ଅଷ୍ଟମ ଅଧ୍ୟାୟ

ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା

8.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

ବସ୍ତୁକୁ ଗଣିବା ଲାଗି ମଣିଷ ବିଭିନ୍ନ ସଙ୍କେତ ସୃଷ୍ଟି କଲା । ଏହାଦ୍ୱାରା କାଠି, ଗୋଡ଼ି ବା ମଞ୍ଜି ସାହାଯ୍ୟରେ ତା'ର କେତୋଟି ପଶୁ ବା ତା'ର କେତୋଟି ଗଛ ବା ତା' ପରିବାରରେ କେତେଜଣ ଲୋକ ସେସବୁ ହିସାବ କରିବାର ସମସ୍ୟା ଦୂର ହେଲା ।

ଯେତେ ବସ୍ତୁ ସେତେ ସଂଖ୍ୟା । ଏହା ମଧ୍ୟ ଏକ ସମସ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି କଲା । ଅନେକଗୁଡ଼ିଏ ସଙ୍କେତ ମନେ ରଖିବା କଷ୍ଟସାଧ୍ୟ ହେଲା । ସେଥିରୁ ରକ୍ଷା ପାଇବା ପାଇଁ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ବ୍ୟବସ୍ଥା ଓ ଶୂନ ସୃଷ୍ଟି ହେଲା ।

ତା'ପରେ ଆବଶ୍ୟକତା ଅନୁଯାୟୀ ଯୋଗ, ବିୟୋଗ, ଗୁଣନ, ହରଣ ଆଦି ପ୍ରକ୍ରିୟା ସୃଷ୍ଟି ହେଲା । ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରୟୋଗ ଦ୍ୱାରା ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥା ବା ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥା ମଣିଷର ଅତି ଆପଣାର ହୋଇଗଲା ।

8.2 ଦୁଇଟି ଦିଗରେ ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାର ବିସ୍ତାର

କେତେକ ପରିସ୍ଥିତି ଉପୁଜିଲା, ଯେଉଁଠି ମଣିଷ ଦେଖିଲା, ଶୂନକୁ ବାଦ ଦେଲେ ଯେଉଁ ଅବଶିଷ୍ଟ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ରହିଲେ ସେଗୁଡ଼ିକ ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ଅବସ୍ଥା ସହ ସମ୍ପୃକ୍ତ । ଏଭଳି କେତେକ ପରିସ୍ଥିତିର ସୂଚନା ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ପ୍ରଥମ ପରିସ୍ଥିତି

ଶାଳପଡ଼ା, ହାତିବନ୍ଧା ଓ ଟୁକୁଣା ନାମକ ତିନୋଟି ସ୍ଥାନକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ସଳଖ ରାସ୍ତାଟିଏ ଅଛି । ଏହି ରାସ୍ତାକୁ ମାପିବା ପାଇଁ ଆମେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିଥାଉ । ପରପୃଷ୍ଠା ମାନଙ୍କରେ ଥିବା ଚିତ୍ର 8.1, 8.2 ଓ 8.3 କୁ ଦେଖ ।

ଯଥା : (i) ଶାଳପଡ଼ା ଠାରୁ ହାତିବନ୍ଧା ଦେଇ ଟୁକୁଣା କୁ ଯାଇଥିବା ରାସ୍ତା,

ବା (ii) ଟୁକୁଣା ଠାରୁ ହାତିବନ୍ଧା ଦେଇ ଶାଳପଡ଼ା କୁ ଯାଇଥିବା ରାସ୍ତା,

ବା (iii) ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ ଶାଳପଡ଼ା ଆଡକୁ ଓ ଟୁକୁଣା ଆଡ଼କୁ ଯାଇଥିବା ଦୁଇଟି ରାସ୍ତା ।

ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିବାକୁ ହେଲେ –

(i) କ୍ଷେତ୍ରରେ ରାସ୍ତାର ଆରମ୍ଭ ଶାଳପଡ଼ା କୁ ସଂଖ୍ୟା ଶୂନ (0) ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ । କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଏକ କି.ମି. ଦୂରତାରେ କି.ମି. ଖୁଣ୍ଟମାନ ବସାଯାଏ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ 1, 2, 3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ ।

ଏହା ଫଳରେ ଆମେ କହୁ –

ଶାଳପଡ଼ା ଠାରୁ 4 କି.ମି. ଦୂରରେ ହାତିବନ୍ଧା ଅବସ୍ଥିତ ।

ଶାଳପଡ଼ା ଠାରୁ 9 କି.ମି. ଦୂରରେ ଟୁକୁଣା ଅବସ୍ଥିତ ।

(ii) କ୍ଷେତ୍ରରେ ରାସ୍ତାର ଆରମ୍ଭ ଟୁକୁଣା କୁ ସଂଖ୍ୟା ଶୂନ (0) ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ । କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଏକ କି.ମି. ଦୂରତାରେ କି.ମି. ଖୁଣ୍ଟମାନ ବସାଯାଏ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ 1, 2, 3 ..... ଆଦି ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ ।

ଏହା ଫଳରେ ଆମେ କହୁ –

ଟୁକୁଣା ଠାରୁ 5 କି.ମି. ଦୂରରେ ହାତିବନ୍ଧା ଅବସ୍ଥିତ ।

ଟୁକୁଣା ଠାରୁ 9 କି.ମି. ଦୂରରେ ଶାଳପଡ଼ା ଅବସ୍ଥିତ ।

ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ 4 କି.ମି. ଦୂରରେ ଶାଳପଡ଼ା ଅବସ୍ଥିତ ।

(iii) କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଆମେ ରାସ୍ତାର ଆରମ୍ଭ ହାତିବନ୍ଧା ଠାରେ ବୋଲି ଧରି ନେଇଛୁ । ଏଣୁ ହାତିବନ୍ଧା କୁ ସଂଖ୍ୟା ଶୂନ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ । ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଏକ କି.ମି. ଦୂରତାରେ ଶାଳପଡ଼ା ଆଡ଼କୁ କି.ମି.ଖୁଣ୍ଟମାନ ବସାଯାଏ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ 1, 2, 3 ..... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ । ପୁନଶ୍ଚ ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ଟୁକୁଣା ଆଡ଼କୁ 1 କି.ମି. ଦୂରତାରେ କି.ମି. ଖୁଣ୍ଟମାନ ବସାଯାଏ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ 1, 2, 3...... ଆଦି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ ।

ଏହା ଫଳରେ ଆମେ କହୁ ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ ଡ଼ାହାଣକୁ 5 କି.ମି. ଦୂରରେ ଟୁକୁଣା ଅବସ୍ଥିତ ।

ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ ବାମକୁ 4 କି.ମି. ଦୂରରେ ଶାଳପଡ଼ା ଅବସ୍ଥିତ ।

ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ, ରାସ୍ତା ଉପରେ 1 ଚିହ୍ନିତ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ, 2 ଚିହ୍ନିତ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ, 3 ଚିହ୍ନିତ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ଆଦି ରହିଥିବାର ଦେଖାଯାଉଛି । ଅବଶ୍ୟ ଗୋଟିଏ 1 ଚିହ୍ନିତ ବିନ୍ଦୁ ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ ଡ଼ାହାଣକୁ ରହିଛି ତ ଅନ୍ୟ 1 ଚିହ୍ନିତ ବିନ୍ଦୁ ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ ବାମକୁ ରହିଛି ।

