତ କରିବା ।

ସଂଜ୍ଞା – ସେଟ୍ S ର ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ A ଓ B ହେଲେ, ଯଦି $\overline{AB} \subset S$ ହୁଏ, ତେବେ S କୁ ଏକ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ କୁହାଯାଏ ।

ସଂଜ୍ଞାନୁଯାୟୀ P (କଟା କାଗଜ ପୃଷ୍ଠାର ବିନ୍ଦୁସମୂହ) ଏକ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ନୁହେଁ ।

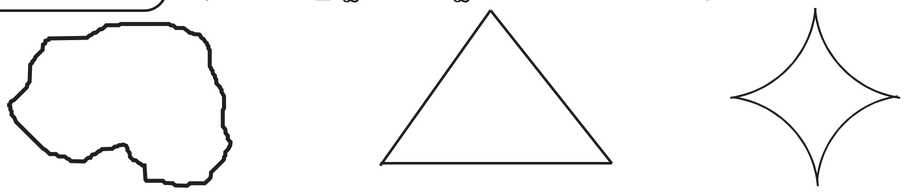
ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍‌ର ଆଉ କେତେଗୋଟି ଉଦାହରଣ :

(ଚିତ୍ର 1.15)

(i) ସରଳରେଖାରେ ଥିବା ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ପାଇଁ $\overline{AB}$ ମଧ୍ୟ L ର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । ତେଣୁ ସରଳରେଖା ଏକ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ।

(ii) ସେହିପରି ରଶ୍ମି, ସମତଳ ଆଦି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ଦର୍ଶାଅ ।



(i) (ii) (iii)

ଚିତ୍ର (1.16)

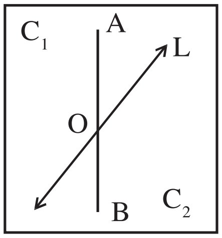
ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତୋଟି ତଥ୍ୟ:(i) ଦୁଇଟି ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍‌ର ଛେଦ ମଧ୍ୟ ଏକ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ।

(ii) ଦୁଇଟି ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍‌ର ସଂଯୋଗ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ନ ହୋଇପାରେ ।

1.7 ସରଳରେଖାର ପାର୍ଶ୍ୱ (Side of a Line) :

'ପାର୍ଶ୍ୱ' ବା ପାଖ ଶବ୍ଦର ବ୍ୟବହାର ଆମେ ଅବସ୍ଥିତି ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା ପାଇଁ କରିଥାଉ । 'ପାର୍ଶ୍ୱ' ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଧାରଣାକୁ ଜ୍ୟାମିତିରେ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ନିମନ୍ତେ ଆମର ଗୋଟିଏ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଦରକାର । ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସ, ଗୋଟିଏ ପରୀକ୍ଷା କରିବା ।

ଏକ ପୃଷ୍ଠାରେ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା L ଅଙ୍କନ କର । ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର ଦେଖ । ସେହି ଚିତ୍ରରେ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ L ସରଳରେଖା ଉପରେ ନାହାନ୍ତି, ସେମାନଙ୍କୁ ଆମେ ଦୁଇଟି ସେଟ୍ C_1 ଓ C_2ର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରିପାରିବା (ଚିତ୍ର 1.17)।



(ଚିତ୍ର 1.17)

ତୁମେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଜାଣିପାରିବ ଯେ C_1 ଓ C_2 ଦୁଇଟି ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ (Convex set) ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହି କାଗଜ ପୃଷ୍ଠାରେ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ A ଓ B ଏପରି ନିଅ, ଯେପରିକି A ବିନ୍ଦୁଟି C_1 ସେଟ୍‌ରେ ଓ B ବିନ୍ଦୁଟି C_2 ସେଟ୍‌ରେ ରହିବ । A ଓ B ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର ସଂଯୋଗକାରୀ AB ରେଖାଖଣ୍ଡ ($\overline{AB}$) ଅଙ୍କନ କର । ତୁମେ ଦେଖିପାରିବ ଯେ $\overline{AB}$, L କୁ ଛେଦ କରୁଛି । L ସରଳରେଖା ଓ AB ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱୟର ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ O କୁ ସେମାନଙ୍କର **ଛେଦବିନ୍ଦୁ (Intersecting point)** କୁହାଯାଏ ।

ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ 7: ସମତଳ – ବିଭାଜନ (Plane Separation) ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ :

ମନେକର L ସରଳରେଖାଟି P ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ । ସମତଳର ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ L ସରଳରେଖାରେ ନାହାନ୍ତି, ସେଗୁଡ଼ିକ ଦୁଇଟି ସେଟ୍(C_1 ଓ C_2) ର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ହୋଇଥାନ୍ତି, ଏବଂ

(i) C_1 ଏବଂ C_2 ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍,

(ii) ଦୁଇଟି ପୃଥକ୍ ବିନ୍ଦୁ A ଓ B ଯଥାକ୍ରମେ C_1 ଓ C_2 ସେଟ୍‌ରେ ରହିଲେ,

$\overline{AB}$, L ସରଳରେଖାକୁ ଛେଦ କରେ ।

ଉପରୋକ୍ତ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟରୁ ଏହା ସୁସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ,

1. (i) C_1 ଓ C_2 ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଅଣଶୂନ୍ୟ ସେଟ୍ ।

