ತರಗತಿ VIII

ಗಣಿತ

MATHEMATICS

ಭಾಗ - 2

PART - 2

ಕೇರಳ ಸರಕಾರ
ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ

ರಾಜ್ಯ ಶಿಕ್ಷಣ ಸಂಶೋಧನೆ ಮತ್ತು ತರಬೇತಿ ಸಮಿತಿ (SCERT), ಕೇರಳ
2016

KT 557-1/Maths 8 (K) Vol-2

ರಾಷ್ಟ್ರಗೀತೆ

ಜನಗಣ ಮನ ಅಧಿನಾಯಕ ಜಯಹೇ
ಭಾರತ ಭಾಗ್ಯ ವಿಧಾತಾ,
ಪಂಜಾಬ ಸಿಂಧು ಗುಜರಾತ ಮರಾಠಾ
ದ್ರಾವಿಡ ಉತ್ಕಲ ಬಂಗ,
ವಿಂಧ್ಯ ಹಿಮಾಚಲ ಯಮುನಾ ಗಂಗಾ,
ಉಚ್ಛಲ ಜಲಧಿತರಂಗ,
ತವಶುಭ ನಾಮೇ ಜಾಗೇ
ತವಶುಭ ಆಶಿಷ ಮಾಗೇ,
ಗಾಹೇ ತವ ಜಯ ಗಾಥಾ
ಜನಗಣ ಮಂಗಲದಾಯಕ ಜಯಹೇ
ಭಾರತ ಭಾಗ್ಯ ವಿಧಾತಾ,
ಜಯಹೇ ಜಯಹೇ ಜಯಹೇ,
ಜಯ ಜಯ ಜಯ ಜಯಹೇ!

ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ

ಭಾರತವು ನನ್ನ ದೇಶ. ಭಾರತೀಯರೆಲ್ಲರೂ ನನ್ನ ಸಹೋದರ, ಸಹೋದರಿಯರು.

ನಾನು ನನ್ನ ದೇಶವನ್ನು ಪ್ರೀತಿಸುತ್ತೇನೆ. ಅದರ ಸಂಪನ್ನ ಹಾಗೂ ವೈವಿಧ್ಯಪೂರ್ಣವಾದ ಪರಂಪರೆಗೆ ನಾನು ಹೆಮ್ಮೆಪಡುತ್ತೇನೆ.

ನಾನು ನನ್ನ ತಂದೆ, ತಾಯಿ ಮತ್ತು ಗುರುಹಿರಿಯರನ್ನು ಗೌರವಿಸುತ್ತೇನೆ ಮತ್ತು ಎಲ್ಲರೊಡನೆ ಸೌಜನ್ಯದಿಂದ ವರ್ತಿಸುತ್ತೇನೆ.

ನಾನು ನನ್ನ ದೇಶ ಮತ್ತು ನನ್ನ ದೇಶದ ಜನರಿಗೆ ನನ್ನ ಶ್ರದ್ಧೆಯನ್ನು ಮುಡಿಪಾಗಿಡುತ್ತೇನೆ. ಅವರ ಕ್ಷೇಮ ಮತ್ತು ಸಮೃದ್ಧಿಯಲ್ಲೇ ನನ್ನ ಆನಂದವಿದೆ.

Prepared by :

State Council of Educational Research and Training (SCERT)
Poojappura, Thiruvananthapuram 695 012, Kerala

Website : www.scertkerala.gov.in
E-mail : scertkerala@gmail.com
Phone : 0471-2341883, Fax : 0471-2341869
Typesetting and Layout : SCERT
First Edition : 2015, Reprint : 2016
Printed at : KBPS, Kakkanad, Kochi-30
© Department of Education, Government of Kerala

ಪ್ರೀತಿಯ ಮಕ್ಕಳೆ,

ಗಣಿತ ಪ್ರಪಂಚದಲ್ಲಿ ನಾವು ಬಹಳಷ್ಟು ದೂರ ಕ್ರಮಿಸಿ ಆಯಿತು. ಅನ್ವೇಷಣೆ ಮತ್ತು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿಕೆಗಳ ಮೂಲಕ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ನಾವು ಕ್ರಮಿಸಬೇಕಾದ ದೂರ ಬಹಳಷ್ಟಿದೆ.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಶಾಲವಾದ ಪ್ರಪಂಚಕ್ಕೆ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಯುಕ್ತಿಯನ್ನು ಹುಡುಕುತ್ತಾ, ಬೀಜಗಣಿತದ ಹೊಸ ಕ್ಷೇತ್ರದತ್ತ ಅನ್ವೇಷಣೆಯನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸೋಣ.

ಪ್ರೀತಿಯ ಹಾರೈಕೆಗಳೊಂದಿಗೆ,

ಡಾ. ಜೆ. ಪ್ರಸಾದ್
ಡೈರೆಕ್ಟರ್
ಎಸ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ. ತಿರುವನಂತಪುರ

TEXT BOOK DEVELOPMENT COMMITTEE

PARTICIPANTS

T.P. Prakashan
G.H.S.S. Vazhakkad, Malapuram.

Unnikrishnan M.V.
G.H.S.S. Kumbla, Kasaragod.

Narayanan K.
B.A.R.H.S.S. Bovikana, Kasaragod.

Mohanan C.
G.H.R.H.S.S. Angadikall South, Chengannur.

Ubaidulla K.C.
S.O.H.S.S. Arikkod, Malapuram

Vijaya kumar T.K.
G.H.S.S. Cherkala, Kasaragod

V.K. Balagangadharan
G.H.S.S. Calicut University Campus, Malapuram

T. Shreekumar
G.G.H.S.S. Karamana, Thiruvananthapuram

Narayananunni
DIET Palakkad.

Abraham Kurian
C.H.S.S. Pothukall, Nilambur.

Sunilkumar V.P.
Janatha H.S.S. Venharamood.

Krishnaprasad
C.M.S.A.V.H.S.S. Pappanangadi, Malapuram

Cover

Ragesh P. Nair

Participants (Kannada Version)

Mathematics - VIII Standard

Krishna Prakash S.
H.S.A., S.N.H.S. Perla

Balakrishna P.
H.S.A., B.E.M.H.S.S. Kasaragod

Harsha Kumar M.
H.S.A., S.G.K.H.S. Kudlu

Raghava A.
H.S.A., G.H.S.S. Bellur

Rajeshchandra K.P.
H.S.A., B.E.M.H.S.S. Kasaragod

Experts

Dr. E. Krishnan
Rtd. Prof. University College, Thiruvananthapuram.

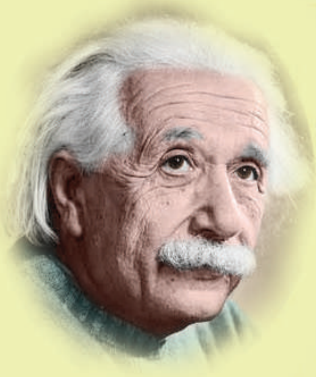
Language Expert

Shridhara N.
Asst. Prof. Govt. College Kasaragod.

Academic Co-Ordinator

Sujith Kumar G.
Research Officer, SCERT

State Council of Educational Research and Training (SCERT)
Vidyabhavan, Pujappura, Thiruvananthapuram - 695 012



ಅನುಕ್ರಮಣಿಕೆ

6 ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ರಚನೆ 103–128

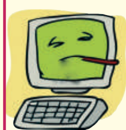
7 ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 129–142

8 ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತಾರ 143–162

9 ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 163–180

10 ಸ್ಟ್ಯಾಟಿಸ್ಟಿಕ್ಸ್ 181–192

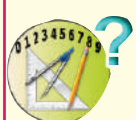
ಈ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಅನುಕೂಲಕ್ಕಾಗಿ ಕೆಲವು
ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗಿದೆ.


ICT ಸಾಧ್ಯತೆ

ಲೆಕ್ಕಮಾಡಿ ನೋಡುವ

ಪ್ರೋಜೆಕ್ಟ್

ಪುನರವಲೋಕನ



ನಾವು ಚರ್ಚಿಸುವ

6

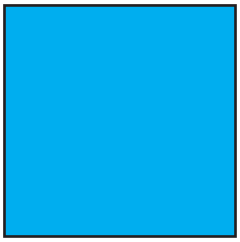
ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ರಚನೆ

ವರ್ಗೀಕರಣ

ಹಲವು ವಿಧದ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಕುರಿತು ಕಲಿತೆವಲ್ಲವೇ? ಅವುಗಳ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳು ಯಾವುವೆಲ್ಲ ಎಂದು ಇನ್ನೊಮ್ಮೆ ನೋಡುವ.

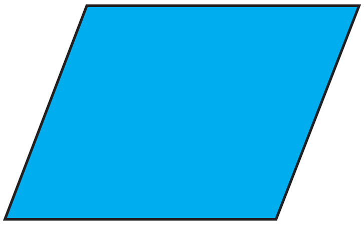
ಆಯತ (rectangle)

- ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನ
- ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನಾಂತರ
- ಕೋನಗಳೆಲ್ಲಾ ಲಂಬ
- ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಾನ
- ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಭಾಜಕಗಳು



ಚೌಕ (square)

- ಭುಜಗಳೆಲ್ಲಾ ಸಮಾನ
- ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನಾಂತರ
- ಕೋನಗಳೆಲ್ಲಾ ಲಂಬ
- ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಾನ
- ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕಗಳು



ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ
(parallelogram)

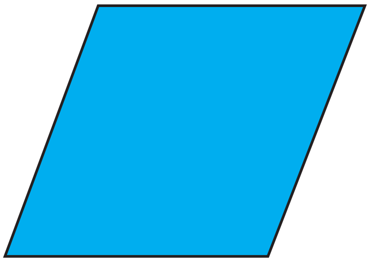
ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನ

ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನಾಂತರ

ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಭಾಜಕಗಳು

ವಿರುದ್ಧ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನ

ಒಂದೇ ಭುಜದಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0



ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜ
(rhombus)

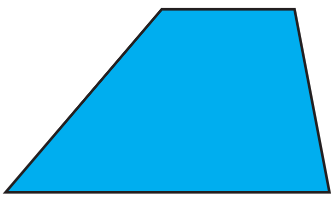
ಭುಜಗಳೆಲ್ಲಾ ಸಮಾನ

ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನಾಂತರ

ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕಗಳು

ವಿರುದ್ಧ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನ

ಒಂದೇ ಭುಜದಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^o



ಸಮಲಂಬ (trapezium)

- ಒಂದು ಜೊತೆ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳು ಮಾತ್ರ ಸಮಾನಾಂತರ
- ಸಮಾನಾಂತರವಲ್ಲದ ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^o

ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬ
(isosceles trapezium)

- ಒಂದು ಜೊತೆ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳು ಮಾತ್ರ ಸಮಾನಾಂತರ
- ಸಮಾನಾಂತರವಲ್ಲದ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನ
- ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಾನ
- ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ತುದಿಯಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನ
- ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಮಾನ ಭುಜಗಳಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^o

ಚೌಕಗಳು

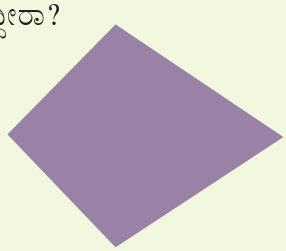
ಮಟ್ಟವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ, ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ಆಯತ, ಚೌಕಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ರಚಿಸಲು ಐದನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿದ್ದೀರಿ. ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ನೆನಪಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸುವ. ಭುಜಗಳ ಅಳತೆ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ಕೈವಾರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಲಂಬವನ್ನೆಳೆಯುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಸಮಾನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಎಂಬ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ನೋಡಿದಿರಲ್ಲವೇ. ಹಾಗಾದರೆ ಮಟ್ಟವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸದೆಯೂ ಚೌಕ ರಚಿಸಬಹುದು. ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಭುಜದ ಅಳತೆಗೆ ಬದಲಾಗಿ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ?

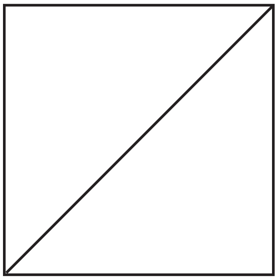
ಹಾರದ ಪಟ

ಗಾಳಿಪಟ ಹಾರಿಸಿದ್ದೀರಾ? ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ಗಾಳಿಪಟದ ಆಕಾರ ಯಾವುದು? ಇದು ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವೇ ಆಗಿದೆ. ಇದರ ಎರಡು ಜೋಡಿ ಸಮೀಪ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ. ಇಂತಹ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಿಗೆಲ್ಲಾ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯಲ್ಲಿ ಪಟ (kite) ಎಂದೇ ಹೆಸರು.



ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ಹೇಗೆ ರಚಿಸಬಹುದು?

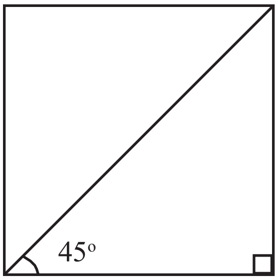
ನಿಮಗಿಷ್ಟವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಆದರ ಕರ್ಣವನ್ನು ಎಳೆದು ನೋಡಿರಿ:



ಕರ್ಣವು ಚೌಕವನ್ನು ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು. ಈ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಯನ್ನು ಹೇಳಬಹುದೇ?

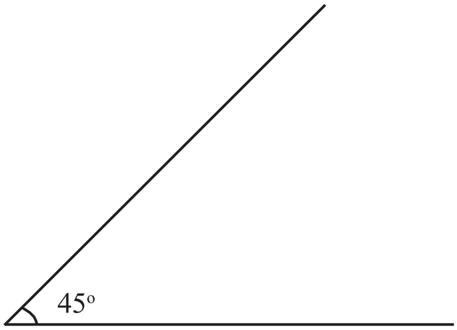
ಎರಡರಲ್ಲೂ ಒಂದು ಕೋನ ಲಂಬವಾಗಿದೆ. ಎರಡೂ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿವೆಯಲ್ಲವೇ?

ಆಗ ಇತರ ಎರಡು ಕೋನಗಳು 45°. (ಹೇಗೆ?)

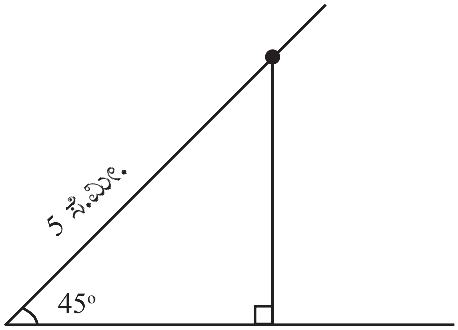


ಇನ್ನು ಮೊದಲು ಹೇಳಿದಂತೆ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಕರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ?

ಮೊದಲಿಗೆ ಅಡ್ಡಕ್ಕೆ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನೂ, ಆದರ ಒಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿ 45° ಯಷ್ಟು ಬಾಗಿಕೊಂಡು ಇನ್ನೊಂದು ಗೆರೆಯನ್ನೂ ಎಳೆಯಿರಿ.

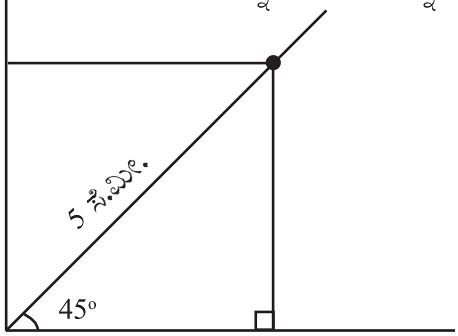


ಬಾಗಿದ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಗುರುತಿಸಿ, ಅಲ್ಲಿಂದ ಕೆಳಗಿನ ಗೆರೆಗೆ ಲಂಬವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



(ಈ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಬಾಗಿದ ಗೆರೆಯೊಂದಿಗೆ 45° ಕೋನವನ್ನು ಎಳೆದು ಹೀಗೆ ಲಂಬವನ್ನೆಳೆಯಬಹುದು)

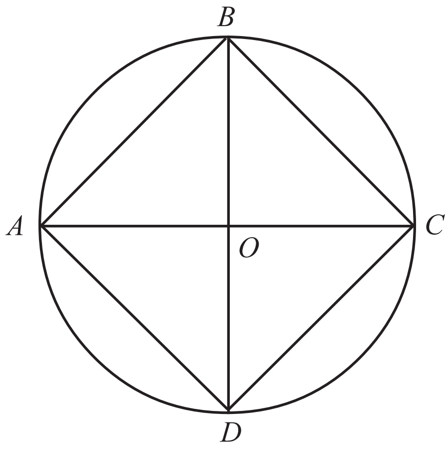
ಇನ್ನು ಎರಡು ಮೂಲೆಗಳ ಮೂಲಕ ಲಂಬವನ್ನೆಳೆದು ಚೌಕವನ್ನು ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸುವ:



ಹೊರಗೆ ಮುಂದುವರಿದಿರುವ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಅಳಿಸಿ, ಚಿತ್ರವನ್ನು ಅಂದಗೊಳಿಸಬಹುದು.

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲೂ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.

ಒಂದು ವೃತ್ತ ಮತ್ತು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಎರಡು ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನೂ ಎಳೆಯಿರಿ. ಅವುಗಳ ತುದಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿರಿ.



OAB, *OBC*, *OCD*, *ODA*, ಎಂಬೀ ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ.

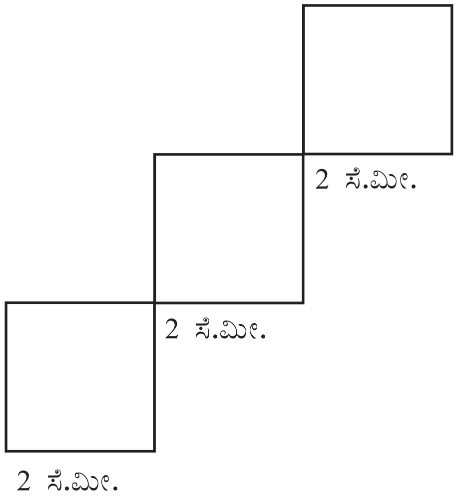
ಹಾಗಾದರೆ *ABCD* ಎಂಬ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕುರಿತು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಕರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಇನ್ನೊಂದು ವಿಧಾನವೂ ಸಿಕ್ಕಿತಲ್ಲವೇ?

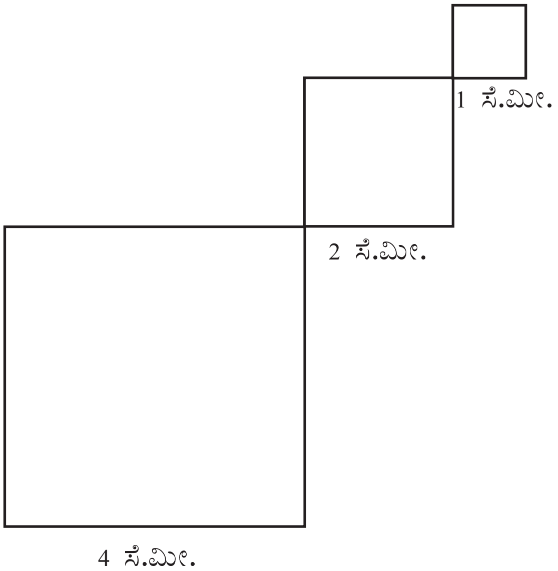
2.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತವನ್ನೆಳೆದು, ಎರಡು ಲಂಬ ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಎಳೆದು ನೋಡಿರಿ.

ಇಲ್ಲಿರುವ ಚೌಕ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ನೋಟುಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಬಹುದೇ?

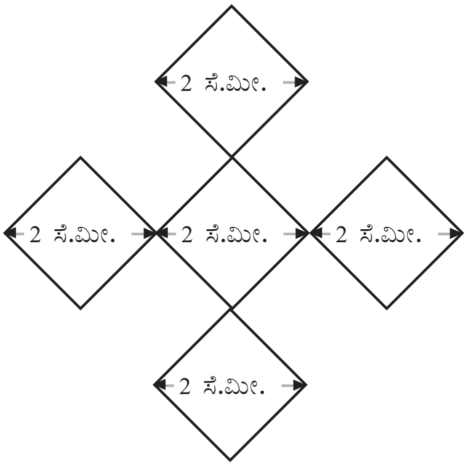
(1)



(2)



(3)



ಆಯತಗಳು

ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲ ತಿಳಿದರೆ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಲು ತಿಳಿದಿದೆಯಲ್ಲವೇ.

8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವೂ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಗಲವೂ ಇರುವ ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

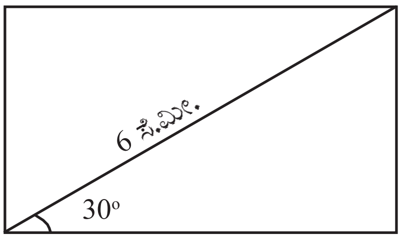
ಕರ್ಣದ ಅಳತೆ ತಿಳಿದರೆ ಆಯತ ರಚಿಸಬಹುದೇ?

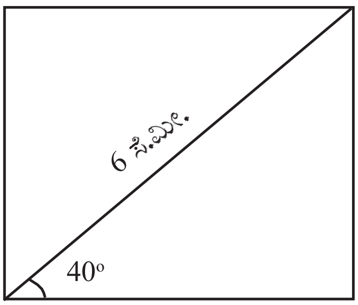
ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಕರ್ಣವು 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ?

ಈ ಮೊದಲು ಮಾಡಿದಂತೆ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸುವ. ಚೌಕವಲ್ಲದ ಒಂದು ಆಯತದ ಕರ್ಣವು 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗುವಂತೆ ರಚಿಸಬಹುದೇ?

ಚೌಕದ ಹಾಗೆ, ಇತರ ಆಯತಗಳಲ್ಲಿ ಭುಜ ಮತ್ತು ಕರ್ಣಗಳು ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನ 45^oಯೇ ಆಗಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ.

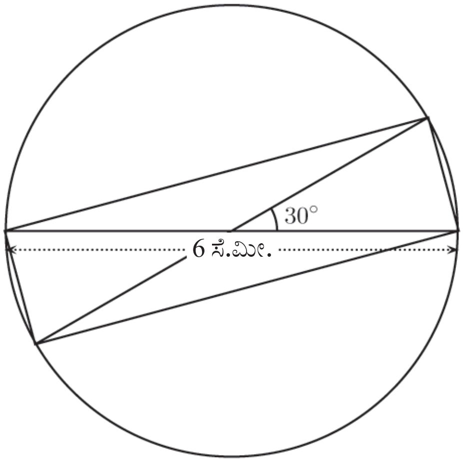
ಆಗ ಕರ್ಣ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಹಲವು ಆಯತಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.

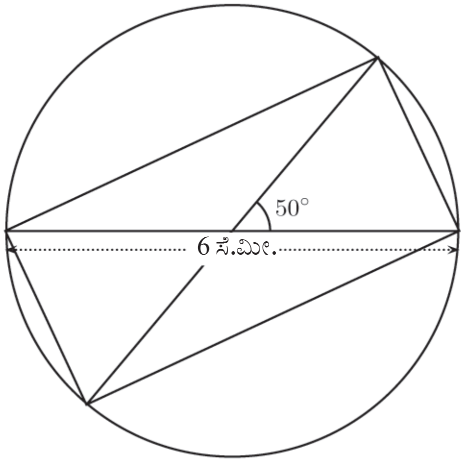




ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿದ ಹಾಗೆ ಮೊದಲ ಕೋನವನ್ನೂ ನಂತರ ಲಂಬವನ್ನೂ ಎಳೆದು ಈ ಆಯತಗಳನ್ನು ನೋಟುಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿರಿ.

ವೃತ್ತವನ್ನೆಳೆದೂ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕರ್ಣಗಳಿರುವ ಆಯತಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು. ಚೌಕವಲ್ಲದ ಆಯತಗಳಲ್ಲಿ, ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಲ್ಲದುದರಿಂದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನೆಳೆದು ಆಯತ ರಚಿಸಬಹುದು.

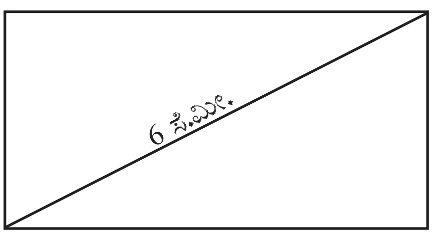




ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕರ್ಣ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿನ ಕೋನ 40° ಆಗಿರುವ ಆಯತ ರಚಿಸಬಹುದೇ?

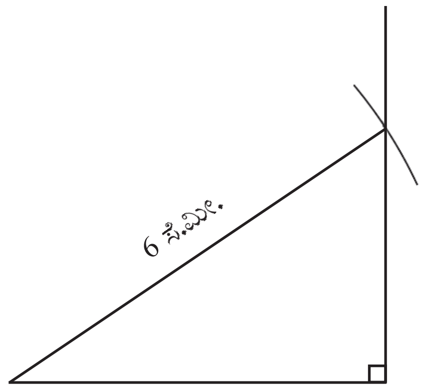
ಇನ್ನೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ: ಒಂದು ಭುಜ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಕರ್ಣ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ?

ಈ ಆಯತದ ಕುರಿತು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು, ಹೇಳಿದ ಯಾವುದೇ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳದೆ ಒಂದು ಆಯತದ ಕರಡು ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಈ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬರೆದು ನೋಡುವ :

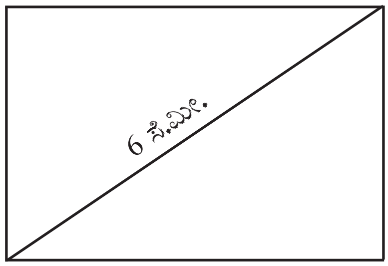


ಕರ್ಣವು ಆಯತವನ್ನು ವಿಭಜಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದರೆ?

ಕರ್ಣ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರೂ, ಇನ್ನೊಂದು ಭುಜ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರೂ ಆಗಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.

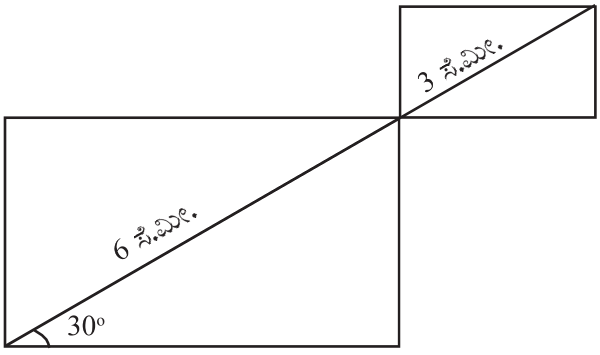


ಆಗ ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಆಯತದ ಅರ್ಧ ರಚನೆಯಾಯಿತು. ಇನ್ನು ಉಳಿದ ಅರ್ಧವನ್ನು ಇದರ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿ, ಆಯತವನ್ನು ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸಬಹುದು.



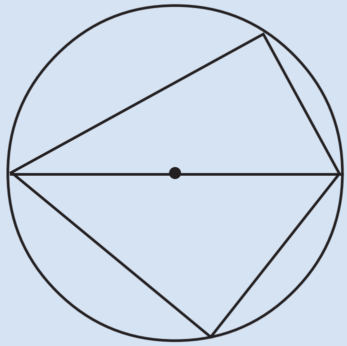
ಕೆಳಗಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ನೋಟುಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿರಿ.

(1)



ವೃತ್ತದಲ್ಲಿಯೂ ಆಯತ

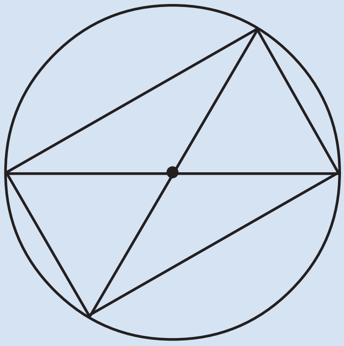
ಒಂದು ವೃತ್ತ ಮತ್ತು ಅದರ ಒಂದು ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಎರಡು ಅರ್ಧವೃತ್ತಗಳಲ್ಲೂ ಒಂದೊಂದು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ, ವ್ಯಾಸದ ತುದಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿರಿ.



ಹೀಗೆ ಸಿಗುವ ಚತುರ್ಭುಜ ಆಯತವಾಗಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲ್ಭಾಗ ಮತ್ತು ಕೆಳಭಾಗಗಳಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳು ಲಂಬಕೋನಗಳಾಗಿವೆ. (ಯಾಕೆ?)

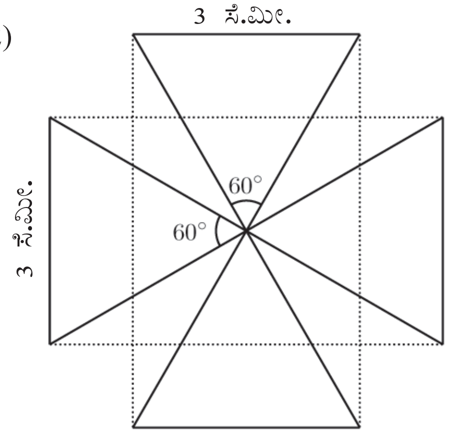
ಉಳಿದ ಕೋನಗಳೋ?

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಮೂಲೆಗಳು ಇನ್ನೊಂದು ವ್ಯಾಸದ ತುದಿಗಳಲ್ಲಾದರೆ?

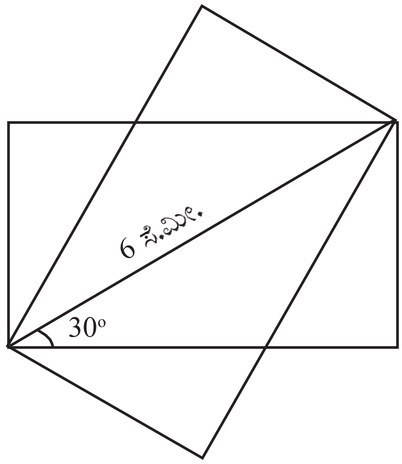


ನಾಲ್ಕು ಮೂಲೆಗಳೂ ಲಂಬ ಮೂಲೆಗಳಾದವು. ಅಂದರೆ ಚತುರ್ಭುಜ ಆಯತವಾಯಿತು.

(2)



(3)



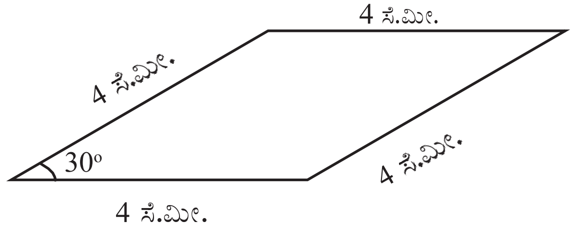
(ಆಯತಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರಬೇಕು)

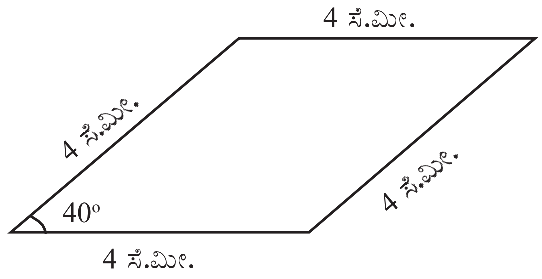
ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು

ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ?

ಚೌಕವೂ ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜ ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಅದನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸುಲಭ. ಚೌಕವಲ್ಲದ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವೋ?

ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಭುಜಗಳು ಲಂಬವಾಗಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ. ಆದುದರಿಂದ ಯಾವುದೇ ಅಳತೆಯ ಕೋನವನ್ನು ತೆಗೆದೂ ರಚಿಸಬಹುದು.



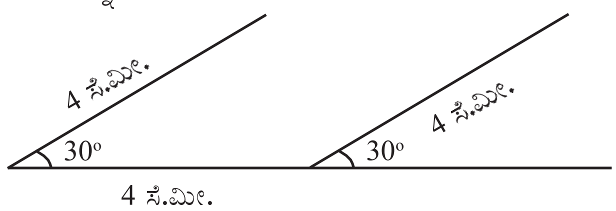


ಮೊದಲಿನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಟುಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಬಹುದೇ?

ಹಲವು ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ರಚಿಸಬಹುದು.

ಮೊದಲು 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನೂ ಅದರ ಎಡತುದಿಯಲ್ಲಿ 30^o ಬಾಗಿರುವ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ಇನ್ನೊಂದು ಗೆರೆಯನ್ನೂ ಎಳೆಯಿರಿ. ಗೆರೆಗಳ ಇತರ ತುದಿಗಳ ಮೂಲಕ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಅಥವಾ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಳತೆಯಿರುವ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಅಡ್ಡಕ್ಕೆ ಎಳೆದು, ಎರಡು ತುದಿಗಳಲ್ಲೂ 30^o ಬಾಗಿರುವ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



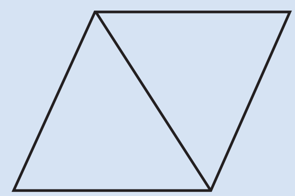
ಇನ್ನು ಬಾಗಿದ ಗೆರೆಗಳ ಮೇಲಿನ ತುದಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೆ ಸಾಕಲ್ಲವೇ. (ಹೊರಗೆ ಮುಂದುವರಿದಿರುವ ಗೆರೆಯ ಭಾಗವನ್ನು ಉಜ್ಜಿ ತೆಗೆಯಬಹುದು)

ಹೀಗೆಯೇ, ಕೋನ 40^o ಆಗಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜ ರಚಿಸಿರಿ.

ಚೌಕದಲ್ಲಿರುವ ಹಾಗೆ, ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಾನವಲ್ಲ. ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳ ಅಳತೆ ಕೊಟ್ಟಾಗ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ?

ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಕೋನಗಳು

ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನೆಳೆದರೆ ಅದು ಎರಡು ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗುವುದು. ಇವುಗಳು ಸಮಾನ ವಾಗಿರುವುದು.



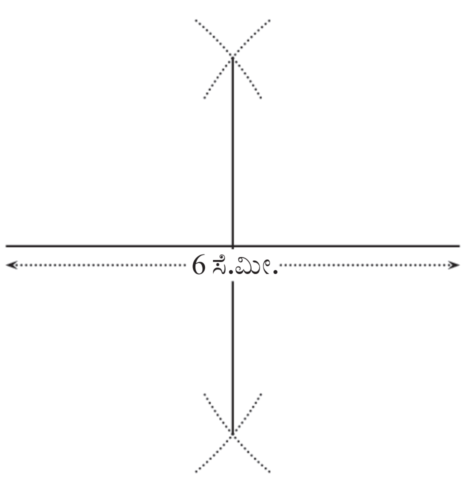
ಆಗ ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಕರ್ಣದ ಅಳತೆ ಕೊಟ್ಟಾಗ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜ ರಚಿಸಲು ಕರ್ಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲೂ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ ಸಾಕು. ಕರ್ಣವು ಭುಜಗಳಿಗೆ ಸಮಾನವಾದರೆ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜ ರಚಿಸಬೇಕು.

ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕಗಳು ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿದರೆ ಇದು ಸುಲಭವಾಗುವುದು.