ଏଣୁ ଦୁଇଟି 1 ଥିଲେ ମଧ୍ୟ ତାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥାଗତ ପାର୍ଥକ୍ୟ ରହିଛି ।

ଏହି ପାର୍ଥକ୍ୟକୁ ଦର୍ଶାଇବା ପାଇଁ ଆମେ ନିମ୍ନ ପଦ୍ଧତି ଅନୁସରଣ କରିପାରୁ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖିଲେ ଯେ ଗୋଟିଏ 1 ହେଉଛି 'ଡ଼ାହାଣକୁ' ଓ ଅନ୍ୟ 1 ହେଉଛି 'ବାମକୁ' । ଏହିପରି ଗୋଟିଏ 2 ହେଉଛି ଡ଼ାହାଣକୁ ଏବଂ ଅନ୍ୟ 2 ହେଉଛି ବାମକୁ ।

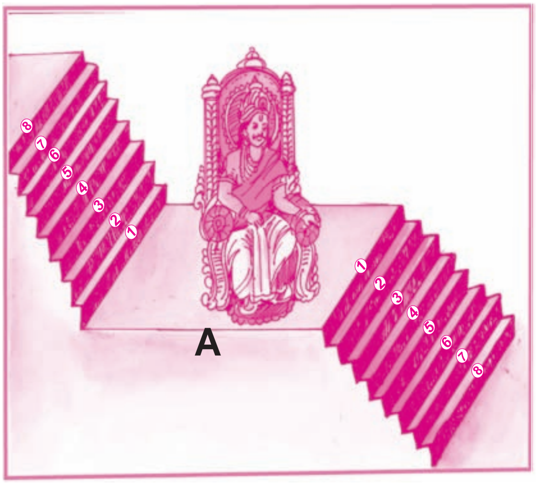
ଏହି ପାର୍ଥକ୍ୟକୁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ କରିବା ଲାଗି ମଣିଷ 'ଡ଼ାହାଣ' ଲାଗି '+' ଚିହ୍ନ ଓ ବାମ ଲାଗି '–' ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରିବା କଥା ଚିନ୍ତା କଲା । ଫଳରେ ଉପରୋକ୍ତ ରାସ୍ତାର କି.ମି. ସୂଚକ ଖୁଣ୍ଟିମାନେ ନିମ୍ନମତେ ସୂଚିତ ହେଲେ –

ଏଠାରେ, 'ହାତିବନ୍ଧା' ଠାରେ ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ଦିଗକୁ ଲମ୍ବିଥିବା ରାସ୍ତାର ଆରମ୍ଭ ହୋଇଥିବାରୁ ତାକୁ 'ମୂଳ ବିନ୍ଦୁ' ବା 'ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ' ଆଖ୍ୟା ଦିଆଗଲା ଏବଂ ଏହାର ନାମ କରଣ ଲାଗି O (ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର) ବ୍ୟବହାର କରାଗଲା ।

ଏହି ଆଲୋଚନା ଶୁଣି ସାରିଲା ପରେ ଶରତ କହିଲା, ''ମୁଁ ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତି କହିବି'' । ତା'ପରେ ସେ ନିମ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିଟି କହିଲା ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିସ୍ଥିତି

ଜଣେ ରାଜା ତାଙ୍କର ଧନରତ୍ନକୁ ସୁରକ୍ଷିତ କରିବା ଲାଗି ଭୂମି ତଳକୁ ଗୋଟିଏ ଘର କରିଥା'ନ୍ତି । ଭୂମି ଉପରେ ଥିବା ଘର ଚଟାଣରୁ ଛାତ ଉପରକୁ ଯିବା ପାଇଁ ଶିଡ଼ିଟିଏ କରାଯାଇଥାଏ ଏବଂ ଭୂମି ତଳେ ଥିବା ଚଟାଣକୁ ଯିବାପାଇଁ ଆଉ ଗୋଟିଏ ଶିଡ଼ି ରହିଥାଏ ।

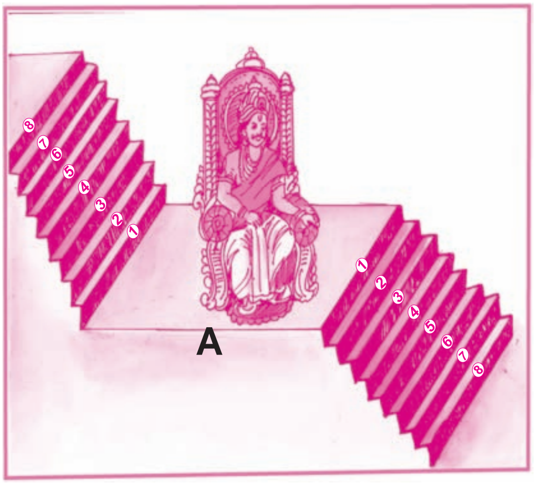


ଉଭୟ ଶିଡ଼ିର ଆରମ୍ଭ A ନାମକ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନରେ ।

A ଠାରୁ ଉପର ପାହାଚଗୁଡ଼ିକୁ 1, 2, 3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଏବଂ A ଠାରୁ ତଳ ଆଡ଼କୁ ଥିବା ପାହାଚଗୁଡ଼ିକୁ ମଧ୍ୟ 1, 2,3 ..... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଥିଲା । ଏଣୁ 'ତଳକୁ 3 ନମ୍ବର ପାହାଚ' ବା 'ଉପରକୁ 3 ନମ୍ବର ପାହାଚ ବୋଲି ନ କହିଲେ କେଉଁ 3 ନମ୍ବର ପାହାଚ ତାହା ଜଣାପଡୁ ନଥିଲା ।

ଏହି ସମସ୍ୟାକୁ ଦୂର କରିବା ଲାଗି ମନ୍ତ୍ରୀ କହିଲେ –

ଯେଉଁଠି ପାହାଚ ଆରମ୍ଭ ସେ ସ୍ଥାନକୁ ଶୂନ (0) ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଉ ଏବଂ ଉପର ଆଡ଼କୁ ଥିବା ପାହାଚ ଗୁଡ଼ିକୁ +1, +2, +3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଓ ତଳକୁ ଥିବା ପାହାଚ ଗୁଡ଼ିକୁ -1, -2, -3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଉ । ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରଟିକୁ ନୂଆ ବ୍ୟବସ୍ଥା ଅନୁଯାୟୀ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।



୫.3 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ବ୍ୟବସ୍ଥା

ଆମେ ଦେଖିଲେ, ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ଅବସ୍ଥାକୁ ସୂଚାଉଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଲାଗି +1, +2, +3 ..... ଓ -1, -2, -3...... ଆଦି ସଂଖ୍ୟାମାନ ବ୍ୟବହାର କରାଗଲା । ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯେଉଁଠାରେ ବିପରୀତ ଅବସ୍ଥା ସୂଚକ ସଂଖ୍ୟା ଗଣନାର ଆରମ୍ଭ, ତାକୁ **ମୂଳ ବିନ୍ଦୁ** ବୋଲି କୁହାଗଲା ଏବଂ ଏହାକୁ ସଂଖ୍ୟା ଶୂନ (0) ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଗଲା ।

ଆମେ ପାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ହେଲା – { ......, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, ...}

ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ **ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମୂହ** ନାମ ଦିଆଗଲା । ଏବଂ ଏହି ସଂଖ୍ୟାସମୂହ ସୂଚାଇବା ଲାଗି ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର 'Z' ବ୍ୟବହାର କରାଗଲା ।

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ -1,-2,-3..... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକୁ **ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା** ବୋଲି ନାମିତ କରାଗଲା ଏବଂ +1, +2, +3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ **ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା** ରୂପେ ନାମିତ କରାଗଲା ।

'ଧନାତ୍ମକ ଓ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା' ନାମକରଣ କାହିଁକି ?