   (ii) C_1 ଓ C_2 ଦୁଇଟି ଅଣଛେଦୀ ସେଟ୍, ଅର୍ଥାତ୍ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଉଭୟ C_1 ଓ C_2ରେ ରହିପାରିବ ନାହିଁ ।

2. ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ-7 କୁ ନେଇ ପ୍ରମାଣ କରାଯାଇପାରିବ ଯେ, ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ଅସଂଖ୍ୟ ବିନ୍ଦୁ ନିରବଚ୍ଛିନ୍ନ ଭାବରେ ରହିଛନ୍ତି । ଅର୍ଥାତ୍ ସରଳରେଖା ପରି ସମତଳରେ ମଧ୍ୟ କୌଣସି ଫାଙ୍କ ନାହିଁ । ସମତଳର ଯେକୌଣସି ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଅସଂଖ୍ୟ ସରଳରେଖା ଓ ରଶ୍ମି ରହିଛନ୍ତି ।

ସରଳରେଖାର ପାର୍ଶ୍ୱ :

କୌଣସି ସରଳରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱର ନାମକରଣ ସେହି ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ଯେକୌଣସି ବିନ୍ଦୁକୁ ନେଇ କରାଯାଇପାରିବ । L ସରଳରେଖାର ଯେଉଁ ପାର୍ଶ୍ୱରେ A ବିନ୍ଦୁ ଅଛି, ତାକୁ L ସରଳରେଖାର A ପାର୍ଶ୍ୱ ଏବଂ ଯେଉଁ ପାର୍ଶ୍ୱରେ B ବିନ୍ଦୁ ଅଛି, ତାକୁ L ସରଳରେଖାର B ପାର୍ଶ୍ୱ କୁହାଯାଏ ।

ବି.ଦ୍ର.: $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ବା $\overrightarrow{AB}$ ରଶ୍ମିର ଦୁଇପାର୍ଶ୍ୱ କହିଲେ ଆମେ $\overleftrightarrow{AB}$ ସରଳରେଖାର ଦୁଇ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ହିଁ ବୁଝିବା ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 1(a)

1. ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନ ପାଖରେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଉତ୍ତର ଲେଖାଯାଇଅଛି । ଠିକ୍ ଉତ୍ତରଟି ବାଛି ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

(i) ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖାରେ ---- ବିନ୍ଦୁ ଥାଏ । [(a) ଗୋଟିଏ (b) ଦୁଇଟି (c) ଅସଂଖ୍ୟ]

(ii) ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡର ----- ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଥାଏ । [(a) ଗୋଟିଏ (b) ଦୁଇଟି (c) ଅସଂଖ୍ୟ]

(iii) ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ----- (ମାତ୍ର) ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଥାଏ [(a) ଗୋଟିଏ (b) ଦୁଇଟି (c) ଅସଂଖ୍ୟ]

(iv) ଏକ ରଶ୍ମିର ----- ଆଦ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଥାଏ । [(a) ଗୋଟିଏ (b) ଦୁଇଟି (c) ଅସଂଖ୍ୟ]

2. ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ଠିକ୍ ଥିଲେ କୋଠରି ମଧ୍ୟରେ ✓ ଚିହ୍ନ ଓ ଭୁଲ୍ ଥିଲେ ✗ ଚିହ୍ନ ଦିଅ ।

(i) ସରଳରେଖାର ଅସଂଖ୍ୟ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଥାଏ । ☐

(ii) ଏକ ରଶ୍ମିର ଗୋଟିଏ ଆଦ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଥାଏ । ☐

(iii) ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ମାତ୍ର ଗୋଟିଏ ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଥାଏ । ☐

(iv) A ଓ B ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁ P ହେଲେ, ଏହା $\overline{AB}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ହେବ । ☐

(v) ଦୁଇଟି ପୃଥକ୍ ବିନ୍ଦୁର ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁ ଥାଏ । ☐

(vi) A, B ଓ C ଏକରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ $\overrightarrow{AB}$ ଓ $\overrightarrow{BC}$ ଏକରେଖୀ ରଶ୍ମି ଅଟନ୍ତି । ☐

(vii) $\overleftrightarrow{AB}$ ର A ଓ B ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ O ଏକ ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ $\overrightarrow{OA}$ ଏବଂ $\overrightarrow{OB}$ ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରର ବିପରୀତ ରଶ୍ମି ଅଟନ୍ତି । ☐

3. (a) ପରସ୍ପରଠାରୁ ଭିନ୍ନ ଚାରୋଟି ଦତ୍ତବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ତିନିଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ନ ଥିଲେ, ସେମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା କେତେଗୋଟି ରେଖାଖଣ୍ଡ ନିରୂପିତ ହୋଇପାରିବ ?

(b) ପରସ୍ପରଠାରୁ ଭିନ୍ନ ଚାରୋଟି ଦତ୍ତବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟରୁ ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ ଏକରେଖୀ ହେଲେ, ସେମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା କେତେଗୋଟି ସରଳରେଖା ନିରୂପିତ ହୋଇପାରିବ ?