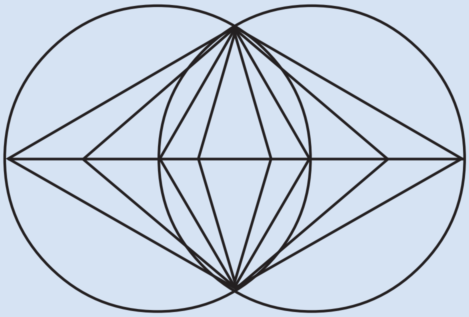
ಮೊದಲು 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದು, ಅದರ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಇನ್ನು, ಈ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕದ ಮಧ್ಯದಿಂದ ಮೇಲೆ ಹಾಗೂ ಕೆಳಗೆ 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ದೂರದಲ್ಲಿ ಗುರುತು ಹಾಕಿ, ಮೊದಲಿನ ಗೆರೆಯ ಎರಡು ತುದಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿದರೆ ಉದ್ದೇಶಿಸಿದ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜ ದೊರೆಯುವುದು.

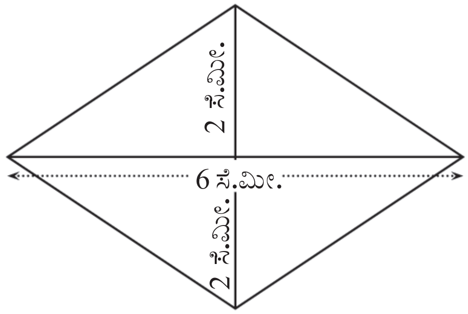


ವೃತ್ತವೂ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವೂ

ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನೆಳೆದು ಅದರ ತುದಿಗಳು ಕೇಂದ್ರಗಳಾಗಿ ಒಂದೇ ತ್ರಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ಮೊದಲು ಎಳೆದ ಗೆರೆಯನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿ ವೃತ್ತಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಧಿಸಲಿ. ಈ ಗೆರೆಯು ಕರ್ಣವಾಗುವಂತೆ ಹಲವು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.

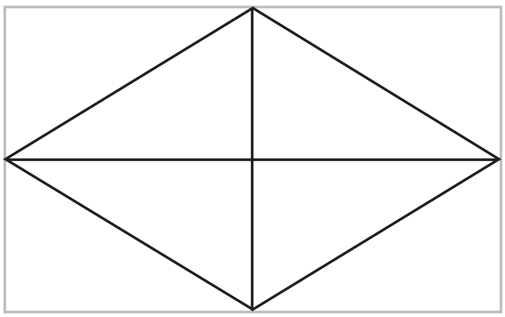


ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕಾಣುವ ನಾಲ್ಕು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಒಂದು ಕರ್ಣವು ಒಂದು ಗೆರೆಯಲ್ಲವೇ?



ಬೇರೆ ಯಾವುದಾದರೂ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಈ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ?

ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:

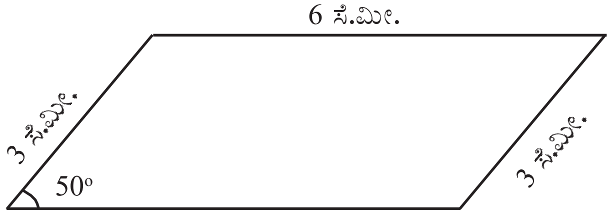


ಒಂದು ಆಯತದೊಳಗೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ?

1) ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದ 5.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.
2) ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದ 5.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 3.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಕೆಲವು ಅಳತೆಗಳನ್ನು ತೀರ್ಮಾನಿಸಿ, ಸಮಭುಜಗಳಲ್ಲದ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸುವ

ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಈ ಚಿತ್ರ ನೋಡಿರಿ.



ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜ ರಚಿಸಿದಂತೆ ಮೊದಲು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ, 50° ಕೋನವೂ ಇರುವಂತೆ ಅನಂತರ

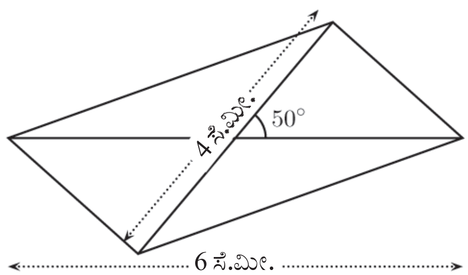
ಅದರ ತುದಿಗಳಿಂದ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು. ಅಥವಾ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಗೆರೆಯ ಎರಡು ತುದಿಗಳಲ್ಲೂ 50° ಬಾಗುವಿಕೆಯಲ್ಲಿ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಗೆರೆ ಎಳೆದು ತುದಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಬಹುದು.

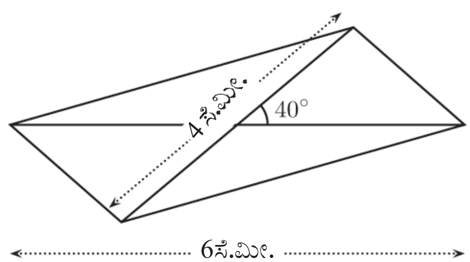
ರಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ಭುಜಗಳ ಅಳತೆ ಇಷ್ಟೇ ಆಗಿರುವ, ಬಾಗುವಿಕೆಯಲ್ಲಿ 60° ಯೂ ಆದ ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ರಚಿಸಿರಿ.

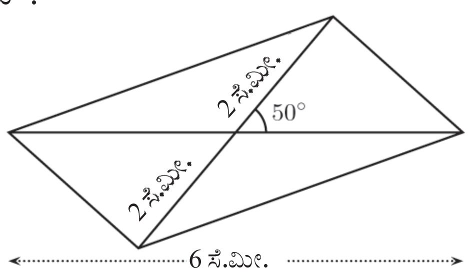
ಭುಜಗಳ ಅಳತೆ ಸಮಾನವಲ್ಲದ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಲ್ಲೂ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಭಾಗ ಮಾಡುತ್ತವೆ. ಆದರೆ ಲಂಬವಲ್ಲ. ಆದುದರಿಂದ ಒಂದೇ ಅಳತೆಯ ಕರ್ಣಗಳಿರುವ ಹಲವು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.

ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ:





ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜ ರಚಿಸಿದಂತೆ ಇವುಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು. ಮೊದಲನೆ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಲು 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಕರ್ಣದ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕ ಎಳೆಯುವುದರ ಬದಲು, ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ 50° ಬಾಗುವಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡನೇ ಕರ್ಣವನ್ನು ಎಳೆದರೆ ಸಾಕು :

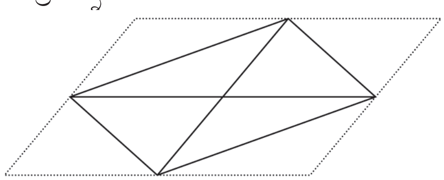


ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಎರಡನೇ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಟುಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿರಿ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಾನವಲ್ಲದ ಕಾರಣ, ಒಂದು ಭುಜ ಮತ್ತು ಒಂದು ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ ಮಾತ್ರ ತಿಳಿದರೂ, ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿವರ ಪೂರ್ಣವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. (ಆಯತಕ್ಕೆ ಇಷ್ಟು ಸಾಕಾಗುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿರಿ)

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿ

ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ :

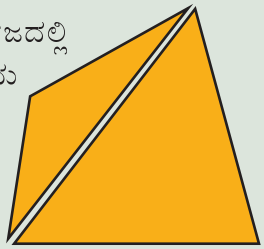


ಹೊರಗಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಒಳಗಿನ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವೋ?

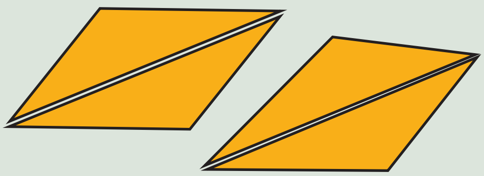
ಒಳಗಿನ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಮೂಲೆಗಳಿಗೆ ಹೊರಗಿನ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಭುಜಗಳೊಂದಿಗಿರುವ ಸಂಬಂಧವೇನು? ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅವುಗಳೆಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನವು ತಿಳಿದರೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿ ತಿಳಿಯಿತಲ್ಲವೇ?

ತ್ರಿಕೋನಗಳೂ ಚತುರ್ಭುಜಗಳೂ

ಯಾವುದೇ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನೆಳೆದು ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದಲ್ಲವೇ?



ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಒಂದು ಜೊತೆ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು. ಜೋಡಿಸುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾದರೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಅಥವಾ ಪಟ ಸಿಗುವುದು.

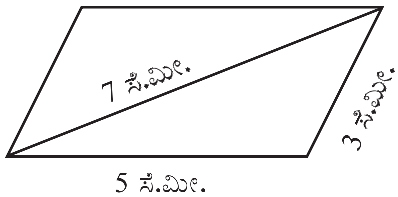


ಹೀಗೆ ಹಲವು ರೀತಿಯ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಜೋಡಿಸುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿಗಿರಬೇಕಾದ ಸವಿಶೇಷತೆಗಳೇನು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಮತ್ತು ಒಂದು ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ ತಿಳಿದರೆ?

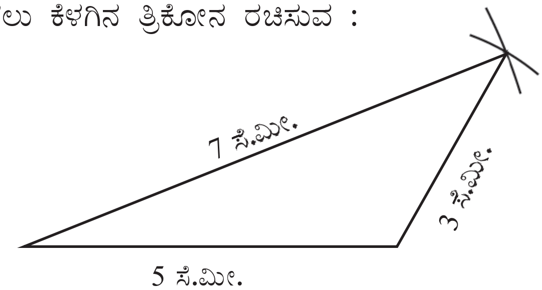
ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಭುಜಗಳು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, ಕರ್ಣ 7 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್. ಈ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ?

ಮೊದಲು ಒಂದು ರಫ್ ಚಿತ್ರ ಮಾಡಿ ಈ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬರೆದಿಡುವ:

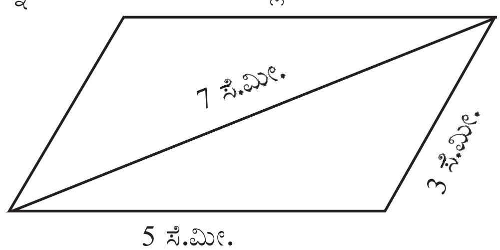


ಆಯತ ರಚಿಸಿದಂತೆ, ಮೇಲೆಯೂ ಕೆಳಗೂ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ?

ಮೊದಲು ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸುವ :



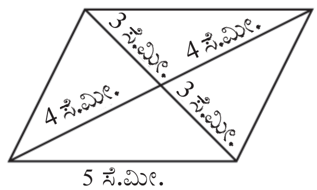
ಇನ್ನು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನೋ ಚಾಪಗಳನ್ನೋ ಎಳೆದು ನಾಲ್ಕನೇ ಶಿರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ?



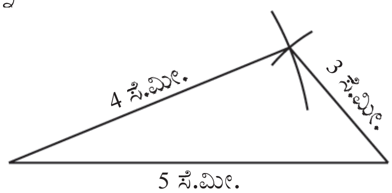
ಎರಡು ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಕರ್ಣದ ಅಳತೆಯ ಬದಲು, ಪ್ರಶ್ನೆ ಕೆಳಗಿನ ರೀತಿಯಲ್ಲಾದರೆ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು ಭುಜ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, ಕರ್ಣಗಳು 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂಬೀ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ?

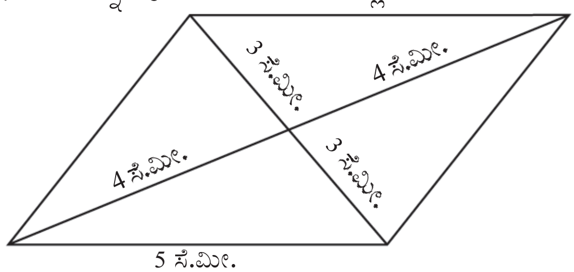
ಒಂದು ರಫ್ ಚಿತ್ರ ರಚಿಸಿ, ಈ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬರೆದು ನೋಡಿರಿ. ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಭಾಗ ಮಾಡುವುದರಿಂದ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು :



ಮೊದಲು ಕೆಳಗಿನ ಭುಜವನ್ನೂ ಕರ್ಣಗಳ ಅರ್ಧವೂ ಸೇರಿದ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸುವ.



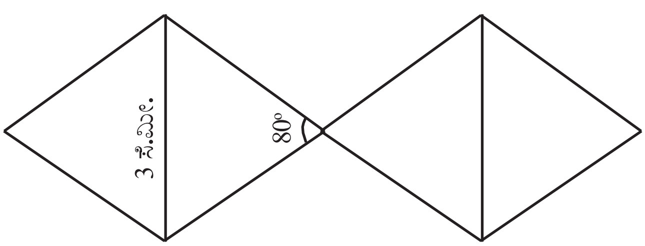
ಇನ್ನು ಮೇಲಿನ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಇಮ್ಮಡಿಗೊಳಿಸಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ :



ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭುಜ 6.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, ಕರ್ಣಗಳು 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 7 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆದ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

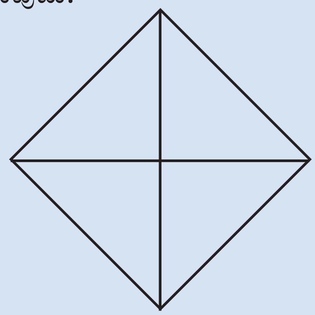
ಈ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

1) ಸಮಾನವಾದ ಎರಡು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜಗಳು

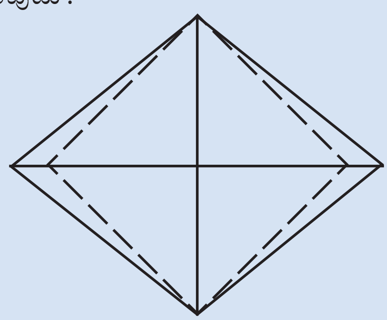


ಲಂಬಕರ್ಣಗಳು

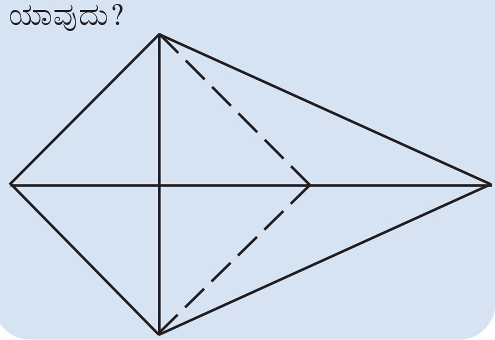
ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವ ಎರಡು ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕಗಳಾಗುವಂತೆ ಎಳೆಯಿರಿ. ಇವುಗಳ ತುದಿಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಜೋಡಿಸಿದರೆ ಚೌಕವಾಗುವುದು.



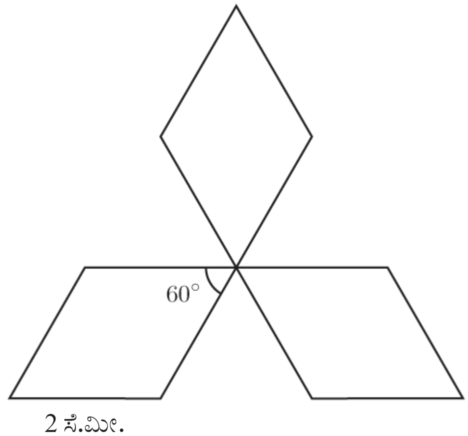
ಇನ್ನು ಮೊದಲು ಎಳೆದ ಗೆರೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ಎರಡೂ ಭಾಗಕ್ಕೂ ಸಮಾನವಾಗಿ ಮುಂದುವರೆಸಿರಿ. ಇವುಗಳ ತುದಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೆ ಸಿಗುವ ಆಕೃತಿ ಯಾವುದು?



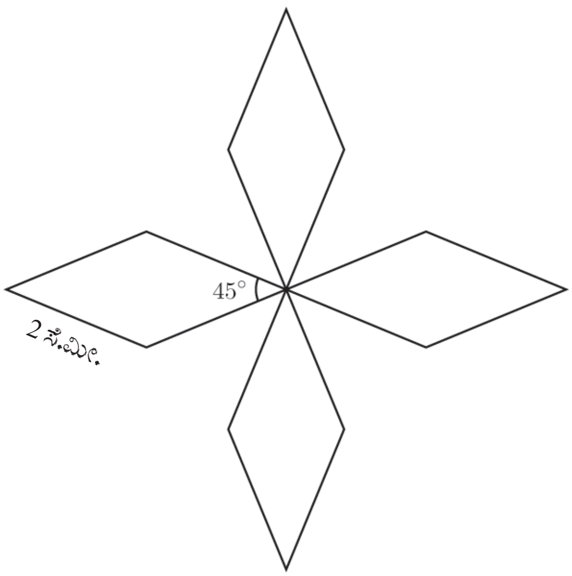
ಮೊದಲ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎರಡು ಬದಿಗಳಿಗೂ ಮುಂದುವರಿಸುವ ಬದಲು ಒಂದೇ ಬದಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಮುಂದುವರಿಸಿದರೆ ಸಿಗುವ ಆಕೃತಿ ಯಾವುದು?



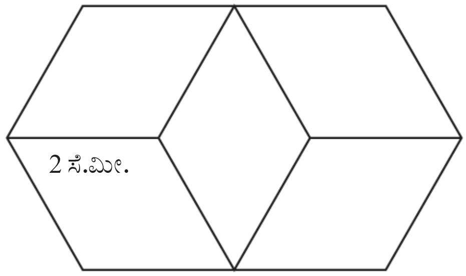
2) ಸಮಾನವಾದ ಮೂರು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜಗಳು:



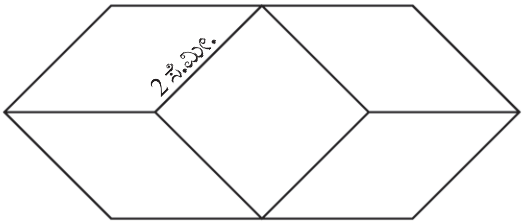
3) ಸಮಾನವಾದ ನಾಲ್ಕು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜಗಳು:



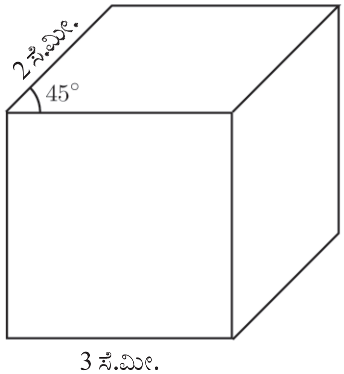
4) ಸಮಾನವಾದ ಐದು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜಗಳು:



5) ಒಂದು ಚೌಕದ ಸುತ್ತಲೂ ನಾಲ್ಕು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜಗಳು:

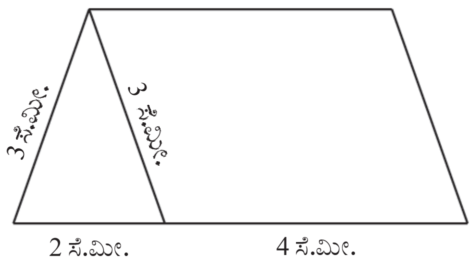


6) ಒಂದು ಚೌಕದ ಎರಡೂ ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು:



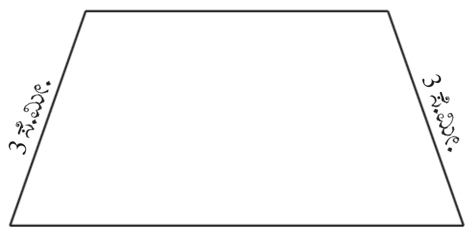
ಸಮಲಂಬಗಳು

ಒಂದು ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಕೋನವೂ, ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವೂ ಸೇರಿದ ಆಕೃತಿಯಾಗಿದೆ ಇಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವುದು:



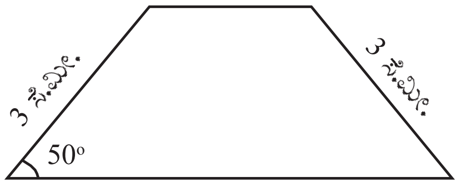
ಈ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು ಅಳಿಸಿದರೆ ಸಿಗುವ ಆಕೃತಿ ಯಾವುದು?



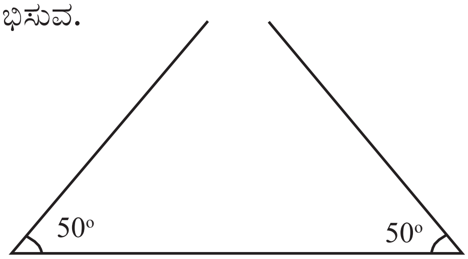
ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್. ಅವುಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನ 50^o. ಈ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಮೊದಲೇ ರಚಿಸಿದ್ದೇವೆ.

ಇದೇ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬ ರಚಿಸಬಹುದೇ?

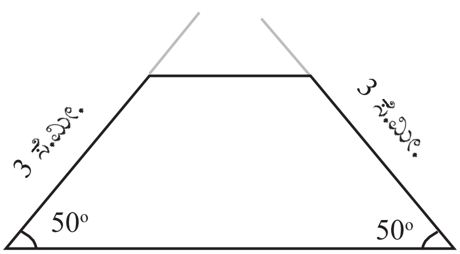


ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬವಾದುದರಿಂದ, ಕೆಳಗಿನ ಗೆರೆಯ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಕೋನವೂ 50^o ಯೇ ಆಗಿದೆ.

ಆಗ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಗೆರೆ ಎಳೆದು, ಎರಡು ತುದಿಗಳಲ್ಲೂ 50^o ಕೋನಗಳನ್ನು ಎಳೆದು ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವ.



ಈ ಎರಡು ಗೆರೆಗಳಲ್ಲೂ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಗುರುತಿಸಿ, ತುದಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೆ ಸಮಲಂಬವಾಯಿತು.

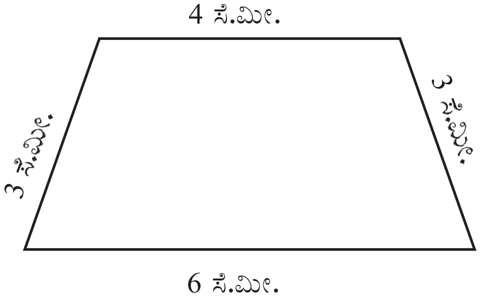


(ಮೇಲಿನ ಭುಜವು ಕೆಳಗಿನ ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವೇ ಆಗಿದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಬಹುದೇ?)

ಭುಜಗಳ ಅಳತೆ ಇಷ್ಟೇ ಆಗಿದ್ದು, ಕೋನವು 60^o ಆಗಿರುವ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬ ರಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

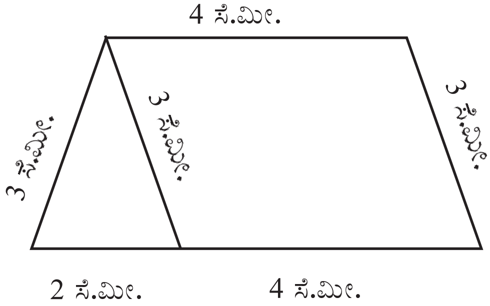
ಕೋನದ ಬದಲಾಗಿ, ನಾಲ್ಕನೇ ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುವುದಾದರೆ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಇಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಸಮಲಂಬವನ್ನು ಹೇಗೆ ರಚಿಸಬಹುದು?

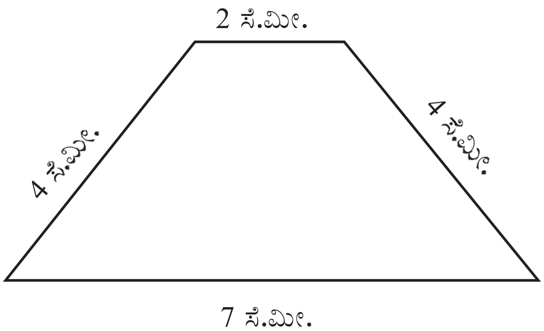


ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಮೊದಲೇ ರಚಿಸಿರುವಿರಲ್ಲವೇ?

ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ರಚಿಸಿರುವುದು:



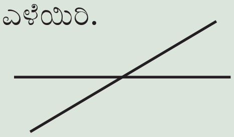
ಇದೇ ರೀತಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬವನ್ನು ನೋಟುಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಬಹುದೇ?



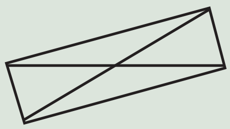
ಮೊದಲು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನೂ ಅನಂತರ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನೂ ರಚಿಸಬೇಕಾಗಿರುವುದು :

ಕರ್ಣವಿಶೇಷ

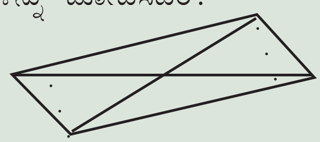
ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವ ಎರಡು ಗೆರೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಭಾಗ ಮಾಡುವಂತೆ, ಆದರೆ ಲಂಬವಲ್ಲದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಎಳೆಯಿರಿ.



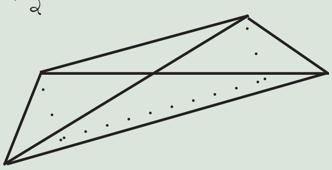
ಇವುಗಳ ತುದಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೆ ಯಾವ ರೀತಿಯ ಚತುರ್ಭುಜ ಸಿಗುವುದು?

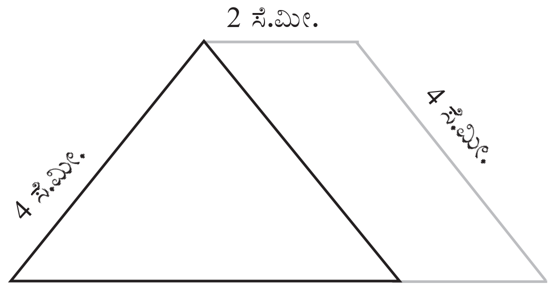


ಇನ್ನು ಮೊದಲು ಮಾಡಿದಂತೆ ಒಂದು ಗೆರೆಯ ಎರಡೂ ತುದಿಗಳನ್ನು ಸಮಾನವಾಗಿ ಮುಂದುವರಿಸಿ, ತುದಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೆ?



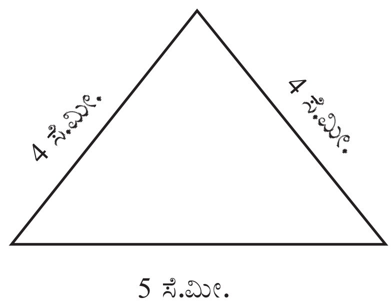
ಇನ್ನು ಮೊದಲಿನ ಚಿತ್ರದ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಗೂ ಮುಂದುವರಿಸುವ ಬದಲು, ಅಡ್ಡವಾಗಿರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು ಬಲಭಾಗಕ್ಕೂ, ಓರೆಯಾಗಿರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು ಕೆಳಭಾಗಕ್ಕೂ ಸಮಾನವಾಗಿ ಮುಂದುವರಿಸಿ ತುದಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೆ?



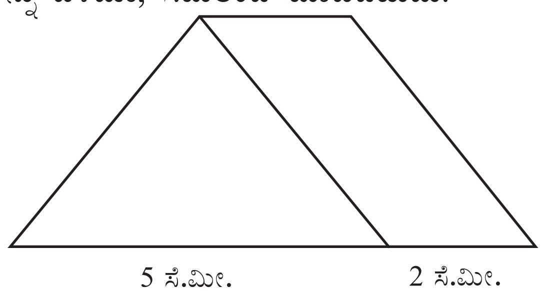


ತ್ರಿಕೋನದ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜ $7-2=5$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್; ಬಲಭಾಗವೋ?

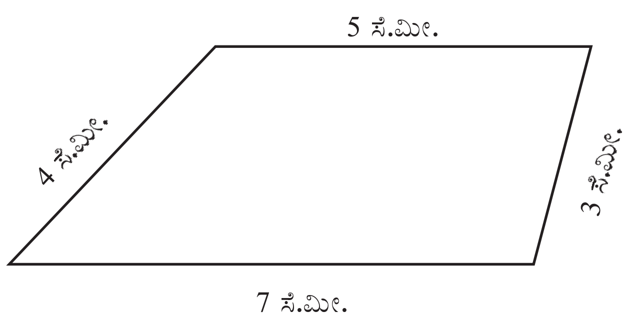
ಆಗ ಭುಜಗಳು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.



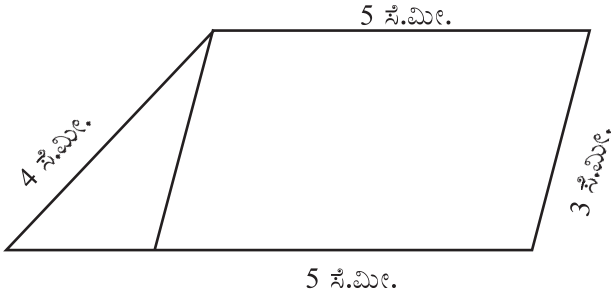
ಇನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಗೆರೆಯನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿಯೂ, ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆದೂ, ಸಮಲಂಬ ಮಾಡಬಹುದು:



ಸಮಪಾರ್ಶ್ವವಲ್ಲದ ಸಮಲಂಬವನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ರಚಿಸಬಹುದು. ಎಲ್ಲಾ ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಬೇಕಾಗಿವೆ. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರ ನೋಡಿರಿ:



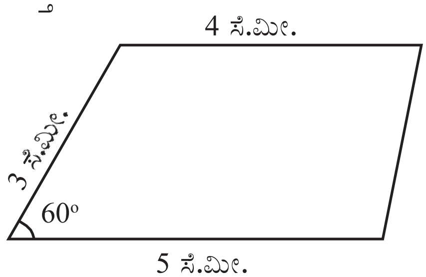
ಇದನ್ನೂ ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ:



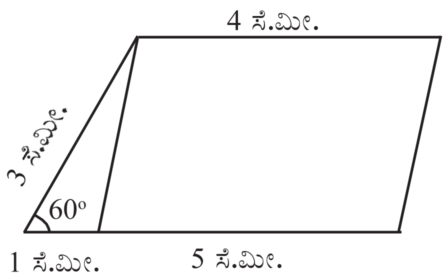
ತ್ರಿಕೋನದ ಉಳಿದ ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?

ಆಗ ಮೊದಲು 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಭುಜಗಳಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿದ ನಂತರ, ಮೊದಲು ಮಾಡಿದಂತೆ ಸಮಲಂಬ ರಚಿಸಬಹುದು. ರಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

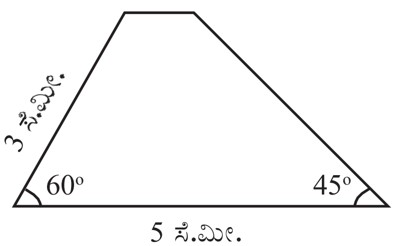
ನಾಲ್ಕು ಭುಜಗಳ ಬದಲಾಗಿ ಮೂರು ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಕೋನವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ಬೇಕಾದರೆ?



ಅಳತೆಗಳು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಇದ್ದರೆ ಕಷ್ಟವಿಲ್ಲ. ಮೊದಲು ಮಾಡಿದಂತೆ ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನೂ ನಂತರ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನೂ ರಚಿಸುವ.



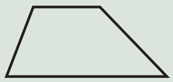
ಇನ್ನು ಎರಡು ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟರೆ?



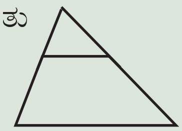
ಮೊದಲು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದು, ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿ 60° ಬಾಗಿರುವ, ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ 45° ಬಾಗಿರುವ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ; ಎಡಭಾಗದ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಗುರುತಿಸಿ, ಕೆಳಗಿನ ಗೆರೆಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಗೆರೆ ಎಳೆಯಿರಿ. ರಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. (ಎಡಭಾಗದ ಮೇಲಿನ ತುದಿಯಲ್ಲಿ 120° ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿಯೂ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆ ಎಳೆಯಬಹುದು)

ಸಮಲಂಬವೂ ತ್ರಿಕೋನವೂ

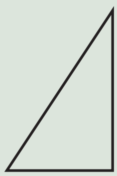
ಒಂದು ಸಮಲಂಬವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.



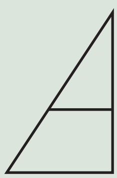
ಇದರ ಸಮಾನಾಂತರವಲ್ಲದ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿದರೆ ಸಂಧಿಸುವುದಲ್ಲವೇ. ಆಗ ತ್ರಿಕೋನವಾಯಿತು



ಇನ್ನು ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸಿರಿ.



ಇದರ ಒಂದು ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ತ್ರಿಕೋನದ ಒಳಗೆ ಒಂದು ಗೆರೆ ಎಳೆಯಿರಿ.

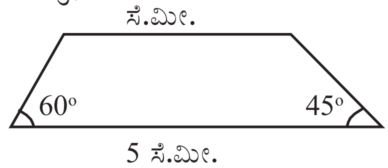


ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಉಜ್ಜಿರಿ. ಒಂದು ಸಮಲಂಬ ಸಿಕ್ಕಿತಲ್ಲವೇ?

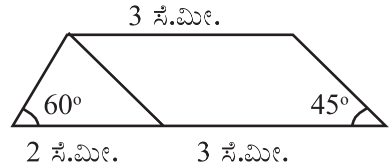
ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬದಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದರೆ ಸಿಗುವ ತ್ರಿಕೋನ ಯಾವ ರೀತಿಯದ್ದಾಗಿದೆ?

ಇದಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಹೀಗೆ ತುಂಡರಿಸಿದರೆ ಸಿಗುವ ಸಮಲಂಬದ ವಿಶೇಷತೆ ಏನು?

ಈ ಸಮಲಂಬವೋ?



ಮೊದಲು ಮಾಡಿರುವಂತೆ, ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಿದರೆ?

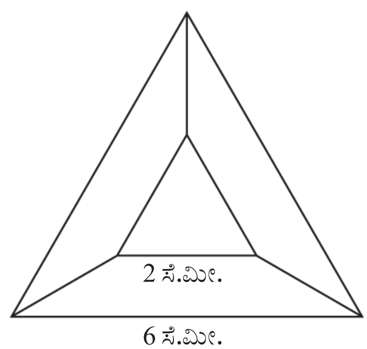


ತ್ರಿಕೋನದ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜವೂ ಅದರ ಒಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನವೂ ತಿಳಿದಿದೆ; ಇನ್ನೊಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನವೋ?

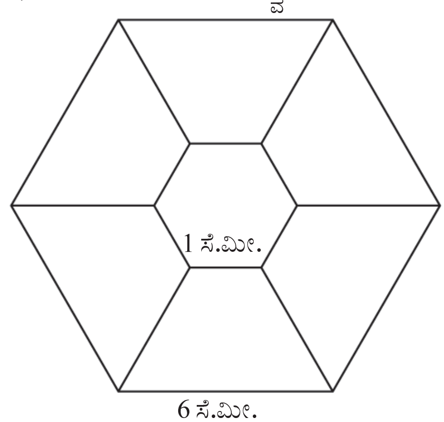
ಇನ್ನು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನೂ, ನಂತರ ಸಮಲಂಬವನ್ನೂ ರಚಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ?

ಕೆಳಗಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

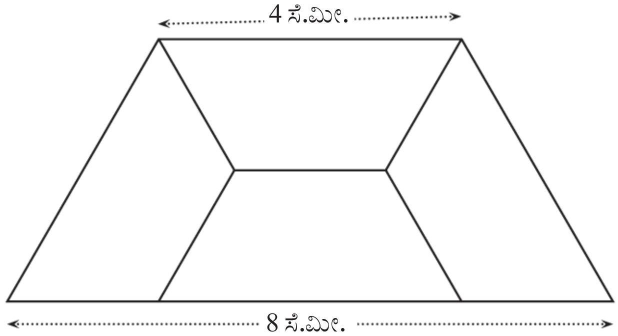
1) ಸಮಾನವಾದ ಮೂರು ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬಗಳು:



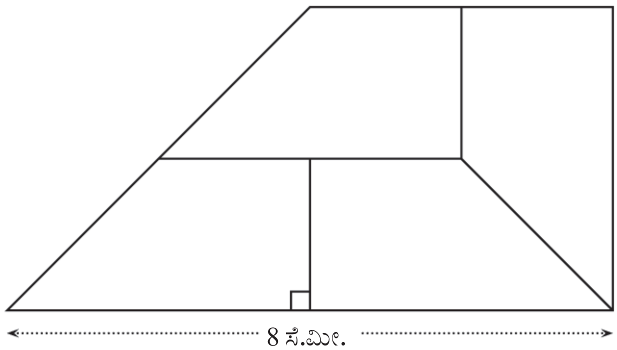
2) ಸಮಾನವಾದ ಆರು ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬಗಳು:



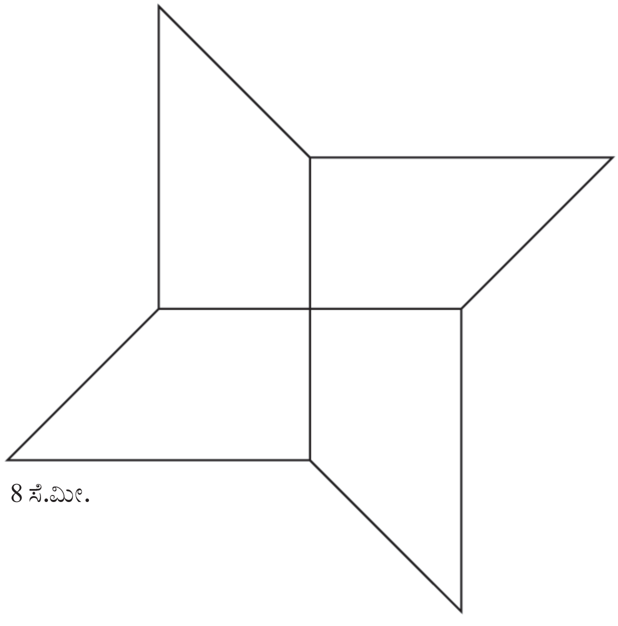
3) ಸಮಾನವಾದ ನಾಲ್ಕು ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬಗಳು:



4) ಸಮಾನವಾದ ಇತರ ನಾಲ್ಕು ಸಮಲಂಬಗಳು:

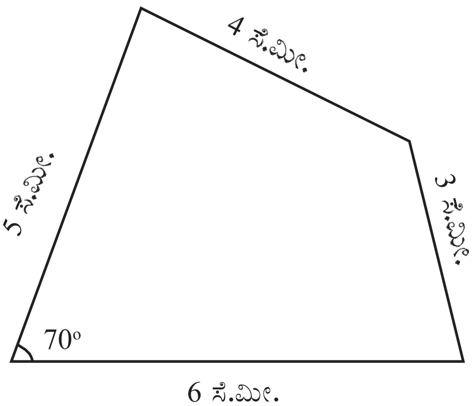


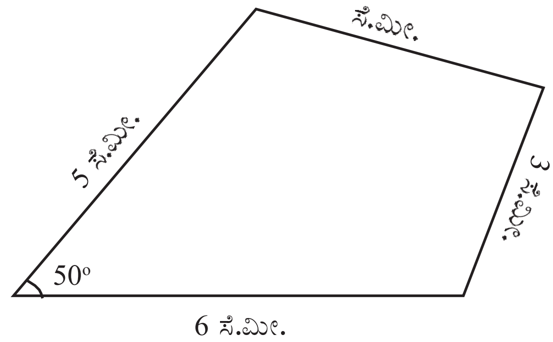
5) ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರದ ಸಮಲಂಬಗಳ ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯ ಜೋಡಣೆ:



ಚತುರ್ಭುಜಗಳು

ಇನ್ನು ವಿಶೇಷತೆಗಳೊಂದೂ ಇಲ್ಲದ ಸಾಧಾರಣ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ನೋಡುವ. ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಸಮಾನವಾದರೂ ಎರಡು ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಸಮಾನವಾಗಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ. ಆದುದರಿಂದಲೇ ಸಮಾನ ಭುಜಗಳಿರುವ ವಿಭಿನ್ನ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು. ಕೆಳಗಿನ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ:

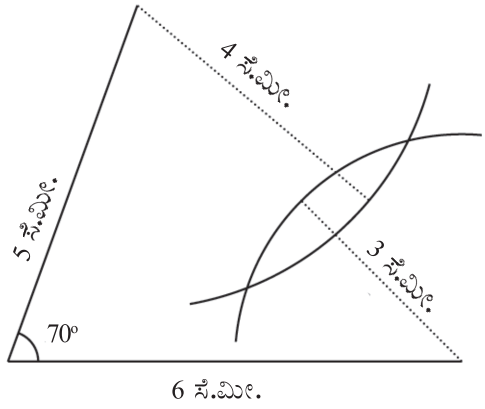




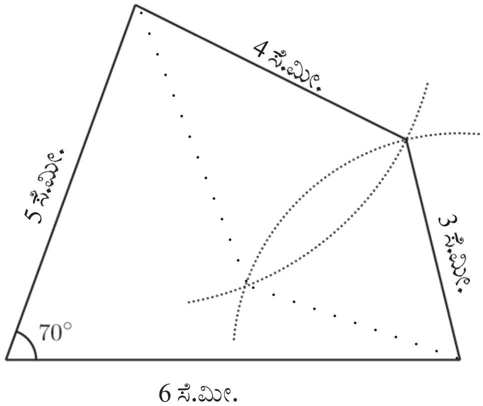
ಈ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ನೋಟುಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಬಹುದೇ?

ಮೊದಲಿನ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂದು ನೋಡುವ. 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ಗೆರೆ ಎಳೆದು ಅದರ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿ 70° ಬಾಗಿರುವ, 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಗೆರೆ ಎಳೆಯಿರಿ. ಈಗ ಚತುರ್ಭುಜದ ಮೂರು ಶಿರಗಳಾದವು. ನಾಲ್ಕನೇ ಶಿರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಹೇಗೆ?

ಅದು ಮೇಲಿನ ಶಿರದಿಂದ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ದೂರದಲ್ಲೂ, ಬಲಭಾಗದ ಶಿರದಿಂದ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ದೂರದಲ್ಲೂ ಇದೆ. ಅಂದರೆ ಈ ಶಿರಗಳನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಯೂ ಈ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿಯೂ ಎಳೆಯುವ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳಲ್ಲೂ ಇರುವ ಬಿಂದುವು ನಾಲ್ಕನೇ ಶಿರವಾಗಿದೆ.



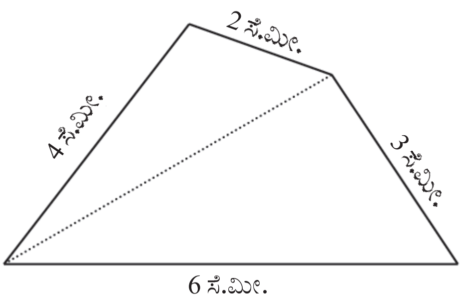
ಈ ವೃತ್ತಗಳು ಸಂಧಿಸುವ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಉದ್ದೇಶಿಸಿದ ಚತುರ್ಭುಜ ಸಿಗುವುದು.



(ಇನ್ನೊಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ ಸಿಗುವ ಒಳಭಾಗಕ್ಕೆ ಸರಿದ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಗಣನೆಗೆ ತೆಗೆಯುವುದಿಲ್ಲವಲ್ಲವೇ).

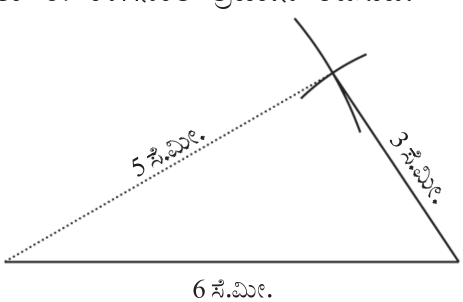
ಹೀಗೆಯೇ ಕೋನವು 50º ಆಗಿರುವ ಎರಡನೇ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ನಾಲ್ಕು ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಕೋನವನ್ನು ಹೇಳುವ ಬದಲು, 4 ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗಲೂ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.



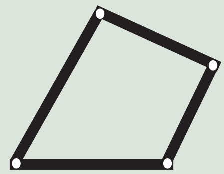
ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ರಚಿಸಬಹುದು?

ಮೊದಲು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸುವ.

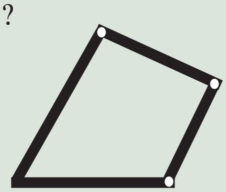


ಚತುರ್ಭುಜದ ಸ್ಥಿರತೆ

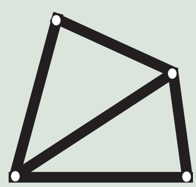
ಅಗಲ ಕಡಿಮೆಯಿರುವ ನಾಲ್ಕು ಪ್ಲಾಸ್ಟಿಕ್ ತುಂಡುಗಳನ್ನೋ ದಪ್ಪ ಕಾಗದಗಳನ್ನೋ 3, 4, 5, 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಳತೆಯಲ್ಲಿ ತುಂಡರಿಸಿ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಗುಂಡುಸೂಜಿ ಅಥವಾ ಮುಳ್ಳಾಣಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಇವುಗಳ ತುದಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನುಂಟು ಮಾಡಿರಿ



ಇದನ್ನು ಹಿಗ್ಗಿಸಿಯೂ ಕುಗ್ಗಿಸಿಯೂ ಹಲವು ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನಾಗಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ. ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳೊಂದೂ ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ.
ಇನ್ನು ಒಂದು ಶಿರದ ಸೂಜಿಯನ್ನು ತೆಗೆದು ಆ ಎರಡು ತುಂಡುಗಳ ತುದಿಗಳನ್ನು ಚೆನ್ನಾಗಿ ಅಂಟಿಸಿರಿ. ಈ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಕುಗ್ಗಿಸಲೋ ಹಿಗ್ಗಿಸಲೋ ಸಾಧ್ಯವಿದೆಯೇ?

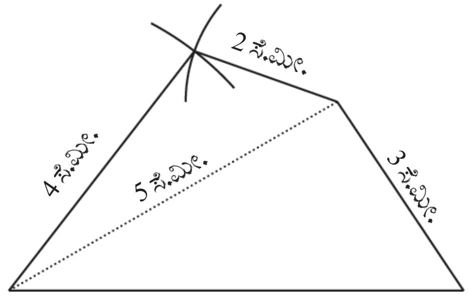


ಎರಡು ತುಂಡುಗಳ ತುದಿಗಳನ್ನು ಅಂಟಿಸುವುದರ ಬದಲು ಐದನೆಯ ತುಂಡೊಂದನ್ನು ಅಡ್ಡವಾಗಿ ಜೋಡಿಸಿದರೆ?



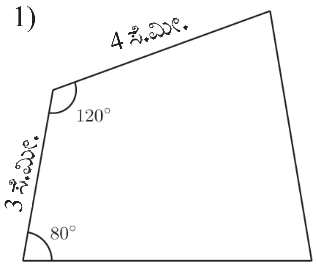
ಈಗ ಅಲುಗಾಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದೇ?

ಇನ್ನು ಎರಡನೆಯ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ ಚತುರ್ಭುಜವಾಯಿತು.

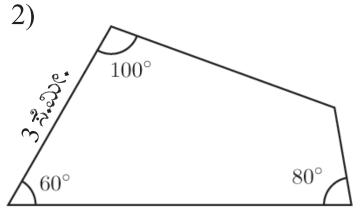


ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

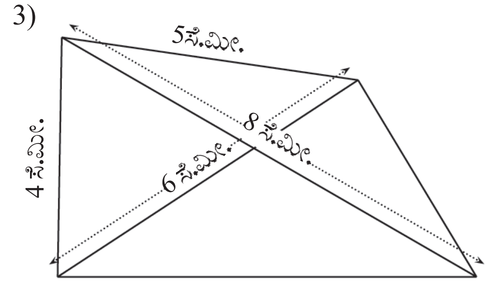
1)



2)



3)

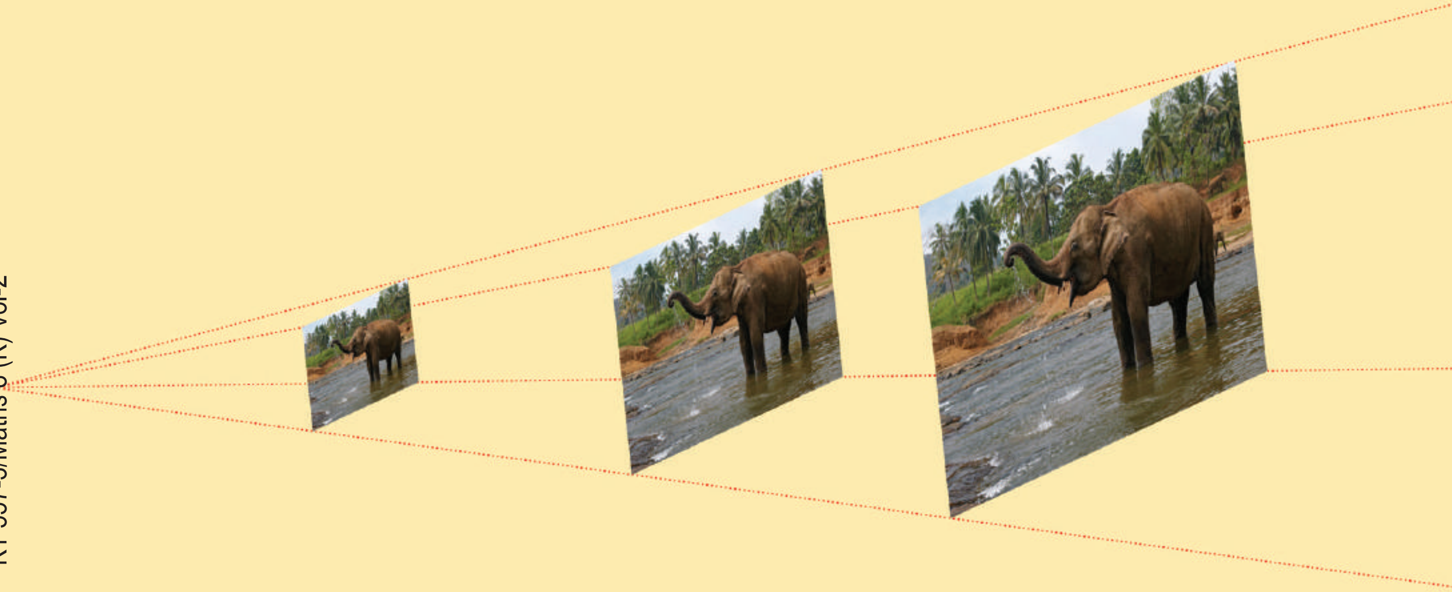


ಪುನರವಲೋಕನ

ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು	ನನಗೆ ಸಾಧ್ಯವಿದೆ	ಟೀಚರರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಿದೆ	ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮ ಪಡಿಸ ಬೇಕಾಗಿದೆ.
• ವಿಭಿನ್ನ ವಿಧಾನಗಳಲ್ಲಿ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಲಿರುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವುದು.			
• ವಿಭಿನ್ನ ವಿಧಾನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು.			
• ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ವಿವಿಧ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು.			
• ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ರಚಿಸುವುದು.			
• ಒಂದು ಸಮಲಂಬ ರಚಿಸಲು ಅಗತ್ಯವಾದ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು.			
• ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಯಲ್ಲಿ ಸಮಲಂಬ ರಚಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವುದು.			
• ಯಾವುದೇ ಚತುರ್ಭುಜ ರಚಿಸುವುದಕ್ಕೂ ಅಗತ್ಯವಾದ ಅಗತ್ಯವಾದ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ತೀರ್ಮಾನಿಸುವುದು.			

7

ನಿಷ್ಪತ್ತಿ



KT 557-3/Maths 8 (K) Vol-2

ಭಾಗಗಳ ಸಂಬಂಧ

ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:

AB ಎಂಬ ಗೆರೆಯನ್ನು ಐದು ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ.

ಮೊದಲ ಮೂರು ಭಾಗಗಳು ಸೇರಿರುವುದನ್ನು *AP* ಎಂದು ಸೂಚಿಸಿದರೆ *AP* ಮತ್ತು *BP* ಎಂಬೀ ಗೆರೆಗಳ ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಹೇಗೆಲ್ಲ ಹೇಳಬಹುದು?

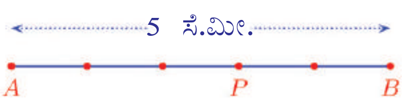
- *AP* ಮತ್ತು *BP* ಎಂಬವುಗಳಿಗೆ *AB* ಯೊಂದಿಗಿರುವ ಸಂಬಂಧ,
  - *AB* ಯ $\frac{3}{5}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ *AP*
  - *AB* ಯ $\frac{2}{5}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ *BP*
- *AP* ಮತ್ತು *BP* ಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧ,
  - *AP* ಯ $\frac{2}{3}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ *BP*
  - *BP* ಯ $\frac{3}{2}$ ಮಡಿಯಾಗಿದೆ *AP*
- *AP* ಮತ್ತು *BP* ಎಂಬವುಗಳಿಗೆ 2 , 3 ಎಂಬೀ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗಿರುವ ಸಂಬಂಧ,
  - *AP* ಯ 2 ಮಡಿ ಮತ್ತು *BP* ಯ 3 ಮಡಿ ಸಮಾನವಾಗಿವೆ.
  - *AP* ಯ $\frac{1}{3}$ ಭಾಗ ಮತ್ತು *BP* ಯ $\frac{1}{2}$ ಭಾಗ ಸಮಾನವಾಗಿವೆ. ಈ ಉದ್ದದ 3 ಮಡಿಯಾಗಿದೆ *AP*; 2 ಮಡಿಯಾಗಿದೆ *BP*

ಈ ವಿಚಾರಗಳನ್ನೆಲ್ಲ ಸೇರಿಸಿ ಹೇಗೆ ಹೇಳಬಹುದು?

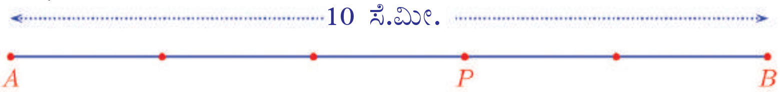
AP ಮತ್ತು *BP* ಎಂಬೀ ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 2.

ಇಲ್ಲಿ *AB* ಯ ಸರಿಯಾದ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟಾಗಿದೆಯೆಂದು ಸೂಚಿಸಲಾಗಿಲ್ಲ ಅಲ್ಲವೇ.

ಈ ಕೆಳಗೆ ಸೂಚಿಸಲಾದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಇದು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ.

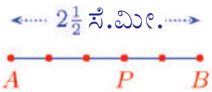


ಆಗ AP ಯ ಉದ್ದ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, BP ಯ ಉದ್ದ 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, AB ಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಇಮ್ಮಡಿಯಾಗಿಸಿದರೆ?



AP ಯ ಉದ್ದ $3 \times 2 = 6$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು BP ಯ ಉದ್ದ $2 \times 2 = 4$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗುವುದು. ಆದರೆ ಈ ಮೊದಲು ಸೂಚಿಸಲಾದ ಸಂಬಂಧದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಬದಲಾವಣೆಯಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಅಲ್ಲವೇ?

AB ಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಅರ್ಧವಾಗಿಸಿದರೆ?



$AP = 3 \times \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, $BP = 2 \times \frac{1}{2} = 1$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.

ಆದರೂ ಮೊದಲಿನ ಸಂಬಂಧದಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆಯಿಲ್ಲ.

ಇನ್ನು ಎರಡು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು $3:5$ ಎಂದು ಹೇಳಿದರೆ?

ಸರಿಯಾದ ಉದ್ದಗಳು ಎಷ್ಟೆಂದು ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಅದು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರಲೂಬಹುದು; ಅಥವಾ

6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 10 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

$1\frac{1}{2}$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, $2\frac{1}{2}$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

6 ಮೀಟರ್, 10 ಮೀಟರ್

ಎಂಬೀ ಹಲವು ರೀತಿಗಳಲ್ಲೂ ಆಗಬಹುದು.

ಇವುಗಳೊಂದೂ ಅಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಯಾವುದೋ ಒಂದು ಹಗ್ಗದಿಂದ ಅಳೆದಾಗ, ಮೊದಲನೆಯದರ ಉದ್ದ 3 ಹಾಗೂ ಎರಡನೆಯದರ ಉದ್ದ 5 ಎಂದು ಸಿಕ್ಕಿದ್ದೂ ಆಗಿರಬಹುದು.

ಏನೇ ಆದರೂ ಮೊದಲನೆಯದ್ದು ಯಾವುದೋ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಉದ್ದದ 3 ಮಡಿ ಹಾಗೂ ಎರಡನೆಯದ್ದು ಅದೇ ಉದ್ದದ 5 ಮಡಿ ಆಗಿರುವುದೆಂದೂ ಹೇಳಬಹುದು.

ಸ್ವಲ್ಪ ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ, ಈ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಉದ್ದವನ್ನು x ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ, ಮೊದಲನೆಯದರ ಉದ್ದ $3x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಹಾಗೂ ಎರಡನೆಯದರ ಉದ್ದ $5x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು.

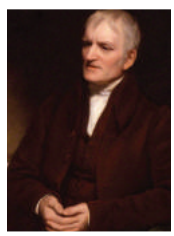
ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಮತ್ತು ರಸಾಯನ ಶಾಸ್ತ್ರ

ರಸಾಯನಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಪದಾರ್ಥಗಳನ್ನು ಮೂಲವಸ್ತುಗಳು ಎಂದೂ ಯೌಗಿಕಗಳು ಎಂದೂ ವರ್ಗೀಕರಿಸಲಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ.

ಯಾವುದೇ ಯೌಗಿಕದಲ್ಲೂ ಅಡಕವಾಗಿರುವ ಮೂಲವಸ್ತುಗಳ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ (mass) ಯು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಾಗಿರುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಹದಿನೆಂಟನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಜೋಸೆಫ್ ಪ್ರೂಸ್ಟ್ ಎಂಬ ವಿಜ್ಞಾನಿಯು ಕಂಡುಹಿಡಿದನು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಕೋಪ್ಪರ್ ಕಾರ್ಬೋನೇಟಿನಲ್ಲಿ ಯಾವಾಗಲೂ ಕಾರ್ಬೋನೇಟಿನ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯ 5.3 ಮಡಿಯಷ್ಟು ಕೋಪ್ಪರ್ ಮತ್ತು ಕಾರ್ಬನಿನ 4 ಮಡಿಯಷ್ಟು ಓಕ್ಸಿಜನ್ ಆಗಿರುವುದೆಂದು ಪ್ರಯೋಗಗಳಿಂದ ಅವನು ಕಂಡುಕೊಂಡನು.

ಮೂಲವಸ್ತುಗಳ ಅತಿಸೂಕ್ಷ್ಮ ಕಣಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಈ ರೀತಿಯ ಹೋಲಿಕೆಗಳನ್ನು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೂಲಕ ಆಗಬಹುದು ಎಂಬ ಯೋಚನೆಯು ಪರಮಾಣು ಎಂಬ ಆಶಯದ ಕಡೆಗೆ ಮುನ್ನಡೆಸಿತು. ಹತ್ತೊಂಬತ್ತನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಜೋನ್ ಡಾಲ್ಟನ್ ಎಂಬ ವಿಜ್ಞಾನಿಯು ಈ ರೀತಿಯ ಒಂದು ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಮಂಡಿಸಿದನು.



ಡಾಲ್ಟನನ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಪ್ರಕಾರ ಮೂಲವಸ್ತುಗಳ ಅತಿಸೂಕ್ಷ್ಮ ಕಣಗಳಾದ ಪರಮಾಣುಗಳು (atoms) ಸೇರಿ ಯೌಗಿಕಗಳು ಉಂಟಾಗುವುವು. ಯಾವುದೇ ಯೌಗಿಕದಲ್ಲೂ ಅದರಲ್ಲಿರುವ ವಿವಿಧ ಮೂಲವಸ್ತುಗಳ ಪರಮಾಣುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವುದು.

ಉಳಿದ ಅಳತೆಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲೂ ಇದನ್ನು ಹೇಳಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಎರಡು ಬಾಟ್ಲಿಗಳ ಒಳ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 5 ಎಂದರೆ ಯಾವುದೋ ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯನ್ನು ತೆಗೆದು ಎರಡನ್ನೂ ಅಳತೆ ಮಾಡಿದಾಗ, ಮೊದಲನೆಯದ್ದು ತುಂಬಲು 3 ಸಲವೂ, ಎರಡನೆಯದ್ದು ತುಂಬಲು 5 ಸಲವೂ ಎರೆಯಬೇಕಾಗಿ ಬಂತು ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಅಳತೆ ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ x ಮಿಲ್ಲಿಲೀಟರ್ ನೀರು ಹಿಡಿಯುವುದು ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ, ಮೊದಲನೇ ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ $3x$ ಮಿಲ್ಲಿಲೀಟರ್ ಮತ್ತು ಎರಡನೆಯ ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ $5x$ ಮಿಲ್ಲಿಲೀಟರ್ ನೀರು ಹಿಡಿಯುವುದು ಎಂದು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು.

ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಹುಡುಗರ ಮತ್ತು ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ, 3 : 5 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳಿದರೆ?

ಸರಿಯಾದ ಸಂಖ್ಯೆ 30 ಮತ್ತು 50 ಆಗಿರುವುದಾದರೆ, 10 ಮಕ್ಕಳಂತಿರುವ 3 ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸಿ ಹುಡುಗರನ್ನೂ 5 ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸಿ ಹುಡುಗಿಯರನ್ನೂ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು.

ಎಷ್ಟೇ ಆದರೂ ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮಕ್ಕಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ 3 ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ಹುಡುಗರನ್ನೂ 5 ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ಹುಡುಗಿಯರನ್ನೂ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು.

ಒಂದು ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿರುವ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು x ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ, ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ $3x$ ಮತ್ತು ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ $5x$.

ಈ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ಕಂಡುಬರುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವ ಏನು?

ಮೂಲವಸ್ತುಗಳ ಸಂಬಂಧ

ಜೀವಿಸಲು ಅಗತ್ಯವಾದ ಘಟಕಗಳಲ್ಲಿ ನೀರು ಪ್ರಧಾನವಾದುದಾಗಿದೆ. ಮನುಷ್ಯ ಶರೀರದಲ್ಲಿ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಘಟಕವು ನೀರು ಆಗಿದೆ. ಈ ನೀರಿನಲ್ಲಿ ಹೈಡ್ರೋಜನ್, ಒಕ್ಸಿಜನ್ ಎಂಬೀ ಮೂಲವಸ್ತುಗಳು ಒಳಗೊಂಡಿವೆ. ಈ ಮೂಲವಸ್ತುಗಳು ಯಾವ ಅಳತೆಯಲ್ಲಿ ಒಳಗೊಂಡಿರುವುದೆಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದಿರುವಿರಾ?

ನೀರಿನ ಒಂದು ಅಣುವಿನಲ್ಲಿ 2 ಹೈಡ್ರೋಜನ್ ಪರಮಾಣುಗಳೂ 1 ಒಕ್ಸಿಜನ್ ಪರಮಾಣುವೂ ಒಳಗೊಂಡಿರುವುದು. ಅಂದರೆ ರಸಾಯನಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ನೀರಿನ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಬರಹವು H_2O ಅಂದರೆ, ನೀರಿನಲ್ಲಿ ಹೈಡ್ರೋಜನ್ ಮತ್ತು ಒಕ್ಸಿಜನ್‌ಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2 : 1. ನಾವು ಬಳಸುವ ಅಡುಗೆ ಉಪ್ಪಿನಲ್ಲಿ ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಮೂಲವಸ್ತುಗಳು ಸೋಡಿಯಂ (Na), ಕ್ಲೋರಿನ್ (Cl) ಆಗಿವೆ. ಇವುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ. ಅಂದರೆ ಇವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 1 : 1. ಅಡುಗೆ ಉಪ್ಪಿನ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಬರಹವು NaCl ಆಗಿದೆ.

ಎರಡು ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $a : b$ ಆದರೆ, ಮೊದಲನೆಯ ಅಳತೆ ax ಮತ್ತು ಎರಡನೆಯ ಅಳತೆ bx ಆಗುವ x ಎಂಬ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆ.

ಇನ್ನು ಏಳನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ಒಂದು ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡಿರಿ: (**ನಿಷ್ಪತ್ತಿ** ಎಂಬ ಪಾಠ ಭಾಗದ **ಭಾಗ ಲೆಕ್ಕ**)

24 ಮೀಟರ್ ಸುತ್ತಳತೆಯಿರುವ ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳು 3 : 5 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿದೆ. ಅಗಲವೂ ಉದ್ದವೂ ಎಷ್ಟು ಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ?

ಇದನ್ನು ಮಾಡಿದುದು ಹೇಗೆ?

ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲೂ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 5 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ಅಗಲ $3x$ ಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಉದ್ದ $5x$ ಮೀಟರ್ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದು. x ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಿರುವ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು.

ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳು $3x$ ಮೀಟರ್ ಹಾಗೂ $5x$ ಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಸುತ್ತಳತೆ

$$2(3x + 5x) = 16x \text{ ಮೀಟರ್}$$

ಇದು 24 ಮೀಟರ್ ಎಂದು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆಗ $16x = 24$; ಇದರಿಂದ

$$x = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$$

ಇನ್ನು ಅಗಲವನ್ನೂ ಉದ್ದವನ್ನೂ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ.

ಅಗಲ $= 3 \times \frac{3}{2}$ ಮೀಟರ್ $= 4\frac{1}{2}$ ಮೀಟರ್

ಉದ್ದ $= 5 \times \frac{3}{2}$ ಮೀಟರ್ $= 7\frac{1}{2}$ ಮೀಟರ್

ಇನ್ನೊಂದು ಲೆಕ್ಕ:

ಒಂದು ಆಯತದ ಅಗಲವೂ ಉದ್ದವೂ 4 : 7 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿದೆ. ಉದ್ದವು ಅಗಲಕ್ಕಿಂತ 15 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಧಿಕ. ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್?

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಗನುಸರಿಸಿ, ಉದ್ದವನ್ನೂ ಅಗಲವನ್ನೂ ಕೂಡಿಸಿದುದರ $\frac{4}{11}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ ಅಗಲ, $\frac{7}{11}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ ಉದ್ದ.

ಆಗ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳೊಳಗಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ, ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತದ $\frac{7}{11} - \frac{4}{11} = \frac{3}{11}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ. ಈ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 15 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ಕೊಡಲಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೆ. ಆಗ 15ರ $\frac{11}{3}$ ಮಡಿಯು ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ

15 ಮೀಟರ್ $\times \frac{11}{3} = 55$ ಮೀಟರ್

ಇನ್ನು ಉದ್ದವನ್ನೂ ಅಗಲವನ್ನೂ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ :

ಉದ್ದ $= 55 \times \frac{7}{11} = 35$ ಮೀಟರ್

ಅಗಲ $= 35 - 15 = 20$ ಮೀಟರ್

ಈ ಮೊದಲಿನ ಲೆಕ್ಕದಂತೆ ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಯೂ ಮಾಡಬಹುದು.

ಅಗಲ $4x$, ಉದ್ದ $7x$ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ,

ಇದಕ್ಕನುಸರಿಸಿ, ಉದ್ದವು ಅಗಲಕ್ಕಿಂತ $7x - 4x = 3x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಧಿಕ, ಇದು 15 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆಗ $3x = 15$ ಎಂದೂ ಅದರಿಂದ $x = 5$ ಸಿಗುವುದಲ್ಲವೇ.

ಇನ್ನು ಅಗಲವನ್ನೂ ಉದ್ದವನ್ನೂ ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವ:

ಅಗಲ $= 4 \times 5$ಮೀಟರ್ $= 20$ ಮೀಟರ್

ಉದ್ದ $= 7 \times 5$ ಮೀಟರ್ $= 35$ ಮೀಟರ್

ಸಿಹಿಯ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ

ಸಕ್ಕರೆಯಲ್ಲಿರುವ ಮೂಲವಸ್ತುಗಳು ಯಾವುವೆಲ್ಲ ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆಯೇ?

ಕಾರ್ಬನ್, ಹೈಡ್ರೋಜನ್, ಓಕ್ಸಿಜನ್ ಎಂಬೀ ಪ್ರತಿಯೊಂದೂ ವಿಭಿನ್ನ ಅಳತೆಯಲ್ಲಿರುವುವು. 12 ಕಾರ್ಬನ್ ಪರಮಾಣುವೂ, 22 ಹೈಡ್ರೋಜನ್ ಪರಮಾಣುವೂ 11 ಓಕ್ಸಿಜನ್ ಪರಮಾಣುವೂ ಒಳಗೊಂಡಿರುವುದಾಗಿದೆ ಸಕ್ಕರೆಯ ಒಂದು ಅಣು. ಅಂದರೆ ಸಕ್ಕರೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕಾರ್ಬನ್, ಹೈಡ್ರೋಜನ್, ಓಕ್ಸಿಜನ್ ಎಂಬಿವುಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 12 : 22 : 11. ಸಕ್ಕರೆಯ ಅಣುವಿನ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಬರಹ $C_{12}H_{22}O_{11}$. ಸಕ್ಕರೆಯನ್ನು ಬಿಸಿಮಾಡಿದಾಗ ಏನಾಗುವುದು? ಇದಕ್ಕೆ ಕಾರಣವೇನು?

ಇನ್ನೂ ಒಂದು ಲೆಕ್ಕ :

ಒಂದು ಆಯತದ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳು $4:5$ ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿವೆ. ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 320 ಚದರ ಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ಆದರೆ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲ ಎಷ್ಟು ಮೀಟರ್?

