Roll No. ....

028/B

(Graph Paper)

[Total No. of Printed Pages : 12

Total No. of Questions : 23]

SS

2038

ਸਲਾਨਾ ਪਰੀਖਿਆ ਪ੍ਰਨਾਲ਼ੀ

MATHEMATICS

(Common for Humanities, Sc. & Agri. Groups)

(Punjabi, Hindi and English Versions)

(Evening Session)

Time allowed : Three hours

Maximum marks : 90

(Punjabi Version)

ਨੋਟ : (i) ਆਪਣੀ ਉੱਤਰ-ਪੱਤਰੀ ਦੇ ਟਾਈਟਲ ਪੰਨੇ 'ਤੇ ਵਿਸ਼ਾ-ਕੋਡ/ਪੇਪਰ-ਕੋਡ ਵਾਲ਼ੇ ਖ਼ਾਨੇ ਵਿੱਚ ਵਿਸ਼ਾ-ਕੋਡ/ਪੇਪਰ-ਕੋਡ **028/B** ਜ਼ਰੂਰ ਦਰਜ ਕਰੋ ਜੀ ।

(ii) ਉੱਤਰ-ਪੱਤਰੀ ਲੈਂਦੇ ਹੀ ਇਸ ਦੇ ਪੰਨੇ ਗਿਣ ਕੇ ਦੇਖ ਲਓ ਕਿ ਇਸ ਵਿੱਚ ਟਾਈਟਲ ਸਹਿਤ 30 ਪੰਨੇ ਹਨ ਅਤੇ ਠੀਕ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਹਨ ।

(iii) ਉੱਤਰ-ਪੱਤਰੀ ਵਿੱਚ ਖ਼ਾਲੀ ਪੰਨਾ/ਪੰਨੇ ਛੱਡਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਹੱਲ ਕੀਤੇ ਗਏ ਪ੍ਰਸ਼ਨ/ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇਗਾ ।

(iv) ਸਾਰੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹਨ ।

(v) ਕੈਲਕੂਲੇਟਰ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਮਨਾ ਹੈ, ਪਰ ਲੌਗ ਟੇਬਲ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ ।

(vi) ਪ੍ਰਸ਼ਨ **1** ਦੇ 10 ਭਾਗ ਹੋਣਗੇ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਭਾਗ ਦਾ 1 ਅੰਕ ਹੈ ।

(vii) ਪ੍ਰਸ਼ਨ **2** ਤੋਂ **9** ਹਰੇਕ 2 ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਹੋਵੇਗਾ ।

(viii) ਪ੍ਰਸ਼ਨ **10** ਤੋਂ **19** ਹਰੇਕ 4 ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਹੋਵੇਗਾ ।

(ix) ਪ੍ਰਸ਼ਨ **20** ਤੋਂ **23** ਹਰੇਕ 6 ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਹੋਵੇਗਾ ।

(x) ਗ੍ਰਾਫ਼ ਪੇਪਰ ਪ੍ਰਸ਼ਨ-ਪੱਤਰ ਨਾਲ਼ ਲੱਗਿਆ ਹੈ ।

(xi) ਪੰਜਾਬੀ ਅਤੇ ਹਿੰਦੀ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅੰਗਰੇਜੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦਾ ਅਨੁਵਾਦ ਹਨ । ਕਿਉਂਕਿ ਅਨੁਵਾਦ ਅਨੁਮਾਨ ਤੇ ਅਧਾਰਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਕਿਸੇ ਭਰਮ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਅੰਗ੍ਰੇਜੀ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਨੂੰ ਹੀ ਸਹੀ ਮੰਨਿਆਂ ਜਾਵੇ ।

(xii) ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਸੰਖਿਆ **12, 15, 17, 20, 21, 22** ਅਤੇ **23** ਵਿੱਚ ਅੰਦਰੂਨੀ ਚੋਣ ਦੀ ਛੋਟ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ ।

1. (i) ਜੇਕਰ $y = \sin(\sin^{-1}x + \cos^{-1}x), x \in [-1, 1]$ ਹੈ ਤਾਂ $\frac{dy}{dx}$ ਹੈ