4. A, B ଓ C ଏକରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ । AB = 8 ଏକକ ଓ AC = 4 ଏକକ ହେଲେ, ନିମ୍ନୋକ୍ତ କେଉଁଟି ସମ୍ଭବ ?

(a) B-A-C (b) A-C-B (c) A-B-C

5. ସାଧାରଣ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ବିଶିଷ୍ଟ ସାତଟି ରଶ୍ମି ଦିଆଯାଇଥିଲେ, ସେଥିରେ ଅତିବେଶୀ କେତେଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ରଶ୍ମି ରହିବେ ?

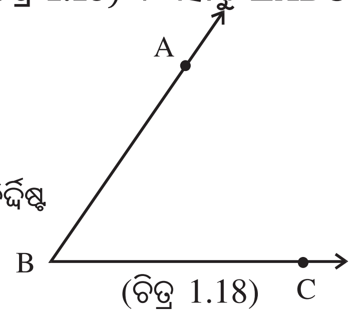
6. ପ୍ରଦତ୍ତ ପଦଗୁଡ଼ିକର ସଂଜ୍ଞା ପ୍ରଦାନ କର : (a) ସରଳରେଖାର ପାର୍ଶ୍ୱ (b) ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍

1.8 କୋଣ (Angle)

ସଂଜ୍ଞା : ତିନୋଟି ପୃଥକ୍ ବିନ୍ଦୁ A, B ଓ C ଯଦି ଏକ ସରଳରେଖାରେ ଅବସ୍ଥିତ ନ ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ $\overrightarrow{BA}$ ଓ $\overrightarrow{BC}$ ରଶ୍ମି ଦ୍ୱୟର ସଂଯୋଗ (Union)କୁ ଗୋଟିଏ କୋଣ କୁହାଯାଏ (ଚିତ୍ର 1.18) । ଏହାକୁ ∠ABC ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ଲେଖାଯାଏ ଏବଂ 'ABC' କୋଣ' ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ।

ସେଟ୍ ପରିଭାଷାରେ $\angle ABC = \overrightarrow{BA} \cup \overrightarrow{BC}$

ସୂଚନା : (i) A, B ଓ C ନୈକରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ ହେତୁ, ସେହି ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମତଳ ABC ରେ ଅବସ୍ଥିତ, ତେଣୁ ∠ABC ମଧ୍ୟ ଏହି ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ ।



(ଚିତ୍ର 1.18)

(ii) B ବିନ୍ଦୁକୁ ∠ABC ର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ କୁହାଯାଏ, $\overrightarrow{BA}$ ଓ $\overrightarrow{BC}$ ରଶ୍ମିଦ୍ୱୟକୁ ∠ABC ର ବାହୁ କୁହାଯାଏ ।

(ନିଜେ କର) (1) A, B ଓ C ଏକ ସରଳରେଖାରେ ଅବସ୍ଥିତ ନଥିବା ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ, ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ରଶ୍ମିର ସଂଯୋଗର ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ରର ନାମକରଣ କର ।

(i) $\overrightarrow{AB}$ ଓ $\overrightarrow{AC}$ (ii) $\overrightarrow{BA}$ ଓ $\overrightarrow{BC}$ (iii) $\overrightarrow{CB}$ ଓ $\overrightarrow{CA}$

(iv) $\overrightarrow{AB}$ ଓ $\overrightarrow{BA}$ (v) $\overrightarrow{BC}$ ଓ $\overrightarrow{CB}$ (vi) $\overrightarrow{AC}$ ଓ $\overrightarrow{CA}$

2. (a) ∠PQR ର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁର ନାମ ଲେଖ ।

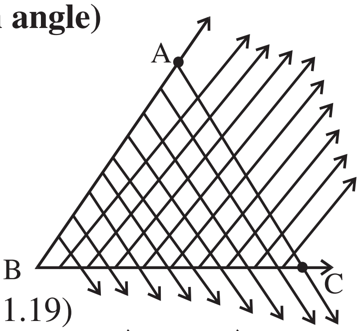
(b) ∠ABC ର କେତୋଟି ବାହୁ ଅଛନ୍ତି ? ସେମାନଙ୍କର ନାମ ଲେଖ ।

(c) $\overrightarrow{AB}$ ଓ $\overrightarrow{AC}$ ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ରଶ୍ମି ହେଲେ, $\overrightarrow{AB}$ ଓ $\overrightarrow{AC}$ ର ସଂଯୋଗରେ କ'ଣ ସୃଷ୍ଟି ହେବ ?

(d) A ଶୀର୍ଷ ଏବଂ $\overrightarrow{AB}$ ଓ $\overrightarrow{AC}$ ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ କୋଣର ନାମ କ'ଣ ?