ಅಗಲ $4x$ ಮೀಟರ್, ಉದ್ದ $5x$ ಮೀಟರ್ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

$$4x \times 5x = 20x^2 \text{ ಚದರ ಮೀಟರ್}$$

ಇದು 320 ಚದರ ಮೀಟರ್ ಎಂದು ತಿಳಿದುದರಿಂದ

$$20x^2 = 320$$

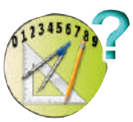
x^2 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯ 20 ಮಡಿ 320 ಆಗಿದೆ ಎಂದಲ್ಲವೇ ಇದರರ್ಥ? ಆಗ ಈ ಸಂಖ್ಯೆ $320 \div 20 = 16$; ಅಂದರೆ

$$x^2 = 16$$

ವರ್ಗ 16 ಆಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ 4 ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಆದುದರಿಂದ $x = 4$

$$\text{ಅಗಲ } 4 \times 4 \text{ ಮೀಟರ್} = 16 \text{ ಮೀಟರ್}$$

$$\text{ಉದ್ದ } 5 \times 4 \text{ ಮೀಟರ್} = 20 \text{ ಮೀಟರ್}$$



ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಅಗಲ 4 ಮೀಟರ್, ಉದ್ದ 5 ಮೀಟರ್ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 20 ಚದರ ಮೀಟರ್. ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಇದರ 16 ಮಡಿಯಾಗಿದೆ. ಆಗ ಅಗಲ 4 ಮೀಟರಿನ 16 ಮಡಿ ಮತ್ತು ಉದ್ದ 5 ಮೀಟರಿನ 16 ಮಡಿ ಎಂಬುದಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಸರಿಯಾಗದಿರಲು ಕಾರಣವೇನು?

1) ಒಂದು ಸಮಬಹುಭುಜದ ಆಂತರಿಕ ಕೋನದ ಮತ್ತು ಬಾಹ್ಯಕೋನದ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $7:2$ ಆಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆಯೆಷ್ಟು? ಈ ಬಹುಭುಜಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಭುಜಗಳಿರುವುದು?

2) ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಹುಡುಗಿಯರ ಮತ್ತು ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $7:5$ ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿವೆ. ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಯು 8 ಅಧಿಕ. ತರಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು? ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

3) ನೀಲ ಮತ್ತು ಹಳದಿ ಬಣ್ಣಗಳನ್ನು $2:5$ ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸಿ ಹೊಸತಾದ ಬಣ್ಣವನ್ನುಂಟುಮಾಡಲಾಯಿತು. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ನೀಲ ಬಣ್ಣಕ್ಕಿಂತಲೂ 6 ಲೀಟರ್ ಅಧಿಕ ಹಳದಿ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಣ್ಣವನ್ನು ಎಷ್ಟು ಲೀಟರ್‌ನಂತೆ ಸೇರಿಸಲಾಯಿತು?

4) ನಾಲ್ಕು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿವೆ. ಎಲ್ಲದರಲ್ಲೂ ಲಂಬಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $3:4$ ಆಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಕೋನಕ್ಕೂ ಸಂಬಂಧಿಸಿ ಇನ್ನೊಂದು ವಿಚಾರವನ್ನು ಕೂಡಾ ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) ಲಂಬ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 24 ಮೀಟರ್.

ii) ಕರ್ಣ 24 ಮೀಟರ್

iii) ಸುತ್ತಳತೆ 24 ಮೀಟರ್

iv) ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 24 ಚದರ ಮೀಟರ್

ಬದಲಾಗುವ ಸಂಬಂಧಗಳು

ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಅಗಲ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್; ಆಗ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 2.

ಉದ್ದವನ್ನು 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಹೆಚ್ಚಿಸಿ ಆಯತವನ್ನು ದೊಡ್ಡದಾಗಿಸಿದರೆ? ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳು 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್. ಅವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2 : 1

ಇನ್ನೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ :

> ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 2; ಉದ್ದವನ್ನು 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಹೆಚ್ಚಿಸಿ ಆಯತವನ್ನು ದೊಡ್ಡದಾಗಿಸಿದಾಗ, ಈ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು 5 : 3 ಆಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ಮೊದಲನೇ ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳು ಎಷ್ಟಾಗಿತ್ತು?

ಆಚೆಗೂ ಈಚೆಗೂ

ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳು 33 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಹಾಗೂ 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್. ಇನ್ನೊಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳು 11 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ಈ ಆಯತಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು? ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು? ಹೀಗೆ ಸಂಬಂಧವಿರುವ ಇತರ ಜತೆ ಆಯತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ಮೊದಲನೇ ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 2 ಆದುದರಿಂದ, ಸರಿಯಾದ ಉದ್ದವನ್ನೂ ಅಗಲವನ್ನೂ $3x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, $2x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ.

ಉದ್ದವನ್ನು 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ ಇವುಗಳು $3x + 2$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, $2x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದಾಗುವುದು. ಇವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 5 : 3 ಎಂದು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಈ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ x ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.

ಎರಡು ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 5 : 3 ಎಂದು ಸೂಚಿಸಿದರೆ, ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡದರ 3 ಮಡಿಯೂ ಸಣ್ಣದರ 5 ಮಡಿಯೂ ಸಮಾನವೆಂಬ ಅರ್ಥವಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ನಮ್ಮ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಉದ್ದ $3x + 2$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, ಸಣ್ಣ ಉದ್ದ $2x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, ಆಗ ಇವುಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧ,

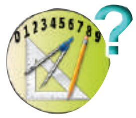
$$3(3x + 2) = 5 \times 2x$$

ಇದನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ, ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು;

$$9x + 6 = 10x$$

ಇದರಿಂದ $x = 6$ ಎಂದು ಕಾಣಬಹುದಲ್ಲವೇ? (ಹೇಗೆ?)

ಅಂದರೆ, ಆರಂಭಿಸಿದ ಆಯತದ ಉದ್ದ 18 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಅಗಲ 12 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.



ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 2. ಉದ್ದವನ್ನು ಎಷ್ಟಾದರೂ ಹೆಚ್ಚಿಸಿ, ಈ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು 4 : 3 ಆಗಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ? 5 :3 ಆಗಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಇನ್ನೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ :

ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 2 ಆಗಿದೆ. ಉದ್ದದ ಅರ್ಧದಷ್ಟನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸಿ ಆಯತವನ್ನು ದೊಡ್ಡದಾಗಿಸಲಾಯಿತು. ದೊಡ್ಡ ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು?

ಮೊದಲನೇ ಆಯತದಲ್ಲಿ ಉದ್ದದ $\frac{2}{3}$ ಭಾಗ ಅಗಲವಾಗಿದೆ; ಉದ್ದದೊಂದಿಗೆ ಅದರ ಅರ್ಧವನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಉದ್ದವು ಮೊದಲು ಇದ್ದುದರ $1\frac{1}{2}$ ಮಡಿಯಾಗುವುದು. ಆಗ ಪ್ರಶ್ನೆ $\frac{2}{3}$ ರ ಎಷ್ಟು ಮಡಿಯು $1\frac{1}{2}$ ಆಗಿದೆ ಎಂದಾಗುವುದು.

$$1\frac{1}{2} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$$
$$= \frac{9}{4}$$

ಅಂದರೆ ಎರಡನೇ ಆಯತದಲ್ಲಿ, ಅಗಲದ $\frac{9}{4}$ ಮಡಿ ಉದ್ದವಾಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $9:4$ ಆಗಿದೆ.

ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಯೂ ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು: ಮೊದಲನೇ ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲವನ್ನು $3x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, $2x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವ, ಆಗ ಉದ್ದದ ಅರ್ಧ $1\frac{1}{2}x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್; ಇಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾದಾಗ ಉದ್ದ $4\frac{1}{2}x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, ಅಗಲ $2x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದ್ದು ಯಾವುದೇ ಬದಲಾವಣೆ ಇಲ್ಲ. ಇವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $4\frac{1}{2} : 2$ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ಎಣಿಕಾಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿಸಿ ಹೇಳಿದರೆ $9:4$.

ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಸಮಾನ ಸುತ್ತಳತೆಯಿರುವ ಎರಡು ಆಯತಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2 : 1 ಆಗಿದೆ. ಎರಡನೆಯದರ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 2 ಆಗಿದೆ. ಯಾವ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹೆಚ್ಚು?

ಸುತ್ತಳತೆಯು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದದ ಮೊತ್ತ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು s ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಮೊದಲನೆಯದರ ಬದಿಗಳು $\frac{1}{3}s$, $\frac{2}{3}s$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.

ಆದುದರಿಂದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\frac{2}{9}s^2$ ಚ.ಸೆ.ಮೀ.

ಎರಡನೆಯ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೋ?

$$\frac{2}{5}s \times \frac{3}{5}s = \frac{6}{25}s^2 \text{ ಚ.ಸೆ.ಮೀ.}$$

$\frac{2}{9}$, $\frac{6}{25}$ ಎಂಬಿವುಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡದು ಯಾವುದು?

$$\frac{2}{9} < \frac{6}{25}.$$

ಆದುದರಿಂದ ಎರಡನೆಯ ಆಯತಕ್ಕೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹೆಚ್ಚು.

ಇನ್ನು ಇಷ್ಟೇ ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು ಭುಜಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 1 : 3 ಆಗಿರುವ ಆಯತವಾದರೋ? ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹೆಚ್ಚು ಯಾವುದಕ್ಕೆ?

ಈ ಎಲ್ಲಾ ಆಯತಗಳ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳೊಳಗಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ನೋಡಿರಿ. ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳೊಳಗೆ ಏನಾದರೂ ಸಂಬಂಧವಿದೆಯೇ?

1) ಒಂದು ದ್ರಾವಣದಲ್ಲಿ ಆಮ್ಲ ಮತ್ತು ನೀರು 4 :3 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿದೆ. 10 ಲೀಟರ್ ಆಮ್ಲ ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಇದು 3 : 1 ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಾಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ಈ ದ್ರಾವಣದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಲೀಟರ್ ಆಮ್ಲ ಇದೆ? ಎಷ್ಟು ಲೀಟರ್ ನೀರು ಇದೆ?

2) ಎರಡು ಕೋನಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 1 : 2 ಆಗಿದೆ. ಸಣ್ಣ ಕೋನವನ್ನು 6^o ಯಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿ ದೊಡ್ಡ ಕೋನವನ್ನು 6^o ಯಷ್ಟು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದಾಗ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2 : 3 ಆಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ಮೊದಲಿದ್ದ ಕೋನಗಳು ಎಷ್ಟು ಡಿಗ್ರಿ?

3) ಒಂದು ಆಯತದ ಎರಡು ಬದಿಗಳು 4 : 5 ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿವೆ.

i) ಸಣ್ಣ ಭುಜದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಅದನ್ನು ಚೌಕವಾಗಿಸಬಹುದು?

ii) ದೊಡ್ಡ ಭುಜದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿ ಅದನ್ನು ಚೌಕವನ್ನಾಗಿಸಬಹುದು?

4) ಎರಡು ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 5 ಆಗಿದೆ.

i) ಸಣ್ಣ ಅಳತೆಯನ್ನು ಮಾತ್ರ 4 ಮಡಿಯಾಗಿಸಿದರೆ, ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು ಏನಾಗುವುದು?

ii) ಸಣ್ಣ ಅಳತೆಯನ್ನು ಎರಡು ಮಡಿಯಾಗಿಸಿ, ದೊಡ್ಡ ಅಳತೆಯನ್ನು ಅರ್ಧವಾಗಿಸಿದರೆ, ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಏನಾಗುವುದು?

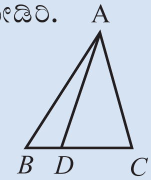
5) i) ಎರಡು ಬಾಟ್ಲಿಗಳ ಒಳ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 4 ಆಗಿದೆ. ಸಣ್ಣ ಬಾಟ್ಲಿಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಲ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಬಾಟ್ಲಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಲ ನೀರನ್ನು ತುಂಬಿಸಿ ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಗೆ ಎರೆಯಲಾಯಿತು. ಸಣ್ಣ ಬಾಟಲಿಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಲ ತುಂಬಿಸಿಯೂ ದೊಡ್ಡ ಬಾಟ್ಲಿಯಲ್ಲಿ ಅರ್ಧ ತುಂಬಿಸಿಯೂ ಇನ್ನೊಂದು ಪಾತ್ರೆಗೆ ನೀರನ್ನು ಎರೆಯ ಲಾಯಿತು. ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿರುವ ನೀರಿನ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ii) ಮೇಲಿನ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಬಾಟ್ಲಿಗಳ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 4 : 7 ಆದರೋ?

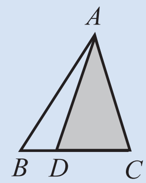
6) ಒಂದು ಆಯತದ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳು 2 : 3 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿವೆ. ಇದಕ್ಕಿಂತಲೂ 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಗಲ ಮತ್ತು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ಆಯತದಲ್ಲಿ ಈ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು 3 : 4 ಆಗಿದೆ. ಎರಡೂ ಆಯತಗಳ ಅಗಲವನ್ನೂ ಉದ್ದವನ್ನೂ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಸಂಬಂಧ

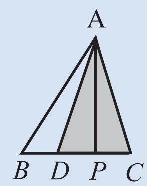
ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ಇದರ ABD, ACD ಎಂಬೀ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಏನು?



A ಯಿಂದ BC ಗೆ ಲಂಬವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.



ಈ ಲಂಬದ ಉದ್ದವನ್ನು h ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ

ΔABD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$\frac{1}{2} h \times BD$$

ΔACD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$\frac{1}{2} h \times CD$$

ಆಗ

$$\frac{\Delta ABD \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta ACD \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BD}{CD}$$

ಅಂದರೆ ಈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು BD, CD ಎಂಬೀ ಉದ್ದಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯೇ ಆಗಿದೆ.

ಆಗ, ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ವಿರುವ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು ಹೇಗೆ?

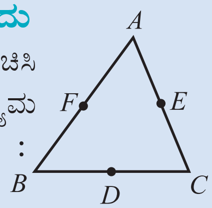
ಒಂದು ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು, ಎರಡನೆಯದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಇಮ್ಮಡಿಯಾಗಿಸುವುದಾದರೆ?

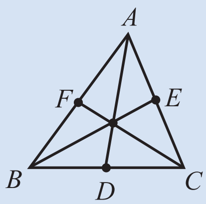
ಮೂರು ಅಳತೆಗಳು

ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ :

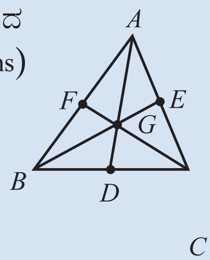
ತ್ರಿಕೋನದ ಮಧ್ಯಬಿಂದು

ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅದರ ಭುಜಗಳ ಮಧ್ಯಮ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ :





ಇನ್ನು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮಧ್ಯಮ ಬಿಂದುವನ್ನು ವಿರುದ್ಧ ಶಿರಕ್ಕೆ ಜೋಡಿಸಿರಿ:



ಈ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ತ್ರಿಕೋನದ ಮಧ್ಯಮರೇಖೆಗಳು (medians) ಎನ್ನುವರು. ಈ ಮೂರೂ ಮಧ್ಯ ರೇಖೆಗಳೂ ತ್ರಿಕೋನ ದೊಳಗೆ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹೋಗುವುದಲ್ಲವೇ?

ಈ ಬಿಂದುವಿಗೆ ತ್ರಿಕೋನದ ಮಧ್ಯಮ ಬಿಂದು (centroid) ಎಂದು ಹೆಸರು.

ಈ ಬಿಂದು, ಮಧ್ಯಮರೇಖೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ 2 : 1 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು. ಅಂದರೆ, ನಮ್ಮ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ

$$\frac{AG}{GD} = \frac{BG}{GE} = \frac{CG}{GF} = 2$$

ಈ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಇನ್ನೊಂದು ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಯೂ ಇದೆ. ಈ ರೀತಿಯ ಒಂದು ಚಿತ್ರವನ್ನು ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡಿನಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿ ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಈ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಪೆನ್ಸಿಲಿನ ತುದಿಯನ್ನು ಇರಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಅಲುಗಾಡದಂತೆ ನಿಲ್ಲಿಸಬಹುದು.

ಅಂದರೆ ತ್ರಿಕೋನದ ಮಧ್ಯಮ ಬಿಂದುವು ಅದರ ಗುರುತ್ವಾಕರ್ಷಣಾ ಕೇಂದ್ರ (centre of gravity) ಆಗಿದೆ.

AB ಎಂಬ ಗೆರೆಯನ್ನು 11 ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಇದರಲ್ಲಿ

2 ಭಾಗಗಳು ಸೇರಿರುವುದು AP

5 ಭಾಗಗಳು ಸೇರಿರುವುದು PQ

4 ಭಾಗಗಳು ಸೇರಿರುವುದು QB

ಈ ತುಂಡುಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಭಾಗ ಮತ್ತು ಮಡಿ ಎಂಬಂತೆ ಹೇಗೆಲ್ಲಾ ಹೇಳಬಹುದು?

- AP, PQ, QB ಎಂಬಿವುಗಳಿಗೆ AB ಯೊಂದಿಗಿರುವ ಸಂಬಂಧ
  - AB ಯ $\frac{2}{11}$ ಭಾಗ AP ಆಗಿದೆ.
  - AB ಯ $\frac{5}{11}$ ಭಾಗ PQ ಆಗಿದೆ.
  - AB ಯ $\frac{4}{11}$ ಭಾಗ QB ಆಗಿದೆ.
- AP, PQ, QB ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಜತೆಗಳಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಿದಾಗ ಸಂಬಂಧ
  - AP ಯ $\frac{5}{2}$ ಮಡಿ PQ ಆಗಿದೆ; PQ ವಿನ $\frac{2}{5}$ ಭಾಗ AP ಆಗಿದೆ.
  - PQ ವಿನ $\frac{4}{5}$ ಭಾಗ QB; QB ಯ $\frac{5}{4}$ ಮಡಿ PQ ಆಗಿದೆ.
  - QB ಯ $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ಭಾಗ AP ಆಗಿದೆ, AP ಯ $\frac{4}{2} = 2$ ಮಡಿ QB ಆಗಿದೆ.
- AP, PQ, QB ಎಂಬಿವುಗಳಿಗೆ 2, 5, 4 ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗಿರುವ ಸಂಬಂಧ
  - AP ಯ 5 ಮಡಿ, PQ ವಿನ 2 ಮಡಿ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ. PQ ವಿನ 4 ಮಡಿ ಮತ್ತು QB ಯ 5 ಮಡಿ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ. AP ಯ 2 ಮಡಿ QB ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ.
  - AP ಯ $\frac{1}{2}$ ಭಾಗ ಮತ್ತು PQವಿನ $\frac{1}{5}$ ಭಾಗ ಹಾಗೂ QB ಯ $\frac{1}{4}$ ಭಾಗ ಎಂಬಿವುಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ. ಈ ಉದ್ದದ 2 ಮಡಿ AP, 5 ಮಡಿ PQ, ಮತ್ತು 4 ಮಡಿ QB ಆಗಿದೆ.

ಎರಡು ಅಳತೆಗಳ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದಂತೆಯೇ ಇಲ್ಲಿಯೂ ಇದೆಲ್ಲವನ್ನೂ ಸೇರಿಸಿ, AP, PQ, QB ಎಂಬವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $2:5:4$ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಆಗ ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಅಳತೆಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $3:4:2$ ಎಂದು ಸೂಚಿಸಿದರೆ, ಯಾವುದೋ ಒಂದು ಅಳತೆಯ 2 ಮಡಿಯು ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಅತಿ ಸಣ್ಣ ಅಳತೆ, 4 ಮಡಿಯು ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಅಳತೆ, ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಅಳತೆ 3 ಮಡಿ ಎಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

ಬೀಜಗಣಿತ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದರೆ :

ಮೂರು ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $a : b : c$ ಆಗಿರುವುದಾದರೆ, ಮೊದಲ ಅಳತೆ ax ಎರಡನೇ ಅಳತೆ bx ಹಾಗೂ ಮೂರನೇ ಅಳತೆ cx ಆಗುವಂತೆ x ಎಂಬ ಒಂದು ಅಳತೆ ಇದೆ.

ಈ ಲೆಕ್ಕ ನೋಡಿರಿ :

ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $3:5:7$ ಆಗಿವೆ. ಇದರ ಸುತ್ತಳತೆ 45 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆದರೆ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?

ಲಂಬ ಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು

3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಭುಜಗಳಿರುವ ತ್ರಿಕೋನದ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆ ಏನು?

$3^2+4^2=5^2$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಇದು ಒಂದು ಲಂಬ ಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿದೆ. ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಇಮ್ಮಡಿಯಾಗಿಸಿದರೆ?

ಆಗ ಸಿಗುವ ತ್ರಿಕೋನವು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವಾಗುವುದೇ?

$6^2+8^2=10^2$ ಎಂಬುದು ಸರಿಯಾಗಿದೆ.

ಅಂದರೆ, ಭುಜಗಳನ್ನು ಇಮ್ಮಡಿ ಮಾಡಿದರೆ ಸಿಗುವ ತ್ರಿಕೋನವೂ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವೇ ಆಗಿದೆ.

ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು x ಮಡಿಯಾಗಿಸಿದರೆ?

$(3x)^2 + (4x)^2 = 9x^2+16x^2 = 25x^2 = (5x)^2$

ಅಂದರೆ, $3x, 4x, 5x$ ಭುಜಗಳಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವೂ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿದೆ.

ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ $3:4:5$ ಆಗಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಕೋನಗಳೂ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿವೆ.

ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ $5:12:13$ ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿವೆಯೇ?

ಅಳತೆಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $3:5:7$ ಎಂದರೆ ಈ ಅಳತೆಗಳು ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತದ $\frac{3}{15}, \frac{5}{15}, \frac{7}{15}$ ಭಾಗ ಎಂದಾಗಿದೆ. ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಉದ್ದಗಳ ಮೊತ್ತವು ಸುತ್ತಳತೆ ಆಗಿದೆ. ಅಂದರೆ, 45 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್. ಆಗ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ

$$45 \text{ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್} \times \frac{3}{15} = 9 \text{ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್}$$

$$45 \text{ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್} \times \frac{5}{15} = 15 \text{ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್}$$

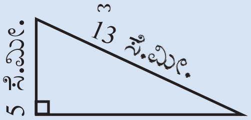
$$45 \text{ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್} \times \frac{7}{15} = 21 \text{ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್}$$

ಎಂದು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು.

ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಯೂ ಇದನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು. ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ $3x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, $5x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, $7x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸುವ. ಆಗ ಸುತ್ತಳತೆ $15x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.

ತ್ರಿಕೋನ ಯೋಗ

ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 12 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 13 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂಬವುಗಳಾಗಿವೆ. ಇದೊಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ?



ಭುಜಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 4 : 5 ಆಗಿರುವ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಈ ತ್ರಿಕೋನದೊಂದಿಗೆ ಸೇರಿಸಿಟ್ಟು ದೊಡ್ಡದೊಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ? ಹೀಗೆ ಸೇರಿಸಬಹುದಾದ ಇಂತಹ ಎಷ್ಟು ತ್ರಿಕೋನಗಳಿವೆ? ಅವುಗಳ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಯಾವುದೆಲ್ಲಾ ಆಗಬೇಕು?

ಸುತ್ತಳತೆ 45 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, ಎಂದು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ $15x = 45$ ಎಂದೂ, $x = 3$ ಎಂದೂ ಕಾಣಬಹುದು. ಅಂದರೆ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ $3 \times 3 = 9$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, $5 \times 3 = 15$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, $7 \times 3 = 21$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.

ಯಾವುದಾದರೂ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 5 : 8 ಆಗಬಹುದೇ?

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡುವ :

ABC ಎಂಬ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ, AB, BC ಎಂಬಿವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $2 : 3$ ಮತ್ತು BC, CA ಎಂಬಿವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $4 : 5$ ಆಗಿವೆ. ಮೂರೂ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಯಾವುದು?

AB, BC ಎಂಬಿವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $2 : 3$ ಎನ್ನುವುದರ ಅರ್ಥ AB ಯ ಉದ್ದ BC ಯ $\frac{2}{3}$ ಭಾಗ ಎಂದಾಗಿದೆ.

BC, CA ಎಂಬಿವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $4 : 5$ ಎನ್ನುವುದರ ಅರ್ಥ CA ಉದ್ದವು BC ಯ $\frac{5}{4}$ ಮಡಿ ಎಂದಾಗಿದೆ.

ಕಾಂಕ್ರೀಟ್ ಮಿಶ್ರಣ

ಕಾಂಕ್ರೀಟ್ ಮಿಶ್ರಣವನ್ನುಂಟು ಮಾಡಲು ಒಂದು ಗೋಣಿ ಸಿಮೆಂಟಿಗೆ ಎರಡು ಗೋಣಿ ಹೊಯ್ಗೆ ಎಂಬ ಅಳತೆಯಲ್ಲೂ ಒಂದು ಗೋಣಿ ಹೊಯ್ಗೆಗೆ ಎರಡು ಗೋಣಿ ಜಲ್ಲಿ ಎಂಬ ಅಳತೆಯಲ್ಲೂ ತೆಗೆಯುವರು. ಒಂದು ಗೋಣಿ ಸಿಮೆಂಟಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಗೋಣಿ ಜಲ್ಲಿ ಬೇಕಾಗುವುದು? ಎರಡು ಗೋಣಿ ಹೊಯ್ಗೆಗೆ ನಾಲ್ಕು ಗೋಣಿ ಜಲ್ಲಿ ಬೇಕಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ? ಅಂದರೆ ಒಂದು ಗೋಣಿ ಸಿಮೆಂಟಿಗೆ ಎರಡು ಗೋಣಿ ಹೊಯ್ಗೆ ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕು ಗೋಣಿ ಜಲ್ಲಿ ಬೇಕಾಗುವುದು.

ಇದನ್ನು ಹೀಗೆ ಹೇಳಬಹುದು :

ಸಿಮೆಂಟ್ ಮತ್ತು ಹೊಯ್ಗೆ, ಹಾಗೂ ಹೊಯ್ಗೆ ಮತ್ತು ಜಲ್ಲಿ ಎಂಬಿವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 1 : 2 ಆಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ಎರಡನೆಯ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2 : 4 ಎಂದು ಬದಲಾಯಿಸಿ ಬರೆದರೆ, ಸಿಮೆಂಟ್, ಹೊಯ್ಗೆ ಹಾಗೂ ಜಲ್ಲಿಕಲ್ಲು ಎಂಬಿವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 1:2:4 ಎಂದು ಸುಲಭದಲ್ಲಿ ತಿಳಿಯಬಹುದು.

ಆಗ BC ಯ ಉದ್ದದಿಂದ ಅಳೆದರೆ, AB ಯ ಉದ್ದ $\frac{2}{3}$, BC ಯ ಉದ್ದ 1, CA ಯ ಉದ್ದ $\frac{5}{4}$.

ಇನ್ನು BC ಯ $\frac{1}{12}$ ಭಾಗದಿಂದ ಅಳೆಯುವುದಾದರೆ? ಎಲ್ಲಾ ಉದ್ದಗಳೂ 12 ಮಡಿಯಾಗುವುದು.

ಅಂದರೆ, AB ಯ ಉದ್ದ $\frac{2}{3} \times 12 = 8$, BC ಯ ಉದ್ದ 12.

CAಯ ಉದ್ದ $\frac{5}{4} \times 12 = 15$.

ಉದ್ದಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $8 : 12 : 15$

ಇದನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಯೂ ಮಾಡಬಹುದು.

ಯಾವುದೋ ಒಂದು ಉದ್ದದ 2 ಮಡಿ AB ಮತ್ತು 3 ಮಡಿ BC ಎಂಬುದು ಮೊದಲು ಸೂಚಿಸಲಾದ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯ ಅರ್ಥ. ಹಾಗಾದರೆ, ಎರಡನೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯ ಅರ್ಥವೇನು?

ಒಂದು ಉದ್ದದ 4 ಮಡಿ BC ಮತ್ತು 5 ಮಡಿ CA ಆಗಿದೆ. ಈ ಎರಡು ಸಣ್ಣ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಅಳೆದಾಗ BC ಯ ಉದ್ದ ವ್ಯತ್ಯಸ್ತವಾದುದರಿಂದ ಈ ಉದ್ದಗಳೂ ವ್ಯತ್ಯಸ್ತವಾಗಿವೆ. ಇವುಗಳನ್ನು x ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, y ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ತೆಗೆದರೆ

$AB = 2x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, $BC = 3x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

$BC = 4y$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, $CA = 5y$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

$3x, 4y$ ಎಂಬಿ ಎರಡು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆದದ್ದು BC ಯ ಉದ್ದವನ್ನೇ ಆದುದರಿಂದ, $3x = 4y$

$$y = \frac{3}{4}x$$

ಆಗ,

$$CA = 5y \text{ ಸೆ.ಮೀ.} = 5 \times \frac{3}{4}x \text{ ಸೆ.ಮೀ.} = \frac{15}{4}x \text{ ಸೆ.ಮೀ.}$$

ಇನ್ನು,

$$AB = 2x \text{ ಸೆ.ಮೀ.}$$

$$BC = 3x \text{ ಸೆ.ಮೀ.}$$

$$CA = \frac{15}{4}x \text{ ಸೆ.ಮೀ.}$$

ಎಂದು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬಹುದು. ಇವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $2 : 3 : \frac{15}{4}$. ಎಣಿಕಾಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ, ಇದನ್ನು $8 : 12 : 15$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಇನ್ನೊಂದು ಚಿಂತನೆ

AB, BC ಎಂಬಿವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $2 : 3$ ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥ BC ಯ $\frac{2}{3}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ AB ಎಂದಲ್ಲವೇ. BC, CA ಇವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $4 : 5$ ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥ, BC ಯ $\frac{5}{4}$ ಮಡಿ CA ಎಂದೂ ಆಗಿದೆ.

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವ. BC ಯ $\frac{1}{3}$ ಭಾಗದಿಂದ ಅಳೆದರೆ AB ಯ ಉದ್ದ 2; BC ಯ $\frac{1}{4}$ ಭಾಗದಿಂದ ಅಳೆದರೆ CA ಯ ಉದ್ದ 5. ಆಗ BC ಯ $\frac{1}{12}$ ಭಾಗದಿಂದ ಅಳೆದರೆ? AB ಯ ಉದ್ದ 8; CA ಯ ಉದ್ದ 15, BC ಯ ಉದ್ದ 12. ಅಂದರೆ AB, BC, CA ಎಂಬಿವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $8 : 12 : 15$.

1) ಜೋನಿಯು 50000 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನೂ, ಜಲೀಲ್ 40000 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನೂ, ಜಯನು 20000 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನೂ ಬಂಡವಾಳ ಹಾಕಿ ಒಂದು ವ್ಯಾಪಾರವನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದರು. ಒಂದು ತಿಂಗಳು ಕಳೆದಾಗ ಸಿಕ್ಕಿದ 3300 ರೂಪಾಯಿ ಲಾಭವನ್ನು ತಾವು ಹಾಕಿದ ಬಂಡವಾಳದ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಹಂಚಿಕೊಂಡರು. ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ ಸಿಕ್ಕಿತು?

2) ಮೂರು ನೀರಿನ ಟ್ಯಾಂಕಿಗಳ ಒಳ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $2 : 3 : 5$ ಆಗಿವೆ. ಅತಿ ಸಣ್ಣದರಲ್ಲಿ 2500 ಲೀಟರ್ ನೀರು ಹಿಡಿಯುವುದಾದರೆ, ಉಳಿದ ಎರಡು ಟ್ಯಾಂಕಿಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಲೀಟರಿನಂತೆ ನೀರು ಹಿಡಿಯುವುದು?

3) ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನಗಳು 1:3:5 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?

4) ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಬಾಹ್ಯಕೋನಗಳು $5 : 6 : 7$ ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿವೆ. ಈ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳೆಷ್ಟು?

ಕೋನಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ

ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 1 : 2 : 3 ಆಗಿವೆ. ಕೋನಗಳು ಯಾವುವು? ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2 : 3 : 5 ಆದರೋ? 5 : 7 : 12 ಆದರೋ? ಈ ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲೂ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ಯಾವುದಾದರೂ ವಿಶೇಷತೆಯಿದೆಯೇ? ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗಾದರೇ?

5) ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2 : 3 : 4 ಆಗಿದೆ. ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಭುಜವು ಅತಿ ಸಣ್ಣ ಭುಜಕ್ಕಿಂತ 20 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಧಿಕ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6) ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಮೂರು ಬಣ್ಣಗಳ ಮುತ್ತುಗಳಿವೆ. ಕಪ್ಪು ಮುತ್ತುಗಳು ಮತ್ತು ಬಿಳಿ ಮುತ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 5; ಬಿಳಿ ಮುತ್ತು ಮತ್ತು ಕೆಂಪು ಮುತ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2 : 3. ಹಾಗಾದರೆ ಮೂರೂ ಬಣ್ಣದ ಮುತ್ತುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು?

7) ಒಂದು ಆಯತ ಗಟ್ಟಿಯ ಅಗಲ, ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ ಎಂಬಿವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 2 : 5 ಆಗಿದೆ. ಅದರ ಘನಫಲ 3750 ಘನ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆದರೆ ಉದ್ದ, ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪುನರವಲೋಕನ

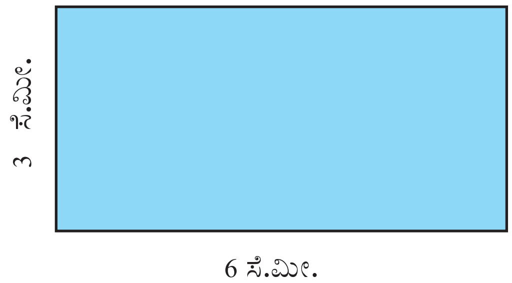
ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು	ನನಗೆ ಸಾಧ್ಯವಿದೆ	ಟೀಚರರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಿದೆ	ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮ ಪಡಿಸ ಬೇಕಾಗಿದೆ.
• ಎರಡು ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಭಾಗಗಳಾಗಿಯೂ ಮಡಿಗಳಾಗಿಯೂ ವಿವರಿಸುವುದು.			
• ಎರಡು ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಅಳತೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಎರಡನೆಯ ಅಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.			
• ಎರಡು ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳೊಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಸಂಬಂಧ ತಿಳಿದರೆ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ರೀತಿಯನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು.			
• ಮೂರು ಅಂಕೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಹಲವು ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವುದು.			
• ಮೂರು ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡರೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮೂರೂ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು.			
• ಮೂರು ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ಬೇರೇನಾದರೂ ಸಂಬಂಧ ತಿಳಿದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.			