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{-\pi}{2}$ (c) 0 (d) 1 1

(ii) $\int e^x \left(\log x + \frac{1}{x}\right) dx$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ

(a) $e^x + c$ (b) $e^x \log x + c$ (c) $\frac{e^x}{x} + c$ (d) $\log x + c$ 1

(iii) ਗੈਰ-ਬਰਾਬਰਤਾ $\left|\vec{a}\cdot\vec{b}\right| \le \left|\vec{a}\right| \left|\vec{b}\right|$ ਦਾ ਨਾਂ ਹੈ

(a) ਕੌਚੀ-ਸ਼ੁਆਰਜ਼ ਗੈਰ-ਬਰਾਬਰਤਾ (b) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਗੈਰ-ਬਰਾਬਰਤਾ

(c) ਰੋਲਜ਼ ਪ੍ਰਮੇਯ (d) ਲਗਰਾਂਜ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਮੇਯ 1

(iv) ਜੇਕਰ P (E) ਕਿਸੇ ਘਟਨਾ E ਦੇ ਹੋਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੈ ਤਾਂ

(a) $P(E) \in [-1, 1]$ (b) $P(E) \in (1, \infty)$

(c) $P(E) \in (0, 1)$ (d) $P(E) \in [0, 1]$ 1

(v) ਜੇਕਰ * ਇੱਕ-ਦੋ ਅਧਾਰੀ ਸੰਕ੍ਰਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ $a * b = a^2 + b^2$ ਹੈ ਤਾਂ $3 * 5$ ਹੈ 1

(a) 34 (b) 9 (c) 8 (d) 25

(vi) ਜੇਕਰ A ਇੱਕ 3×3 ਕ੍ਰਮ ਦੀ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਹੈ ਅਤੇ $|A| = 10$ ਹੈ ਤਾਂ $|adj \cdot A|$ ਹੈ 1

(a) 0 (b) 10 (c) 100 (d) 1000

(vii) ਜੇਕਰ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ k-1, & x = 0 \end{cases}$$,x = 0 ਤੇ ਲਗਾਤਾਰ ਹੈ ਤਾਂ k ਹੈ

(a) 2 (b) 0 (c) −1 (d) 1 1

(viii) ਤੱਲ $3x + 4y - 20 = 0$ ਅਤੇ ਬਿੰਦੂ $(0, 0, -7)$ ਵਿੱਚ ਦੂਰੀ ਹੈ

(a) 4 units (b) 3 units (c) 2 units (d) 1 unit 1

(ix) ਜੇਕਰ $\cos^{-1} x = y$ ਹੈ ਤਾਂ

(a) $\frac{-\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$ (b) $-\pi \le y \le \pi$ (c) $0 \le y \le \frac{\pi}{2}$ (d) $0 \le y \le \pi$ 1

(x) ਵਿਤਰੇਕੀ ਸਮੀਕਰਣ $\frac{dy}{dx} + y = 3$ ਦਾ ਏਕੀਕਰਣ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ

(a) x (b) e (c) e^x (d) log x 1

2. $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3 x}{\sin^3 x + \cos^3 x} dx$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ । 2

3. ਵਿਤਰੇਕੀ ਸਮੀਕਰਣ $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ ਦਾ ਖਾਸ ਹਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਦੋਂ ਕਿ $x = 0$ ਤੇ $y = 1$ ਦਿੱਤਾ ਹੈ । 2

4. ਤੱਲ $2x + 3y - 5z = 10$ ਅਤੇ ਬਿੰਦੂਆਂ $(2, 3, -1)$ ਅਤੇ $(1, 2, 1)$ ਤੋਂ ਲੰਘਣ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਦੇ ਵਿੱਚ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ । 2

5. ਜੇਕਰ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ $A = [a_{ij}]_{3\times 2}$ ਅਤੇ $a_{ij} = (3i - 2j)^2$ ਤਾਂ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ A ਪਤਾ ਕਰੋ । 2

6. ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਧੁਰਿਆਂ ਤੇ ਬਰਾਬਰ ਦੇ ਅੰਤਰ-ਖੰਡ ਬਨਾਉਣ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਪਰਿਵਾਰ ਨੂੰ ਦਰਸ਼ਾਉਣ ਵਾਲੀ ਵਿਤਰੇਕੀ ਸਮੀਕਰਣ ਬਣਾਉ । 2

7. ਜੇਕਰ $P(A) = \frac{7}{13}, P(B) = \frac{9}{13}$ ਅਤੇ $P(A \cup B) = \frac{12}{13}$ ਤਾਂ $P(A|B)$ ਪਤਾ ਕਰੋ । 2

8. ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ $f(x) = \sin x + \cos x$ ਤੇ ਅੰਤਰਾਲ $[0, \pi/2]$ ਵਿੱਚ ਲਗਰਾਂਜ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਮੇਯ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ । 2

9. $\int \frac{7dx}{x(x^7 - 1)}$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ । 2

10. ਜੇਕਰ $y = (x)^{\tan x} + (\tan x)^x$ ਹੈ ਤਾਂ $\frac{dy}{dx}$ ਪਤਾ ਕਰੋ । 4

11. ਵਿਤਰੇਕੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ $(0.37)^{1/2}$ ਦਾ ਲਗਭਗ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ । 4

12. $\int \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ । 4

ਜਾਂ

$\int \frac{dx}{x^3 - 1}$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ । 4

13. ਜੇਕਰ $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ ਅਤੇ $\vec{b} = 5\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸ਼ਾਉਂਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਵਿਕਰਣ ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਦੋਵੇਂ ਵਿਕਰਣਾਂ ਤੇ ਲੰਬ ਇੱਕ ਇਕਾਈ ਵੈਕਟਰ ਪਤਾ ਕਰੋ । 4

14. ਇੱਕ ਤਾਸ਼ ਦੀ 52 ਪੱਤਿਆਂ ਵਾਲੀ ਦੱਬੀ ਵਿੱਚੋਂ ਦੋ ਪੱਤੇ ਕੱਡੇ ਗਏ (ਬਗੈਰ ਬਦਲੀ ਕੀਤੇ) । ਬਾਦਸ਼ਾਹਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਲਈ ਸੰਭਾਵਨਾ ਵੰਡ ਸਾਰਿਣੀ ਲਿਖੋ ਅਤੇ ਮੱਧਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰੋ । 4

15. ਵਿਤਰੇਕੀ ਸਮੀਕਰਣ $\left[x \sin^2\left(\frac{y}{x}\right) - y\right] dx + x dy = 0; y(1) = \frac{\pi}{4}$ ਦਾ ਖਾਸ ਹ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ । 4

ਜਾਂ

ਵਿਤਰੇਕੀ ਸਮੀਕਰਣ $\tan x \frac{dy}{dx} + y = 2x \tan x + x^2, x \neq 0$ ਦਾ ਖਾਸ ਹਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਦੋਂ ਕਿ $x = \frac{\pi}{2}$ ਤੇ $y = 0$ ਦਿੱਤਾ ਹੈ । 4

16. ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਫਲਨ $f: R \rightarrow R, f(x)=\frac{3-2x}{7}$ ਇੱਕ-ਇੱਕ ਅਤੇ ਉੱਤੇ ਹੈ । f^{-1} ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ । 4

17. $\begin{bmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & 1 & 5 \\ 7 & 6 & 9 \end{bmatrix}$ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਮਮਿਤਈ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਅਤੇ ਇੱਕ ਸਕਿਊ-ਸਮਮਿਤਈ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ ਦਰਸ਼ਾਉ । 4

ਜਾਂ

ਜੇਕਰ x, y, z ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹਨ ਅਤੇ $\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^3 \\ y & y^2 & 1+y^3 \\ z & z^2 & 1+z^3 \end{vmatrix}=0$ ਹੈ ਤਾਂ ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ $xyz=-1$ ਹੈ । 4

18. ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ $\sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right)+\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)=\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{3696}{4225}\right)$ ਹੈ । 4

19. ਇਲਿਪਸ $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ ਵਿੱਚ ਬੰਨੇ ਖੇਤਰ ਦਾ ਖੇੱਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ । 4