1.8.1 କୋଣର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଓ ବହିର୍ଦେଶ (Interior & Exterior of an angle)

ଚିତ୍ର 1.19 ରେ ∠ABC ଅଙ୍କିତ ହୋଇଛି । ଏହା ABC ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ । ଏହି ସମତଳର ଯେଉଁ ସବୁ ବିନ୍ଦୁ ଉଭୟ $\overrightarrow{BC}$ ର A ପାର୍ଶ୍ୱ ଓ $\overrightarrow{BA}$ ର C ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥିତ, ସେହିସବୁ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ କୋଣର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଗଠିତ । ଅର୍ଥାତ୍ ସେହି ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସେଟ୍ ହେଉଛି ∠ABCର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ । ଏହାକୁ ରଶ୍ମିମାନଙ୍କର ଛେଦ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଅଛି । ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର ଦେଖ ।



(ଚିତ୍ର 1.19)

ABC ସମତଳର ଯେଉଁ ସବୁ ବିନ୍ଦୁ ∠ABC ର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ନାହାନ୍ତି କିମ୍ବା $\overrightarrow{BA}$ ବା $\overrightarrow{BC}$ ରଶ୍ମିରେ ନାହାନ୍ତି, ସେହି ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସେଟ୍‌କୁ ∠ABC ର ବହିର୍ଦେଶ କୁହାଯାଏ ।

ଟୀକା : (i) ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍‌ର ସଂଜ୍ଞା ଅନୁଯାୟୀ କୋଣର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଏକ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍, କିନ୍ତୁ ବହିର୍ଦେଶ ନୁହେଁ ।

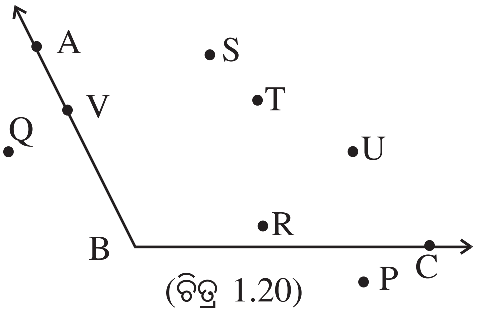
(ii) କୋଣ ନିଜେ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ନୁହେଁ ।

(iii) ∠ABC, ∠ABC ର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଓ ∠ABC ର ବହିର୍ଦେଶ – ଏହି ତିନୋଟି ସେଟ୍ ପରସ୍ପର ଅଣଛେଦୀ (Mutually disjoint) ଅର୍ଥାତ୍ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ମଧ୍ୟରେ ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ନାହିଁ ।

ନିଜେ କର ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖି A,B,C,P,Q,R,S,T,U,V ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ∠ABC ର ଉପରିସ୍ଥ, ଅନ୍ତର୍ଦେଶସ୍ଥ ଓ ବହିର୍ଦେଶସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକର ନାମ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ପୂରଣ କର ।

ଉପରିସ୍ଥ	ଅନ୍ତର୍ଦେଶସ୍ଥ	ବହିର୍ଦେଶସ୍ଥ

ସାରଣୀ – 1.1



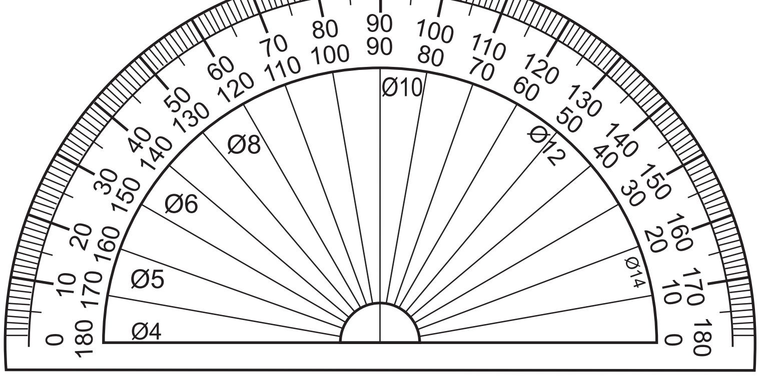
(ଚିତ୍ର 1.20)

1.8.2 କୋଣର ମାପ (Measure of an angle) :

m∠ABC ହେଉଛି, ∠ABC କୋଣର ପରିମାଣ, ଯାହା ଏକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା;

ମାତ୍ର ∠ABC ହେଉଛି ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସେଟ୍ ।

ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ ଜାଣିବା ପାଇଁ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ, ତାହା ତୁମେ ତଳଶ୍ରେଣୀରେ ପଢ଼ିଛ । ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ ଦତ୍ତମାପର ଏକ କୋଣ କିପରି ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହୁଏ, ତାହା ମଧ୍ୟ ତୁମେ ଜାଣିଛ ।



(ଚିତ୍ର 1.21)

ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ କୋଣମାପିବା ଓ କୋଣ ଅଙ୍କନ କରିବା ଧାରଣାରୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଗ୍ରହଣ କରିବା ।

ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ-8 : ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ (Protractor Postulate) :

ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ ସହିତ 0 ରୁ ବଡ଼ ଓ 180 ରୁ ସାନ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ସଂପୃକ୍ତ, ଯାହାକୁ କୋଣର ପରିମାଣ କୁହାଯାଏ । $m\angle ABC$ ଏପରି ଭାବରେ ନିରୂପିତ ହୁଏ, ଯେପରି :

(i) 0 ଠାରୁ ବଡ଼ ଓ 180 ରୁ ସାନ ଯେକୌଣସି ଏକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା x ପାଇଁ ABC ସମତଳରେ $\overrightarrow{BC}$ ର ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ବିସ୍ତୃତ ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ରଶ୍ମି $\overrightarrow{BM}$ ଅବସ୍ଥିତ, ଯେପରି $m\angle MBC = x$ ହେବ ।