8

ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತಾರ

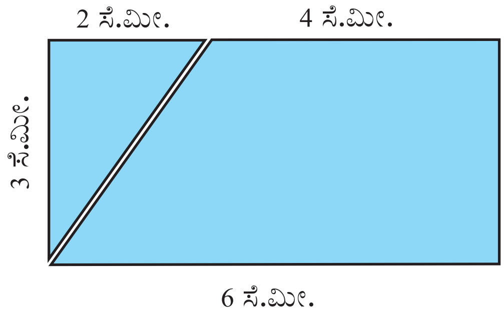
ಸಮಾನ ವಿಸ್ತಾರ

ಈ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನೋಡಿರಿ :

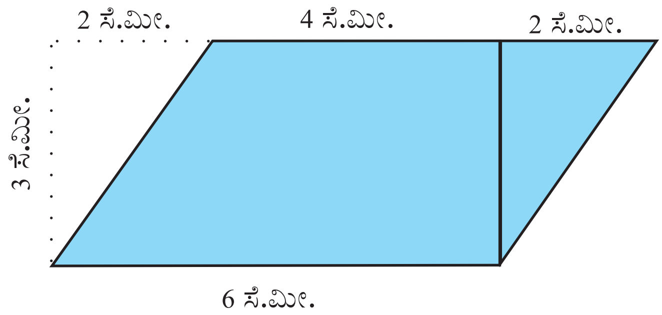


ಇದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ಇನ್ನು ಈ ಆಯತವನ್ನು ದಪ್ಪ ಕಾಗದದಲ್ಲಿ ತುಂಡರಿಸಿ ತೆಗೆಯಬೇಕು. ಕೆಳಗೆ ಕಾಣುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ, ಆಯತದ ಎಡಭಾಗದಿಂದ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆಯಬೇಕು.



ಈ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿಟ್ಟರೋ?



ಈಗ ಇದು ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಯಿತು. (ಇದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಸಾಧಿಸಬಹುದೇ?)

ಈ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ಆಯತದಿಂದ ಏನನ್ನೂ ಕತ್ತರಿಸಿ ಬಿಸಾಡದೆ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಇಟ್ಟಿರುವುದು ಮಾತ್ರವಲ್ಲವೇ?

ಆದುದರಿಂದ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 18 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರೇ ಆಗಿದೆ.

ಮೇಲಿನ ಆಯತದಲ್ಲಿ 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ತೆಗೆದು ಕತ್ತರಿಸುವುದರ ಬದಲು 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಆದರೋ?

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿದೆಯೋ?

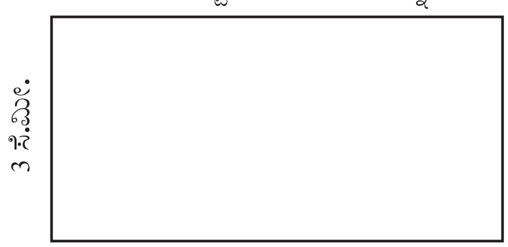
3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ತೆಗೆದು ಕತ್ತರಿಸಿದರೋ?

ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ರಚಿಸುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 18 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಭುಜ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರಾಗಿದೆ. ಇನ್ನೊಂದು ಭುಜವು ವ್ಯತ್ಯಸ್ತವಾಗಿದೆ.

ಹಾಗಾದರೆ ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ :

> ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ18 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ?

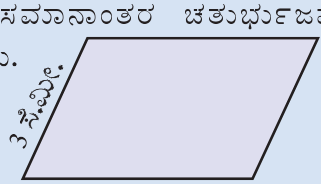
ಮೊದಲಾಗಿ ಮೇಲೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸೋಣ :



ಬದಲಾಗುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವೂ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಗಲವೂ ಇರುವ ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.

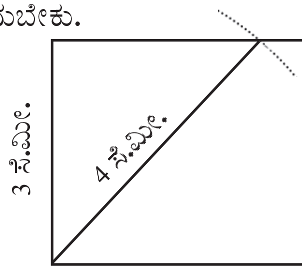
ಇನ್ನು ಭುಜಗಳನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಬಾಗಿಸಿ ಇದೇ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.



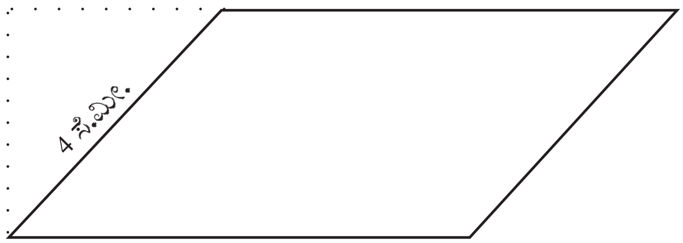
ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆಯೋ? ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆಯೋ?

ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎರಡನೇ ಭುಜವು 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಆಯತದ ಕೆಳಗಿನ ಮೂಲೆಯಿಂದ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ತ್ರಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ

ಒಂದು ವೃತ್ತಭಾಗವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಮೇಲ್ಭಾಗದ ಭುಜವನ್ನು ಖಂಡಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಬೇಕು. ಈ ಬಿಂದುವನ್ನೂ ಆಯತದ ಕೆಳಗಿನ ಮೂಲೆಯನ್ನೂ ಜೋಡಿಸಿ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕು.



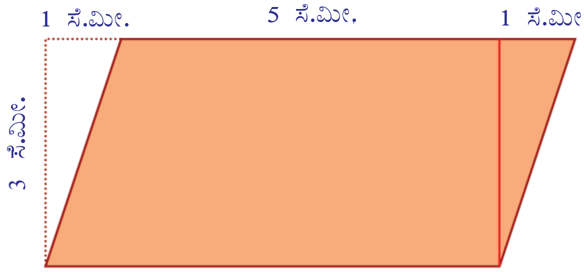
ಇನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಭುಜದ ಇನ್ನೊಂದು ಮೂಲೆಯಿಂದ ಈ ಗೆರೆಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದು, ಮೇಲಿನ ಭುಜವನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿ ಜೋಡಿಸಿದರೆ ಸಾಕಾಗುವುದು.

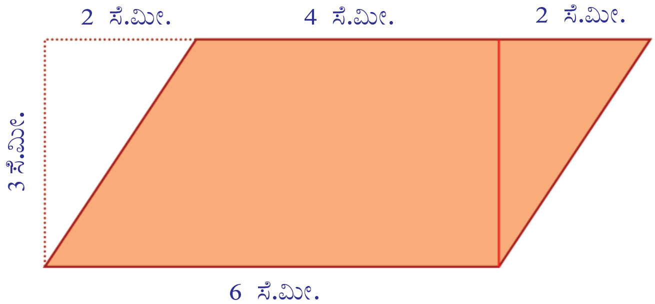


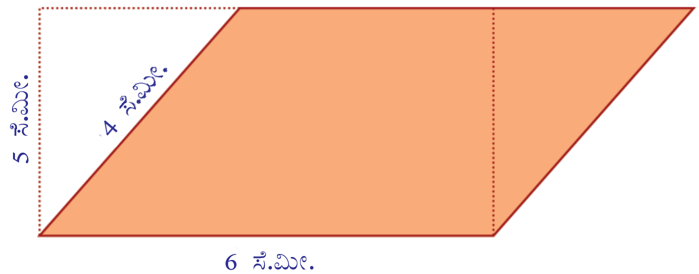
ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ, ಎಲ್ಲಾ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವು 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರೂ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 18 ಸೆಂಟಿಮೀಟರೂ ಆಗಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು

ಒಂದು ಭುಜ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರೂ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 18 ಸೆಂಟಿಮೀಟರೂ ಆಗಿರುವ ಅನೇಕ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದೆವಲ್ಲವೇ?





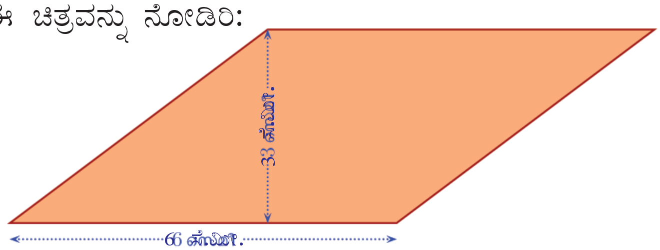


ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡನೇ ಭುಜವು ವ್ಯತ್ಯಸ್ತವಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ಬದಲಾಗದಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ಅಳತೆಯಿದೆ.

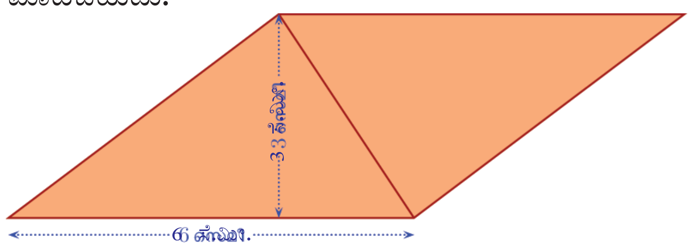
ಎಲ್ಲಾ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಕೆಳಗಿನ ಮತ್ತು ಮೇಲ್ಭಾಗದ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರವು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ?

ಆಗ, ಒಂದು ಜತೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವು 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಅವುಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರವು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೂ 18 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆಯೇ?

ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:



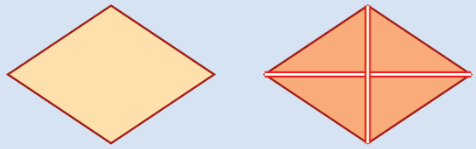
ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನು ಎಳೆದು, ಇದನ್ನು ಎರಡು ಸಮಾನ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದು.



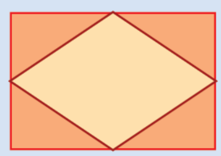
ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ಇಮ್ಮಡಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಸಮಾನ ಅಳತೆಯಿರುವ ಎರಡು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆದು, ಒಂದನ್ನು ಕರ್ಣದ ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಬೇಕು.



ಈ ರೀತಿ ಲಭಿಸುವ ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸದ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ಸುತ್ತಲೂ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿಡಬೇಕು.



ಈಗ ಲಭಿಸಿದ ಆಯತದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು?

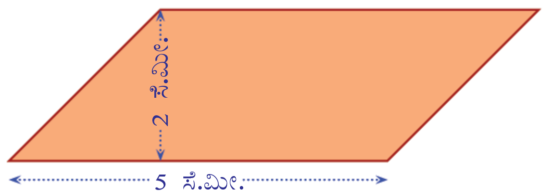
ಈ ಆಯತದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?

ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ವಿರುದ್ಧ ಮೂಲೆಯಿಂದಿರುವ ದೂರ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.

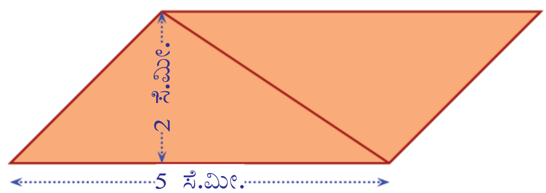
ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 9 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರೇ ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ? (ಯಾಕೆ?)

ಆದುದರಿಂದ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 18 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.

ಅದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕೆಳಗೆ ರಚಿಸಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೆಷ್ಟು?



ಮೊದಲು ಮಾಡಿದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕರ್ಣವನ್ನು ಎಳೆದು ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದು.

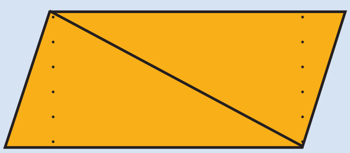


ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 5 ಮತ್ತು 2ರ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಇವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ, $5 \times 2 = 10$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.

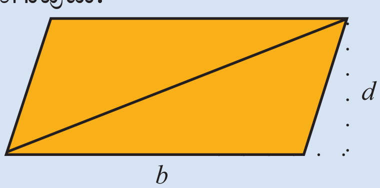
ಅಳತೆಗಳು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಾದರೋ?

ದೊಡ್ಡ ಕರ್ಣ

ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಸಣ್ಣ ಕರ್ಣವನ್ನು ಎಳೆದು ಎರಡು ಸಮಾನ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಎರಡನೇ ಕರ್ಣವನ್ನು ಎಳೆದೂ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.



ಈ ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಎಳೆದಾಗಲೂ ಸಮಾನವಾದ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಲಭಿಸುವುವು. ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಬಲಭಾಗದ ಮೂಲೆಯಿಂದ ಕೆಳಭಾಗದ ಭುಜವನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿದ ಗೆರೆಗೆ ಲಂಬವನ್ನು ಎಳೆದರೆ ಸಾಕಾಗುವುದು.

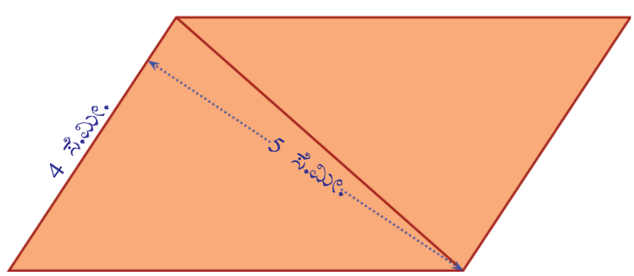


ಅಂದರೆ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

$\frac{1}{2} bd$

ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$2 \times \frac{1}{2} bd = bd$$



ಎರಡೂ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಒಂದು ಭುಜವು 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ವಿರುದ್ಧ ಮೂಲೆಯಿಂದಿರುವ ಅಂತರವು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 4×5 ರ ಅರ್ಧ. ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $4 \times 5 = 20$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

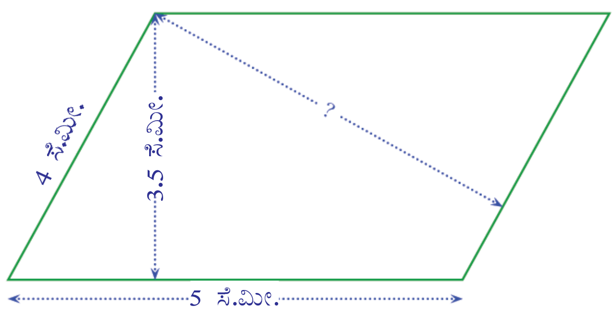
ಯಾವುದೇ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ?

ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅದರ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಕ್ಕಿರುವ ಅಂತರದ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ.

ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 35 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆಯೇ?

ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಹಲವು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಎಷ್ಟರವರೆಗೆ ಆಗಬಹುದು? ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಯೇನು?

ಇನ್ನೊಂದು ಲೆಕ್ಕ. ಈ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ಇದರ ಎಡ ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗದ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರ ಎಷ್ಟು?

ಕೆಳಗಿನ ಭುಜ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಮೇಲ್ಭಾಗದ ಭುಜಕ್ಕಿರುವ ಅಂತರ 3.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $6 \times 3.5 = 21$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.

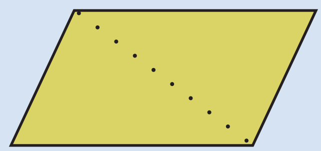
ಎಡಭಾಗದ ಭುಜವು 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಬಲಭಾಗದ ಭುಜಕ್ಕಿರುವ ಅಂತರವನ್ನು 4ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೂ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 21 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಲಭಿಸಬೇಕು. ಆದುದರಿಂದ ಬಲಭಾಗದ ಭುಜಕ್ಕಿರುವ ಅಂತರವು $21 \div 4 = 5.25$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.

1) ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 25 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

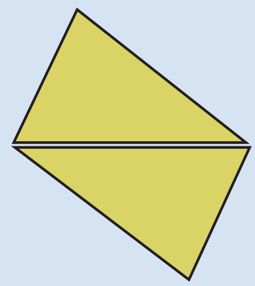
2) ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 25 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, ಸುತ್ತಳತೆ 24 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

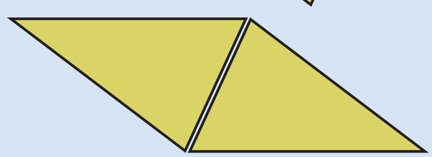
ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಬದಲಾಗದೆ.

ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



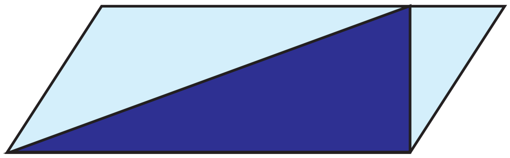
ಕರ್ಣಗಳ ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಉಂಟುಮಾಡಿದ ಹೊಸ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.





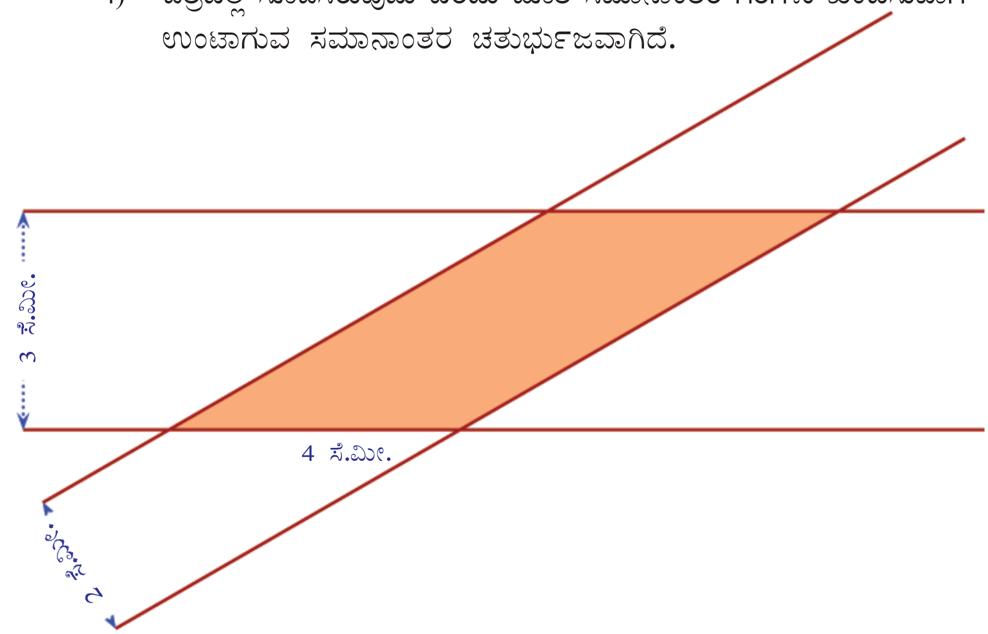
ಈ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಕರ್ಣಗಳು ಮೊದಲನೆಯ ಚಿತ್ರದ ಒಂದು ಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು? ಇನ್ನೊಂದು ಕರ್ಣದ ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಿ ಜೋಡಿಸಿಟ್ಟರೋ?

3) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೆಳಗಿನ ಎರಡು ಮೂಲೆಗಳನ್ನು ಮೇಲಿನ ಭುಜದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ.



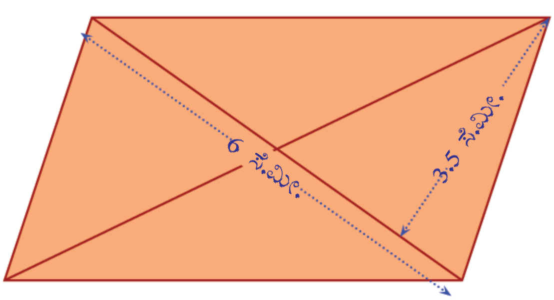
ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ನೀಲಬಣ್ಣವಿರುವ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆ?

4) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಿರುವುದು ಎರಡು ಜೊತೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು ಖಂಡಿಸುವಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ.



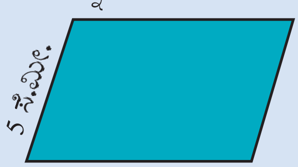
ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು? ಸುತ್ತಳತೆಯೋ?

5) ಕೆಳಗೆ ರಚಿಸಲಾದ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಬದಲಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.



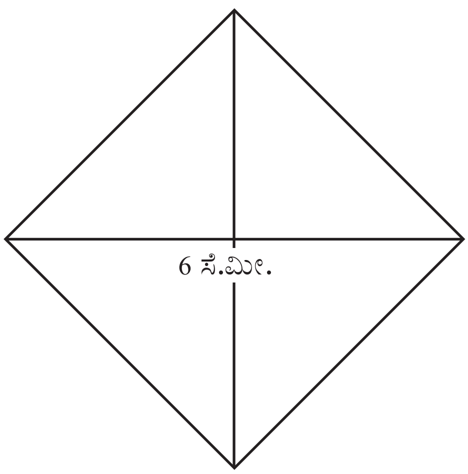
ಕೆಳಗಿನ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವೂ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೂ ಬದಲಾಗದೆ ಎಡ ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗದ ಭುಜಗಳು 10 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು. ಹೇಗೆ ರಚಿಸುವಿರಿ?

ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಎಷ್ಟರ ವರೆಗೆ ಆಗಬಹುದು? ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆ ಏನು?

ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜ

ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೇಳಿದರೆ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು. ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೇಳಿದರೂ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.

ಕರ್ಣಗಳು 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.



ಎರಡು ಜೊತೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರವು ಸಮಾನವಾದ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಯೇನು?

ಇದರ ಸುತ್ತಳತೆ ಎಷ್ಟು?

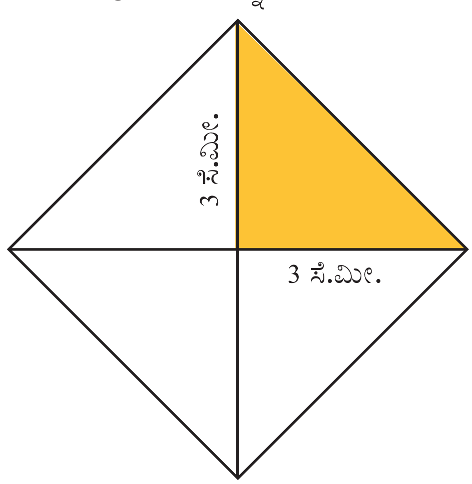
ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಭುಜದ ಉದ್ದದ ವರ್ಗವಾಗಿದೆಯೆಂದು ತಿಳಿದಿದೆ. ಆದರೆ ಈ ಚೌಕದ ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಸುಲಭವಲ್ಲ. ಬದಲಾಗಿ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಆಲೋಚಿಸೋಣ.

ಈ ಚೌಕವು ಸಮಾನವಾದ ನಾಲ್ಕು ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವುದು.

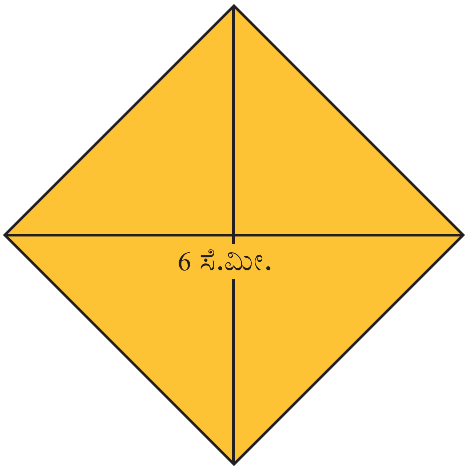
ಎಲ್ಲ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಲಂಬಭುಜಗಳ ಉದ್ದವು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.

ಆದುದರಿಂದ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಸುತ್ತಳತೆ

$\frac{1}{2} \times 3 \times 3 = 4\frac{1}{2}$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್



ಚೌಕದ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, $4 \times 4\frac{1}{2} = 18$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.



ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ, ಕರ್ಣಗಳು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ಲಂಬಭುಜಗಳು $2\frac{1}{2}$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ನಾಲ್ಕು ಸಮಪಾರ್ಶ್ವಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತವು,

$$4 \times \frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2} \text{ ಚ.ಸೆ.ಮೀ.}$$

ಇದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವವನ್ನು ತಿಳಿಯಲು, ಸ್ವಲ್ಪ ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸೋಣ. ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದ d ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ನಾಲ್ಕು ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಲಂಬಭುಜದ ಉದ್ದವು $\frac{1}{2}d$ ಆಗಿದೆ.

ಒಂದು ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}d \times \frac{1}{2}d = \frac{1}{8}d^2$$

ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು,

$$4 \times \frac{1}{8}d^2 = \frac{1}{2}d^2$$

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ,

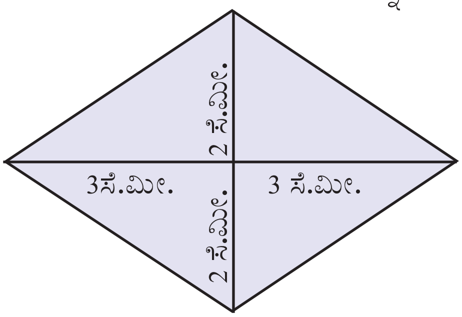
ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಕರ್ಣದ ವರ್ಗದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ.

ಇದರಂತೆ 8 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಬೇಕಾಗಿರುವ ಕರ್ಣದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?

ರಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ಚೌಕವಲ್ಲದ, ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವನ್ನೂ ಕರ್ಣಗಳು ನಾಲ್ಕು ಲಂಬಕೋನತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡುತ್ತವೆ (ಸಮಪಾರ್ಶ್ವವಲ್ಲ). ಆದುದರಿಂದ ಯಾವುದೇ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಕರ್ಣಗಳು 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನೋಡೋಣ.



ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

$$4 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 12 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}$$

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ, ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದವು d_1, d_2 ಆಗಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

$$4 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} d_1 \times \frac{1}{2} d_2 = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

ಅಂದರೆ,

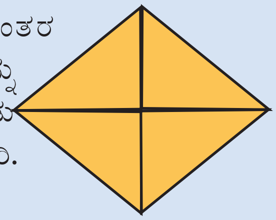
ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಕರ್ಣಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 10 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.

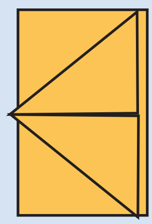
1) $4\frac{1}{2}$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.
2) 9 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವಲ್ಲದ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.
3) ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 216 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಒಂದು ಕರ್ಣದ ಅಳತೆಯು 24 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   i) ಎರಡನೇ ಕರ್ಣದ ಅಳತೆ
   ii) ಭುಜದ ಉದ್ದ
   iii) ಸುತ್ತಳತೆ
   iv) ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರ

ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವೂ ಆಯತವೂ

ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅದರ ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



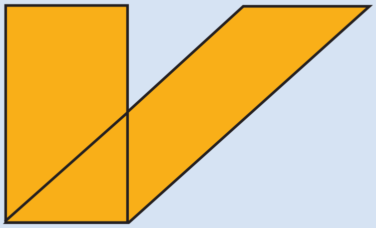
ಇನ್ನು ಕರ್ಣಗಳ ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಿ ಅದನ್ನು ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬೇಕು. ಇವುಗಳನ್ನು ಒಂದು ಆಯತವನ್ನಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಬಹುದು.



ಈ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೇ ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ? ಆಯತದ ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು? ಆಗ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಕರ್ಣಗಳ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು?

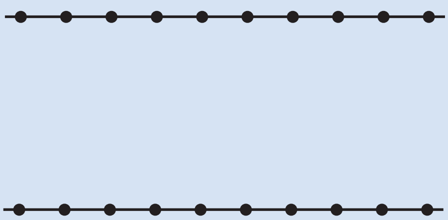
ಆಯತ ಬಾಗಿದರೂ

ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:

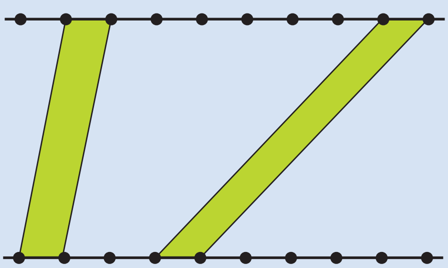


ಇದರಲ್ಲಿನ ಆಯತ ಮತ್ತು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಸಾಧಿಸಬಹುದೇ?

ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಎರಡು ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆದು, ಎರಡರಲ್ಲೂ ಸಮಾನ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಬೇಕು.



ಕೆಳಗಿನ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿನ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರವಿರುವ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಮೇಲಿನ ಗೆರೆಯ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರವಿರುವ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿ ಹಲವು ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನುಂಟು ಮಾಡಬಹುದೇ?



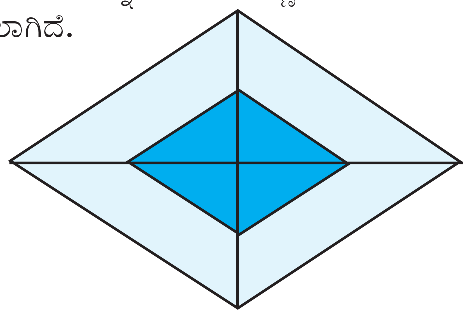
ಇವುಗಳೆಲ್ಲವೂ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಾಗಿದೆಯೇ? ಇವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಕುರಿತು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

4) 68 ಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ಹಗ್ಗದಿಂದ ನೆಲದಲ್ಲಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವನ್ನುಂಟುಮಾಡಲಾಯಿತು. ಇದರ ಎರಡು ವಿರುದ್ಧ ಮೂಲೆಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರವು 16 ಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ.

   i) ಉಳಿದ ಎರಡು ವಿರುದ್ಧ ಮೂಲೆಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರವು ಎಷ್ಟು ಮೀಟರಾಗಿದೆ?

   ii) ಹಗ್ಗವನ್ನು ಆವರಿಸಿರುವ ಸ್ಥಳದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಎಷ್ಟು ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ?

5) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಸಣ್ಣ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ.



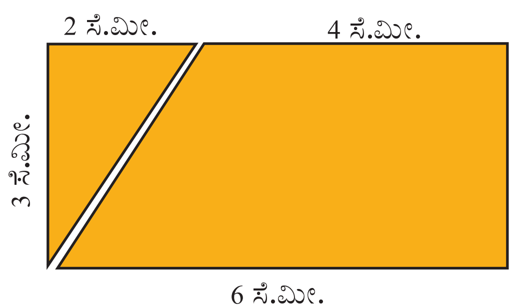
   i) ಈ ಚತುರ್ಭುಜವು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

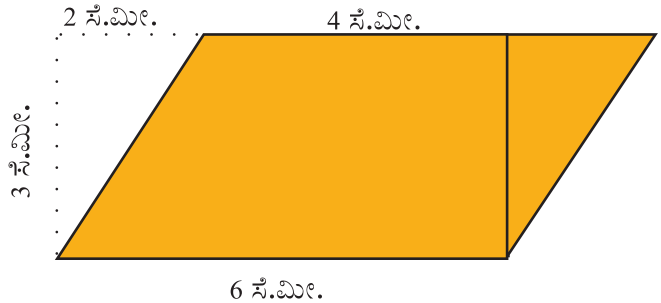
   ii) ಸಣ್ಣ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 3 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ದೊಡ್ಡ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

6) ಭುಜಗಳು 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಒಂದು ಆಯತದೊಳಗೆ ನಿರ್ಮಿಸಬಹುದಾದ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

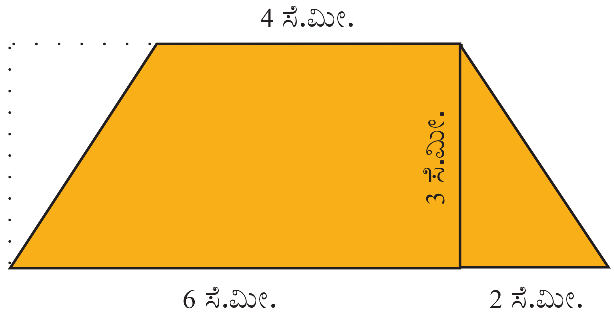
ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬ

ಆಯತದ ಒಂದು ಭುಜದಿಂದ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ತುಂಡರಿಸಿ ಮರುಭಾಗದಲ್ಲಿರಿಸಿ ಸಮಲಂಬವನ್ನು ರಚಿಸಿರುವಿರಲ್ಲವೇ?





ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ಮಗುಚಿ ಇಟ್ಟರೆ ಏನು ಲಭಿಸುವುದು?



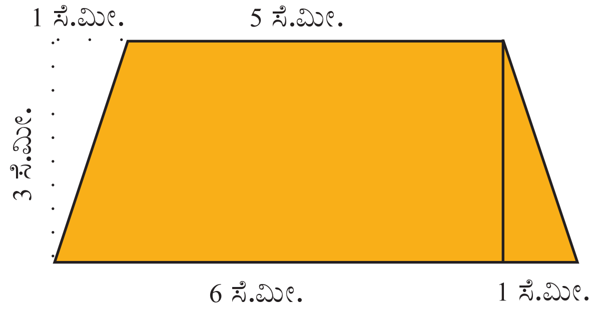
ಈ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೇ ಆಗಿದೆ.

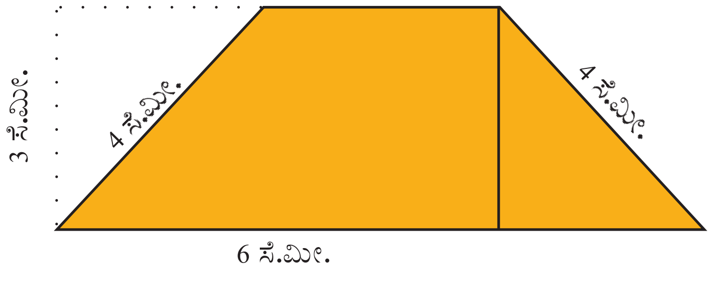
ಅಂದರೆ, 18 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು.

ಇದರ ಇತರ ಯಾವೆಲ್ಲಾ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ?

ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರ ಎಷ್ಟು?

ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ, ಹಲವು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ನೋಡೋಣ:

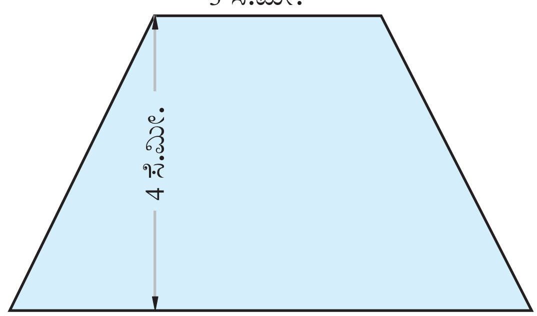




ಈ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 18 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರೇ ಆಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ, ಆಯತದ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ಮೂಲೆಯನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿ, ಕೆಳಗಿನ ಭುಜಗಳನ್ನು ಅದರಷ್ಟೇ ಹೆಚ್ಚಿಸಲಾಯಿತು. ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳ ಮೊತ್ತವು ಆಯತದಷ್ಟೇ ಆಗಿದೆ. ಅಂದರೆ 12 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು.

1) 7 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವೂ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಗಲವೂ ಇರುವ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಇದರಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿರಿ.
   - i) ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 9 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.
   - ii) ಸಮಾನಾಂತರವಲ್ಲದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.

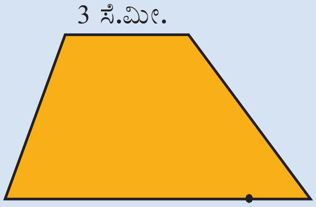
2) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಾಗಿದೆ.