ଆମ ପାଖରେ ଥିବା ଟଙ୍କା ପଇସା ଓ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ସମ୍ପତ୍ତିକୁ ଆମେ ଆମର ଧନ ବୋଲି କହୁ । ମାତ୍ର ଆମେ ଯଦି କରଜ କରିଥାଉ, ତେବେ ଆମ ଧନରୁ ଆବଶ୍ୟକ ମତେ କିଛି ଆମ କରଜ ଦାତାକୁ ଦେଇ ଆମର କରଜ ଶୁଝୁ । ଏଣୁ କରଜ ବା ଋଣ ହେଉଛି ଧନର ବିପରୀତ ଅବସ୍ଥା । କାରଣ ଧନ ଆମର ସମ୍ପତ୍ତିକୁ ବଢ଼ାଏ ଏବଂ ଋଣ ଆମର ସମ୍ପତ୍ତିକୁ କମାଏ ।

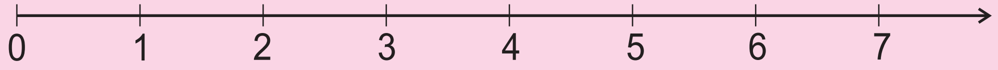
ଏହି କାରଣରୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ +1, +2, +3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ -1, -2, -3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ନାମକରଣ କରାଯାଇଛି ।

ନିମ୍ନରେ ଜଣେ ଦୋକାନୀର କେତେକ ଜିନିଷର ବିକ୍ରିକୁ ଲାଭ ଓ କ୍ଷତିରେ ସୂଚାଯାଇଛି । ଲାଭ ଓ କ୍ଷତି ହେଉଛି ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ଅବସ୍ଥା । ଲାଭକୁ '+' ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଯାଉଥିବା ବେଳେ 'କ୍ଷତି' କୁ '-' ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଯାଇଥାଏ । କେତେକ ପରିସ୍ଥିତିର ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଛି, ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖ -

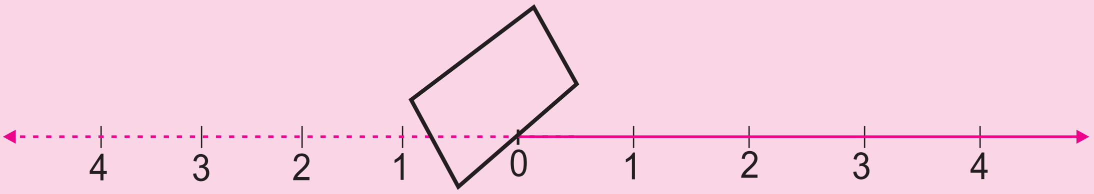
ଜିନିଷର ନାମ	ଲାଭ	କ୍ଷତି	ଉପଯୁକ୍ତ ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି ସୂଚାଇବା
ସୋରିଷତେଲ	150 ଟଙ୍କା		
ଚାଉଳ		250ଟଙ୍କା	
ଗୋଲମରିଚ	225 ଟଙ୍କା		
ଗହମ	200ଟଙ୍କା		
ଆଳୁ		50 ଟଙ୍କା	

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଧଳା କାଗଜ ପୃଷ୍ଠା ଉପରେ ଗୋଟିଏ ରଶ୍ମି ଅଙ୍କନ କରି ତା'ଉପରେ ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖାଅ । (ନିମ୍ନଚିତ୍ର ପରି) ।



- ଗୋଟିଏ ଦର୍ପଣ-କାଚ ଆଣି ତା'ର ଗୋଟିଏ ଧାରକୁ କାଗଜ ଉପରେ ଲଗାଇ ରଖ, ଯେପରି ଦର୍ପଣ ପୃଷ୍ଠଟି କାଗଜ ସହ ଲମ୍ବ ଭାବରେ ରହିବ ଏବଂ କାଗଜକୁ ଲାଗି ରହିଥିବା ଦର୍ପଣର ଧାରଟି କାଗଜରେ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାରେଖା ପ୍ରତି ମଧ୍ୟ ଲମ୍ବ ଭାବରେ ରହିବ ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ ଦର୍ପଣର ଧାରଟି ସଂଖ୍ୟାରେଖାର ସଂଖ୍ୟା ଶୂନ (0) କୁ ଲଗାଇ ରଖ ଯେପରି ଏହାର ପ୍ରତିଫଳନ ପାଖଟି ରଶ୍ମି ଉପରିସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟା ଆଡକୁ ରହିବ । ଏହି ପରିସ୍ଥିତି ନିମ୍ନ ଚିତ୍ର ଭଳି ଦେଖାଯିବ ।

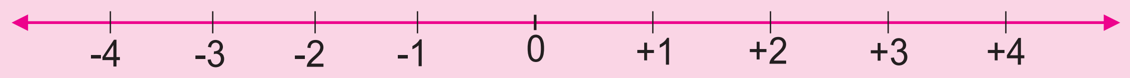


- ତୁମେ ଦର୍ପଣକୁ ଚାହିଁଲେ ତୁମ ଆଙ୍କିଥିବା ରଶ୍ମି ଓ ଏହା ଉପରିସ୍ଥ 1, 2, 3 ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଦର୍ପଣରେ ଦେଖାଯିବ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକ 0 ଠାରୁ ବାମକୁ କ୍ରମଶଃ ବୃଦ୍ଧି ପାଇବା ପରି ଦେଖାଯିବ ।
- ଦର୍ପଣର ପଛ ଆଡ଼କୁ ଦେଖାଯାଉଥିବା 1, 2, 3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ -1, -2, -3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ବୋଲି ଗ୍ରହଣ କରାଯାଇପାରେ ।

ଏହି କାମଟିରୁ ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର –

- ତୁମେ ଅଙ୍କନ କରିଥିବା ରଶ୍ମି ଓ ଦର୍ପଣରେ ଦେଖାଯାଉଥିବା ପ୍ରତିବିମ୍ବ (ରଶ୍ମିର ପ୍ରତିବିମ୍ବ) ଏକତ୍ର ଗୋଟିଏ ରେଖା ସୃଷ୍ଟି କରିବ ଏବଂ ଏହି ରେଖା ଉପରେ ଥିବା 0(ଶୂନ) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ଡ଼ାହାଣକୁ 1, 2, 3 .... ଆଦି ତୁମେ ଲେଖିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ରହିବ ଓ ବାମକୁ ଉକ୍ତସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରତିବିମ୍ବ ସଂଖ୍ୟା 1, 2, 3 ...... ଆଦି ରହିବ ।
- ଦର୍ପଣଟି ଉଠାଇ ନେଇ ଓ ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ଅଙ୍କନ କରିଥିବା ରଶ୍ମିଟିକୁ ବାମକୁ ବଢ଼ାଇଲେ କ'ଣ ହେବ ?