(ସାଧାରଣତଃ $m\angle ABC = x^0$, ଏହିପରି ଲେଖାଯାଏ ।)

(ii) $\angle ABC$ର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ P ଯେକୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ, $m\angle ABC = m\angle ABP + m\angle PBC$ ହେବ ।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ :

ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟରେ

1. (i) କୋଣ ପରିମାଣକୁ 0 ରୁ ବଡ଼ ଓ 180 ରୁ ସାନ ବୋଲି ସ୍ୱୀକାର କଲେ, **ଲବ୍ଧ ପରିମାଣକୁ କୋଣର ଡିଗ୍ରୀମାପ** କୁହାଯାଏ । ସମ୍ପୃକ୍ତ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟରକୁ ଡିଗ୍ରୀ-ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର କୁହାଯାଏ । ଏହି ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟରରେ $\angle ABC$ ର ପରିମାଣ x ହେଲେ, ଆମେ ଲେଖୁ: $m\angle ABC = x^0$ (x ଡିଗ୍ରୀ) । ଅର୍ଥାତ୍ $\angle ABC$ ର ମାପ x^0 । ଡିଗ୍ରୀ ଏକକକୁ ଆହୁରି କ୍ଷୁଦ୍ର ଏକକରେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ, ଯଥା

   $1^0 = 60$ ମିନିଟ୍ ଏବଂ 1 ମିନିଟ୍ = 60 ସେକେଣ୍ଡ ।

   ସଂକ୍ଷେପରେ $1^0 = 60'$ ଓ $1' = 60''$

   (ii) କୋଣ ପରିମାଣକୁ 0 ରୁ ବଡ଼ ଓ π (Pai) (ପାଇ) ରୁ ସାନ ବୋଲି ସ୍ୱୀକାର କଲେ, ଲବ୍ଧ ପରିମାଣକୁ **'ରେଡ଼ିଆନ୍ ମାପ'** କୁହାଯାଏ ।

   π ରେଡ଼ିଆନ୍ = 180 ଡିଗ୍ରୀ

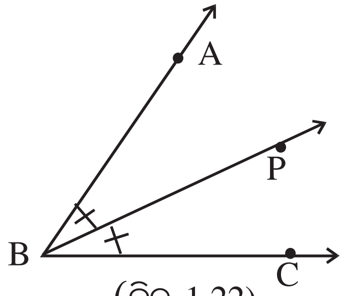
   (π ଏକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା, ଯାହାର ଆସନ୍ନମାନ 3.1415)

2. ଏକାଧିକ କୋଣ ପରିମାଣ ମିଶି 180^0 ରୁ ଅଧିକ ହୋଇପାରେ, ମାତ୍ର ଆମ ଆଲୋଚନାରେ ଉପୁଜୁଥିବା ଯେକୌଣସି କୋଣର ମାପ 0^0 ରୁ 180^0 ମଧ୍ୟରେ ।

1.8.3 କୋଣ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ (Angle-bisector) : $\angle ABC$ ର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ P ବିନ୍ଦୁ ଅବସ୍ଥିତ ।

ଯଦି $m\angle ABP = m\angle PBC$ ହୁଏ, ତେବେ $\overrightarrow{BP}$ କୁ $\angle ABC$ର **ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ** କୁହାଯାଏ । (ଚିତ୍ର 1.22)

ଏ ସ୍ଥଳରେ $m\angle ABP = m\angle PBC = \frac{1}{2} m\angle ABC$



(ଚିତ୍ର 1.22)

1.9 ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର କୋଣ (Different types of angles) :

(A) ପରିମାଣ ଭେଦରେ କୋଣର ପ୍ରକାର ଭେଦ :

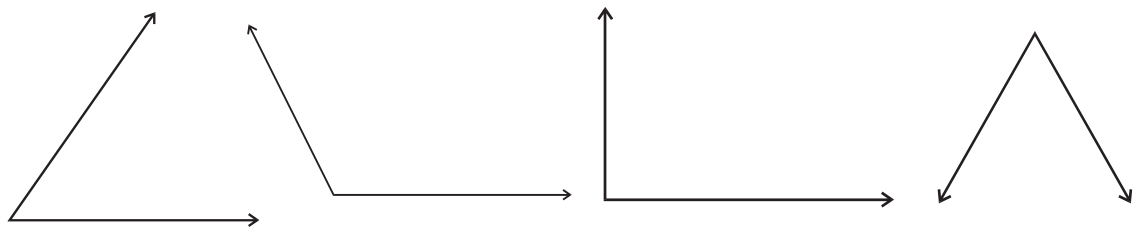
ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ

(i) 90^0 ରୁ କମ୍ ହେଲେ, ତାହାକୁ **ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ (acute angle)** କୁହାଯାଏ ।

(ii) 90^0 ସହ ସମାନ ହେଲେ, ତାହାକୁ **ସମକୋଣ (right angle)** କୁହାଯାଏ ।

(iii) 90^0 ରୁ ଅଧିକ ହେଲେ, ତାହାକୁ **ସ୍ଥୂଳକୋଣ (obtuse angle)** କୁହାଯାଏ ।

ନିଜେ କର ଚିତ୍ର 1.23 ରେ ଥିବା କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ ମାପ ଓ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସାରଣୀରେ କୋଣର ମାପ ଓ କେଉଁ ପ୍ରକାର କୋଣ ଲେଖ ।