3) ಒಂದು ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬದ ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 14 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಹಾಗೂ ಸಮಾನ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ಇದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ಹೇಗೆ ರಚಿಸುವುದು?

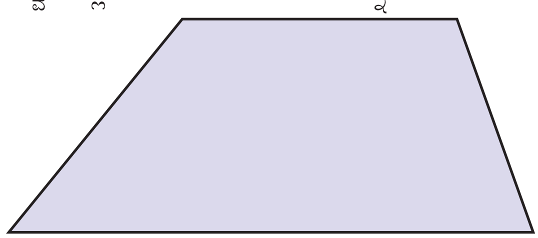
ಈ ಸಮಲಂಬವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:



ಇದರ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜದ ಉದ್ದ 1 ಸೆ.ಮೀ. ಕಡಿಮೆಗೊಳಿಸಿ ಇನ್ನೊಂದು ಸಮಲಂಬವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು. ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಬದಲಾಗಬಾರದು. ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆಯೇ?

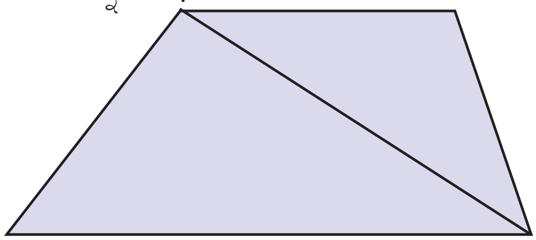
ಸಮಲಂಬ

ಸಮಪಾರ್ಶ್ವವಲ್ಲದ ಒಂದ ಸಮಲಂಬವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:

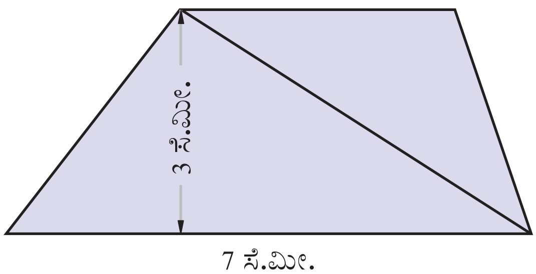


ಇದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು?

ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ, ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನು ಎಳೆದು, ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವ :



ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಕೆಳಗಿನ ಭುಜದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ವಿರುದ್ಧ ಮೂಲೆಯಿಂದಿರುವ ಅಂತರವೂ ಬೇಕಾಗಿದೆ.

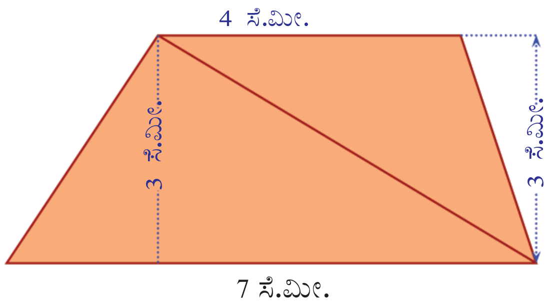


ಈ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

$$\frac{1}{2} \times 7 \times 3 = 10\frac{1}{2} \text{ ಚ.ಸೆ.ಮೀ.}$$

ಇನ್ನು ಮೇಲಿನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೋ?

ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನೂ ವಿರುದ್ಧ ಮೂಲೆಯಿಂದಿರುವ ಅಂತರವನ್ನೂ ಅಳತೆ ಮಾಡಬೇಕು. ಕೆಳಗಿನ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಈ ಅಂತರವು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರೇ ಆಗಿದೆ.

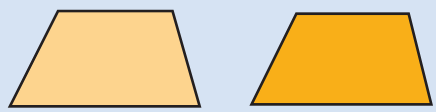


ಮೇಲಿನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

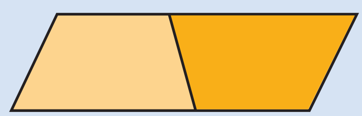
$$\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6 \text{ ಚ.ಸೆ.ಮೀ.}$$

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿ

ಸಮಾನವಾದ ಎರಡು ಸಮಲಂಬಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆಯಬೇಕು.



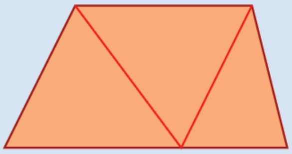
ಒಂದು ಸಮಲಂಬವನ್ನು ತಿರುಗಿಸಿ ಇನ್ನೊಂದು ಸಮಲಂಬಕ್ಕೆ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಜೋಡಿಸಿ ಇಡಬೇಕು.



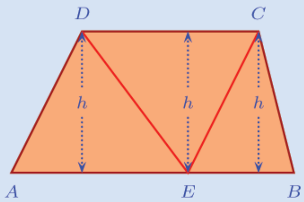
ಈಗ ಅದು ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಯಿತು (ಯಾಕೆ?). ಇದರ ಮೇಲಿನ ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಭುಜಗಳು, ಸಮಲಂಬದ ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿರುವುದಾಗಿದೆ. ಉನ್ನತಿಯು, ಸಮಲಂಬದ ಉನ್ನತಿಯೂ ಆಗಿದೆ. ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಸಮಲಂಬದ ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಉನ್ನತಿಯ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ. ಸಮಲಂಬದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಈ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧವೂ ಆಗಿದೆ.

ಸಮಲಂಬವೂ ತ್ರಿಕೋನಗಳೂ

ಒಂದು ಸಮಲಂಬವನ್ನು ಮೂರು ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ



ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಸಮಲಂಬದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಈ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ?



ಈ ತ್ರಿಕೋನಗಳೆಲ್ಲವೂ ಸಮಾನವಾಗಿವೆ. ಆದುದರಿಂದ ಸಮಲಂಬದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

$$\left(\frac{1}{2}\times h\times AE\right)+\left(\frac{1}{2}\times h\times EB\right)+\left(\frac{1}{2}\times h\times CD\right)$$

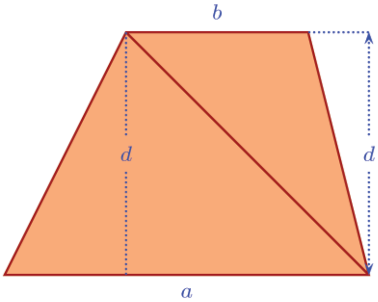
$$\frac{1}{2}\times h(AE+EB+CD)$$

$$\frac{1}{2}\times h(AB+CD)$$

ಸಮಲಂಬದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಈ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ $16\frac{1}{2}$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಮಲಂಬದ ಯಾವೆಲ್ಲ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗಿದೆ?

ಈ ಲೆಕ್ಕದ ಸಮಾನ್ಯವಾದ ರೀತಿಯನ್ನು ತಿಳಿಯಲು, ಒಂದು ಸಮಲಂಬದ ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು a, b ಎಂದೂ ಅವುಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರವನ್ನು d ಎಂದೂ ತೆಗೆಯೋಣ.



ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $\frac{1}{2}ad$ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $\frac{1}{2}bd$ ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಆದುದರಿಂದ ಸಮಲಂಬದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

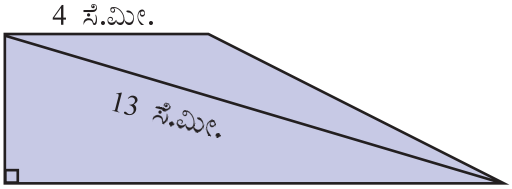
$$\frac{1}{2}ad + \frac{1}{2}bd = \frac{1}{2}(a+b)d$$

ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸದೆ ಸಾಧಾರಣ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದರೋ?

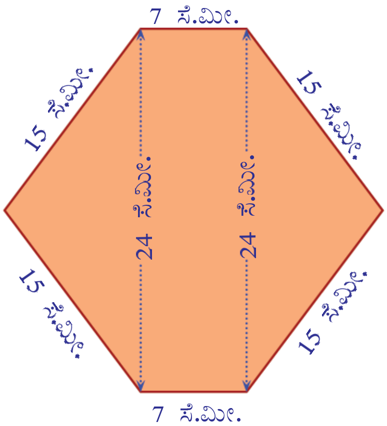
ಸಮಲಂಬದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಅವುಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರದ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ.

1) ಒಂದು ಸಮಲಂಬದ ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 30 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 10 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರ 20 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

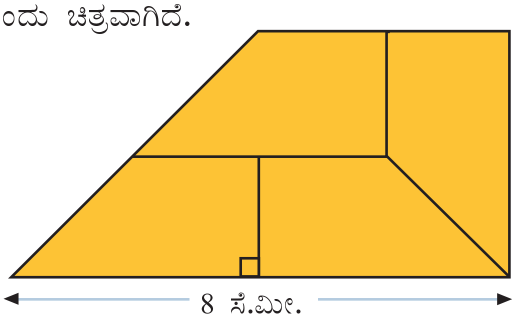
2) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಸಮಲಂಬದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



3) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಷಡ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



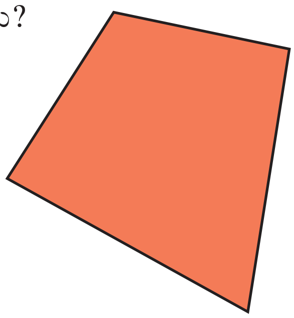
4) ಇದು **ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ರಚನೆ** ಎಂಬ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿದ ಒಂದು ಚಿತ್ರವಾಗಿದೆ.



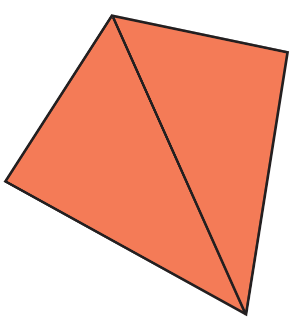
ನಾಲ್ಕು ಸಮಲಂಬಗಳು ಸೇರಿದ ದೊಡ್ಡ ಸಮಲಂಬದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ಚತುರ್ಭುಜ

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು?

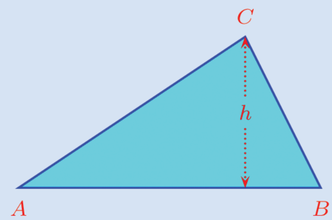


ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನು ಎಳೆದು ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿದರೋ?

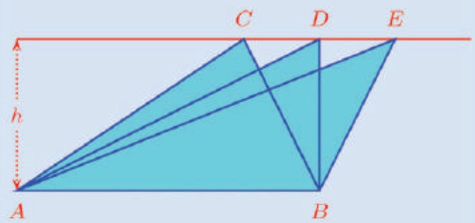


ಕರ್ಣದ ಅಳತೆಯನ್ನು ತಿಳಿದರೆ ಈ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಇನ್ನು ಯಾವ ಅಳತೆಯು ಬೇಕಾಗುವುದು?

ಬದಲಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೂ ಬದಲಾಗುವ ಸುತ್ತಳತೆಯೂ

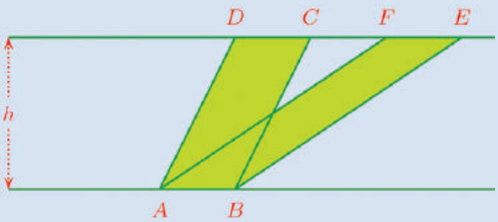


ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ΔABC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $\frac{1}{2} \times AB \times h$ ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. AB ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಒಂದು ಗೆರೆಯ ಮೂಲಕ C ಯನ್ನು ಚಲಿಸುವಂತೆ ಮಾಡಿದರೆ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಬದಲಾಗುವುದು.



ΔABC, ΔABD, ΔABE ಎಂಬವುಗಳಲ್ಲೆಲ್ಲಾ ಮೂರನೇ ಮೂಲೆಯಿಂದ AB ಗಿರುವ ಉನ್ನತಿಯು h ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದು. ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಗಳು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿದೆಯೆಂದು ನೋಡುವಾಗಲೇ ತಿಳಿಯುವುದು. ಸುತ್ತಳತೆಯು ಅತಿ ಕಡಿಮೆಯಿರುವ ತ್ರಿಕೋನದ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಯೇನು?

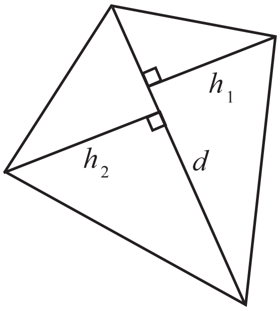
ಕನಿಷ್ಠ ಸುತ್ತಳತೆ



ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $ABCD$ ಎಂಬ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $AB \times h$ ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. CD ಎಂಬ ಭುಜವನ್ನು AB ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ EF ಎಂಬ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಬದಲಾಯಿಸಿದರೂ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $AB \times h$ ಆಗಿರುವುದು. CD ಯ ಸ್ಥಾನವು ಮೇಲಿನ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಿಯಾದರೂ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಬದಲಾಗುವುದು. ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಸುತ್ತಳತೆಯಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಯೇನು?

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಬದಲಾಗದೆ ಸಮಲಂಬದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಬಹುದೇ? ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಸುತ್ತಳತೆಯಿರುವ ಸಮಲಂಬದ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಯೇನು?

ವಿರುದ್ಧ ಮೂಲೆಗಳಿಂದ ಈ ಕರ್ಣಕ್ಕಿರುವ ಅಂತರವನ್ನು ತಿಳಿದರೆ ಸಾಕಾಗುವುದು. ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ d ಎಂದೂ ಈ ಅಂತರಗಳು h_1, h_2 ಎಂದೂ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

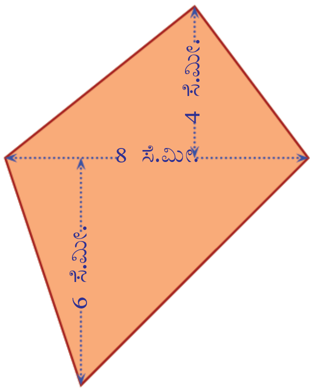


$$\frac{1}{2} dh_1 + \frac{1}{2} dh_2 = \frac{1}{2} d(h_1 + h_2)$$

ಇದನ್ನು ಸಾಧಾರಣ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದರೋ?

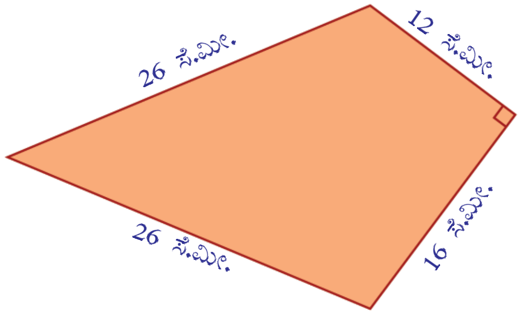
ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಒಂದು ಕರ್ಣ ಮತ್ತು ವಿರುದ್ಧ ಮೂಲೆಯಿಂದ ಕರ್ಣಕ್ಕಿರುವ ಅಂತರಗಳ ಮೊತ್ತದ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ.

1) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

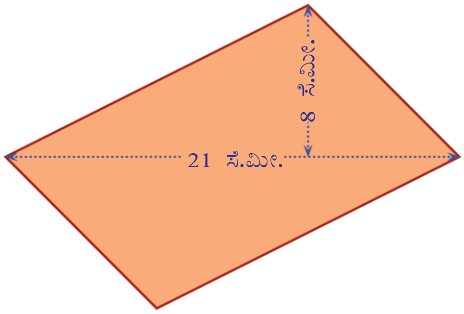


2) ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬಗಳಾದ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಕರ್ಣಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

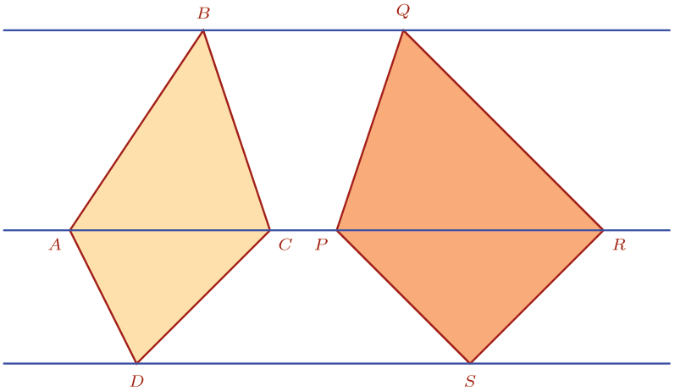
3) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



4) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



5) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಮೂರು ನೀಲಗೆರೆಗಳು ಸಮಾನಾಂತರಗಳಾಗಿವೆ.



ABCD, *PQRS* ಎಂಬೀ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು *AC*, *PR* ಎಂಬೀ ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯೇ ಆಗಿದೆಯೆಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

i) ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮಾನವಾಗಬೇಕಾದರೆ ಕರ್ಣಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಹೇಗಿರಬೇಕು?

ii) 15 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ, ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವೂ ಸಮಲಂಬವೂ ಅಲ್ಲದ ಎರಡು ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಪುನರವಲೋಕನ

ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು	ನನಗೆ ಸಾಧ್ಯವಿದೆ	ಟೀಚರರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಿದೆ	ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮ ಪಡಿಸ ಬೇಕಾಗಿದೆ.
• ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದಿಂದ, ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ವಿಭಿನ್ನ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲಿರುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು.			
• ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ತಿಳಿಯುವುದು.			
• ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು, ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ತಿಳಿಯುವುದು.			
• ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು.			
• ಆಯತದಿಂದ ಅಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬವನ್ನು ರಚಿಸಲಿರುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು.			
• ಯಾವುದೇ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ವಿಧಾನವನ್ನು ತಿಳಿಯುವುದು.			

9

ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳು

+	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
5	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
2	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
1	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
0	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
-1	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
-2	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
-3	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2
-4	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
-5	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0

×	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
5	-25	-20	-15	-10	-5	0	5	10	15	20	25
4	-20	-16	-12	-8	-4	0	4	8	12	16	20
3	-15	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9	12	15
2	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10
1	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5
-2	10	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8	-10
-3	15	12	9	6	3	0	-3	-6	-9	-12	-15
-4	20	16	12	8	4	0	-4	-8	-12	-16	-20
-5	25	20	15	10	5	0	-5	-10	-15	-20	-25

ಹಳೆಯ ಲೆಕ್ಕಗಳು

ಸೊನ್ನೆಗಿಂತಲೂ ಕೆಳಗಿನ ಉಷ್ಣತೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ರೀತಿಯನ್ನು ಏಳನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನೋಡಿದ್ದೇವಲ್ಲವೇ? ನೀರು ತಣಿದು ಮಂಜುಗಡ್ಡೆಯಾಗುವ ಉಷ್ಣತೆಯು 0°C ಆಗಿದೆ, ಅಥವಾ ಸೊನ್ನೆ ಡಿಗ್ರಿ ಸೆಲ್ಸಿಯಸ್ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿರುವುದು. ಅದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಅತಿ ಶೈತ್ಯವಾದ ಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು –1°C, –20.5°C ಎಂಬುದಾಗಿ ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಸಂದರ್ಭ ಬರುತ್ತದೆ.

ಅಳತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಹಲವು ತರಹದ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಮಾನವನು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಿರುವುದು. ಕುರಿ ದನಗಳನ್ನು ಮೇಯಿಸಲು ಕರೆದುಕೊಂಡು ಹೋಗುವ ಪುರಾತನ ಕಾಲದಲ್ಲಿ, ಜೊತೆಯಲ್ಲಿರುವವರ ಮತ್ತು ಜಾನುವಾರುಗಳ ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯಲು, ಮಾನವನಿಗೆ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮಾತ್ರವೇ ಸಾಕಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ಕೃಷಿಯನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವಾಗ ಉದ್ದ, ಭಾರ, ಸಮಯ ಮೊದಲಾದವುಗಳ ಅಳತೆ ಮಾಡುವ ಅಗತ್ಯತೆ ಉಂಟಾಯಿತು. ಇವುಗಳನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡಲು ಒಂದು ಏಕಕ ಬೇಕಾಯಿತು. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ ಈಗಿನ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆಯಲು ಮೀಟರು, ಭಾರವನ್ನು ಅಳೆಯಲು ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ, ಸಮಯವನ್ನು ಅಳೆಯಲು ಸೆಕೆಂಡು ಮೊದಲಾದ ಏಕಕಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತೇವೆ. ಏಕಕಕ್ಕಿಂತಲೂ ಚಿಕ್ಕ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿರುವುದು.

ಕೆಲವು ಆಟಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಮತ್ತು ಕೆಲವು ಪರೀಕ್ಷೆಗಳಲ್ಲಿ ಮಾರ್ಕುಗಳನ್ನು ನೀಡಲು ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಿದೆವು. ಇವುಗಳ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ, ಕೆಲವು ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಿದವುಗಳನ್ನು ನೋಡಿದೆವು.

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ

$$3 - 7 = -(7 - 3) = -4$$

$$2 - 5\tfrac{1}{2} = -\left(5\tfrac{1}{2} - 2\right) = -3\tfrac{1}{2}$$

ಎಂಬುದಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬಹುದು.

ಈ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ತತ್ವವನ್ನು ಏಳನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಹೀಗೆ ಹೇಳಿರುವರು :

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ, ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಳೆಯುವುದು ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥವು, ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆದು ಸಿಗುವುದರ ಋಣವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಬರೆದರೆ x, y ಎಂಬ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ

$x < y$ ಆದರೆ $x - y = -(y - x)$

ಇದರಂತೆ

$$-3 + 7 = 7 - 3 = 4$$

$$-2 + 5\tfrac{1}{2} = 5\tfrac{1}{2} - 2 = 3\tfrac{1}{2}$$

ಎಂಬೀ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ನೋಡಿದೆವು.

ಈ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ತತ್ವ ಈ ರೀತಿಯಾಗಿದೆ:

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ ಒಂದರ ಋಣದೊಂದಿಗೆ ಎರಡನೆಯದನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದು ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥವು, ಎರಡನೆಯದರಿಂದ ಮೊದಲನೆಯದನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡುವುದು ಎಂಬುದಾಗಿದೆ.

ಅಂದರೆ

x, y ಎಂಬ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ

$-x + y = y - x$

ಇವುಗಳೆರಡನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ

$$-7 + 3 = 3 - 7 = -4$$

$$-5\frac{1}{2} + 2 = 2 - 5\frac{1}{2} = -3\frac{1}{2}$$

ಎಂಬೆಲ್ಲಾ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬಹುದು.

ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ,

$$-3 - 7 = -(3 + 7) = -10$$

$$-2 - 5\frac{1}{2} = -\left(2 + 5\frac{1}{2}\right) = -7\frac{1}{2}$$

ಎಂದೂ ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ.

ಎಣಿಕಾಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕ್ರಿಯೆಗಳು

ಎರಡು ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ ಉಂಟಾಗುವುದು ಎಂಬ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದಿಂದ ಎಣಿಕಾಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನ ಎಂಬ ಕ್ರಿಯೆ ಉಂಟಾಗುವುದು. ಒಂದೇ ರೀತಿ ಇರುವ ಹಲವು ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಿ ತೆಗೆಯಲು, ಅವುಗಳನ್ನು ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗಿರುವ ಗುಂಪುಗಳನ್ನಾಗಿಸುವ ಸೌಕರ್ಯವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಂಡಾಗ, ಆವರ್ತನ ಸಂಕಲನ ಎಂಬ ಆಶಯ ಉಂಟಾಗಿರುವುದು ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಅಪವರ್ತ್ಯವೆಂಬ ಹೆಸರಿನಿಂದ ಕರೆದಿರುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ, ತೆಂಗಿನಕಾಯಿ, ಮತ್ತಿತರ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಿ ತೆಗೆಯುವಾಗಲೂ ಎರಡೆರಡಾಗಿ, ಮೂರುಮೂರಾಗಿ, ಎಣಿಕೆ ಮಾಡಿದ ಮೇಲೆ 2ರಿಂದಲೋ ಮೂರರಿಂದಲೋ ಗುಣಿಸಿ ಹೇಳುವ ಸಂಪ್ರದಾಯವಿದೆ.

ಈ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಂಡೆವು.

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ ಒಂದರ ಋಣದಿಂದ ಎರಡನೆಯದ್ದನ್ನು ಕಳೆಯುವುದು ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥವು ಈ ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ ಋಣವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುವುದು ಎಂದಾಗಿದೆ.

ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದರೆ

x, y ಎಂಬ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ

$-x - y = -(x + y)$.

ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದ ತತ್ವವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿರಿ.

i) $5 - 10$ ii) $-10 + 5$

iii) $-5 - 10$ iv) $-5 - 5$

v) $-5 + 5$ vi) $-\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}$

vii) $-\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2}$ viii) $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

ಋಣವೇಗ

ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದರಿಂದ ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿಯೂ ಇದು ಪ್ರಯೋಜನ ಕಾರಿಯಾಗಿದೆ. ಏಳನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಂಡಿರುವ ಇಂತಹ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಪುನಃ ನೋಡೋಣ. (**ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳು** ಎಂಬ ಪಾಠದಲ್ಲಿ **ವೇಗದ ಲೆಕ್ಕಗಳು, ಋಣವೇಗಗಳು** ಎಂಬೀ ಭಾಗಗಳು)

ಭಿನ್ನರಾಶಿಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕ್ರಿಯೆಗಳು

ಏಕಕಗಳಿಗಿಂತ ಸಣ್ಣದಾಗಿರುವ ಎರಡು ಉದ್ದಗಳನ್ನೋ ಭಾರಗಳನ್ನೋ ಒಟ್ಟು ಸೇರಿಸಿದ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು ಎಂಬ ಅವಶ್ಯಕತೆಯು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಸಂಕಲನ ಎಂಬ ಗಣಿತ ಕ್ರಿಯೆಗೆ ಮುನ್ನಡೆಸಿರುವುದು. ಏಕಕದ ಸಣ್ಣದೊಂದು ಭಾಗವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು, ಅದರ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕುವುದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಗುಣಾಕಾರ. ಇದು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರದಂತೆ ಆವರ್ತನ ಸಂಕಲನವಲ್ಲ. ಅಂದರೆ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಹೆಸರಿನಲ್ಲಿರುವ (ಒಂದೇ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆಯುವ) ಕ್ರಿಯೆಗಳಿಗೆ ಸಂದರ್ಭಗಳಿಗನುಸರಿಸಿ ಅರ್ಥ ಬದಲಾಗುವುದು.

ನೆಲದಿಂದ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಎಸೆಯುವ ಒಂದು ವಸ್ತು ಅತೀ ಎತ್ತರಕ್ಕೆ ತಲುಪಿದ ಮೇಲೆ ಅದು ಕೆಳಕ್ಕೆ ಬೀಳುವುದು ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ಅನುಭವವಾಗಿದೆ. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಒಂದು ಲೆಕ್ಕವಿದೆ. ನೇರ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಎಸೆಯುವುದಾದರೆ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸೆಕೆಂಡಿನಲ್ಲೂ 9.8 ಮೀಟರು/ಸೆಕೆಂಡು ಎಂಬಂತೆ ವೇಗವು ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದು. ಹೀಗೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿ, ವೇಗವೇ ಇಲ್ಲದಾಗುವಾಗ ಕೆಳಕ್ಕೆ ಬೀಳಲು ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವುದು. ಹೀಗೆ ಬೀಳುವಾಗ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸೆಕೆಂಡಿನಲ್ಲೂ 9.8 ಮೀಟರು/ಸೆಕೆಂಡು ಎಂಬಂತೆ ವೇಗವು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತಾ ಬರುವುದು.

ಇನ್ನು 2 ಸೆಕೆಂಡು ಅನಂತರದ ವೇಗವಾಗಿದೆ ಬೇಕಾಗಿರುವುದು. ಈ 2 ಸೆಕೆಂಡಿನಲ್ಲೂ ಅತೀ ಹೆಚ್ಚಿನ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣವು ಕೆಳ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಆಗಿರುವುದು. 2 ಸೆಕೆಂಡು ಕಳೆದಾಗ ವೇಗವು $2 \times 9.8 = 19.6$ ಮೀಟರು/ಸೆಕೆಂಡು ಆಗಿರುವುದು.

5 ಸೆಕೆಂಡುಗಳಾಗುವಾಗ ವೇಗವು $49 - (5 \times 9.8) = 0$ ಆಗುವುದು. ಅನಂತರದ್ದು ಪ್ರಯಾಣ ಕೆಳಭಾಗಕ್ಕಾಗಿರುವುದು. ವೇಗವು ಹಳೆಯ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೆ ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದು.

ಆಗ, ವಸ್ತುವನ್ನು ಎಸೆದ ಮೇಲೆ 7 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ಅನಂತರ ವೇಗವು ಏನಾಗುವುದು? 5 ಸೆಕೆಂಡುಗಳಾಗುವಾಗ ವೇಗವು ಸೊನ್ನೆಯಾಯಿತು. ಇನ್ನಿರುವ 2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣವು ಕೆಳಭಾಗಕ್ಕಾಗಿರುವುದು. ಈ ವೇಗವು $2 \times 9.8 = 19.6$ ಮೀಟರು/ಸೆಕೆಂಡುಗಳು.

ಎಸೆದ ಮೇಲೆ 9 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ಅನಂತರದ ವೇಗವೆಷ್ಟು?

ಈ ಪ್ರಯಾಣದ ವಿವರಗಳನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡೋಣ.

ಎಸೆದ ಮೇಲೆ t ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ಅನಂತರ ವೇಗವು ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?

ಐದು ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ವರೆಗೆ, ಕಡಿಮೆಯಾಗುವ ವೇಗದೊಂದಿಗೆ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಪ್ರಯಾಣ. ಅಂದರೆ $t < 5$ ಆದರೆ, ವೇಗವು $49 - 9.8t$ ಮೀಟರು/ಸೆಕೆಂಡುಗಳು.

ಐದು ಸೆಕೆಂಡುಗಳಾಗುವಾಗ, ವೇಗವು ಸೊನ್ನೆಯಾಗುವುದು; ಅನಂತರದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ಕಳೆಯುವಾಗ ಅಧಿಕವಾಗುವ ವೇಗದೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಯಾಣವು ಕೆಳಭಾಗಕ್ಕಾಗುವುದು. ಅಂದರೆ, $t > 5$ ಆದರೆ, $(t - 5)$ ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣವು ಕೆಳಭಾಗಕ್ಕಾಗುವುದು. ಆಗ ವೇಗವು $9.8\,(t - 5) = 9.8t - 49$ ಮೀಟರು/ಸೆಕೆಂಡು.

ಆಗ t ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ ವೇಗವು v ಮೀಟರು/ಸೆಕೆಂಡು ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, v ಮತ್ತು t ಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಹೀಗೆ ವಿಭಿನ್ನರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬೇಕಾಗುವುದು:

$$v = \begin{cases} 49 - 9.8t, & t < 5 \text{ ಆದರೆ} \\ 0, & t = 5 \text{ ಆದರೆ} \\ 9.8t - 49, & t > 5 \text{ ಆದರೆ} \end{cases}$$

ಕೆಳಕ್ಕಿರುವ ವೇಗಗಳನ್ನು ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಬರೆದರೋ?

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ 8 ಸೆಕೆಂಡಿನ ವೇಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಮೇಲಿನ ಸಮವಾಕ್ಯದ ಮೂರನೇ ಭಾಗವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕು $(9.8 \times 8) - 49 = 29.4$ ಮೀಟರು/ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ಎಂದು ಲಭಿಸುವುದು.

ಈಗ ವೇಗವು ಕೆಳಕ್ಕೆ ಆದುದರಿಂದ, -29.4 ಮೀಟರ್/ಸೆಕೆಂಡ್ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಈ ಸಮವಾಕ್ಯದ ಮೊದಲ ಭಾಗವಾದ $49 - 9.8t$ ಎಂಬುದರಲ್ಲಿ $t = 8$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ $v = 49 - (9.8 \times 8) = -29.4$ ಮೀಟರ್/ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ಎಂಬುದಾಗಿಯೇ ಲಭಿಸುವುದು.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವೇಗವನ್ನು ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಬರೆದರೆ, ಸಮಯ ಮತ್ತು ವೇಗಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು

$$v = 49 - 9.8t$$

ಎಂಬ ಒಂದೇ ಒಂದು ಸಮವಾಕ್ಯದಲ್ಲಿ ಒಳಪಡಿಸಬಹುದು.

ಇದರಲ್ಲಿ ಮತ್ತೊಂದು ಸೌಕರ್ಯವಿದೆ. ವೇಗ ಧನಸಂಖ್ಯೆಯೋ, ಋಣಸಂಖ್ಯೆಯೋ ಎಂಬುದರಿಂದ, ಪ್ರಯಾಣವು ಮೇಲಕ್ಕೋ ಕೆಳಕ್ಕೋ ಎಂಬುದನ್ನು ಮನವರಿಕೆ ಮಾಡಬಹುದು.

ಗಣಿತಲೋಕ

ಪ್ರಾಚೀನ ಕಾಲದಿಂದಲೂ ವಿಜ್ಞಾನಿಗಳು ಭ್ರಮಣವನ್ನು ಮತ್ತು ಇತರ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಹಲವು ರೀತಿಯ ಗಣಿತಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿರುವರು. ಆದರೆ ಚಲನೆಗೆ ಮತ್ತು ಉಷ್ಣತೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ತತ್ವಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದೆಂಬ ಚಿಂತನೆಯು ಪ್ರಬಲ ಮಾಡುವುದು, 14ನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಯುರೋಪಿನಲ್ಲಾಗಿದೆ. ಇದರ ಮುಂದುವರಿಕೆಯಾಗಿ 17ನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಇಟಲಿಯಲ್ಲಿ ಗೆಲಿಲಿಯೊ ಗೆಲಿಲಿ, ಎತ್ತರದಿಂದ ಎಸೆಯುವ ವಸ್ತು ಸಂಚರಿಸುವ ದೂರವು ಸಮಯದ ವರ್ಗದ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಮಡಿಯಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನೂ ಮತ್ತು ಇತರ ವಿವರಗಳನ್ನೂ ಕಂಡುಹಿಡಿದನು. ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರ ಇವುಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಅವನು ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಹೇಳಿರುವನು.

ಪ್ರಪಂಚವೆಂಬ ಮಹಾಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ ತತ್ವ ಚಿಂತನೆಗಳನ್ನು ಬರೆದಿರುವುದು. ಅದನ್ನು ಮನದಟ್ಟು ಮಾಡಬೇಕಾದರೆ ಅದನ್ನು ಬರೆದಿರುವ ಭಾಷೆ ತಿಳಿದಿರಬೇಕು; ಅದು ಗಣಿತ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಾಗಿದೆ.

