પ્રકરણ 2

સ્થિત-વિદ્યુતસ્થિતિમાન અને કૅપેસિટન્સ

• બહુવિકલ્પ પ્રશ્નો (MCQ I)

નીચેના પ્રશ્નોમાં એક જ વિકલ્પ સાચો છે :

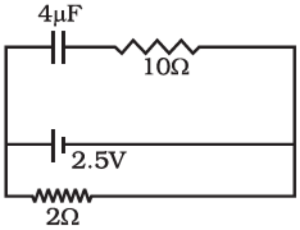
2.1 એક 4 μF નું કૅપેસિટર પરિપથમાં દર્શાવ્યા મુજબ જોડેલ છે (આકૃતિ 2.1). બૅટરીનો આંતરિક અવરોધ 0.5 Ω છે, તો કૅપેસિટરની પ્લેટો પર વિદ્યુતભારનું મૂલ્ય .... હશે.

(a) 0

(b) 4 μC

(c) 16 μC

(d) 8 μC



આકૃતિ 2.1

2.2 સમાન વિદ્યુતક્ષેત્રમાં એક ધન વિદ્યુતભારિત કણને સ્થિર સ્થિતિમાંથી મુક્ત કરવામાં આવે છે, તો વિદ્યુતભારની વિદ્યુત સ્થિતિઊર્જા ....

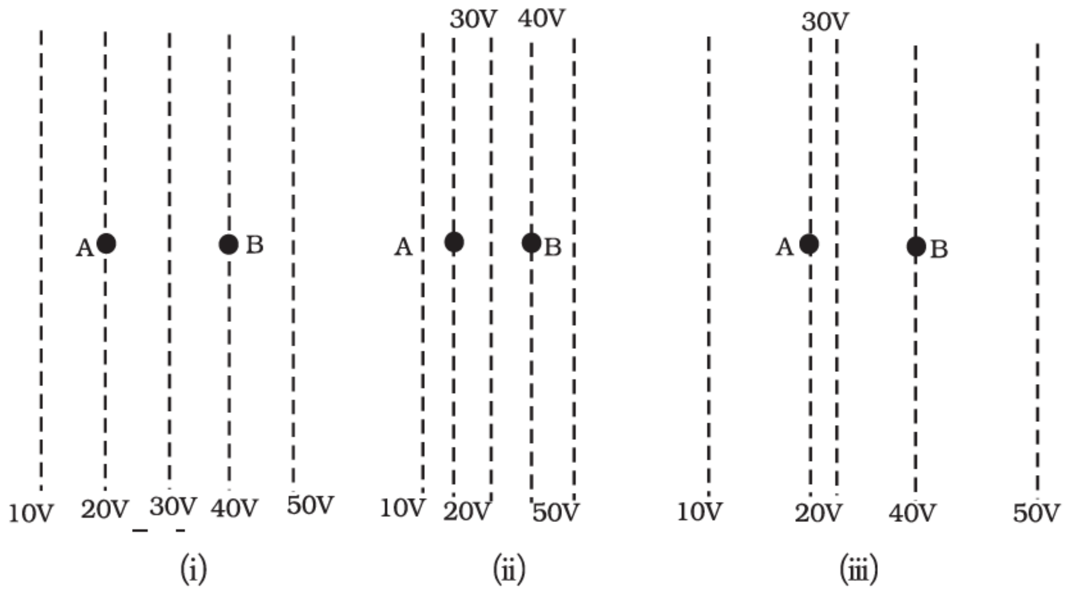
(a) અચળ રહેશે કારણ કે વિદ્યુતક્ષેત્ર સમાન છે.

(b) વધશે કારણ કે વિદ્યુતભાર વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશામાં ગતિ કરે છે.

(c) ઘટશે કારણ કે વિદ્યુતભાર વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશામાં ગતિ કરે છે.

(d) ઘટશે કારણ કે વિદ્યુતભાર વિદ્યુતક્ષેત્રની વિરુદ્ધમાં ગતિ કરે છે.

2.3 આકૃતિ 2.2 માં અવકાશમાં વિતરીત કેટલીક સમસ્થિતિમાન રેખાઓ દર્શાવી છે. એક વિદ્યુતભારિત પદાર્થ બિંદુ A થી બિંદુ B સુધી ગતિ કરે છે.