  ପୂର୍ବରୁ ଅଙ୍କିତ ରଶ୍ମିରେ ଯୋଡ଼ିଥିବା ଅଂଶଟିକୁ ମୂଳରଶ୍ମିର ବିପରୀତ ରଶ୍ମିରୂପେ ରହିବ । ଉଭୟ ରଶ୍ମି ଏକତ୍ର ଏକ ସରଳରେଖା ସୃଷ୍ଟି କରିବେ । ମୂଳରଶ୍ମିର ବିପରୀତ ରଶ୍ମି ହିଁ ତୁମେ ଦର୍ପଣରେ ଦେଖିଥିବା ପ୍ରତିବିମ୍ବ-ରଶ୍ମି । ଏହା ଉପରେ ପୂର୍ବରୁ ନେଇଥିବା କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ବ୍ୟବଧାନ ନେଇ ବିନ୍ଦୁମାନ ଚିହ୍ନଟ କର ଓ ସେଗୁଡ଼ିକୁ 0 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ଠିକ୍ ବାମରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁରୁ ଆରମ୍ଭ କରି -1, -2, -3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ନାମିତ କର । ତୁମେ ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରଟି ପାଇବ ।



ଅବଶ୍ୟ ଏହି ଚିତ୍ରରେ 0 (ଶୂନ) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ଡ଼ାହାଣକୁ ଥିବା ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ପାଖରେ ଆଗରୁ 1, 2, 3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖାଯାଇଥିଲା । ବର୍ତ୍ତମାନ ସେହିଗୁଡ଼ିକ ସହ '+' ଚିହ୍ନ ଲେଖ । ଫଳରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ +1, +2, +3........ ରେ ପରିଣତ ହେବ । (ଅବଶ୍ୟ +1 ଓ 1 ମଧ୍ୟରେ ସଂଖ୍ୟାଗତ ପାର୍ଥକ୍ୟ ନାହିଁ) ।

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ମଧ୍ୟରେ +1 ଓ -1 **ପରସ୍ପର ବିପରୀତ** । ଏହି ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ିକୁ ଆମେ (+1, -1) ରୂପେ ଲେଖୁ । ସେହିପରି ଅନ୍ୟ ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ି ମାନ ହେଲେ (+2, -2), (+3, -3), (+4, -4) ଇତ୍ୟାଦି ।

+ 5 ର ବିପରୀତ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି - 5

- 5 ର ବିପରୀତ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି + 5

> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> 0 ର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ସେ ନିଜେ । ଅର୍ଥାତ୍ 0 = – 0

ଯେଉଁଠି ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ପରିସ୍ଥିତି ସହ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ପୃକ୍ତ ହୋଇଥାଏ, ସେଠାରେ ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତି ସହ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଓ ଏହାର ବିପରୀତ ପରିସ୍ଥିତି ସହ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସମ୍ପୃକ୍ତ କରାଯାଏ । ବିପରୀତ ପରିସ୍ଥିତିର କେତେକ ଉଦାହରଣ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ଦୂରତା ମାପ କ୍ଷେତ୍ରରେ : ବାମ – ଡ଼ାହାଣ, ତଳ–ଉପର, ଆଗ-ପଛ, ଉଚ୍ଚତା-ଗଭୀରତା ଆଦି ବିପରୀତ ପରିସ୍ଥିତି । ସାଧାରଣତଃ –

'ଡ଼ାହାଣ' ଲାଗି ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଓ 'ବାମ' ଲାଗି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା,

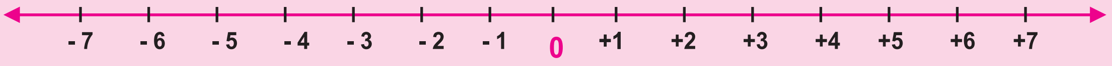
'ଉପର' ଲାଗି ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଓ 'ତଳ' ଲାଗି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା,

'ଉଚ୍ଚତା' ଲାଗି ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଓ 'ଗଭୀରତା' ଲାଗି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

ଏହି ଆଲୋଚନା ଶୁଣିବା ପରେ, ରମନ୍ ପଚାରିଲା – **"+4 ଓ -7 କୁ ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା କହିବା କି ?"**

ରମନ୍ ପଚାରିଥିବା ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆସ ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା କାମଟିକୁ କରିବା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ



- ଉପରିସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟାରେଖାକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

  ଶୂନ (0) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପାଖରୁ ଡ଼ାହାଣକୁ 3 ଏକକ ଯାଅ, କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଲ ?

  ଶୂନ (0) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପାଖରୁ ବାମକୁ 3 ଏକକ ଯାଅ, କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଲ ?

- ଶୂନ ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଏହାର ବିପରୀତ ପାଖରେ ସମାନ ସମାନ ଦୂରତାରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ । ଏଣୁ, +3 ଓ -3 ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ।

  ଯେହେତୁ +4 ଓ -7 ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି 0 ଠାରୁ ସମାନ ସମାନ ଦୂରତାରେ ନାହାଁନ୍ତି, ତେଣୁ ସେମାନଙ୍କୁ ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯିବ କି ?

ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଉ ଗୋଟିଏ କାମ କରିବା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ତୁମେ ଓ ତୁମ ସାଙ୍ଗ ଏକାଠି ବସ ।
- ତୁମ ପାଖରେ -1, -2, -3, ..., - 8 ଲେଖାଥିବା ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ଼ ରଖ । ତୁମ ପାଖରେ କେତୋଟି ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ ରହିଲା ?
- ସେହିପରି ତୁମ ସାଙ୍ଗକୁ +1, +2, +3, ..., + 8 ଲେଖାଥିବା ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ଼ ଦିଅ ।
- ତୁମେ -1 କାର୍ଡ଼କୁ ଦେଖାଇଲେ ତୁମ ସାଙ୍ଗକୁ -1 ର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡଟିକୁ ଦେଖାଇବାକୁ କହ । ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ ଦୁଇଟିକୁ ଏକାଠି ରଖ ।
- ସେହିପରି ତୁମ ସାଙ୍ଗ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ ଦେଖାଇଲେ ତୁମେ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡଟିକୁ ଦେଖାଅ । ଏହିଭଳି ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ ସରିବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟଟିକୁ କର ।
- ଏହିପରି ଭାବେ ଖେଳି ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାଯୋଡ଼ି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

8.3.1 ଋଣାତ୍ମକ ଚିହ୍ନ (–) ର ଅର୍ଥ

ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଲାଗି (–) ଚିହ୍ନର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିଲା । ଆମ ପାଇଁ 5 - 3 ର ଅର୍ଥ ଥିଲା 5 ରୁ 3 ବିୟୋଗ କରିବା । ମାତ୍ର '-3' ଲାଗି କୌଣସି ଅର୍ଥ ଆମ ପାଖରେ ନ ଥିଲା, ଯେ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆମେ କେବଳ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ପରିଚିତ ଥିଲେ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ୍ '–' ଚିହ୍ନର ଅନ୍ୟ ଏକ ଅର୍ଥ ଆମେ ପାଇଲେ । ଏହା ହେଲା **'ବିପରୀତ ପରିସ୍ଥିତି'** ସୂଚକ ଚିହ୍ନ ।

ଅର୍ଥାତ୍, +5 ର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା – 5

+5 ଓ – 5 ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା, ଏଣୁ –

5 ର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା = +5 ବା, – (–5) = +5

ସେହିପରି, –(–7) = +7

୪.4 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ବଡ଼-ସାନ କ୍ରମ

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ଦର୍ଶାଇବା ବେଳେ ଆମେ ଦେଖିଥିଲେ –

ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ଅପେକ୍ଷା ବୃହତ୍ତର ସଂଖ୍ୟାଟି ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ଡାହାଣକୁ ରହେ ଏବଂ ସେହି ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ସାନ ସଂଖ୍ୟାଟି ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ବାମକୁ ରହେ ।

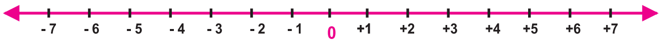
ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଦେଖାଇବା ବେଳେ ମଧ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର କ୍ରମ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ସେହି ନିୟମ ଅନୁସରଣ କରିବା । ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ –

0 ଅପେକ୍ଷା -1 ସାନ,

-1 ଅପେକ୍ଷା -2 ସାନ,

-2 ଅପେକ୍ଷା -3 ସାନ,

-୪ ଅପେକ୍ଷା -୨ ସାନ,



ନିମ୍ନସ୍ଥ ଦୁଇଟି କଥାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର –

-୪ ଅପେକ୍ଷା ୨ ବଡ଼ (ଏହା ଆମେ ଜାଣୁ)

-୪ ଅପେକ୍ଷା - ୨ ସାନ (ବର୍ତ୍ତମାନ ଜାଣିଲେ)

ଶ୍ରେଣୀରେ ଏ ସମସ୍ତ ଆଲୋଚନା ଶୁଣି ରମେଶ ପଚାରିଲା – ଏଭଳି ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତି କ'ଣ ଅଛି ଯେଉଁଠି -୨ ଅପେକ୍ଷା - ୪ ବଡ଼ ବୋଲି ଜଣା ପଡ଼ିବ ? ସୀମା ଉତ୍ତର ଦେଲା –

ଆମେ ତ ଜାଣିଛୁ, ଲାଭ ପରିମାଣକୁ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ଓ କ୍ଷତି ପରିମାଣକୁ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ସମସ୍ତେ କହିଲେ 'ହଁ' । ରହିମ ଓ ଶଙ୍କର ପ୍ରତ୍ୟେକ 5000 ଟଙ୍କା ଲେଖାଏଁ ମୂଳଧନ ନେଇ ବ୍ୟବସାୟ କରିଥିଲେ ।

ଗୋଟିଏ ସପ୍ତାହ ଶେଷରେ ଦେଖାଗଲା –

ରହିମ 200 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି କରିଛି ଏବଂ

ଶଙ୍କର 50 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି କରିଛି ।

ତେବେ କହ, ବର୍ତ୍ତମାନ କାହାର ମୂଳ ଜମା କେତେ ଅଛି ?

ରହିମର ବର୍ତ୍ତମାନ ମୂଳଜମା = 5000 ଟ. – 200ଟ.

= 4800 ଟଙ୍କା

ଶଙ୍କରର ବର୍ତ୍ତମାନ ମୂଳଜମା = 5000 ଟ. – 50ଟ.

= 4950 ଟ.

ତେବେ 200ଟଙ୍କା କ୍ଷତି କରିଥିବା ବ୍ୟବସାୟୀର ଜମା ଅଧିକ, ନାଁ 50 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି କରିଥିବା ବ୍ୟବସାୟୀର ଜମା ଅଧିକ ?

ଏଣୁ କ୍ଷତି 200 (ବା–200) ଅପେକ୍ଷା କ୍ଷତି 50 (-50) ବଡ଼ । -50 > - 200

କ୍ଷୁଦ୍ରତର ଚିହ୍ନ (<) ବ୍ୟବହାର କରି ବର୍ତ୍ତମାନ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର କ୍ରମ ହେବ –

1 < 2
0 < 1 → (ଆମେ ଜାଣିଥିଲେ)

-1 < 0
-2 < -1
-3 < -2
-12 < -11 → (ବର୍ତ୍ତମାନ ଜାଣିଲେ)

ନିମ୍ନ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର କ୍ରମ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆମେ ନିମ୍ନ କଥାମାନ ଜାଣିଲେ

- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା 0 (ଶୂନ) ଅପେକ୍ଷା ବଡ଼ ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା, ଯେ କୌଣସି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଅପେକ୍ଷା ବଡ଼ ।
- 0 (ଶୂନ), ପ୍ରତ୍ୟେକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଅପେକ୍ଷା ବଡ଼ ।
- 9 > 7 ଓ -9 < -7,   5 > -3 ଓ -5 < 3,   -7 < -4 ଓ 7>4

  ଅର୍ଥାତ୍ ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯେଉଁ ପ୍ରକାର ଅସମତା (ବଡ଼ ବା ସାନ)ଥାଏ, ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ପୂର୍ବ ଅସମତାର ବିପରୀତ ଅସମତା ଥାଏ ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ବ୍ୟବଧାନ ହେଉଛି 1,

  ଯେପରି 6 - 5 =1 (ଆମେ ଜାଣିଛେ)

  ସେପରି -2 - (-3) =1

  -3 - (-4) =1   ଇତ୍ୟାଦି
- ସଂଖ୍ୟା ରେଖା ଉପରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ଡ଼ାହାଣକୁ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା, ବାମକୁ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଠାରୁ ବଡ଼ । ଫଳରେ ବାମକୁ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଡାହାଣକୁ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ସାନ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 8.1

1. ନିମ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିମାନଙ୍କର ବିପରୀତ ପରିସ୍ଥିତି ଲେଖ।

   (କ) ଜନସଂଖ୍ୟା ବୃଦ୍ଧି
   (ଖ) ବ୍ୟାଙ୍କରେ ଟଙ୍କା ଜମା କରିବା
   (ଗ) ବ୍ୟୟ କରିବା
   (ଘ) ଉତ୍ତରକୁ ଯିବା
   (ଙ) ତାପମାତ୍ରା ହ୍ରାସ
   (ଚ) 500 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ

2. '+' ବା '–' ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖ।

   (କ) 400 ଟଙ୍କା ଲାଭ
   (ଖ) ଡାହାଣକୁ 4 କି.ମି.
   (ଗ) ବ୍ୟାଙ୍କରୁ 300 ଟଙ୍କା ଉଠାଣ
   (ଘ) 5 ଗୋଲ୍‌ରେ ହାରିବା
   (ଙ) ଭୂପୃଷ୍ଠ ଠାରୁ 200ମି. ଉଚ୍ଚ
   (ଚ) 2,00,000 ଟଙ୍କା ଆୟ।

3. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାଯୋଡ଼ି ଚିହ୍ନଟ କର।

   (2, -3), (-5, 5), (-7, -8), (-1, 0), (-11, +11), (17, -17)

4. ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦିବସରେ ଭାରତର ଛଅଟି ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରାକୁ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି।

ସ୍ଥାନ	ତାପମାତ୍ରା
ସିଆଚୀନ	$0^{\circ}C$ ରୁ $10^{\circ}C$ କମ୍
ଭୁବନେଶ୍ୱର	$0^{\circ}C$ ରୁ $22^{\circ}C$ ଅଧିକ
ସିମଳା	$0^{\circ}C$ ରୁ $3^{\circ}C$ କମ୍
ଦାରିଙ୍ଗିବାଡ଼ି	$0^{\circ}C$ ରୁ $1^{\circ}C$ କମ୍
କୋରାପୁଟ	$0^{\circ}C$ ରୁ $8^{\circ}C$ ଅଧିକ
ଲଦାଖ	$0^{\circ}C$ ରୁ $8^{\circ}C$ କମ୍

   (କ) ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରାକୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।
   (ଖ) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରାକୁ ସେଥିରେ ସୂଚାଅ।
   (ଗ) କେଉଁ ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରା ସବୁଠାରୁ ଅଧିକ ଓ କେଉଁ ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରା ସବୁଠାରୁ କମ୍ ?