98 ಮೀಟರ್/ಸೆಕೆಂಡ್ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಲಂಬವಾಗಿ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಎಸೆದ ವಸ್ತುವಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸೆಕೆಂಡಿನಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸಿದ ವೇಗ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಒಂದು ಸಮವಾಕ್ಯ ಯಾವುದು? ಈ ವಸ್ತು ಎಷ್ಟು ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ ಅತಿ ಎತ್ತರಕ್ಕೆ ತಲುಪುವುದು? 13 ಸೆಕೆಂಡ್ ಆಗುವಾಗ ವಸ್ತುವಿನ ವೇಗ ಎಷ್ಟು? ಸಂಚರಿಸುವುದು ಮೇಲಕ್ಕೋ ಕೆಳಕ್ಕೋ?

ಕೂಡಿಸುವ ಕಳೆಯುವ ಹೊಸವಿಧಾನ

$v = 49 - 9.8t$ ಎಂಬುದರಲ್ಲಿ

$t = 3$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ $v = 19.6$ ಎಂದೂ

$t = 5$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ $v = 0$ ಎಂದೂ,

$t = 7$ ಎಂದು ತೆಗೆದಾಗ $v = -19.6$ ಎಂಬುದಾಗಿ ಲಭಿಸುವುದು.

ಇಲ್ಲಿ t ಯಾಗಿ ವ್ಯತ್ಯಸ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವಾಗ v ಯಾಗಿ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಸೊನ್ನೆ, ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಲ್ಲಾ ಲಭಿಸುವುದು.

ಯಾವುದೇ ತರದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು v ಎಂಬ ಒಂದೇ ಒಂದು ಅಕ್ಷರದಿಂದ ಸೂಚಿಸುವುದು.

ಇದು ಬೀಜಗಣಿತದ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ಒಂದು ವಿಧಾನವಾಗಿದೆ. ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ, ಯಾವುದೇ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬರೆಯದೇ ಅಕ್ಷರಗಳಿಂದ ಸೂಚಿಸುವುದು. ಆಗ x, y ಎಂಬಂತಿರುವ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು, ಸಂದರ್ಭಗಳಿಗನುಸಾರವಾಗಿ, ಧನಸಂಖ್ಯೆ ಗಳಾಗಿಯೂ ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿಯೂ ತೆಗೆಯುವುದು ಸಂಪ್ರದಾಯವಾಗಿದೆ.

ಈ ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:

$$z = x + y$$

ಇದರಲ್ಲಿ $x = -10, y = 3$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ಈ ಮೊದಲು ನೋಡಿದಕ್ಕನುಸರಿಸಿ,

$$z = -10 + 3 = -7$$

ಇದರಂತೆ

$x = -3, y = 10$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ,

$$z = -3 + 10 = 7$$

$x = 10, y = -3$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ?

$$z = 10 + (-3)$$

ಇದರ ಅರ್ಥವೇನು?

ಎರಡು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುವಾಗ, ಯಾವುದನ್ನು ಬೇಕಾದರೂ ಮೊದಲು ತೆಗೆಯಬಹುದು. ಈ ತತ್ವವು ಇಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾಗಬೇಕಾದರೆ,

$$10 + (-3) = -3 + 10$$

ಎಂಬ ಅರ್ಥವನ್ನು ಭಾವಿಸಬೇಕು.

ಅಂದರೆ,

$$z = 10 + (-3) = -3 + 10 = 10 - 3 = 7$$

ಇದರಂತೆ, $x = 8, y = -2$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿರಿ.

$x = -10,\ y = -3$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೋ?

$$z = -10 + (-3)$$

ಈ ಮೊದಲೇ ಮಾಡಿದಂತೆ -3 ನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದು ಎಂಬುದು 3 ನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕೆಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ,

$$z = -10 + (-3) = -10 - 3 = -13.$$

$x = -5$ ಮತ್ತು $y = -6$ ಆದರೋ?

ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ

$$7 + (-5) = 7 - 5 = 2$$

$$-7 + (-5) = -7 - 5 = -12$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ

ಒಂದು ಧನಸಂಖ್ಯೆಯ ಋಣವನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದು ಅಂದರೆ, ಆ ಧನಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯುವುದು ಎಂದು ಅರ್ಥ.

ಇದರಂತೆ ಕಳೆಯುವುದಕ್ಕೂ ಅರ್ಥವನ್ನು ನೀಡಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ ಈ ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

$$z = x - y$$

ಇದರಲ್ಲಿ $x = 10, y = 3$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ

$$z = 10 - 3 = 7$$

$x = 3, y = 10$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ

$$z = 3 - 10 = -7$$

$x = 10, y = -3$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೋ?

$$z = 10 - (-3)$$

ಒಂದು ಧನಸಂಖ್ಯೆಯ ಋಣವನ್ನು ಕಳೆಯುವುದನ್ನು ಇದುವರೆಗೆ ನೋಡಲಿಲ್ಲವಲ್ಲವೇ ಇದರ ಅರ್ಥವೇನು?

ಹೀಗೆ ಆಲೋಚಿಸಬಹುದು: $10 - 3$ ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥವು, 3 ರೊಂದಿಗೆ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆ ಕೂಡಿಸಿದರೆ 10 ಲಭಿಸುವುದು ಎಂದಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಅಂದರೆ $3 + 7 = 10$; ಆದುದರಿಂದ $10 - 3 = 7$

ಇದನ್ನನುಸರಿಸಿ $10 - (-3)$ ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥವು, -3 ರೊಂದಿಗೆ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ 10 ಲಭಿಸುವುದು.

-3 ರೊಂದಿಗೆ 3 ಕೂಡಿಸಿದರೆ 0 ಆಗುವುದು. 10 ಸಿಗಲು ಇನ್ನು 10ನ್ನು ಕೂಡಿಸಬೇಕು. ಒಟ್ಟು $10 + 3 = 13$ ಕೂಡಿಸಬೇಕು. ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ

$$10 - (-3) = 10 + 3 = 13$$

ಅಂದರೆ 10ರಿಂದ -3 ಕಳೆಯುವುದು ಎಂಬುದಕ್ಕೆ, 10ರೊಂದಿಗೆ 3ನ್ನು ಕೂಡಿಸಬೇಕು ಎಂಬುದಾಗಿದೆ ಅರ್ಥಕೊಡುವುದು.

ಇದರಂತೆ, $x = -10, y = -3$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೋ?

$$z = -10 - (-3)$$

ಇಲ್ಲಿಯೂ -3 ಕಳೆಯುವುದು ಎಂಬುದಕ್ಕೆ 3 ಕೂಡಿಸುವುದು ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ

$$z = -10 + 3 = -7$$

ಈ ರೀತಿಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿ

$$7 - (-5) = 7 + 5 = 12$$

$$15 - (-8) = 15 + 8 = 23$$

$$-7 - (-5) = -7 + 5 = -2$$

$$-15 - (-8) = -15 + 8 = -7$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ

ಒಂದು ಧನಸಂಖ್ಯೆಯ ಋಣವನ್ನು ಕಳೆಯುವುದು ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥವು ಆ ಧನಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದು ಎಂದಾಗಿದೆ.

ನಿರ್ವಚನಗಳು

ಒಂದು ಪದದ ಅಥವಾ ಆಶಯದ ವಿಶದೀಕರಣ ವನ್ನಾಗಿದೆ ನಿರ್ವಚನ ಎಂದು ಹೇಳುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ

ಷಡ್ಪದಿ ಎಂದರೆ ಆರು ಕಾಲುಗಳಿರುವ ಜೀವಿ ಯಾಗಿದೆ ಎಂಬುದು ಜೀವಶಾಸ್ತ್ರದ ಒಂದು ನಿರ್ವಚನವಾಗಿದೆ.

ಇದರಂತೆ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥವು $\frac{1}{2}$ ರ $\frac{1}{3}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ.

ಎಂಬುದು ಗಣಿತದ ಒಂದು ನಿರ್ವಚನವಾಗಿದೆ. ಇದರ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ ಎಂದು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕುವುದು.

ಈ ನಿರ್ವಚನಕ್ಕನುಸರಿಸಿ,

$$0 - (-3) = 0 + 3 = 3$$

$0 - 3$ ನ್ನು -3 ಎಂದು ಬರೆಯುವಂತೆ $0 - (-3)$ ನ್ನು $-(-3)$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

$$-(-3) = 0 - (-3) = 0 + 3 = 3$$

$-(-(-3))$ ಆದರೋ?

$-(-3) = 3$; ಆಗ $-(-(-3)) = -3$

ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ :

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಋಣದ ಋಣವೆಂಬುದು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಿದೆ.

ಅಂದರೆ

x ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ, $-(-x) = x$

1) x ಗೆ ಹಲವು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು, ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು, ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ನೀಡಿ $x + 1$, $x - 1$, $1 - x$ ಇವುಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿರಿ. ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳು ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಸರಿಯಾಗುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೋಧಿಸಿರಿ.

i) $(1 + x) + (1 - x) = 2$ ii) $x - (x - 1) = 1$

iii) $1 - x = -(x - 1)$

2) x, y ಗಳಿಗೆ ಹಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿ $x+y, x-y$ ಇವುಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿರಿ. ಹಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳು ಸರಿಯಾಗುವುದೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರಿಶೋಧಿಸಿರಿ.

i) $(x + y) - x = y$

ii) $(x + y) - y = x$

iii) $(x - y) + y = x$

ಉಪಯೋಗಗಳು

ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಒಂದೇ ದಿಕ್ಕಿಗೆ ಸ್ವಲ್ಪ ದೂರಕ್ಕೆ, ಅನಂತರ ಅದೇ ದಿಕ್ಕಿಗೋ, ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿಗೋ ಇನ್ನೂ ಸ್ವಲ್ಪ ದೂರಕ್ಕೆ ಸಂಚರಿಸುವುದನ್ನು ಊಹಿಸಿರಿ. ಕೊನೆಗೆ, ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದ ಸ್ಥಾನದಿಂದ ಎಲ್ಲಿಗೆ ತಲುಪಿರುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯ ಬೇಕಾಗಿರುವುದು. ಹಲವು ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಹೀಗೆ ಸಂಚರಿಸುವುದನ್ನು ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿ ಒಂದು ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಮೊದಲು ಸಂಚರಿಸಿರುವುದು	ಅಲ್ಲಿಂದ ನಂತರ ಸಂಚರಿಸಿರುವುದು	ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ತಲುಪಿದ ಸ್ಥಾನ
5 ಮೀಟರು ಬಲಕ್ಕೆ	3 ಮೀಟರು ಬಲಕ್ಕೆ	8 ಮೀಟರು ಬಲಕ್ಕೆ
3 ಮೀಟರು ಬಲಕ್ಕೆ	5 ಮೀಟರು ಬಲಕ್ಕೆ	
5 ಮೀಟರು ಬಲಕ್ಕೆ	3 ಮೀಟರು ಎಡಕ್ಕೆ	2 ಮೀಟರು ಬಲಕ್ಕೆ
3 ಮೀಟರು ಎಡಕ್ಕೆ	5 ಮೀಟರು ಬಲಕ್ಕೆ	
5 ಮೀಟರು ಎಡಕ್ಕೆ	3 ಮೀಟರು ಬಲಕ್ಕೆ	
3 ಮೀಟರು ಬಲಕ್ಕೆ	5 ಮೀಟರು ಎಡಕ್ಕೆ	
5 ಮೀಟರು ಎಡಕ್ಕೆ	3 ಮೀಟರು ಎಡಕ್ಕೆ	
3 ಮೀಟರು ಎಡಕ್ಕೆ	5 ಮೀಟರು ಎಡಕ್ಕೆ	

ಬಲಕ್ಕೆ, ಎಡಕ್ಕೆ ಎಂಬೀ ವಿಶೇಷತೆಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲದಂತೆ ಮಾಡಲು, ಬಲಭಾಗಕ್ಕೆ ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರವನ್ನೆಲ್ಲಾ ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದಲೂ, ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದಲೂ ಬರೆದರೋ?

ಮೊದಲು ಸಂಚರಿಸಿರುವುದು	ಅಲ್ಲಿಂದ ನಂತರ ಸಂಚರಿಸಿರುವುದು	ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ತಲುಪಿದ ಸ್ಥಾನ
5 ಮೀಟರು	3 ಮೀಟರು	8 ಮೀಟರು
3 ಮೀಟರು	5 ಮೀಟರು	8 ಮೀಟರು
5 ಮೀಟರು	–3 ಮೀಟರು	2 ಮೀಟರು
–3 ಮೀಟರು	5 ಮೀಟರು	2 ಮೀಟರು
–5 ಮೀಟರು	3 ಮೀಟರು	–2 ಮೀಟರು
3 ಮೀಟರು	–5 ಮೀಟರು	–2 ಮೀಟರು
–5 ಮೀಟರು	–3 ಮೀಟರು	–8 ಮೀಟರು
–3 ಮೀಟರು	–5 ಮೀಟರು	–8 ಮೀಟರು

ಈ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲೂ ಕೊನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಯು, ಮೊದಲ ಮತ್ತು ಎರಡನೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಲ್ಲವೇ?

ಹಲವು ದೂರ ಒಂದು ವಾಕ್ಯ

ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ ಹಲವು ದೂರವನ್ನು ಒಂದೇ ದಿಕ್ಕಿಗೂ, ಅನಂತರ ಹಲವು ದೂರ ಅದೇ ದಿಕ್ಕಿಗೂ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿಗೋ ಸಂಚರಿಸುವ ವಸ್ತುವಿನ ಕೊನೆಯ ಸ್ಥಾನವನ್ನು, ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸದೆ ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಬರೆದರೋ?

ಮೊದಲು ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರ x, ಎರಡನೇ ಸಲ ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರ y, ಕೊನೆಯ ಸ್ಥಾನ z ದೂರವಾದರೆ, x, y ಎಂಬಿವುಗಳು ಒಂದೇ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಾದರೆ $z = x + y$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. x ಬಲಭಾಗಕ್ಕೂ, y ಎಡಭಾಗಕ್ಕೂ ಆದರೋ? $x > y$ ಆದರೆ $z = x - y$ ಬಲಭಾಗಕ್ಕೆ, $x < y$ ಆದರೆ $z = y - x$ ಎಡಕ್ಕೆ ಎಂದು ಹೇಳಬೇಕು.

x ಎಡಕ್ಕೂ y ಬಲಕ್ಕೂ ಆದರೋ?

ಆಗ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ದೂರವನ್ನು ಬರೆದರೆ, ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಮೊದಲ ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಸಾಕು. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ, 23 ಮೀಟರು ಎಡಕ್ಕೂ 15 ಮೀಟರ್ ಬಲಕ್ಕೂ ಸಂಚರಿಸಿದರೆ, ಸ್ಥಾನ ಬದಲಾವಣೆಯು

$$-23 + 15 = -8$$

ಅಂದರೆ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದ ಸ್ಥಾನದಿಂದ 8 ಮೀಟರ್ ಎಡಕ್ಕೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯ ವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು x ಮೀಟರೂ ಅನಂತರ y ಮೀಟರಾಗಿ ಸಂಚರಿಸುವುದಾದರೆ, ಸ್ಥಾನ ಬದಲಾವಣೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು

$$z = x + y$$

ಎಂಬ ಒಂದೇ ಸಮವಾಕ್ಯ ಸಾಕಾಗುವುದು.

ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸದೆ, ಎಡಕ್ಕೂ, ಬಲಕ್ಕೂ ಇರುವ ದೂರವನ್ನು ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಸ್ಥಾನ ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನು ಬರೆಯಲು ಎಷ್ಟು ಸಮವಾಕ್ಯಗಳ ಅಗತ್ಯವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಆಲೋಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು, ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ರೀತಿ ಅಕ್ಷರಗಳಿಂದ ಸೂಚಿಸುವುದರಿಂದ ಇತರ ಕೆಲವು ಸೌಕರ್ಯವಿರುವುದು. ಈ ಮೊದಲು ಕಂಡುಕೊಂಡ ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

> ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು. ಅಂದರೆ, ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆದು ಲಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಋಣವನ್ನು ಬರೆಯುವುದು ಎಂಬುದಾಗಿದೆ ಅರ್ಥ.

x, y ಎಂಬುದು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೂ
$x < y$ ಆದರೆ $x - y = -(y - x)$

ಇದರಲ್ಲಿ $x < y$ ಅಲ್ಲದಿದ್ದರೆ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ $x = 7, y = 3$ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ

$$x - y = 7 - 3 = 4$$

$$y - x = 3 - 7 = -4$$

$$-(y - x) = -(-4) = 4$$

ಆದುದರಿಂದ $x - y = -(y - x)$.

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಇತರ ಜೊತೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.
$x - y = -(y - x)$ ಎಂಬುದು ಸರಿಯಲ್ಲವೇ?

ಇನ್ನು ಇದರಲ್ಲಿ x, y ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಲೇ ಬೇಕೇ? ಉದಾಹರಣೆಗೆ,
$x = 8, y = -3$ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ

$$x - y = 8 - (-3) = 11$$

$$y - x = -3 - 8 = -11$$

$$-(y - x) = -(-11) = 11$$

$x - y = -(y - x)$ ಎಂಬುದು ಇದರಲ್ಲೂ ಸರಿಯಾಗುವುದು.

ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಹಾಗೂ ಇತರ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ಇದು ಸರಿಯಾಗುವುದಿಲ್ಲವೇ? ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಹಿಂದೆ ಹೇಳಿದ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯಾಜೋಡಿಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದುದಾಗಿದೆ.

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೂ ಒಂದನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯುವುದು ಎಂದರೆ ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಒಂದನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯುವುದರ ಋಣವಾಗಿದೆ.

x, y ಎಂಬೀ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ
$x - y = -(y - x)$

ಇನ್ನು ಎರಡನೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.
ಒಂದು ಧನಸಂಖ್ಯೆಯ ಋಣದೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಧನಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿರಿ ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥವು ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯುವುದು.

ಎಂದರೆ,

x, y ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೆ $-x + y = y - x$.

ಇದು ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ (ಧನ, ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ) ಹೊಂದಿಕೆಯಾಗುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $-x + y = -(-7) + 3 = 10$ ಎಂದು ತೆಗೆದರೆ,

$$y - x = 3 - (-7) = 3 + 7 = 10$$

ಆಗ

$$-x + y = y - x$$

$x = -8, \ y = -5$ ಎಂದಾದರೋ?

$$-x + y = -(-8) + (-5) = 8 + (-5)$$
$$= 8 - 5 = 3$$
$$y - x = -5 - (-8) = -5 + 8$$
$$= 8 - 5 = 3$$

ಇಲ್ಲಿ

$$-x + y = y - x$$

ಇತರ ಜೊತೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೋಧಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ಈ ತತ್ವವು ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸರಿಯಾಗುವುದು ಎಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

ಹಾಗಾದರೆ ಈ ತತ್ವವನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಋಣದೊಂದಿಗೆ ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದು ಎಂದರೆ ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಒಂದನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯುವುದಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ

x, y ಎಂಬುದು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೆ

$$-x + y = y - x.$$

ಮೂರನೇ ಸಲ ಕಂಡುಕೊಂಡ ತತ್ವವೇನು?
ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ ಅದರಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಋಣದಿಂದ ಇನ್ನೊಂದನ್ನು ಕಳೆಯುವುದು ಎಂಬುವುದರ ಅರ್ಥವು ಈ ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ ಋಣವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುವುದು ಎಂದಾಗಿದೆ.
ಇದರ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪವೇನು?
ಈ ಸಮವಾಕ್ಯ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸರಿಯಾಗಿರುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೋಧಿಸಿರಿ.

1) ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಕ್ಯಗಳಾಗಿವೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ, $x = 1, 2, 3, 4, 5$ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸುವಾಗ ಹಾಗೂ $x = -1, -2, -3, -4, -5$ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸುವಾಗ ಲಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯಾಕ್ರಮವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

i) $-x + (x + 1) = 1$ ii) $-x + (x + 1) + (x + 2) - (x + 3) = 0$

iii) $-x - (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) = 4$

2) x, y, z ಆಗಿ ಹಲವು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು, $x+(y+z)$ ಮತ್ತು $(x+y)+z$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಎಲ್ಲಾ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿಯೂ $x + (y + z) = (x + y) + z$ ಎಂಬ ಸಮವಾಕ್ಯವು ಸರಿಯಾಗುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೋಧಿಸಿರಿ.

ಹೊಸ ಗುಣಾಕಾರ

ಒಂದು ಗೆರೆಯ ಮೂಲಕ ಸಂಚರಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ಕುರಿತು ಪುನಃ ಆಲೋಚಿಸುವ. ಈ ಬಾರಿ ವೇಗವನ್ನೂ ಗಣನೆಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ. ಒಂದೇ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸುವುದಾದರೆ, ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಆರಂಭಿಸಿದ ಸ್ಥಾನದಿಂದ ಇರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ವೇಗವನ್ನು ಸಮಯದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಸಾಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ವೇಗ 10 ಮೀಟರ್/ಸೆಕೆಂಡ್. 3 ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ 30 ಮೀಟರ್ ದೂರದಲ್ಲಿರುವುದು.

ಆರಂಭಿಸಿದ ಸ್ಥಾನದಿಂದ ಬಲಕ್ಕೋ ಎಡಕ್ಕೋ ಸಂಚರಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ. ಈ ಮೊದಲು ಮಾಡಿದಂತೆ, ದೂರವನ್ನು ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ಧನಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿಯೂ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿ ಋಣಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಬರೆಯಬಹುದು.

ವೇಗ 10 ಮೀಟರ್/ಸೆಕೆಂಡ್ ಎಂದೇ ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದು. ಪ್ರಯಾಣ ಆರಂಭಿಸಿ t ಸೆಕೆಂಡ್ ಆಗುವಾಗ s ಮೀಟರ್ ದೂರ ತಲುಪುವುದು ಎಂದು ಹೇಳಿದರೆ s ಮತ್ತು t ಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧ ಏನಾಗಿರಬಹುದು?

ಪ್ರಯಾಣ ಬಲಭಾಗಕ್ಕಾದರೆ $s = 10t$ ಮೀಟರ್, ಎಡಭಾಗಕ್ಕಾದರೆ $s = -10t$ ಮೀಟರ್ ಎಂದು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಹೇಳಬೇಕಾದೀತು.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ, v ಮೀಟರ್/ಸೆಕೆಂಡು ಎಂಬ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಬಲಭಾಗಕ್ಕೆ ಸಂಚರಿಸುವುದಾದರೆ $s = vt$ ಮೀಟರ್, ಇದೇ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ಸಂಚರಿಸುವುದಾದರೆ $s = -vt$ ಮೀಟರ್.

ಬಲಭಾಗಕ್ಕಿರುವ ವೇಗ ಧನಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿಯೂ, ಎಡಭಾಗಕ್ಕಿರುವ ವೇಗ ಋಣಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿಯೂ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ಎರಡನ್ನೂ ಒಟ್ಟಾಗಿ

$$s = vt$$

ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ಸಂಚರಿಸುವುದು ಎಂದು ಊಹಿಸಿರಿ. 2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ 20 ಮೀಟರ್ ದೂರಕ್ಕೆ ತಲುಪುವುದು.

ಈಗ ಹೇಳಿದುದಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ $v = -10$ ಮೀಟರ್/ಸೆಕೆಂಡ್ ಎಂದೂ $s = -20$ ಮೀಟರ್ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಆಗ $s = vt$ ಎಂಬ ಸಮವಾಕ್ಯವು ಸರಿಯಾಗಬೇಕಾದರೆ

$$(-10) \times 2 = -20$$

ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

ಇದೇ ರೀತಿ

$$(-5) \times 8 = -40$$
$$(-1) \times 1 = -1$$
$$-\frac{1}{2} \times 4 = -2$$
$$\left(-\frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{3} = -\frac{1}{6}$$

ಎಂದೆಲ್ಲಾ ಅರ್ಥವಿದೆ.

ಹಾಗಾದರೆ, ಇನ್ನೊಂದು ಲೆಕ್ಕ: $5 \times (-8)$ ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥವೇನು?

ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಯಾವ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ ಫಲಿತಾಂಶ ಒಂದೇ ಅಲ್ಲವೇ? ಉದಾಹರಣೆಗೆ $5 \times 8 = 8 \times 5 = 40$

ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಇದು ಸರಿಯಾಗಲು $5 \times (-8) = (-8) \times 5$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

ಅಂದರೆ

$$5 \times (-8) = (-8) \times 5 = -40$$
$$1 \times (-1) = (-1) \times 1 = -1$$
$$\frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{6}$$

ಎಂಬೆಲ್ಲಾ ಅರ್ಥವನ್ನು ನೀಡುವುದು.

ಇದಕ್ಕನುಸಾರವಾಗಿ

$$3 \times (-5) = -(3 \times 5) = -15$$
$$(-3) \times 5 = -(3 \times 5) = -15$$

ಎಂದೆಲ್ಲಾ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ,

ಒಂದು ಧನಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಒಂದು ಧನಸಂಖ್ಯೆಯ ಋಣದ ಗುಣಲಬ್ಧ ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥ ಆ ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಋಣವಾಗಿದೆ.

x, y ಎಂಬ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ

$$(-x)\ y = x\ (-y) = -(xy)$$

ಸಮಯ-ದೂರದ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡುವ. ಒಂದು ಗೆರೆಯ ಮೂಲಕ ಒಂದೇ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸುವ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಸಂಚಾರದ ಯಾವುದೋ ಒಂದು ಹಂತದಲ್ಲಿ ಪರಿಗಣಿಸಿರುವುದೆಂದಾದರೆ ಆ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಅದರ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಸೌಕರ್ಯಕ್ಕಾಗಿ, O ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸುವ. 10 ಮೀಟರ್/ಸೆಕೆಂಡ್ ಎಂಬ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಎಡದಿಂದ ಬಲಭಾಗಕ್ಕೆ ಸಂಚಾರ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸುವ. ಪರಿಗಣಿಸಲು ಆರಂಭಿಸಿ 2 ಸೆಕೆಂಡು ಕಳೆದಾಗ O ದಿಂದ 20 ಮೀಟರ್ ಬಲಭಾಗಕ್ಕೆ ಬಿಂದುವಿನ ಸ್ಥಾನ. ಪರಿಗಣಿಸಲು ಆರಂಭಿಸಿ 2 ಸೆಕೆಂಡಿನ ಮೊದಲೋ?

ಇನ್ನು ಪ್ರಯಾಣ ಬಲದಿಂದ ಎಡಭಾಗಕ್ಕಾದರೋ? ನೋಡಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದ 2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ಅನಂತರ ವಸ್ತುವಿನ ಸ್ಥಾನ ಎಲ್ಲಿಯಾಗಿರುವುದು? 2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ಮೊದಲೋ?

ವೇಗ	ಸಮಯ	ದೂರ
10 ಮೀಟರ್/ಸೆಕೆಂಡು ಬಲಭಾಗಕ್ಕೆ	2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ಅನಂತರ	20 ಮೀಟರ್ ಬಲಕ್ಕೆ
10 ಮೀಟರ್/ಸೆಕೆಂಡು ಬಲಭಾಗಕ್ಕೆ	2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ಮೊದಲು	20 ಮೀಟರ್ ಎಡಕ್ಕೆ
10 ಮೀಟರ್/ಸೆಕೆಂಡು ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ	2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ಅನಂತರ	20 ಮೀಟರ್ ಎಡಕ್ಕೆ
10 ಮೀಟರ್/ಸೆಕೆಂಡು ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ	2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ಮೊದಲು	20 ಮೀಟರ್ ಬಲಕ್ಕೆ

ಬಲಭಾಗಕ್ಕಿರುವ ವೇಗವೂ ದೂರವೂ ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿಯೂ ಎಡಭಾಗಕ್ಕಿರುವವುಗಳನ್ನು ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿಯೂ ಬರೆದರೆ?

ವೇಗ	ಸಮಯ	ದೂರ
10 ಮೀಟರು/ಸೆಕೆಂಡು	2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ಅನಂತರ	20 ಮೀಟರ್
10 ಮೀಟರು/ಸೆಕೆಂಡು	2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ಮೊದಲು	–20 ಮೀಟರ್
–10 ಮೀಟರು/ಸೆಕೆಂಡು	2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ಅನಂತರ	–20 ಮೀಟರ್
–10 ಮೀಟರು/ಸೆಕೆಂಡು	2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ಮೊದಲು	20 ಮೀಟರ್

ಸಮಯದ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಅನಂತರ, ಮೊದಲು ಎಂಬೀ ವಿಶೇಷತೆಗಳನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಲು, ನೋಡಿದ ಅನಂತರವಿರುವ ಸಮಯವನ್ನು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿಯೂ, ಹಿಂದಿನ ಸಮಯವನ್ನು ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿಯೂ ಬರೆದರೋ?

v (ಮೀಟರು/ಸೆಕೆಂಡ್)	t (ಸೆಕೆಂಡ್)	s (ಮೀಟರ್)
10	2	20
10	– 2	– 20
– 10	2	– 20
–10	– 2	20

ಇಲ್ಲಿಯೂ ಸಮಯ, ವೇಗ ಮತ್ತು ದೂರಗಳೊಳಗಿರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಎಲ್ಲಾ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲೂ

$$s = vt$$

ಎಂಬ ಒಂದೇ ಸಮವಾಕ್ಯವಾಗಿ ಬರೆದರೋ?

ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮತ್ತು ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರದ ನಿರ್ವಚನಕ್ಕನುಸರಿಸಿ, ಪಟ್ಟಿಯ ಮೊದಲಿನ ಮೂರು ಗೆರೆಗಳಲ್ಲೂ ಇದು ಸರಿಯಾಗುವುದು. ಕೊನೆಯ ಗೆರೆಯಲ್ಲೋ?

$v = –10,\ t = –2$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ,

$$vt = (–10) \times (–2)$$

ಋಣಗುಣಾಕಾರ

ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನು ಏಳನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಭಾರತದ ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತನು ಮೊತ್ತಮೊದಲಾಗಿ ಮಂಡಿಸಿದನು. ಅವನ ಬ್ರಹ್ಮಸ್ಫುಟೀಯ ಸಿದ್ಧಾಂತ ಎಂಬ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ವಿವರಿಸಿರುವುದು. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅದರ ವರ್ಗವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲಿಕ್ಕಿರುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಏಕರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲಿಕ್ಕಾಗಿಯೆ, ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಋಣಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಗುಣಿಸುವಾಗ ಧನಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕೆಂದು ಮತ್ತಿತರ ನಿರ್ವಚನಗಳನ್ನು ಅವನು ಮಂಡಿಸಿರುವುದು.

ಎರಡು ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಏನೆಂದು ಇದುವರೆಗೆ ತಿಳಿಸಲಿಲ್ಲ ಅಲ್ಲವೇ?

ಇಲ್ಲಿ $s = 20$ ಆಗಿದೆ. ಆಗ $s = vt$ ಎಂಬ ಸಮವಾಕ್ಯ ಸರಿಯಾಗಬೇಕಾದರೆ,

$$(-10) \times (-2) = 20$$

ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು

$$(-3) \times (-4) = 12$$

$$(-5) \times (-8) = 40$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{6}$$

ಎಂಬಿತ್ಯಾದಿ ಅರ್ಥಗಳು. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ

ಎರಡು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಋಣಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥ ಆ ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಎಂದಾಗಿದೆ.

x, y ಎಂಬೀ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ $(-x)(-y) = xy$

1) x, y, z ಗಳಾಗಿ ಹಲವು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು $(x + y)z$ ನ್ನು ಮತ್ತು $xz + yz$ ಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿರಿ. $(x + y)z = xz + yz$ ಎಂಬ ಸಮವಾಕ್ಯ ಸರಿಯಾಗುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೋಧಿಸಿರಿ.

2) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳಲ್ಲಿ x ಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿದಾಗ, yಗೆ ಲಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

   i) $y = x^2, x = -5, x = 5$ ii) $y = x^2 + 3x + 2, x = -2$

   iii) $y = x^2 + 5x + 4, x = -2, x = -3$

   iv) $y = x^3 + 1, \ x = -1$

   v) $y = x^3 + x^2 + x + 1, x = -1$

3) P ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ ಒಂದು ಗೆರೆಯ ಮೂಲಕ ಸಂಚರಿಸುವ ವಸ್ತುವಿನ ವಿವಿಧ ಸಮಯಗಳಲ್ಲಿನ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಮಯವನ್ನು t ಸೆಕೆಂಡು ಎಂದೂ, P ಯಿಂದ ಇರುವ ದೂರವನ್ನು s ಮೀಟರ್ ಎಂದೂ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಇವುಗಳೊಳಗಿರುವ ಸಂಬಂಧವು $s = 12t - 2t^2$ ಎಂದು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಲಾಗಿದೆ. ಇದರಲ್ಲಿ P ಯಿಂದ ಬಲಭಾಗಕ್ಕಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿಯೂ ಎಡಭಾಗಕ್ಕಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿಯೂ ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ,

   i) ಸಮಯ 6 ಸೆಕೆಂಡಿನ ವರೆಗೆ ವಸ್ತುವಿನ ಸ್ಥಾನ P ಯ ಎಡಕ್ಕೋ ಬಲಕ್ಕೋ?

ii) 6 ಸೆಕೆಂಡುಗಳಾಗುವಾಗ ವಸ್ತುವಿನ ಸ್ಥಾನ ಎಲ್ಲಿ?

iii) 6 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ನಂತರವೋ?

(ಇದರಲ್ಲಿ $12t - 2t^2 = 2t(6 - t)$ ಎಂದು ಬರೆಯುವುದು ಸೌಕರ್ಯವಾಗಿದೆ)

4) ಎಣಿಕಾಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಋಣಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿಕೊಂಡು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. $x^2 + y^2 = 25$ ಎಂಬ ಸಮವಾಕ್ಯ ಸರಿಯಾಗಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಜೋಡಿ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೇಕು?

ಋಣಭಾಗಾಕಾರ

ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲೆಲ್ಲಾ ಭಾಗಾಕಾರವೆಂಬ ಕ್ರಿಯೆಗಳಿಗೆ ಅರ್ಥವನ್ನು ನೀಡುವುದು ಗುಣಾಕಾರದ ಆಧಾರದಲ್ಲಿಯಾದೆಯಲ್ಲವೇ. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ $6 \div 2$ ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥ, 2ನ್ನು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ 6 ಲಭಿಸುವುದು ಎಂದಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ $2 \times 3 = 6$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $6 \div 2 = 3$ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಇದರಂತೆ $\frac{3}{4} \times 2 = 1\frac{1}{2}$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $1\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = 2$ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. (ಆರನೇ ತರಗತಿಯ **ಭಾಗವೂ ಮಡಿಯೂ** ಎಂಬ ಪಾಠದ **ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಭಾಗಾಕಾರ** ಎಂಬ ಭಾಗ)

ಆಗ $(-6) \div 2$ ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥವು, 2 ನ್ನು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ -6 ಲಭಿಸುವುದು ಎಂದಾಗಿದೆ.

2 ನ್ನು -3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ -6 ಲಭಿಸುವುದಲ್ಲವೇ?