20. ਇੱਕ ਖਿੜਕੀ ਇੱਕ ਆਇਤ ਦੇ ਓੱਤੇ ਅਰਧ-ਗੋਲਾਕਾਰ ਖੁੱਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੈ । ਖਿੜਕੀ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 30 m ਹੈ । ਖਿੜਕੀ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਵਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ ਤਾਂ ਜੋ ਖਿੜਕੀ ਦੀ ਸਾਰੀ ਖੁੱਲ ਵਿੱਚੋਂ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਰੋਸ਼ਨੀ ਆ ਸਕੇ । 6

ਜਾਂ

ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਇੱਕ ਗੋਲੇ (sphere) ਵਿੱਚ ਉਕੇਰਿਆ (inscribed) ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਆਇਤਨ ਵਾਲੇ ਸ਼ੰਕੂ (cone) ਦਾ ਆਇਤਨ ਗੋਲੇ ਦੇ ਆਇਤਨ ਦਾ $\frac{8}{27}$ ਵਾਂ ਹਿੱਸਾ ਹੈ । 6

21. ਸ਼ਰਤਾਂ $x+y \leq 8, 2x+y \geq 8, x-2y \geq 0, x, y \geq 0$ ਦੇ ਬਾਬਤ $Z=15x+30y$ ਦਾ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅਤੇ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਅਨੁਮਾਨ ਕਰੋ । 6

ਜਾਂ

ਸ਼ਰਤਾਂ $x+y \leq 10, x+y \geq 3, x \leq 8, y \leq 9, x, y \geq 0$ ਦੇ ਬਾਬਤ $Z=4x+3y-7$ ਦਾ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅਤੇ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਅਨੁਮਾਨ ਕਰੋ । 6

22. ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਹਲ ਕਰੋ :

$x-2y+3z=-5, 3x+y+z=8, 2x-y+2z=1$ 6

ਜਾਂ

ਅਰੰਭਿਕ ਰੁਪਾਂਤਰਣਾਂ ਰਾਹੀਂ $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 0 \end{bmatrix}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ (inverse) ਪਤਾ ਕਰੋ । 6

23. ਬਿੰਦੂ $(3, 1, -1)$ ਤੋਂ ਤੱਲ $x - y + 3z = 10$ ਤੱਕ ਲੰਬ ਬਣਾਇਆ ਹੈ । ਲੰਬ ਦੇ ਪੈਰ ਦੀ, ਬਿੰਦੂ $(2, 3, -1)$ ਤੋਂ, ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ । 6

ਜਾਂ

ਬਿੰਦੂਆਂ $A(2, -1, 1)$, $B(4, 3, 2)$ ਅਤੇ $C(6, 5, -2)$ ਤੋਂ ਲੰਘਣ ਵਾਲੇ ਤੱਲ ਦਾ ਸਮੀਕਰਣ ਪਤਾ ਕਰੋ । ਇਹ ਵੀ ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਬਿੰਦੂ $\left(5, -1, \frac{-25}{2}\right)$ ਬਿੰਦੂਆਂ A, B ਅਤੇ C, ਤੋਂ ਦਿੱਤੇ ਤੱਲ ਤੇ ਹੈ । 6

(Hindi Version)

नोट : (i) *अपनी उत्तर-पुस्तिका के मुख्य पृष्ठ पर विषय-कोड/पेपर-कोड वाले खाने में विषय-कोड/पेपर-कोड* **028/B** *अवश्य लिखें।*

(ii) *उत्तर-पुस्तिका लेते ही इसके पृष्ठ गिनकर देख लें कि इसमें टाइटल सहित 30 पृष्ठ हैं एवं सही क्रम में हैं।*

(iii) *उत्तर-पुस्तिका में खाली छोड़े गये पृष्ठ/पृष्ठों के पश्चात् हल किए गए प्रश्न/प्रश्नों का मूल्यांकन नहीं किया जायेगा।*