5. ନିମ୍ନରେ ଥିବା କ୍ରମଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ କ୍ରମକୁ ଚିହ୍ନାଅ।

   3 < 4, -7 > -8, -9 > +5 , -3 < 0, -8 < +2, +1 > -300, -0 < 0

6. ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ।

   (କ) 7 (ଖ) -9 (ଗ) -10 (ଘ) 0 (ଙ) 17

7. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସାନରୁ ବଡ଼ କ୍ରମରେ ଲେଖ।

(କ) 2 ଓ 8 (ଖ) -3 ଓ -7

(ଗ) -5 ଓ +2 (ଘ) -1 ଓ +1

(ଙ) -7 ଓ 0

8. ଖାଲି ଘରେ **>, <** ଓ **=** ଚିହ୍ନମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଉପଯୁକ୍ତ ଚିହ୍ନ ବସାଅ, ଯେପରି କ୍ରମ ଠିକ୍ ରହିବ।

(କ) 2 ☐ - 5 (ଖ) -7 ☐ 3 (ଗ) 0 ☐ - 4

(ଘ) 0 ☐ - 0 (ଙ) -0 ☐ - 3 (ଚ) - 3 ☐ - 7

9. ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉକ୍ତିକୁ ବାଛି ତୁମ ଖାତାରେ ଲେଖ।

(କ) କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 0। (ଖ) - 225 ଅପେକ୍ଷା - 80 ସାନ।

(ଗ) - 444 ଅପେକ୍ଷା 0 ସାନ। (ଘ) -2 < 0 < 7

(ଙ) - 0 = 0 (ଚ) ଶୂନ (0)ଧନାତ୍ମକ ବା ଋଣାତ୍ମକ ନୁହେଁ।

10. (କ) ସାନରୁ ବଡ଼ କ୍ରମରେ ସଜାଅ।

5, 0, -11, 14, -20, 25, - 4

(ଖ) ବଡ଼ରୁ ସାନକ୍ରମରେ ସଜାଅ।

- 8, 2, 5, -6, 0, 15, -111

11. ସଂଖ୍ୟାରେଖାକୁ ଦେଖି, ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ।

(କ) + 5 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଡ଼ାହାଣକୁ 3 ଏକକ ଦୂର ଗଲେ, କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବ ?

(ଖ) + 5 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ବାମକୁ 3 ଏକକ ଦୂର ଗଲେ, କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବ ?

(ଗ) + 7 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ କେତେ ଏକକ ଦୂରରେ - 4 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ରହିଛି ?

(ଘ) - 7 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଯେତିକି ଦୂରରେ - 4 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ରହିଛି, -7 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ବାମକୁ ପାଖକୁ ସେତିକି ଦୂରରେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ରହିଛି ?

12. ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ

(କ) -3 ଓ - 8 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ କେତେ ?

(ଖ) -2 ଓ + 3 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା କେତେ ?

8.5 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ।

8.5.1 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ :

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସହ ତୁମେମାନେ ପରିଚିତ ।

+ 5 ଓ 5 ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ପାର୍ଥକ୍ୟ ନାହିଁ । ଏଣୁ 5 + 3 ଏବଂ (+5) + (+3) ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ପାର୍ଥକ୍ୟ ନାହିଁ । ତେଣୁ ତୁମେ କହିପାରିବ : (+5) + (+3) = + 8

ତେବେ ଏହି ଯୋଗଫଳ କିପରି ପାଇଥିଲ ଆସ ମନେ ପକାଇବା ।

ତିନୋଟି ଫୁଲରୁ ଗୋଟିଏ ଆଣି 5ଟି ଫୁଲ ସହ ମିଶାଇଲେ –

ଦୁଇଟି ଫୁଲରୁ ଗୋଟିଏ ଆଣି 6ଟି ଫୁଲ ସହ ମିଶାଇଲେ –

ଶେଷ ଗୋଟିକ ଆଣି 7ଟି ଫୁଲ ସହ ମିଶାଇଲେ –

ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମ ଅନୁଯାୟୀ 3 ରୁ 1,1 ଓ ଆଉ 1 ଆଣି 5 ସହ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଏକାଠି କରି ପାଇଲେ 8 ।

ଏହି କାର୍ଯ୍ୟକୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ ନିମ୍ନମତେ କରାଯାଇପାରିବ ।

ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାଟି ଦର୍ଶାଇବା ପାଇଁ ଶୂନ (0) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯିବ ।

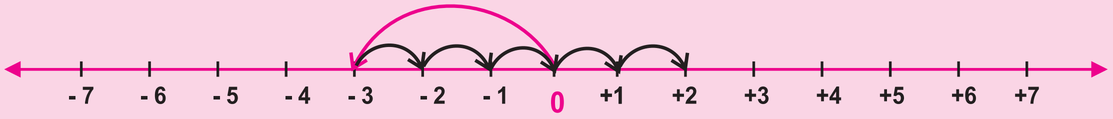
(+5) ଓ (+3) ର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଲାଗି ଶୂନ ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ 5 ଘର ଡ଼ାହାଣକୁ ଯାଇ +5 ବିନ୍ଦୁ ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିବା ପରେ, ଗଣିଗଣି 3 ବା 3 ଏକକ ଘର ଡ଼ାହାଣକୁ ଗଲେ । ବର୍ତ୍ତମାନ ପହଞ୍ଚିଲେ + 8 ପାଖରେ ।

ଏଣୁ ଜାଣିଲେ, (+5) + (+3) = +8

ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ ନିମ୍ନ ଯୋଗ କ୍ରିୟା ଗୁଡ଼ିକୁ ସମ୍ପାଦନ କରିବା ।

(କ) (-3) + (+5) = ?

ଯୋଗ କ୍ରିୟାର ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା -3 ହେତୁ ଶୂନ (0) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁରୁ -3 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯାଇ -3 ବିନ୍ଦୁ ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିଲେ ।



+5 ଯୋଗ କରିବା କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ଲାଗି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଘର ନେଇ ପାଞ୍ଚ ଘର (ବା ଏକକ) ଗଣି ଡାହାଣକୁ ଯିବା । ଆମେ ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିଲେ ତାହା ହେଲା +2 ।

ଏଣୁ (-3) + (+5) = +2

କହିଲ ଦେଖି :
ସଂଖ୍ୟାରେଖା ବ୍ୟବହାର କରି - 4 ରେ +6 ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ କେତେ ହେବ ?

8.5.2. ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ବିୟୋଗ :

ଆମେ ଜାଣିଛୁ, 'ଲାଭ'କୁ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଓ 'କ୍ଷତି'କୁ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।

ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ କଥା ଦ୍ୱାରା ସହଜରେ ଏହାକୁ ବୁଝିପାରିବା । ତାହା ହେଲା – ଲାଭ କମିଯାଏ ଯଦି କ୍ଷତି ଅଧିକ ହୁଏ । ଏହି କଥା ଲାଗି ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା –

ଗୋବିନ୍ଦ ଆଳୁ ବିକି 10 ଟଙ୍କା ଲାଭ କଲା ଓ ପିଆଜ ବିକି 4ଟଙ୍କା କ୍ଷତି କଲା ।

ତେବେ ତା'ର ମୋଟ ଲାଭ ହେଲା = 10ଟ. – 4ଟ. = 6ଟ.