ಆದುದರಿಂದ $(-6) \div 2 = -3$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

-15 ನ್ನು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೋ?

$6 \div (-2)$ ಆದರೋ?

-2 ನ್ನು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಗುಣಿಸಿದಾಗ 6 ಲಭಿಸುವುದು?

ಆಗ $6 \div (-2) = -3$.

$20 \div (-5)$ ಎಷ್ಟು?

$(-6) \div (-2)$ ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬಹುದೇ?

ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, $x \div y$ ಎಂಬುದನ್ನು $\frac{x}{y}$ ಎಂದಾಗಿದೆ ಬರೆಯುವುದು. ಆಗ

$$z = \frac{x}{y}$$

ಎಂಬ ಸಮವಾಕ್ಯದಲ್ಲಿ

$x = -6, y = 2$ ಎಂದಾದರೆ $z = -3$

$x = 6, y = -2$ ಎಂದಾದರೆ $z = -3$

$x = -6, y = -2$ ಎಂದಾದರೆ $z = 3$

-1 ರ ಘಾತಗಳು

$(-1)^2 = (-1) \times (-1) = 1$

$(-1)^3 = (-1)^2 \times (-1) = 1 \times (-1) = -1$

$(-1)^4 = (-1)^3 \times (-1) = (-1) \times (-1) = 1$

$(-1)^5 = (-1)^4 \times (-1) = 1 \times (-1) = -1$

ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಿರಿ? ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಘಾತಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ ನೋಡಿರಿ. ಘಾತಸೂಚಿಯು ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಯಾದರೆ 1 ಎಂಬುದಾಗಿಯೂ ವಿಷಮಸಂಖ್ಯೆ ಯಾದರೆ -1 ಎಂಬುದಾಗಿಯೂ ಸಿಗುವುದಲ್ಲವೇ? ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆ n ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ

$$(-1)^n = (-1)^n \begin{cases} 1, & n \text{ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೆ} \\ -1, & n \text{ ವಿಷಮಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೆ} \end{cases}$$

ವರ್ಗಮೂಲ

25 ರ ವರ್ಗಮೂಲ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?

$$5 \times 5 = 25$$

ಆದುದರಿಂದ 25ರ ವರ್ಗಮೂಲವು 5 ಆಗಿದೆ.

$$(-5) \times (-5) = 25$$

ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಈಗ ನೋಡಿದೆವು. ಅಂದರೆ -5 ಎಂಬುದೂ 25ರ ವರ್ಗಮೂಲವೇ ಆಗಿದೆ. ಇದರಂತೆ ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳಿಗೆ ಎರಡು ವರ್ಗಮೂಲಗಳಿವೆ. ಅದರಲ್ಲೊಂದು ಧನಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಎರಡನೆಯದ್ದು ಮೊದಲನೆಯದರ ಋಣವಾಗಿದೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಧನಸಂಖ್ಯೆಯಾದ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು $\sqrt{\ }$ ಎಂಬ ಚಿಹ್ನೆಯಿಂದ ಸೂಚಿಸುವರು.

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ: $\sqrt{25} = 5$

ಎರಡನೆಯ ವರ್ಗಮೂಲವು -5, ಆಗ $-\sqrt{25}$ ಆಗುವುದಲ್ಲವೇ.

1) $y = \frac{1}{x}$ ಎಂಬ ಸಮವಾಕ್ಯದಲ್ಲಿ x ಗೆ $-\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{5}$ ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿದಾಗ ಲಭಿಸುವ y ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

2) $y = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$ ಎಂಬ ಸಮವಾಕ್ಯದಲ್ಲಿ $x = -2$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ ಮತ್ತು $x = -\frac{1}{2}$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ ಲಭಿಸುವ y ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿರಿ.

3) $z = \frac{x}{y} - \frac{y}{x}$ ಎಂಬ ಸಮವಾಕ್ಯದಲ್ಲಿ, x, y ಗಳಿಗೆ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿದಾಗ ಲಭಿಸುವ z ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿರಿ.

i. $x = 10, y = -5$

ii. $x = -10, y = 5$

iii. $x = -10, y = -5$

iv. $x = 5, y = -10$

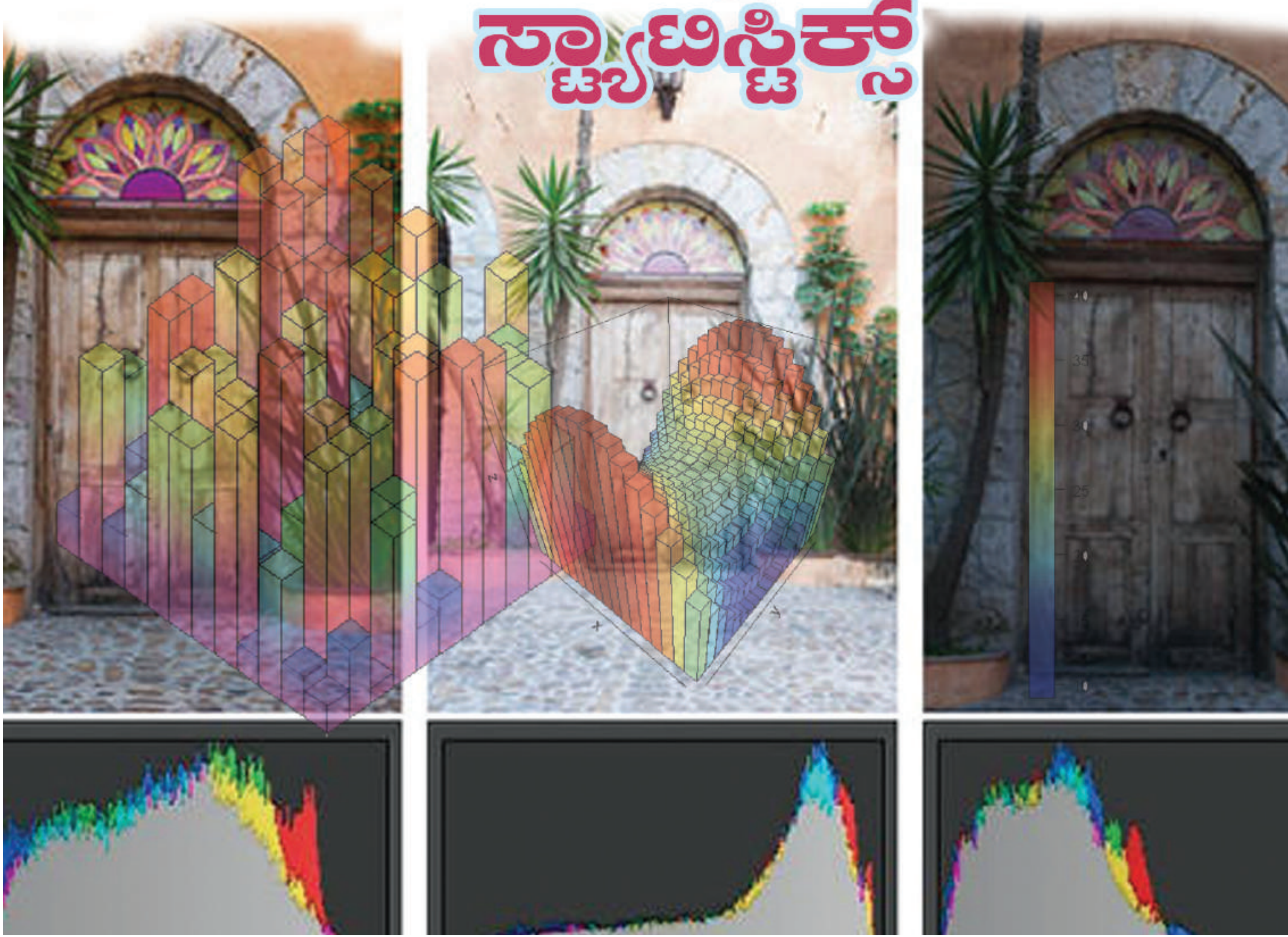
v. $x = -5, y = 10$

ಪುನರವಲೋಕನ

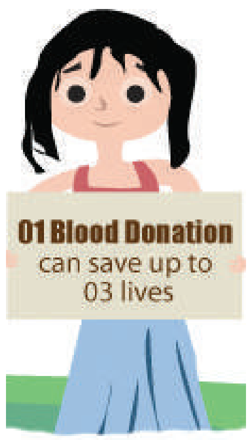
ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು	ನನಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಟೀಚರರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮಪಡಿಸ ಬೇಕಾಗಿದೆ.
• ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಸೇರಿಸದೆ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆಯುವ ವಿಧಾನವನ್ನೂ ಮತ್ತು ಅದರ ಸೌಕರ್ಯಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯುವುದು.			
• ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವಾಗ ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ ಎಂಬೀ ಕ್ರಿಯೆಗಳಿಗೆ ಹೊಸತೊಂದು ನಿರ್ವಚನದ ಅಗತ್ಯವಿದೆಯೆಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲೂ, ಈ ನಿರ್ವಚನಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು.			
• ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ನಿರ್ವಚಿಸಲಿಕ್ಕಿರುವ ಅಗತ್ಯತೆಯನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು. ಈ ನಿರ್ವಚನವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು.			
• ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುವಂತೆ, ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲೂ ಭಾಗಾಕಾರವೆಂಬುದು ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಲೋಮವೆಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು.			
• ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕಗಳಲ್ಲಿರುವ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿಯೂ ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿಯೂ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಲಘೂಕರಿಸುವುದು.			

10

ಸ್ಟ್ಯಾಟಿಸ್ಟಿಕ್ಸ್



ಪಟ್ಟಿ ತಯಾರಿಸುವುದು



ಒಂದು ಶಾಲೆಯ 8 ಎ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ 40 ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ. ಹೆಲ್ತ್ ಕ್ಲಬ್ಬಿನ ಆಶ್ರಯದಲ್ಲಿ ನಿರ್ಣಯಿಸಲಾದ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ರಕ್ತ ಗುಂಪಿನ ವಿವರಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

O+	B+	O+	AB+	AB−	B−
O+	AB−	AB+	AB+	B−	AB+
A+	O+	O+	O+	O+	A+
O−	A+	A+	O+	O+	O+
B+	B+	A+	A+	B+	O+
AB+	A+	B+	B+	O+	A+
B−	O+	O+	B+		

i) O− ರಕ್ತಗುಂಪಿನಲ್ಲಿರುವ ಮಕ್ಕಳೆಷ್ಟು?

ii) B− ರಕ್ತಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ?

iii) O+ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿರುವ ಮಕ್ಕಳೆಷ್ಟು?

iv) ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಯಾವ ರಕ್ತಗುಂಪಿನಲ್ಲಿರುವವರು?

v) ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಯಾವ ರಕ್ತಗುಂಪಿನಲ್ಲಿರುವವರು?

ಒಂದನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು O− ರಕ್ತಗುಂಪನ್ನು ಮಾತ್ರ ಎಣಿಸಿದರೆ ಸಾಕು. ಎರಡನೆಯದಕ್ಕೆ B− ಮೂರನೆಯದಕ್ಕೆ O^+ ಎಣಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.

ನಾಲ್ಕನೆಯದಕ್ಕೋ?

ಎಲ್ಲವನ್ನೂ ಬೇರೆಬೇರೆಯಾಗಿ ಎಣಿಕೆ ಮಾಡಬೇಕಾದೀತು. ಅಲ್ಲವೇ?

ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಂಪಿನಲ್ಲೂ ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ ಎಂದು ಮೊದಲೇ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಉತ್ತಮ

ಗುಂಪು	ಸಂಖ್ಯೆ
A+	8
B+	7
AB+	5
O+	13
B−	3
AB−	2
O−	2

ಈ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ನೋಡಿ ಕೊನೆಯ ಎರಡು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಇನ್ನೊಂದು ಲೆಕ್ಕ:

ಒಂದು ತರಗತಿಯ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಲಭಿಸಿದ ಮಾರ್ಕುಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

8	7	6	3	8	8	7	7	6
7	9	7	6	8	7	2	6	7
10	6	7	3	9	5	4	5	4
4	4	5	8	10	8	8	9	7
7	6	8	8	7	4	5	9	8

i) ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಲಭಿಸಿದ ಮಾರ್ಕು ಎಷ್ಟು?

ii) 8 ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಮಾರ್ಕು ಲಭಿಸಿದ ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ?

iii) ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ 8ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಮಾರ್ಕು ಸಿಕ್ಕಿರುವುದು?

iv) 10 ಮಾರ್ಕು ಸಿಕ್ಕಿದ ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ?

ಈ ಮೊದಲು ತಯಾರಿಸಿದಂತೆ ಇಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದು ಪಟ್ಟಿ ತಯಾರಿಸುವ.

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮಾರ್ಕು ಎಷ್ಟು ಸಲ ಆವರ್ತಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ ಎಂದಲ್ಲವೇ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗಿರುವುದು.

ಇಲ್ಲಿ ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಮಾರ್ಕು 2 ಮತ್ತು ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಮಾರ್ಕು 10 ಆಗಿದೆ.

2ರಿಂದ 10ರ ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಬರೆದು ಪ್ರತಿಯೊಂದೂ ಎಷ್ಟು ಸಲ ಆವರ್ತಿಸಿದೆ ಎಂದು ನೋಡಿರಿ. ಐದನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಪರಿಚಯಿಸಿದ ಗುರುತಿಸುವ ರೀತಿಯನ್ನೇ ಉಪಯೋಗಿಸುವ :

ಮಾರ್ಕು	ಗುರುತು	ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ
2	|	1
3	||	2
4	~~||||~~	5
5	||||	4
6	~~||||~~ |	6
7	~~||||~~ ~~||||~~ |	11
8	~~||||~~ ~~||||~~	10
9	||||	4
10	||	2
ಒಟ್ಟು		45

ಇನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ನೋಡಿ ಮೊದಲು ಕೇಳಿದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆಲ್ಲಾ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸುಲಭವಲ್ಲವೇ?

ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ, 2 ಒಂದು ಸಲ, 3 ಎರಡು ಸಲ, 7 ಹನ್ನೊಂದು ಸಲ ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮಾರ್ಕು ಎಷ್ಟು ಸಲ ಎಂದಲ್ಲವೇ ಕೊಟ್ಟಿರುವುದು. ಇಂತಹ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಎಷ್ಟು ಸಲ ಆವರ್ತಿಸುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಆವೃತ್ತಿ (frequency) ಎಂದು ಕರೆಯುವರು.

ಈ ರೀತಿಯ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿ (frequency table) ಎಂದು ಹೇಳುವರು.

1) ಒಂದು ಗ್ರಾಮದ 50 ಕುಟುಂಬಗಳ ಸದಸ್ಯರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

8	6	9	4	4	2	6	5	4	3
7	3	3	2	3	7	6	3	2	5
5	13	9	9	7	4	4	5	4	3
3	7	2	3	3	10	8	6	6	4
2	4	5	4	3	8	7	5	6	3

ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) ಎರಡು ಸದಸ್ಯರು ಮಾತ್ರವಿರುವ ಎಷ್ಟು ಕುಟುಂಬಗಳಿವೆ?

ii) ನಾಲ್ಕು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಸದಸ್ಯರನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎಷ್ಟು ಕುಟುಂಬಗಳಿವೆ?

iii) ಹತ್ತು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸದಸ್ಯರಿರುವ ಎಷ್ಟು ಕುಟುಂಬಗಳಿವೆ?

iv) ಅತಿ ಹೆಚ್ಚಿರುವುದು ಎಷ್ಟು ಸದಸ್ಯರಿರುವ ಕುಟುಂಬಗಳು?

2) 8 B ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ 44 ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮಗುವೂ ಎಷ್ಟು ದೂರದಿಂದ ಬರುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

6	2	7	12	1	9	2	6
5	7	3	4	1	5	4	4
5	8	6	5	2	5	9	5
11	12	1	9	2	14	4	7
9	6	6	7	3	2	6	3
4	7	9	3				

ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

i) ಸರಿಯಾಗಿ ಒಂದು ಕಿಲೋ ಮೀಟರ್ ದೂರದಿಂದ ಬರುವ ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ?

ii) 5 ಕಿಲೋಮೀಟರಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ದೂರದಿಂದ ಬರುವ ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ?

iii) 5 ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 10 ಕಿಲೋಮೀಟರ್‌ಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ದೂರಗಳಿಂದ ಬರುವ ಮಕ್ಕಳೆಷ್ಟು?

vi) 10 ಕಿಲೋಮೀಟರಿಗಿಂತಲೂ ದೂರದಿಂದ ಬರುವ ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ?

3) ಒಂದು ಕ್ಲಾಸುಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ 35 ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಲಭಿಸಿದ ಮಾರ್ಕುಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

15	10	18	11	19	16	15	17	14	18	13	15
17	16	15	14	15	17	14	15	13	16	11	11
16	20	13	12	10	16	17	13	12	14	12	

ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) 20 ಮಾರ್ಕು ಲಭಿಸಿದ ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ?

ii) 10 ಮತ್ತು 15 ರ ಎಡೆಯಲ್ಲಿ ಮಾರ್ಕು ಲಭಿಸಿದ ಮಕ್ಕಳೆಷ್ಟು?

iii) 10 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಮಾರ್ಕು ಲಭಿಸಿದ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

iv) ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಲಭಿಸಿದ ಮಾರ್ಕು ಎಷ್ಟು?

ಇನ್ನೊಂದು ರೂಪ

ಒಬ್ಬ ಕ್ರಿಕೆಟ್ ಆಟಗಾರನು 50 ಏಕದಿನ ಪಂದ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ರನ್ನುಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

50	0	49	60	100	68	27	48	15	65	101	45	2
52	25	18	29	53	72	90	32	81	28	104	35	49
2	60	87	71	38	102	35	71	68	20	10	30	55
47	21	35	12	20	11	27	43	38	40	48		

i) ಆತನು ಎಷ್ಟು ಶತಕಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದ್ದಾನೆ?

ii) ಎಷ್ಟು ಅರ್ಧಶತಕಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದ್ದಾನೆ?

iii) 50 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ರನ್ನುಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದ ಎಷ್ಟು ಪಂದ್ಯಗಳಿವೆ?

ಇಲ್ಲಿ ಆಟಗಾರನು ಗಳಿಸಿದ ಕನಿಷ್ಟ ರನ್ನು ಸೊನ್ನೆ ಮತ್ತು ಗರಿಷ್ಟ ರನ್ನು 104 ಅಲ್ಲವೇ. ಇದುವರೆಗೆ ಮಾಡಿದಂತೆ ಪಟ್ಟಿ ತಯಾರಿಸಲು 0ಯಿಂದ 104ರ ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮೊದಲಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬೇಕಾದೀತು. ಆದರೆ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಇಲ್ಲಿ ಅಗತ್ಯವಿಲ್ಲ. ಈ ರೀತಿಯ ಪಟ್ಟಿಯಿಂದ ಆಟಗಾರನ ನಿರ್ವಹಣೆಯ ಕುರಿತು ಸಾಮಾನ್ಯ ಮಾಹಿತಿ ಉಂಟಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪಟ್ಟಿ ತಯಾರಿಸುವ.

ರನ್ನುಗಳನ್ನು ಒಂದೊಂದಾಗಿ ಒಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವ ಬದಲು ಶತಕ (100 ಮತ್ತು 100ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು), ಅರ್ಧಶತಕ (50-99) ಅರ್ಧ ಶತಕಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ (50ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ) ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಒಂದೊಂದು ವಿಭಾಗವಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಪಟ್ಟಿ ತಯಾರಿಸಬಹುದು.

ವಿಭಾಗ	ಗುರುತು	ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ
0 - 49	卌 卌 卌 卌 卌 卌 |	31
50 - 99	卌 卌 卌	15
100 ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು	||||	4

ಪಟ್ಟಿಗಳು

ಮಾಹಿತಿಗಳ ಸಂಗ್ರಹದಿಂದ ಸರಿಯಾದ ನಿಗಮನವನ್ನು ರೂಪೀಕರಿಸಲು ಅವುಗಳನ್ನು ಕ್ರಮೀಕರಿಸಬೇಕು. ಹೀಗೆ ಕ್ರಮೀಕರಿಸಲಿರುವ ಒಂದು ವಿಧಾನವೇ ಅವುಗಳನ್ನು ವರ್ಗೀಕರಿಸಿ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡುವುದಾಗಿದೆ. ಸ್ಟ್ಯಾಟಿಸ್ಟಿಕ್ಸ್‌ನಲ್ಲಿ ಪಟ್ಟಿ ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿವು ಒಂದು ವಿಧಾನವೇ ಆವೃತ್ತಿಪಟ್ಟಿಯಾಗಿದೆ.

ಈ ರೀತಿ ಪಟ್ಟಿ ತಯಾರಿಸುವಾಗ ಕೆಲವು ಮಾಹಿತಿಗಳು ಸೋರಿಹೋಗುತ್ತವೆ.ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಆದಾಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿ ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದ ಒಟ್ಟು ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ವಿಭಾಗಿಸಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿರುವವರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹೇಳುವಾಗ ಇವರಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ನಿಜವಾದ ಆದಾಯ ಎಷ್ಟೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಆದರೆ, ಇಂತಹ ಒಂದು ಪಟ್ಟಿಯಿಂದ ಬೇರೆಬೇರೆ ಆದಾಯವಿರುವವರ ವರ್ಗೀಕರಣದ ಕುರಿತು ಸಾಧಾರಣವಾದ ತಿಳುವಳಿಕೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಇದುವೇ ಒರಣಗೊಳಿಸಿದ ಮಾಹಿತಿ ಸಂಗ್ರಹಣೆಯಿಂದ ಸಿಗುವುದಿಲ್ಲ.

ಈ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ನೋಡಿ ಮೊದಲು ಕೇಳಿದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಉತ್ತರ ಹೇಳಬಹುದಲ್ಲವೇ?

ಆಟಗಾರನ ನಿರ್ವಹಣೆಯ ಕುರಿತು ಇನ್ನೂ ಸ್ವಲ್ಪ ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಬೇಕಾದರೋ?

- 100ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ರನ್ನುಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದ ಎಷ್ಟು ಪಂದ್ಯಗಳಿವೆ?
- 90 ಮತ್ತು 100ರ ಎಡೆಯಲ್ಲಿ ರನ್ನುಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದ ಎಷ್ಟು ಪಂದ್ಯಗಳಿವೆ?
- 40 ಮತ್ತು 50ರ ಎಡೆಯಲ್ಲಿ ರನ್ನುಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದ ಎಷ್ಟು ಪಂದ್ಯಗಳಿವೆ?

ಈ ರೀತಿ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬೇಕಾದರೆ ಸೂಕ್ತವಾದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ ಪಟ್ಟಿ ತಯಾರಿಸಬೇಕು.

0 ಯಿಂದ 9ರ ವರೆಗೆ, 10 ರಿಂದ 19 ರ ವರೆಗೆ, 20 ರಿಂದ 29 ರ ವರೆಗೆ ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲಿಯೂ ಎಷ್ಟರಂತೆ ಬರುವುದು ಎಂದು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬಹುದು.

ವಿಭಾಗ	ಗುರುತು	ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ
0 – 9	𝍷𝍷𝍷𝍷	4
10 – 19	𝍸 𝍷	6
20 – 29	𝍸 𝍷𝍷	7
30 – 39	𝍸 𝍷𝍷	7
40 – 49	𝍸 𝍷𝍷	7
50 – 59	𝍷𝍷𝍷𝍷 𝍷	6
60 – 69	𝍷𝍷𝍷	3
70 – 79	𝍷𝍷𝍷	3
80 – 89	𝍷𝍷𝍷	3
90 – 99	𝍷	1
100 – 109	𝍷𝍷𝍷	3
ಒಟ್ಟು		50

ಈ ಮೊದಲು ನೀಡಿದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಇನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ಹೇಳಬಹುದಲ್ಲವೇ.

ಇನ್ನೊಂದು ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ನೋಡೋಣ.

ಶಾಲೆಯ ಹೆಲ್ತ್‌ಕ್ಲಬ್ಬಿನ ಸದಸ್ಯರ ಭಾರವನ್ನು (ಕಿಲೋಗ್ರಾಂನಲ್ಲಿ) ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

38	$37\frac{1}{2}$	$40\frac{1}{2}$	59	48	48	$37\frac{1}{2}$
58	50	$54\frac{1}{2}$	39	40	$40\frac{1}{2}$	49
32	43	45	53	37	44	51
$50\frac{1}{2}$	$32\frac{1}{2}$	46	55	36	$44\frac{1}{2}$	47
$42\frac{1}{2}$	33					

ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.

30 – 34, 35 – 39, 40 – 44, 45 – 49 ಎಂಬೀ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಸರಿಯಾದೀತೇ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ $44\frac{1}{2}$ ಭಾರ ಯಾವ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿರುವುದು?

ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು 30 – 35, 35 – 40, 40 – 45 ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ

ವಿಭಜನೆ ರೀತಿ

ಮಾಹಿತಿಗಳಿಗೆ ವ್ಯವಸ್ಥಿತ ರೂಪ ಸಿಗಲು ಆ ಮೂಲಕ ಅವುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ತಿಳುವಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಸುಲಭಗೊಳಿಸಲು ಬೇಕಾಗಿಯಲ್ಲವೇ ಅವುಗಳನ್ನು ವಿಭಜಿಸಿ ಪಟ್ಟಿ ತಯಾರಿಸುವುದು. ಈ ರೀತಿ ಮಾಡುವಾಗ ಕೆಲವು ಮಾಹಿತಿಗಳು ನಷ್ಟ ಹೊಂದುತ್ತವೆಯೆಂದು ತಿಳಿದೆವು. ಕಡಿಮೆ ವಿಸ್ತಾರ ವಿರುವ ಅನೇಕ ವಿಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ ಇಂತಹ ನಷ್ಟವನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಬಹುದು. ಆದರೆ ಪಟ್ಟಿಗೆ ವ್ಯವಸ್ಥಿತ ರೂಪ ಸಿಗಲಾರದು. ಬದಲಾಗಿ ಅಧಿಕ ವಿಸ್ತಾರವಿರುವ ಕೆಲವೇ ವಿಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿದರೆ ಮಾಹಿತಿಗಳ ಮಂಡನೆ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗುವುದು, ಆದರೆ ತಿಳುವಳಿಕೆಗಳೊಂದೂ ರೂಪೀಕರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಹಿತಿಗಳು ಸೋರಿಹೋಗಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಆದಾಯ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡುವಾಗ 1 ರೂಪಾಯಿ ಅಂತರವಿರುವ ವಿಭಾಗ ಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿದರೋ? ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದ ಮಾಹಿತಿಗಳೆ ಲ್ಲವೂ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರಬಹುದು. ಆದರೆ ಚುಟುಕಾಗಿಸಲು ಏನನ್ನೂ ಮಾಡಲಿಲ್ಲ. ಬದಲಾಗಿ ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಆದಾಯದಿಂದ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಆದಾಯದ ವರೆಗೆ ಒಂದೇ ವಿಭಾಗ ಮಾಡಿದರೋ? ಪಟ್ಟಿ ಬಹಳಷ್ಟು ಚುಟುಕಾದೀತು. ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ತಿಳುವಳಿಕೆ ಯೊಂದೂ ಇಲ್ಲವಾದೀತು

ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಆಗ $44\frac{1}{2}$ ಎಂಬುದು 40-45 ಎಂಬ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಬರುವುದಲ್ಲವೇ? 40 ಎಂಬುದು 35-40 ಅಥವಾ 40-45 ಎಂಬ ಯಾವ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಒಳಪಡಿಸಬೇಕು? ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ 40-45 ಎಂಬ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ 40ನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದು. ಅದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 45 ಎಂಬ ಅಳತೆಯನ್ನು 45-50 ಎಂಬ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸುವುದಾಗಿದೆ.

ಇನ್ನು ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ?

ವಿಭಾಗ	ಗುರುತು	ಆವೃತ್ತಿ
30 – 35		
35 – 40		
40 – 45		
45 – 50		
50 – 55		
55 – 60		

1) 40 ಪಟ್ಟಣಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ದಿವಸದ ಗರಿಷ್ಟ ಉಷ್ಣತೆಯನ್ನು (ಡಿಗ್ರಿ ಸೆಲ್ಸಿಯಸ್‌ನಲ್ಲಿ) ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿರಿ.

41	23	32	40	25	30	38	47	40	39
26	31	37	32	36	41	30	25	27	30
29	40	38	36	43	37	28	27	32	36
38	36	33	32	28	27	23	26	28	31

2) ದೈಹಿಕ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಹಾಜರಾದ 45 ಜನರ ಎತ್ತರವನ್ನು ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿರಿ.

160	145	168	156	168.4	170	163	177	143	175	169	154
163	176	160.3	164	150	168	166	148	154	159	164.5	
165	155	148.2	158	174	169	168	165	170	141	172.7	
179	167	171	159	167	171	165	171	167	162	171	

ಎತ್ತರ	ಗುರುತು	ಸಂಖ್ಯೆ
140 – 145		
145 – 150		
....		
....		

ಹೊಸದೊಂದು ಚಿತ್ರ

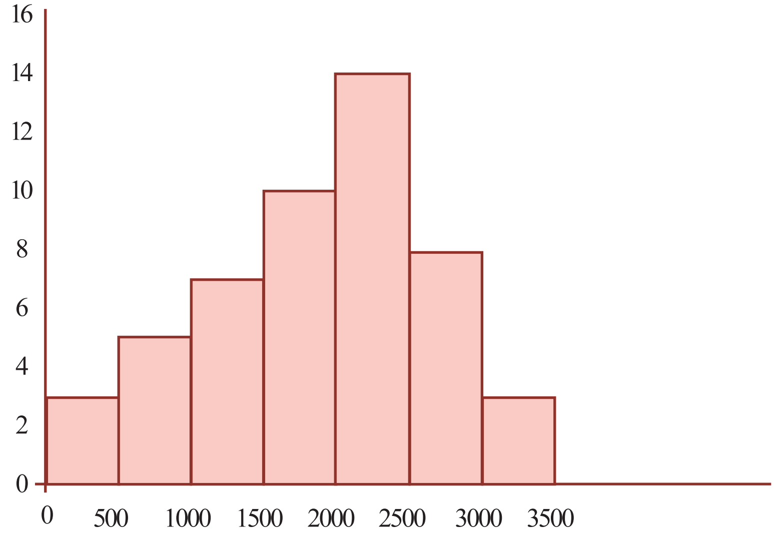
ಸಂಖ್ಯಾಪರವಾದ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಆಯತ ಚಿತ್ರಗಳಾಗಿಯೂ, ವೃತ್ತಚಿತ್ರಗಳಾಗಿಯೂ ಮಂಡಿಸಲು ತಿಳಿದಿದೆಯಲ್ಲವೇ?

ಇನ್ನು ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರಗಳಾಗಿಸುವುದು ಹೇಗೆಂದು ನೋಡೋಣ.

50 ಕುಟುಂಬಗಳು ಒಂದು ದಿನ ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ನೀರಿನ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

ನೀರಿನ ಅಳತೆ (ಲೀಟರ್‌ಗಳಲ್ಲಿ)	ಕುಟುಂಬಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
0 – 500	3
500 – 1000	5
1000 – 1500	7
1500 – 2000	10
2000 – 2500	14
2500 – 3000	8
3000 – 3500	3
ಒಟ್ಟು	50

ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರೀಕರಿಸಿರುವುದನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಅಡ್ಡಗೆರೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಆವೃತ್ತಿಯನ್ನು ನೀಟ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ. ಆಯತದ ಅಗಲ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿಭಾಗದ ಗಾತ್ರವನ್ನೂ, ಎತ್ತರವು ಆವೃತ್ತಿಯನ್ನೂ ಸೂಚಿಸುವುದು. ಈ ರೀತಿ ರಚಿಸುವ ಚಿತ್ರವೇ ಆವೃತ್ತಿ ಆಯತ (histogram).

1) ಒಂದು ದೀರ್ಘದೂರ ಓಟದ ಸ್ಪರ್ಧೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದ 30 ಮಕ್ಕಳು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಮಯವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆವೃತ್ತಿ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಸಮಯ - ಮಿನಿಟುಗಳಲ್ಲಿ	ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ
10 – 13	2
13 – 16	5
16 – 19	12
19 – 22	8
22 – 25	3

2) ಒಂದು ಪ್ರದೇಶದ 60 ಕುಟುಂಬಗಳ ದೈನಂದಿನ ಆದಾಯವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

ದೈನಂದಿನ ಆದಾಯ (ರೂಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ)	ಕುಟುಂಬಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
200 – 250	3
250 – 300	7
300 – 350	15
350 – 400	20
400 – 450	9
450 – 500	6

ಆವೃತ್ತಿ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ

3) ಜೂನ್, ಜುಲೈ ತಿಂಗಳುಗಳಲ್ಲಿ ಲಭಿಸಿದ ಮಳೆಯ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಈ ಮಾಹಿತಿಗಳ ಆವೃತ್ತಿ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಮಳೆ (ಮಿ.ಮೀ.)	ದಿನಗಳು
10 – 20	4
20 – 30	6
30 – 40	9
40 – 50	15
50 – 60	10
60 – 70	8
70 – 80	5
80 – 90	3
90 – 100	1

4) 25 ಸ್ತ್ರೀಯರೂ 23 ಪುರುಷರೂ ಓಟದ ಸ್ಪರ್ಧೆಯನ್ನು ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಮಯವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಸ್ತ್ರೀಯರು ಮತ್ತು ಪುರುಷರಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಆವೃತ್ತಿ ಆಯತವನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ರಚಿಸಿರಿ.

ಸಮಯ ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ	ಸಂಖ್ಯೆ	
	ಸ್ತ್ರೀಯರು	ಪುರುಷರು
30 – 40	2	3
40 – 50	6	7
50 – 60	8	5
60 – 70	5	5
70 – 80	4	3

5) ಒಂದು ತರಗತಿಯ 45 ಮಕ್ಕಳ ಭಾರವನ್ನು ಕಿಲೋಗ್ರಾಂಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

41, 31, 48, 34, 75, 39, 45, 41, 55
52, 40, 57, 43, 61, 47, 64, 56, 47
41, 59, 46, 67, 45, 64, 48, 52, 58
53, 64, 59, 43, 50, 62, 54, 68, 59
69, 57, 57, 53, 52, 56, 61, 55, 69

ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ಆವೃತ್ತಿ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಪುನರವಲೋಕನ

ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು	ನನಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಟೀಚರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮ ಪಡಿಸ ಬೇಕಾಗಿದೆ.
• ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಒಂದೊಂದಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯಾಗಿ ಬರೆಯುವುದು.			
• ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ವಿಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿ ತಯಾರಿಸುವುದು.			
• ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸುವಾಗ ವಿಭಾಗಗಳಾಗಿಸುವ ಅಗತ್ಯವನ್ನು ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು.			
• ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಆವೃತ್ತಿ ಆಯತದ ಮೂಲಕ ಮಂಡಿಸುವುದು.			