(ଚିତ୍ର 1.23)

କୋଣ	(1)	(2)	(3)	(4)
କୋଣର ମାପ				
କେଉଁ ପ୍ରକାର କୋଣ				

ସାରଣୀ – 1.2

(B) **ଦୁଇଟି କୋଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ :**

(i) **ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 90^0 ହେଲେ, ସେମାନଙ୍କୁ ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ (Complementary) କୋଣ କୁହାଯାଏ ।**

ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ : 20^0, 30^0, 63^0 ପରିମାଣବିଶିଷ୍ଟ କୋଣମାନଙ୍କର ଅନୁପୂରକ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ଯଥାକ୍ରମେ 70^0, 60^0, ଓ 27^0 ଅଟେ ।

ସେହିପରି ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ x^0 ହେଲେ, ତାହାର ଅନୁପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣ $(90 - x)^0$ ହେବ ।

(ii) **ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180⁰ ହେଲେ, ସେମାନଙ୍କୁ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ (Supplementary) କୋଣ କୁହାଯାଏ ।**

ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ : 27^0, 60^0, 135^0 ଓ x^0 ପରିମାଣବିଶିଷ୍ଟ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିପୂରକ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ଯଥାକ୍ରମେ 153^0, 120^0, 45^0 ଓ $(180 - x)^0$ ଅଟେ ।

ମନେରଖ : କେବଳ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣର ଅନୁପୂରକ କୋଣ ଥାଏ, ମାତ୍ର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିପୂରକ କୋଣ ଥାଏ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ ଦତ୍ତ ସାରଣୀରେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ କୋଣର ନାମ ଓ ସେମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ଦିଆଯାଇଅଛି । କୋଣଗୁଡ଼ିକର ଅନୁପୂରକ ଓ ପରିପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ସାରଣୀଟି ପୂରଣ କର । ଉତ୍ତର ସମ୍ଭବ ନ ହେଲେ 'x' ଚିହ୍ନ ଦିଅ ।

କୋଣ	କୋଣର ପରିମାଣ	ଅନୁପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣ	ପରିପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣ
$\angle ABC$	25^0		
$\angle PQR$	68^0		
$\angle CDE$	90^0		
$\angle EFG$	168^0		

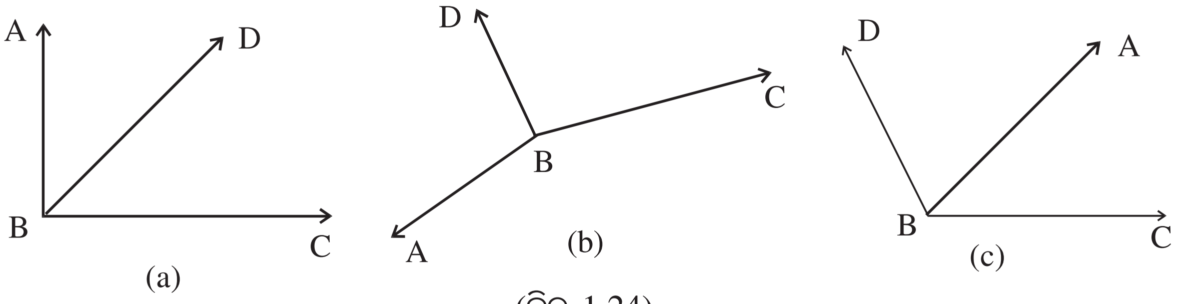
ସାରଣୀ -1.3

(C) ସନ୍ନିହିତ କୋଣ (Adjacent Angles) :

ଚିତ୍ର 1.24 (a) ଓ (b) କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ,

(i) $\angle ABD$ ଓ $\angle CBD$ ର ସାଧାରଣ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ B ଓ ସାଧାରଣ ବାହୁ $\overrightarrow{BD}$,

(ii) $\angle ABD$ ଓ $\angle CBD$ ର ଅନ୍ତର୍ଦେଶଦ୍ୱୟର କୌଣସି ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ନାହିଁ, ଅର୍ଥାତ୍ ସେମାନେ ଅଣଛେଦୀ ସେଟ୍ ।



(ଚିତ୍ର 1.24)

ଏପରିସ୍ଥଳେ $\angle ABD$ ଓ $\angle CBD$ କୁ ସନ୍ନିହିତ କୋଣ କୁହାଯାଏ । ସନ୍ନିହିତ କୋଣଦ୍ୱୟର ସାଧାରଣ ବାହୁ $\overrightarrow{BD}$ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଦୁଇବାହୁ $\overrightarrow{BA}$ ଓ $\overrightarrow{BC}$ କୁ ସେମାନଙ୍କର **ବହିଃସ୍ଥ ବାହୁ (exterior side)** କୁହାଯାଏ ।

ମନେରଖ : ଦୁଇଟି କୋଣ ସନ୍ନିହିତ ହେଲେ, ସେମାନଙ୍କର

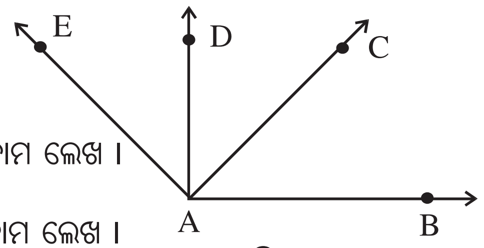
(i) ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ ;