ତା'ପର ଦିନ ତା'ର ଆଳୁ ବିକ୍ରିରୁ ଲାଭ କଲା 10ଟ. କିନ୍ତୁ ପିଆଜ ବିକ୍ରିରୁ କ୍ଷତି ହେଲା 5 ଟଙ୍କା, ଅର୍ଥାତ୍ ତା'ର କ୍ଷତି 1ଟଙ୍କା ଅଧିକ ହେଲା ।

ମୋଟ ଲାଭ ହେଲା = 10ଟ. – 5ଟ. = 5ଟ.

ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖିଲେ,

ଦ୍ୱିତୀୟ ଦିନ ତା'ର କ୍ଷତି 1ଟଙ୍କା ବଢ଼ିଯିବାରୁ (4ଟ. ପରିବର୍ତ୍ତେ 5ଟ. କ୍ଷତି ହେବାରୁ) ତା'ର ମୋଟ ଲାଭ 1ଟ. କମିଗଲା (6ଟ. ପରିବର୍ତ୍ତେ 5ଟ. ଲାଭ ହେଲା) । ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ, କ୍ଷତି ଯେତିକି ବଢ଼େ, ଲାଭ ସେତିକି କମେ ।

ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ? **- 3 ଯୋଗ କରିବା ଯାହା +3 ବିୟୋଗ କରିବା ତାହା ।**

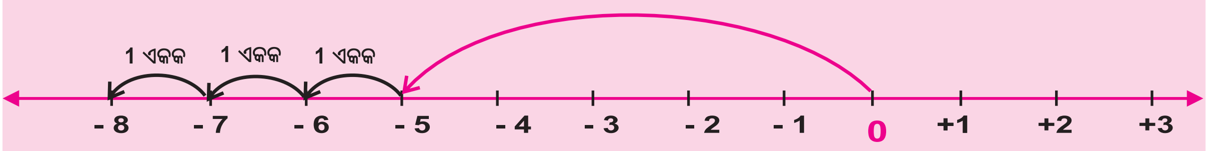
ଏଣୁ (-5) + (-3) = -5 - (+3)

ଆମେ 7 ରୁ 3 କିପରି ବିୟୋଗ କରୁ ?

$$\begin{aligned} 7 - 3 &= (7-1)-2 \\ &= (6-1)-1 \\ &= 5-1 = 4 \end{aligned}$$

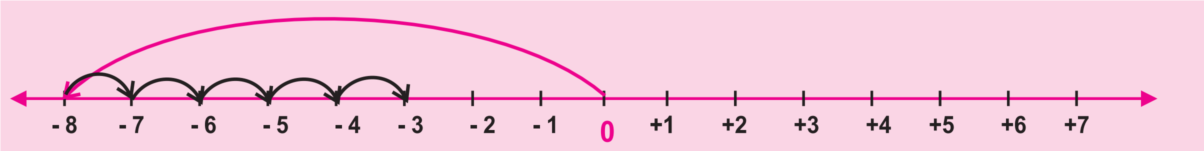
ଅର୍ଥାତ୍ 7ରୁ ଥର ଥର କରି 3 ଗୋଟି 1 କମାଇ ଆମେ 7ରୁ 3 ବିୟୋଗ କରିଥାଉ । 1 କମାଇବା ଅର୍ଥ ସେହିସଂଖ୍ୟା ପାଇବା, ଯେଉଁଟି ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ପୂର୍ବ ସଂଖ୍ୟାର ବାମ ପାଖରେ ଥାଏ । ଏଣୁ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କଲା ବେଳେ ଆମେ ବାମକୁ ଯାଉ ।

(କ) $(-5) + (-3) = -5 - (+3)$



ଶୂନ (0) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁରୁ - 5 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯିବାପରେ, +3 ବିୟୋଗ କରିବା ଲାଗି 3 ଘର (ଏକକ) ବାମକୁ ଗଲେ । $-5 + (-3) = -5 - (+3) = -8$

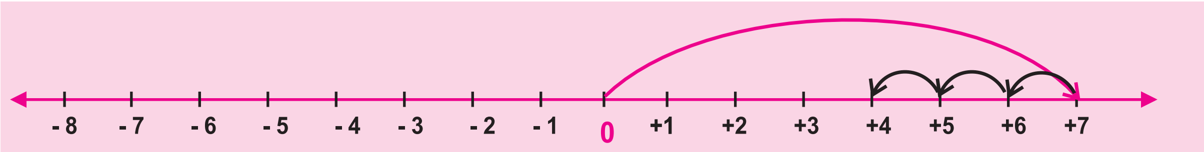
(ଖ) $(-8) + (+5) = ?$



ଆମେ ଦେଖିଲେ : $-8 + (+5) = -3$

(ଗ) $(+7) - (+3) = ?$

ଆମେ ତ' ଜାଣିଲୁଣି +3 ବିୟୋଗ କରିବା ଲାଗି 3 ଏକକ ବାମକୁ ଯିବାକୁ ହେବ ।

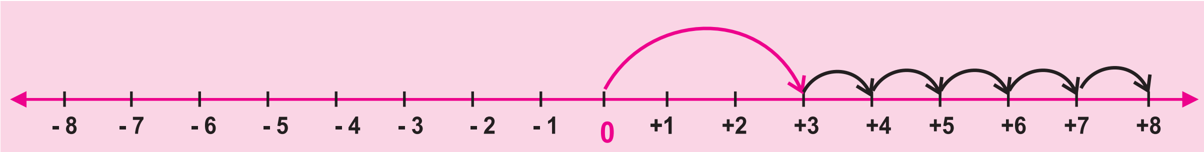


$(+7) - (+3) = +4$

(ଘ) $(+3) - (-5) = ?$

-5 ବିୟୋଗ କରିବା ଅର୍ଥ ହେଉଛି - 5ର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା +5 କୁ ଯୋଗ କରିବା ।

$(+3) - (-5) = (+3) + (+5)$



ଏଣୁ, $(+3) - (-5) = (+3) + (+5) = +8$

ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ବନ୍ଧରେ କେତେକ ଜାଣିବା କଥା

- ଯୋଗ ବା ବିୟୋଗ କଲାବେଳେ ଆମେ ଶୂନ (0) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରୁ ।
- ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗକଲା ବେଳେ ଆମେ ଡ଼ାହାଣକୁ ଯାଉ ।
- ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କଲାବେଳେ ଆମେ ବାମକୁ ଯାଉ ।
- ଯେଉଁ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କରିବାକୁ ଥାଏ, ଗୋଟି ଗୋଟି କରି ସେତିକି ଘର (ଏକକ) ଗଣି ଆମେ ଡାହାଣକୁ ଯାଉ ।
- ଯେଉଁ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କରିବାକୁ ଥାଏ, ଗୋଟି ଗୋଟି କରି ସେତିକି ଘର ଗଣି ଆମେ ବାମକୁ ଯାଉ ।
- **ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କରିବା ପାଇଁ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ବିୟୋଗ କରିବା ।** ଏଣୁ ଯେଉଁଠି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କରିବାକୁ ଥାଏ, ସେଠାରେ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରିବାକୁ ହୁଏ ।

  ଯଥା : $(+5) + (-7) = (+5) - (+7)$
- **ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କରିବା ପାଇଁ, ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କରିବାକୁ ହୁଏ ।**

  ଯଥା : $(+3) - (-5) = (+3) + (+5)$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 8.2

1. ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ସେଥିରେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନ ଚିହ୍ନଟ କର । ସେହି ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

   (କ) -3 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ଦୂରତା କେତେ ଏକକ ?