આકૃતિ 2.2

(a) આકૃતિ (i)માં કરેલું કાર્ય મહત્તમ હશે.

(b) આકૃતિ (ii)માં કરેલું કાર્ય ન્યૂનતમ હશે.

(c) આકૃતિ (i), આકૃતિ (ii) આકૃતિ (iii)માં કરેલું કાર્ય સમાન હશે.

(d) આકૃતિ (iii)માં કરેલું કાર્ય આકૃતિ (ii)થી વધુ હશે પરંતુ તે આકૃતિ (i) જેટલું હશે.

2.4 એક વિદ્યુતભારિત વાહક ગોળાની સપાટી પરનું સ્થિત વિદ્યુતસ્થિતિમાન 100V છે. એના સંદર્ભમાં બે વિધાનો આપેલ છે :

S_1 : ગોળાની અંદરના કોઈ પણ બિંદુ પાસે, વિદ્યુતતીવ્રતા શૂન્ય છે.

S_2 : ગોળાની અંદરના કોઈ પણ બિંદુ પાસે, સ્થિત-વિદ્યુતસ્થિતિમાન 100V છે.

નીચેનામાંથી કયું વિધાન સાચું છે :

(a) S_1 સત્ય છે, પરંતુ S_2 અસત્ય છે.

(b) S_1 અને S_2 બંને અસત્ય છે.

(c) S_1 સત્ય છે. S_2 પણ સત્ય છે તથા વિધાન S_1 એ વિધાન S_2 નું કારણ છે.

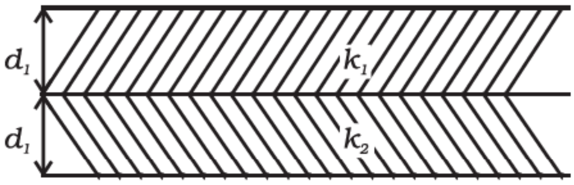
(d) S_1 સત્ય છે. S_2 પણ સત્ય છે, પરંતુ બંને વિધાનો સ્વતંત્ર છે.

2.5 જેનો કુલ સરવાળો શૂન્ય નથી તેવા વિદ્યુતભારોના સમૂહથી મોટા અંતરે સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠો લગભગ .... હશે.

(a) ગોળાકાર (b) સમતલ

(c) પરવલય (d) દીર્ઘવૃત્તીય

2.6 બે ડાયઈલેક્ટ્રિક ચોસલાઓને ક્રમમાં જોડી એક સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટર બનાવવામાં આવ્યું છે. આકૃતિ 2.3 માં દર્શાવ્યા મુજબ એક ચોસલાની જાડાઈ d_1 અને ડાયઈલેક્ટ્રિક અચળાંક k_1 અને બીજા ચોસલાની જાડાઈ d_2 તથા ડાયઈલેક્ટ્રિક અચળાંક k_2 છે. આ ગોઠવણીને જેનો અસરકારક ડાઈલેક્ટ્રિક અચળાંક k અને જાડાઈ d $(= d_1 + d_2)$ હોય તેવા ડાયઈલેક્ટ્રિક ચોસલા તરીકે વિચારી શકાય, તો k નું મૂલ્ય ....



આકૃતિ 2.3

(a) $\dfrac{k_1d_1 + k_2d_2}{d_1 + d_2}$ (b) $\dfrac{k_1d_1 + k_2d_2}{k_1 + k_2}$ (c) $\dfrac{k_1k_2(d_1 + d_2)}{(k_1d_1 + k_2d_2)}$ (d) $\dfrac{2k_1k_2}{k_1 + k_2}$

• બહુવિકલ્પ પ્રશ્નો (MCQ II)

નીચેના પ્રશ્નોમાં એક અથવા એક કરતાં વધુ વિકલ્પ સાચા હોઈ શકે છે :

2.7 $\hat{z}$ -દિશામાં સમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર વિચારો. વિદ્યુત સ્થિતિમાન .... અચળ છે.