(ii) ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ବାହୁ ଏବଂ

(iii) ସେମାନଙ୍କର ଅନ୍ତର୍ଦେଶଦ୍ୱୟ ଅଣଛେଦୀ ହୁଅନ୍ତି ।

ସୂଚନା : ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ହେଲେ, ସେମାନଙ୍କୁ **ସନ୍ନିହିତ ପରିପୂରକ କୋଣ** (Adjacent Supplmentary Angles) କୁହାଯାଏ ।

ଚିତ୍ର 1.24 (c) ରେ ∠ABD ଓ ∠CBD ର B ସାଧାରଣ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, $\overrightarrow{BD}$ ସାଧାରଣ ବାହୁ, କୋଣଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଅଣଛେଦୀ ନୁହନ୍ତି । ତେଣୁ ∠ABD ଓ ∠CBD ସନ୍ନିହିତ ନୁହନ୍ତି । କିନ୍ତୁ ଏଠାରେ ∠ABD ଓ ∠ABC ସନ୍ନିହିତ । କାହିଁକି ?



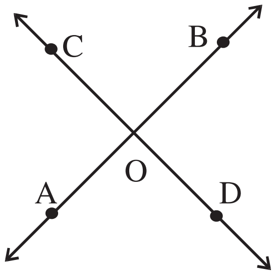
(ଚିତ୍ର 1.25)

(ନିଜେ କର) ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 1.25 ଦେଖି ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(i) $\overrightarrow{AC}$ ସାଧାରଣ ବାହୁ ଥିବା ଦୁଇଯୋଡ଼ା ସନ୍ନିହିତ କୋଣର ନାମ ଲେଖ ।

(ii) $\overrightarrow{AD}$ ସାଧାରଣ ବାହୁଥିବା ଦୁଇଯୋଡ଼ା ସନ୍ନିହିତ କୋଣର ନାମ ଲେଖ ।

(D) **ପ୍ରତୀପ କୋଣ (Vertically Opposite Angles)** :



(ଚିତ୍ର 1.26)

ଚିତ୍ର 1.26 ରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି । ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ଚାରୋଟି କୋଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ।

ଏଠାରେ ∠AOC ଏବଂ ∠BOD କୁ ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣ କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି ∠BOC ଏବଂ ∠DOA ମଧ୍ୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଅଟନ୍ତି ।

(ନିଜେ କର) $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଥିବା ତିନୋଟି ଭିନ୍ନ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର । ଦୁଇଯୋଡା ପ୍ରତୀପ କୋଣକୁ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ ମାପି ସାରଣୀଟି ପୂରଣ କର ।

ଚିତ୍ର ନଂ	m∠AOC	m∠BOD	m∠BOC	m∠AOD
1				
2				
3				

ସାରଣୀ - 1.4

ଏହି ସାରଣୀରୁ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ଲେଖ ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 1(b)

1. **ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।**

(a) ଗୋଟିଏ କୋଣର ବାହୁଦ୍ୱୟର ---- ଗୋଟିଏ ଛେଦବିନ୍ଦୁ ଅଛି ।

(b) ଗୋଟିଏ କୋଣର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁକୁ କୋଣର ---- ବିନ୍ଦୁ କୁହାଯାଏ ।

(c) ସାଧାରଣ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଓ ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି କୋଣର ଅନ୍ତର୍ଦେଶଦ୍ୱୟ ଅଣଛେଦୀ ହେଲେ, କୋଣ ଦୁଇଟିକୁ ---- କୋଣ କୁହାଯାଏ ।

(d) A-P-B ଏବଂ $\overrightarrow{PQ}$ ଓ $\overleftrightarrow{AB}$ ର ଏକମାତ୍ର ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ P ହେଲେ, ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣଦ୍ୱୟର ନାମ ---- ଓ ---- ।

(e) $\overrightarrow{PQ}$ ଓ $\overleftrightarrow{AB}$ ର ଏକମାତ୍ର ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ P ହେଲେ, ଗଠିତ କୋଣ ଦୁଇଟିକୁ ---- ପରିପୂରକ କୋଣ କୁହାଯାଏ ।

(f) $\overrightarrow{OA}$ ଓ $\overrightarrow{OC}$ ର ବିପରୀତ ରଶ୍ମି ଯଥାକ୍ରମେ $\overrightarrow{OB}$ ଓ $\overrightarrow{OD}$ ହେଲେ,

(i) $\angle AOC$ ର ପ୍ରତୀପ ----- ।

(ii) $\angle BOC$ ର ପ୍ରତୀପ ---- ।

2. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

(a) π ରେଡ଼ିଆନ୍ = ---- ଡିଗ୍ରୀ ।

(b) ଏକ ଡିଗ୍ରୀ = ---- ମିନିଟ୍ ।

(c) ଏକ ମିନିଟ୍ = ---- ସେକେଣ୍ଡ ।

(d) π ର ଆସନ୍ନମାନ = ---- ।

(e) x^0 ପରିମାଣବିଶିଷ୍ଟ କୋଣର ଅନୁପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣ ---- ।

(f) x^0 ପରିମାଣବିଶିଷ୍ଟ କୋଣର ପରିପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣ ---- ।

(g) x^0 ପରିମାଣବିଶିଷ୍ଟ କୋଣର ସନ୍ନିହିତ ପରିପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣ ---- ।

3. ଏକ ସମତଳରେ ଅଙ୍କିତ $\angle ABC$, ଉକ୍ତ ସମତଳକୁ କେତୋଟି ଉପସେଟ୍‌ରେ ବିଭକ୍ତ କରେ ? ସେମାନଙ୍କର ନାମ ଲେଖ ।

4. (a) ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ, ତାହାର ଅନୁପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣ ସହ ସମାନ ହେଲେ, କୋଣଟିର ପରିମାଣ କେତେ ?