(iv) ***सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।***

(v) *कैल्कुलेटर का प्रयोग वर्जित है, पर लॉग टेबल का प्रयोग किया जा सकता है।*

(vi) *प्रश्न* **1** *में 10 भाग होंगे तथा प्रत्येक भाग 1 अंक का होगा।*

(vii) *प्रश्न* **2** *से* **9** *प्रत्येक 2 अंकों का होगा।*

(viii) *प्रश्न* **10** *से* **19** *प्रत्येक 4 अंकों का होगा।*

(ix) *प्रश्न* **20** *से* **23** *प्रत्येक 6 अंकों का होगा।*

(x) *ग्राफ पेपर प्रश्न-पत्र के साथ नत्थी है।*

(xi) *पंजाबी तथा हिंदी में प्रश्न अंग्रेज़ी के प्रश्नों के अनुवाद हैं। क्योंकि अनुवाद अनुमान पर आधारित होता है इसलिए किंसी भ्रम की स्थिति में अंग्रेज़ी के प्रश्न को सही माना जाए।*

(xii) *प्रश्न संख्या* **12, 15, 17, 20, 21, 22** *और* **23** *में अन्दरूनी चुनाव की छूट दी गई है।*

1. (i) यदि $y = \sin\left(\sin^{-1}x + \cos^{-1}x\right)$, $x \in [-1, 1]$ है तो $\frac{dy}{dx}$ है

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{-\pi}{2}$ (c) 0 (d) 1 1

(ii) $\int e^x\left(\log x + \frac{1}{x}\right)dx$ बराबर है

(a) $e^x + c$ (b) $e^x \log x + c$ (c) $\frac{e^x}{x} + c$ (d) $\log x + c$ 1

(iii) असमानता $\left|\vec{a}\cdot\vec{b}\right| \le \left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|$ का नाम है

(a) कौची-श्वार्ज़ असमानता (b) त्रिभुज असमानता

(c) रोल्ज़ प्रमेय (d) लगरांज का मध्यमान मूल्य प्रमेय 1

(iv) यदि P (E) किसी घटना E के होने की संभावना है तो

(a) $P(E) \in [-1, 1]$ (b) $P(E) \in (1, \infty)$

(c) $P(E) \in (0, 1)$ (d) $P(E) \in [0, 1]$ 1

(v) यदि * दो-आधारी संक्रिया ऐसी है कि $a * b = a^2 + b^2$ है तो $3 * 5$ है

(a) 34 (b) 9 (c) 8 (d) 25 1

(vi) यदि A एक 3×3 क्रम की मैट्रिक्स है तथा $|A| = 10$ है तो $|adj \cdot A|$ है

(a) 0 (b) 10 (c) 100 (d) 1000 1

(vii) यदि

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin x}{x}, & x \ne 0 \\ k-1, & x = 0 \end{cases}, x = 0 \text{ पर निरंतर है तो } k \text{ है}$$

(a) 2 (b) 0 (c) −1 (d) 1 1

(viii) तल $3x + 4y - 20 = 0$ तथा बिंदु $(0, 0, -7)$ के बीच की दूरी है

(a) 4 units (b) 3 units (c) 2 units (d) 1 unit 1

(ix) यदि $\cos^{-1} x = y$ है तो

(a) $\frac{-\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$ (b) $-\pi \le y \le \pi$ (c) $0 \le y \le \frac{\pi}{2}$ (d) $0 \le y \le \pi$ 1

(x) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y = 3$ का एकीकरण गुणनखंड है

(a) x (b) e (c) e^x (d) $\log x$ 1

2. $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3 x}{\sin^3 x + \cos^3 x} dx$ का मूल्यांकन कीजिए। 2

3. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ का खास हल ज्ञात कीजिए जबकि $x = 0$ पर $y = 1$ दिया गया है। 2

4. बिंदुओं $(2, 3, -1)$ तथा $(1, 2, 1)$ से लांघने वाली रेखा और तल $2x + 3y - 5z = 10$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 2

5. यदि मैट्रिक्स $A = [a_{ij}]_{3\times2}$ तथा $a_{ij} = (3i - 2j)^2$ है तो मैट्रिक्स A ज्ञात कीजिए। 2