(a) સમગ્ર અવકાશમાં

(b) આપેલ z માટે x ના કોઈ પણ મૂલ્ય માટે

(c) આપેલ z માટે y ના કોઈ પણ મૂલ્ય માટે

(d) આપેલ z માટે કોઈ પણ x-y સમતલ પર

2.8 સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠ

(a) નિર્બળ વિદ્યુતક્ષેત્રોના વિસ્તારની સરખામણીમાં પ્રબળ વિદ્યુતક્ષેત્રોના વિસ્તારમાં વધુ નજીક-નજીક (ગીચ) હોય છે.

(b) વાહકની તીક્ષ્ણ ધાર નજીક વધુ ગીચ હશે.

(c) મોટી વિદ્યુતભાર ઘનતા ધરાવતા વિસ્તાર નજીક વધુ ગીચ હશે.

(d) હંમેશાં સમાન અંતરે હશે.

2.9 સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠ પર કોઈ વિદ્યુતભારને A થી B સુધી ગતિ કરાવવા માટે કરવું પડતું કાર્ય

(a) $-\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}$ સ્વરૂપે વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય નહિ.

(b) $-\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}$ સ્વરૂપે જ વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય.

(c) શૂન્ય છે.

(d) શૂન્ય સિવાયનું મૂલ્ય હોઈ શકે.

2.10 અચળ સ્થિતિમાનના વિસ્તારમાં

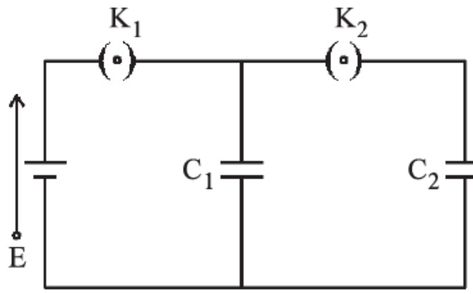
(a) વિદ્યુતક્ષેત્ર સમાન હોય છે.

(b) વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે.

(c) આ વિસ્તારની અંદર કોઈ વિદ્યુતભાર નથી હોતો.

(d) જો વિદ્યુતભાર આ વિસ્તારની બહાર મૂકવામાં આવ્યો હોય, તો વિદ્યુતક્ષેત્ર નિશ્ચિતપણે બદલાશે.

2.11 આકૃતિ 2.4 માં દર્શાવેલ પરિપથમાં, પ્રારંભમાં કળ K_1 બંધ અને કળ K_2 ખુલ્લી છે. ત્યાર બાદ K_1 ખુલ્લી કરવામાં આવે છે અને K_2 બંધ કરવામાં આવે છે. (ક્રમ અગત્યનો છે.) [C_1 અને C_2 પર અનુક્રમે વિદ્યુતભારો Q_1' અને Q_2' તથા વૉલ્ટેજ V_1 અને V_2 લો.]



આકૃતિ 2.4

ત્યારે,

(a) C_1 ઉપર વિદ્યુતભાર એવી રીતે પુનઃવિતરિત થશે કે જેથી $V_1 = V_2$ થાય.

(b) C_1 ઉપર વિદ્યુતભાર એવી રીતે પુનઃવિતરિત થશે કે જેથી $Q_1' = Q_2'$ થાય.

(c) C_1 ઉપર વિદ્યુતભાર એવી રીતે પુનઃવિતરિત થશે કે જેથી $C_1V_1 + C_2V_2 = C_1E$ થાય.

(d) C_1 ઉપર વિદ્યુતભાર એવી રીતે પુનઃવિતરિત થશે કે જેથી $Q_1' + Q_2' = Q$ થાય.

2.12 જો કોઈ વાહકનું સ્થિતિમાન $V \neq 0$ અને તેની બહારના વિસ્તારમાં ક્યાંય કોઈ વિદ્યુતભાર નથી, ત્યારે

(a) વાહકની સપાટી અથવા તેની અંદર વિદ્યુતભાર હોવા જોઈએ.

(b) વાહકમાં ક્યાંય પણ કોઈ વિદ્યુતભાર હોઈ શકે નહિ.

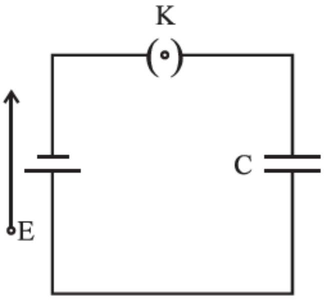
(c) ફક્ત વાહકની સપાટી ઉપર જ વિદ્યુતભાર હોવા જોઈએ.