(b) ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ ତାହାର ଅନୁପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣର ଦୁଇଗୁଣରୁ 15^0 କମ୍ ହେଲେ, ତାହାର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(c) ଯେଉଁ କୋଣର ପରିମାଣ ତାହାର ପରିପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣ ସହ ସମାନ, ତାହାର ପରିମାଣ କେତେ ?

(d) ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ ତାହାର ପରିପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣର 3 ଗୁଣରୁ 20^0 କମ୍ ହେଲେ ତାହାର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

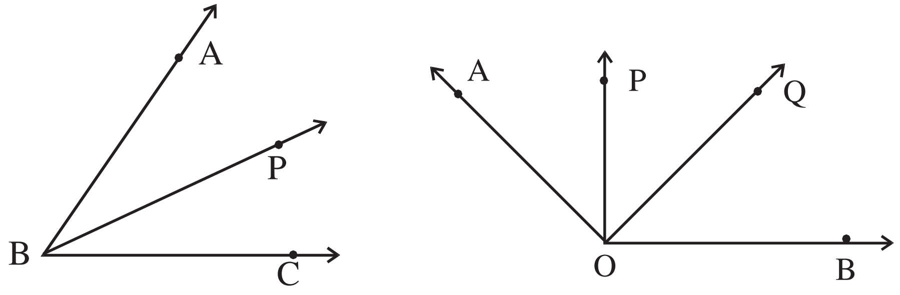
5. କେତେଗୁଡ଼ିଏ କୋଣର ପରିମାଣ ଦିଆଯାଇଅଛି । ତାହାକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକର ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

$m\angle A = 63^0$, $m\angle B = 127^0$, $m\angle C = 147^0$, $m\angle D = 53^0$, $m\angle E = 95^0$, $m\angle F = 117^0$, $m\angle G = 85^0$, $m\angle H = 33^0$ ହେଲେ ,

(i) $\angle A$ ଓ ---- ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ । (ii) $\angle H$ ଓ --- ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ।

(iii) ---- ଓ $\angle D$ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ । (iv) ---- ଓ $\angle G$ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ।

6. ଚିତ୍ର 1.27 ଦେଖି ଉତ୍ତର ଦିଅ ।



(a) (b)

(ଚିତ୍ର 1.27)

ଚିତ୍ର (a) ରେ (i) $m\angle ABP = 22^0$, $m\angle PBC = 38^0$ ହେଲେ, $m\angle ABC$ କେତେ ?

(ii) $m\angle ABC = 58^0$, $\overrightarrow{BP}$, $\angle ABC$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ହେଲେ, $m\angle PBC$ କେତେ ?

ଚିତ୍ର (b) ରେ $m\angle AOB = 117^0$ ଓ $m\angle AOP = m\angle POQ = m\angle QOB$ ହେଲେ, $m\angle POQ$, $m\angle AOQ$ ଓ $m\angle POB$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7. ଚିତ୍ର ଦ୍ୱାରା ନିମ୍ନସ୍ଥ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ବୁଝାଅ ।

(a) ପ୍ରତୀପ କୋଣ (b) ସନ୍ନିହିତ କୋଣ (c) ସନ୍ନିହିତ ପରିପୂରକ କୋଣ

8. କାହାକୁ କହନ୍ତି ବୁଝାଇ ଲେଖ ।

(a) ଅନୁପୂରକ ଓ ପରିପୂରକ କୋଣ (b) କୋଣର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଓ ବହିର୍ଦେଶ ।

9. $\overrightarrow{OC}$ ଓ $\overleftrightarrow{AB}$ ର ଏକମାତ୍ର ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ O ।

ଯଦି (i) $m\angle AOC = 2x^0$, $m\angle BOC = 3x^0$ ଏବଂ

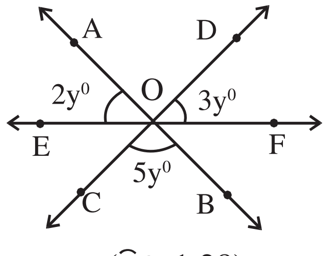
(ii) $m\angle AOC = (x + 20)^0$, $m\angle BOC = (3x - 8)^0$ ହୁଏ

ତେବେ x ର ମାନ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସ୍ଥିର କର ।

10. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରୁ y ର ମାନ ସ୍ଥିର କର,

ଯେତେବେଳେ $m\angle AOE = 2y^0$, $m\angle DOF = 3y^0$,

ଏବଂ $m\angle BOC = 5y^0$



(ଚିତ୍ର 1.28)

*****