6. निर्देशांक धुरियों पर समान अंतर-खंड बनाने वाली रेखाओं के परिवार को दर्शाने वाली अवकल समीकरण बनाओ। 2

7. यदि $P(A) = \frac{7}{13}, P(B) = \frac{9}{13}$ तथा $P(A \cup B) = \frac{12}{13}$ है तो $P(A|B)$ ज्ञात कीजिए। 2

8. जांचिए कि $f(x) = \sin x + \cos x$ पर अंतराल $[0, \pi/2]$ में लगरांज का मध्यमान मूल्य प्रमेय लागू होता है। 2

9. $\int \frac{7dx}{x(x^7 - 1)}$ का मूल्यांकन कीजिए। 2

10. यदि $y = (x)^{\tan x} + (\tan x)^x$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 4

11. अवकलीकरण का उपयोग करते हुए $(0.37)^{1/2}$ का लगभग मूल्य ज्ञात कीजिए। 4

12. $\int \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx$ का मूल्यांकन कीजिए। 4

अथवा

$\int \frac{dx}{x^3 - 1}$ का मूल्यांकन कीजिए। 4

13. यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 5\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ एक समानांतर चतुर्भुज की भुजाओं को दर्शाते हैं तो समानांतर चतुर्भुज के दोनों विकर्ण ज्ञात कीजिए और विकर्णों (दोनों) पर लंब एक इकाई वैक्टर ज्ञात कीजिए। 4

14. एक ताश की 52 पत्तों वाली गड्डी में से दो पत्ते निकाले गए (बिना स्थानांतरण के)। राजाओं की संख्या के लिए संभावना बंटन सारिणी लिखें तथा मध्यमान ज्ञात कीजिए। 4

15. अवकल समीकरण $\left[x \sin^2\left(\frac{y}{x}\right) - y\right] dx + x dy = 0;\ y(1) = \frac{\pi}{4}$ का खास हल ज्ञात कीजिए। 4

अथवा

अवकल समीकरण $\tan x \frac{dy}{dx} + y = 2x \tan x + x^2,\ x \neq 0$ खास हल ज्ञात कीजिए जबकि $x = \frac{\pi}{2}$ पर $y = 0$ दिया गया है। 4

16. सिद्ध कीजिए कि फलन $f: R \to R, f(x) = \frac{3-2x}{7}$ एक-एक तथा ऊपर है। f^{-1} भी ज्ञात कीजिए। 4

17. $\begin{bmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & 1 & 5 \\ 7 & 6 & 9 \end{bmatrix}$ को एक सममितीय मैट्रिक्स तथा एक स्कियू सममितीय मैट्रिक्स के जोड़ के तौर पर प्रगट कीजिए। 4

अथवा

यदि x, y, z भिन्न है तथा $\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^3 \\ y & y^2 & 1+y^3 \\ z & z^2 & 1+z^3 \end{vmatrix} = 0$ है तो सिद्ध कीजिए कि $xyz = -1$ है। 4

18. सिद्ध कीजिए कि $\sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{3696}{4225}\right)$ है। 4

19. दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ में बंधे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 4

20. एक खिड़की एक आयत के ऊपर आच्छादित अर्ध गोलाकार छिद्र के रूप में है। खिड़की की विमाएं $30\,m$ है। खिडकी की विमाएं ज्ञात कीजिए ताकी खिड़की के पूर्ण छिद्र में अधिकतम प्रकाश प्रविष्ट हो सके। 6

अथवा

सिद्ध कीजिए कि एक गोले (sphere) में उकेरा (inscribed) अधिकतम आयतन वाले शंकु (cone) का आयतन गोले के आयतन का $\frac{8}{27}$ वां भाग है। 6

21. प्रतिबंधों $x + y \le 8, 2x + y \ge 8, x - 2y \ge 0, x, y \ge 0$ के अनुसार $Z = 15x + 30y$ का अधिकतम तथा न्यूनतम अनुमान कीजिए। 6

अथवा

प्रतिबंधों $x + y \le 10, x + y \ge 3, x \le 8, y \le 9, x, y \ge 0$ के अनुसार $Z = 4x + 3y - 7$ का अधिकतम तथा न्यूनतम अनुमान कीजिए। 6