(d) વાહકની સપાટીની અંદર વિદ્યુતભાર અવશ્ય હોવા જોઈએ.

2.13 આકૃતિ 2.5 માં દર્શાવ્યા મુજબ કોઈ સમાંતર પ્લેટ કૅપેસિટરને એક બૅટરી સાથે જોડેલ છે. બે પરિસ્થિતિઓનો વિચાર કરો.

A : કળ K બંધ છે અને અવાહક હૅન્ડલ વડે કૅપેસિટરની પ્લેટો વચ્ચેનું અંતર વધારવામાં આવે છે.

B : કળ K ખુલ્લી છે અને અવાહક હૅન્ડલ વડે કૅપેસિટરની પ્લેટો વચ્ચેનું અંતર વધારવામાં આવે છે.



આકૃતિ 2.5

યોગ્ય વિકલ્પ/વિકલ્પો પસંદ કરો :

(a) A માં : Q સમાન રહે પરંતુ C બદલાય છે.

(b) B માં : V સમાન રહે પરંતુ C બદલાય છે.

(c) A માં : V સમાન રહે અને તેથી Q બદલાય છે.

(d) B માં : Q સમાન રહે અને તેથી V બદલાય છે.

• અતિટૂંક જવાબી પ્રશ્નો (VSA)

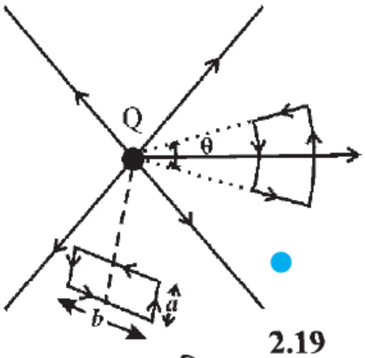
2.14 R_1 અને R_2 ત્રિજ્યાઓ ($R_1 > R_2$) ધરાવતા બે સુવાહક ગોળાઓ ધ્યાનમાં લો. જો બંને સમાન સ્થિતિમાને છે, તો નાના ગોળા કરતાં મોટા ગોળા ઉપર વધારે વિદ્યુતભાર હશે. નાના ગોળાની વિદ્યુતભાર ઘનતા મોટા ગોળા કરતાં વધારે હશે કે ઓછી તે જણાવો.

2.15 શું અવકાશમાં મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉન ઊંચા સ્થિતિમાનવાળા કે નીચા સ્થિતિમાનવાળા વિસ્તાર તરફ મુસાફરી (ગતિ) કરે ?

2.16 શું કોઈ સમાન વિદ્યુતભાર ધરાવતી બે નિકટવર્તી (નજીક રાખેલ) પ્લેટો વચ્ચે વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત હોઈ શકે ?

2.17 શું મુક્ત અવકાશમાં સ્થિતિમાન વિધેય મહત્તમ કે ન્યૂનતમ હોઈ શકે છે ?

2.18 આકૃતિ 2.6 માં દર્શાવ્યા અનુસાર એક પરીક્ષણ વિદ્યુતભાર q એ કોઈ બિંદુ વિદ્યુતભાર Q ના વિદ્યુતક્ષેત્રમાં બે જુદા-જુદા બંધ માર્ગો પર ગતિ કરે છે. પ્રથમ માર્ગનો આડછેદ (વિભાગ) એ વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખાઓની દિશામાં એને લંબરૂપે છે. બીજો જે લંબચોરસ બંધ માર્ગ છે, તેનું ક્ષેત્રફળ પ્રથમ લૂપ જેટલું જ છે. આ બંને કિસ્સાઓમાં કરેલાં કાર્યની સરખામણી કરો.



આકૃતિ 2.6

• ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો (SA)

2.19 સાબિત કરો કે જેની અંદર કોઈ વિદ્યુતભાર નથી તેવું કોઈ બંધ સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠ, આપમેળે બંધ સમસ્થિતિમાન કદ ઘેરે છે.