22. निम्नलिखित रैखिक समीकरणों की प्रणाली को मैट्रिक्स विधि द्वारा हल कीजिए :

$x - 2y + 3z = -5, 3x + y + z = 8, 2x - y + 2z = 1$ 6

अथवा

आरम्भिक रूपांतरणों द्वारा $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 0 \end{bmatrix}$ का उलटक्रम (inverse) ज्ञात कीजिए। 6

23. बिंदु $(3, 1, -1)$ से तल $x - y + 3z = 10$ तक लम्ब बनाया गया है। लम्ब के पाद की बिंदु $(2, 3, -1)$ से दूरी ज्ञात कीजिए। 6

अथवा

बिंदुओं $A(2, -1, 1), B(4, 3, 2)$ तथा $C(6, 5, -2)$ से लांघने वाले तल का समीकरण ज्ञात कीजिए। यह भी सिद्ध कीजिए कि बिंदु $\left(5, -1, \frac{-25}{2}\right)$, बिंदुओं A, B तथा C से दिए, तल पर है। 6

(English Version)

Note : *(i) You must write the subject-code/paper-code* **028/B** *in the box provided on the title page of your answer-book.*

(ii) Make sure that the answer-book contains 30 pages (including title page) and are properly serialed as soon as you receive it.

(iii) Question/s attempted after leaving blank page/s in the answer-book would not be evaluated.

(iv) ***All questions are compulsory.***

(v) Use of calculator is not allowed but Log Tables can be used.

(vi) Q. **1** *will consist of 10 parts and each part will carry 1 mark.*

(vii) Q. **2** *to Q.* **9** *each will be of 2 marks.*

(viii) Q. **10** *to Q.* **19** *each will be of 4 marks.*

(ix) Q. **20** *to Q.* **23** *each will be of 6 marks.*

(x) Graph paper is attached with the question paper.

(xi) Punjabi and Hindi versions of questions are translations of English version. Since translation is based on approximations, so in the case of any confusion consider English version to be correct.

(xii) Question number **12, 15, 17, 20, 21, 22** *and* **23** *contain internal choice.*

1. (i) If $y = \sin\left(\sin^{-1}x + \cos^{-1}x\right), x \in [-1, 1]$ then $\frac{dy}{dx}$ is

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{-\pi}{2}$ (c) 0 (d) 1 1

(ii) $\int e^x\left(\log x + \frac{1}{x}\right)dx$ is equal to

(a) $e^x + c$ (b) $e^x \log x + c$ (c) $\frac{e^x}{x} + c$ (d) $\log x + c$ 1

(iii) This inequality $\left|\vec{a} \cdot \vec{b}\right| \le \left|\vec{a}\right| \left|\vec{b}\right|$ is called

(a) Cauchy-Schwartz inequality (b) Triangle inequality

(c) Rolle's Theorem (d) Lagrange's Mean Value theorem 1

(iv) If P (E) denotes probability of occurrence of event E then

(a) $P(E) \in [-1, 1]$ (b) $P(E) \in (1, \infty)$

(c) $P(E) \in (0, 1)$ (d) $P(E) \in [0, 1]$ 1

(v) If $*$ is a binary operation such that $a * b = a^2 + b^2$ then $3 * 5$ is

(a) 34 (b) 9 (c) 8 (d) 25 1

(vi) If A is a matrix of order 3×3 and $|A| = 10$ then $|adj\cdot A|$ is

(a) 0 (b) 10 (c) 100 (d) 1000 1

(vii) If

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ k-1, & x = 0 \end{cases}$$ is continuous at $x = 0$ then k is

(a) 2 (b) 0 (c) −1 (d) 1 1

(viii) Distance between plane $3x + 4y - 20 = 0$ and point $(0, 0, -7)$ is

(a) 4 units (b) 3 units (c) 2 units (d) 1 unit 1

(ix) If $\cos^{-1} x = y$ then

(a) $\frac{-\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$ (b) $-\pi \le y \le \pi$ (c) $0 \le y \le \frac{\pi}{2}$ (d) $0 \le y \le \pi$ 1