2.20 કૅપેસિટરની પ્લેટો વચ્ચે ડાયઇલેક્ટ્રિક છે અને આ કૅપેસિટરને DC ઉદ્‌ગમ સાથે જોડેલ છે. હવે બૅટરીને અલગ કરો અને પછી ડાયઇલેક્ટ્રિક દૂર કરો. એ જણાવો કે આમ કરવાથી કૅપેસિટન્સ, કૅપેસિટરમાં સંગૃહીત ઊર્જા, વિદ્યુતક્ષેત્ર, સંગૃહીત વિદ્યુતભાર અને વિદ્યુત સ્થિતિમાન વધશે, ઘટશે કે અચળ રહેશે ?

2.21 સાબિત કરો કે, જો કોઈ અવાહક, વિદ્યુતભારવિહીન વાહકને કોઈ વિદ્યુતભારિત વાહકની નજીક મૂક્યો છે તથા અન્ય કોઈ વાહકો ત્યાં હાજર નથી તો વિદ્યુતભારવિહીન પદાર્થનું સ્થિતિમાન એ વિદ્યુતભારિત પદાર્થ અને અનંત સ્થિતિમાનની વચ્ચે હોવું જોઈએ.

2.22 R ત્રિજ્યાની રિંગ ઉપર સમાન રીતે વિદ્યુતભાર +Q વિતરીત થયેલ છે તેની અક્ષ પર રહેલા કોઈ બિંદુ વિદ્યુતભાર $-q$ ની સ્થિતિઊર્જા ગણો. સ્થિતિઊર્જાને રિંગના કેન્દ્રથી અક્ષીય અંતર z ના વિધેય તરીકે લઈ તેનો આલેખ દોરો.

આલેખ જુઓ. શું તમે એ જોઈ શકો છો કે, જો $-q$ ને રિંગના કેન્દ્રથી સહેજ વિસ્થાપિત (અક્ષ ઉપર) કરવામાં આવે તો શું થશે ?

2.23 R ત્રિજ્યાની રિંગ ઉપર વિદ્યુતભાર Q ના નિયમિત વિતરણને લીધે રિંગની અક્ષ ઉપરના સ્થિતિમાનની ગણતરી કરો.

• દીર્ઘ જવાબી પ્રશ્નો (LA)

2.24 λ જેટલી રેખીય વિદ્યુતભાર ઘનતા ધરાવતા r_0 ત્રિજ્યાના અનંત લંબાઈના નળાકાર માટે સમસ્થિતિમાનનું સમીકરણ તારવો.

2.25 $+q$ અને $-q$ મૂલ્યો ધરાવતાં બે બિંદુ વિદ્યુતભારો અનુક્રમે $\left(-\frac{d}{2}, 0, 0\right)$ તથા $\left(\frac{d}{2}, 0, 0\right)$ સ્થાનો પર મૂકેલ છે. જ્યાં સ્થિતિમાન શૂન્ય હોય તેવા સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠનું સમીકરણ મેળવો.

2.26 એક સમાંતર પ્લેટ કૅપેસિટર એવા ડાયઇલેક્ટ્રિકથી ભરેલું છે કે જેની સાપેક્ષ પરમિટિવિટી લાગુ પાડેલા વૉલ્ટેજ (U) સાથે $\varepsilon = \alpha U$ અનુસાર બદલાય છે. જ્યાં, $\alpha = 2V^{-1}$. આવું જ બીજું એક ડાયઇલેક્ટ્રિક વગરનું કૅપેસિટર $U_0 = 78$ V સુધી ચાર્જ કરેલું છે. તેને ડાયઇલેક્ટ્રિક ધરાવતાં કૅપેસિટર સાથે જોડવામાં આવે છે. કૅપેસિટરો ઉપરનો અંતિમ વૉલ્ટેજ શોધો.