(x) Integrating factor of differential equation $\frac{dy}{dx} + y = 3$ is

(a) x (b) e (c) e^x (d) $\log x$ 1

2. Evaluate : $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3 x}{\sin^3 x + \cos^3 x} dx$ 2

3. Find particular solution of differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ given that $y = 1$ when $x = 0$. 2

4. Find the angle between the plane $2x + 3y - 5z = 10$ and the line passing from the points $(2, 3, -1)$ and $(1, 2, 1)$. 2

5. If matrix $A = [a_{ij}]_{3\times2}$ and $a_{ij} = (3i - 2j)^2$ then find matrix A. 2

6. Form differential equation representing the family of lines making equal intercepts on the co-ordinate axes. 2

7. If $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{9}{13}$ and $P(A \cup B) = \frac{12}{13}$ then find $P(A|B)$. 2

8. Check whether Lagrange's mean value theorem is applicable on $f(x) = \sin x + \cos x$ in interval $[0, \pi/2]$. 2

9. Evaluate : $\int \frac{7dx}{x(x^7 - 1)}$ 2

10. If $y = (x)^{\tan x} + (\tan x)^x$ the find $\frac{dy}{dx}$. 4

11. Using differentials find approximate value of $(0.37)^{1/2}$. 4

12. Evaluate : $\int \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx$. 4

or

Evaluate : $\int \frac{dx}{x^3 - 1}$. 4

13. If $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{b} = 5\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ represents sides of a parallelogram then find both diagonals and a unit vector perpendicular to both diagonals of parallelogram. 4

14. Two cards are drawn (without replacement) from a well shuffled deck of 52 cards. Find probability distribution table and mean of number of kings. 4

15. Find the particular solution of differential equation $\left[x \sin^2\left(\frac{y}{x}\right) - y\right] dx + x dy = 0$; $y(1) = \frac{\pi}{4}$. 4

or

Find the particular solution of differential equation $\tan x \frac{dy}{dx} + y = 2x \tan x + x^2$, $x \neq 0$ given that $y = 0$ when $x = \frac{\pi}{2}$. 4

16. Prove that function $f : R \to R$, $f(x) = \frac{3 - 2x}{7}$ in one-one and onto. Also find f^{-1}. 4

17. Express $\begin{bmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & 1 & 5 \\ 7 & 6 & 9 \end{bmatrix}$ as sum of symmetric and skew-symmetric matrices. 4

or

If x, y, z are different and $\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^3 \\ y & y^2 & 1+y^3 \\ z & z^2 & 1+z^3 \end{vmatrix} = 0$ then prove that $xyz = -1$. 4

18. Prove that : $\sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{3696}{4225}\right)$. 4

19. Find the area of region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. 4

20. A window is in the form of rectangle surmounted by a semi-circular opening. The perimeter of window is 30 m. Find the dimensions of window so that it can admit maximum light through the whole opening. 6

or

Prove that volume of largest cone, which can be inscribed in a sphere, is $\left(\frac{8}{27}\right)^{th}$ part of volume of sphere. 6

21. Maximise and minimise : $Z = 15x + 30y$

subject to the constraints : $x + y \le 8,\ 2x + y \ge 8,\ x - 2y \ge 0,\ x,\ y \ge 0$ 6

or

Maximise and minimise : $Z = 4x + 3y - 7$

subject to the constraints : $x + y \le 10,\ x + y \ge 3,\ x \le 8,\ y \le 9,\ x, y \ge 0$. 6

22. Solve the following system of linear equations by matrix method :

$x - 2y + 3z = -5, 3x + y + z = 8, 2x - y + 2z = 1$ 6

or

Using elementary transformations find inverse of $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 0 \end{bmatrix}$. 6

23. Find the distance between the point (2, 3, –1) and foot of perpendicular drawn from (3, 1, –1) to the plane $x - y + 3z = 10$. 6

or

Find the equation of plane passing from the point A (2, – 1, 1), B (4, 3, 2) and C (6, 5, –2). Also prove that point $\left(5, -1, \frac{-25}{2}\right)$ lies on the plane given by points A, B and C. 6

Encl. : Graph Paper