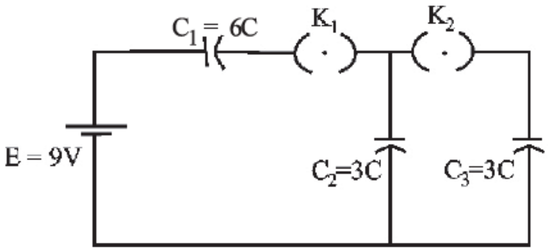
2.27 દરેકની ત્રિજ્યા R છે, તેવી બે વર્તુળાકાર પ્લેટોના બનેલા એક કૅપેસિટરની પ્લેટો વચ્ચેનું અંતર d << R છે. આ કૅપેસિટરને અચળ વૉલ્ટેજ સ્રોત સાથે જોડેલું છે. એક પાતળી વાહક તકતી કે જેની ત્રિજ્યા r << R અને જાડાઈ t << r છે. તેને અંદરની પ્લેટના કેન્દ્ર પર મૂકવામાં આવી છે. જો તકતીનું દળ m હોય, તો તેને ઉપર ઉઠાવવા (lift) માટે જરૂરી લઘુતમ વૉલ્ટેજ શોધો.

2.28 (a) મૂળભૂત કણોના ક્વાર્ક્સ મૉડેલમાં, ન્યુટ્રૉન એક અપ ક્વાર્ક $\left[\text{વિદ્યુતભાર } \left(\frac{2}{3}e\right)\right]$ અને બે ડાઉન ક્વાર્ક્સ $\left[\text{વિદ્યુતભાર } \left(-\frac{1}{3}e\right)\right]$ મળીને બનેલો છે. ધારો કે તે 10^{-15} મી લંબાઈની બાજુઓવાળી ત્રિકોણાકાર રચના ધરાવે છે. ન્યુટ્રૉનની સ્થિત-વિદ્યુતસ્થિતિઊર્જા ગણો અને તેની સરખામણી તેના દ્રવ્યમાન 939 MeV સાથે કરો.

(b) બે અપ અને એક ડાઉન ક્વાર્કના બનેલા પ્રોટોન માટે ઉપરના પ્રશ્નનું પુનરાવર્તન કરો.

2.29 એકની ત્રિજ્યા R અને બીજાની ત્રિજ્યા 2R હોય તેવા બે ધાતુના ગોળાઓ, બંને સમાન પૃષ્ઠ વિદ્યુતભાર ઘનતા σ ધરાવે છે. બંનેને એકબીજાના સંપર્કમાં લાવી અલગ કરવામાં આવે, તો આ બંનેની સપાટી ઉપર નવી પૃષ્ઠ વિદ્યુતભાર ઘનતા કેટલી હશે ?

2.30 આકૃતિ 2.7 માં દર્શાવેલ પરિપથમાં, પ્રારંભમાં કળ K_1 બંધ અને કળ K_2 ખુલ્લી છે. દરેક કૅપેસિટર ઉપરનો વિદ્યુતભાર કેટલો હશે ?
ત્યાર બાદ K_1 ખુલ્લી કરી અને K_2 બંધ કરી (ક્રમ અગત્યનો છે.), તો હવે દરેક કૅપેસિટર ઉપરનો વિદ્યુતભાર કેટલો હશે ? [C = 1μF]



આકૃતિ 2.7

2.31 R ત્રિજ્યાની એક તકતીની સપાટી ઉપર નિયમિત રીતે વિતરીત થયેલા Q વિદ્યુતભારને લીધે તેની અક્ષ ઉપર સ્થિતિમાન શોધો.

2.32 બે વિદ્યુતભારો q_1 અને q_2 અનુક્રમે (0, 0, d) અને (0, 0, $-d$) એ મૂકેલ છે. જ્યાં સ્થિતિમાન શૂન્ય હોય તેવાં બિંદુઓનું સ્થાન નક્કી કરો.

2.33 દરેકનો વિદ્યુતભાર $-q$ છે તેવા બે વિદ્યુતભારો વચ્ચેનું અંતર $2d$ છે. ત્રીજો $+q$ વિદ્યુતભાર તેના મધ્યબિંદુ O પર રાખેલ છે. $-q$ વિદ્યુતભારોના લીધે $+q$ વિદ્યુતભારની સ્થિતિઊર્જાને O થી નાના અંતર x ના વિધેય સ્વરૂપે દર્શાવો. સ્થિતિઊર્જા (P.E.) વિરુદ્ધ x નો આલેખ દોરો. તમે જાતે ખાતરી કરો કે, O ઉપરનો વિદ્યુતભાર અસ્થાયી સંતુલનમાં છે.