   (ଖ) -7 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଓ - 4 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା କେତେ ?

   (ଗ) + 7 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଓ + 4 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା କେତେ ?

2. ସଂଖ୍ୟା ରେଖାଟିଏ ଅଙ୍କନ କରି ସେଥିରେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମାନଙ୍କୁ ଚିହ୍ନଟ କର । ସେହି ସଂଖ୍ୟା ରେଖାକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

   (କ) -2 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପାଖରୁ 4 ଏକକ ବାମକୁ ଆସିଲେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିବ ?

   (ଖ) +4 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ 7 ଏକକ ବାମକୁ ଆସିଲେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିବ ?

   (ଗ) -5 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପାଖରୁ 4 ଏକକ ଡ଼ାହାଣକୁ ଆସିଲେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିବ ?

   (ଘ) -2 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ 5 ଏକକ ଡ଼ାହାଣକୁ ଗଲେ, କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିବ ?

3. ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୋଗକର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନ ସମାଧାନ ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେଖାର ସାହାଯ୍ୟ ନିଅ ।

(କ) (+3) + (+2)   (ଖ) (-2) + (+5)   (ଗ) (+8) + (-3)

(ଘ) (-7) + (+4)   (ଙ) (-3) + (-4)   (ଚ) (+5) + (0)

4. ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନ ଲାଗି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ବିୟୋଗ କର ।

(କ) (+5) - (+3)   (ଖ) (+7) - (-4)   (ଗ) (+5) - (+8)

(ଘ) (+4) - (-7)   (ଙ) (-4) - (+3)   (ଚ) (-6) - (-5)

8.6 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବିଭିନ୍ନ ନିୟମ

(କ) ଆମେ ଯେଉଁ ଯୋଗ କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ସମ୍ପାଦନ କରିଛୁ, ସେଥିରୁ ଦେଖିଛୁ -

ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ମଧ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

ଏଣୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା **ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ** ପାଳନ କରେ ।

(ଖ) ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନିଅ । ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାଟି ସହ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ମିଶାଅ । ଏବେ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ମିଶାଅ । ଉଭୟ ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହେଲା କି ?
- ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ଗୋଟିଏ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନେଇ ସେହିଭଳି କାମଟିକୁ କର । ଦୁଇଟି ଯାକ ଯୋଗଫଳ ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?
- ଦୁଇଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନେଇ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ମିଶାଇ ଯୋଗଫଳ କେତେ ହେଲା ଲେଖ । ଏବେ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗକରି ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଉଭୟ ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହେଉଛି କି ?
- ଉପରେ କରିଥିବା ତିନୋଟି କାମରୁ କ'ଣ ଜାଣିଲ ?

ଆମେ ଦେଖିଲେ -

ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ ଯୋଗକଲେ ମଧ୍ୟ ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହୁଏ ।

ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।

କହିଲ ଦେଖି :

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ କି ?

(ଗ) { (+2) + (-3)} + (+6) = (-1) + (+6) = +5

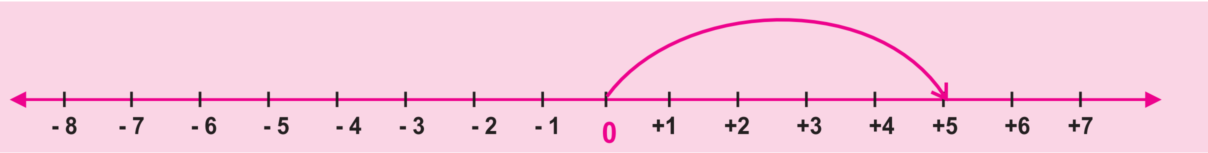
ପୁନଶ୍ଚ (+2) + {(-3) + (+6)} = (+2) + (+3) = +5

ଆମେ ଦେଖିଲେ- ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରଥମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟର ଯୋଗଫଳକୁ ତୃତୀୟ ସହ ଯୋଗକଲେ ଯେଉଁଫଳ ମିଳେ, ପ୍ରଥମକୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ଓ ତୃତୀୟର ଯୋଗଫଳ ସହ ଯୋଗକଲେ, ସେହି ଯୋଗଫଳ ମିଳେ ।

ଅର୍ଥାତ୍ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା **ସହଯୋଗୀ ନିୟମ** ପାଳନ କରେ ।

(ଘ) ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ଶୂନ (0) କୁ ଯୋଗ କରିବା ।

(+5) + (0) = ?



+ 5 ରେ ଶୂନ (0) ଯୋଗ କଲାବେଳେ, ପ୍ରଥମେ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ + 5 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁକୁ ଯିବାକୁ ପଡ଼ିବ । ଶୂନ ମିଶାଯିବା ଅର୍ଥ ଆଉ ଆଗକୁ (ଡାହାଣକୁ) ଯିବାନାହିଁ । ତେଣୁ, + 5 ରେ ଶୂନ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ + 5 ହେବ ।

(+5) + (0) = +5

ସେହିପରି   (0) + (+5) = +5

ଏଣୁ   (+5) + 0 = 0 + (+5) = +5

ଜାଣିଛ କି ?

ଶୂନ (0) ହେଉଛି ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ ।

ଅର୍ଥାତ୍ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅଭେଦ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ -

ଯେକୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା + 0 = 0 + ସେହି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା = ସେହି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

(ଙ) **ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ**

ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ କେତେ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

- (+4) + (-4) = କେତେ ?
- (-7) + (+7) = କେତେ ?
- (+ 8) + (- 8) = କେତେ ?

ଉପରୋକ୍ତ ତିନୋଟି ଯୋଗଫଳରୁ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ହେଉଛି ଶୂନ (0) ।

ଏହାକୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର **ବିଲୋମ ନିୟମ** କୁହାଯାଏ ।

8.7 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ପରମମାନ

ସଂଖ୍ୟାରେଖାର 0 (ଶୂନ) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ +3 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯିବାକୁ ହେଲେ କେତେ ଏକକ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବାକୁ ହେବ ? ଉତ୍ତର ହେବ : 3 ଏକକ ।

ପୁନଶ୍ଚ 0(ଶୂନ) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ - 3 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯିବାକୁ ହେଲେ, କେତେ ଏକକ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବାକୁ ହେବ ? ଉତ୍ତର ହେବ : 3 ଏକକ ।

ଅବଶ୍ୟ +3 ସୂଚାଏ ଯେ ଏହା 0 ଠାରୁ 3 ଏକକ ଡ଼ାହାଣରେ ଅବସ୍ଥିତ ଏବଂ -3 ସୂଚାଏ ଯେ ଏହା 0 ଠାରୁ 3 ଏକକ ବାମକୁ ଅବସ୍ଥିତ । ଏଠାରେ '+' ଚିହ୍ନ 'ଡ଼ାହାଣ' ଦିଗର ସୂଚକ ଏବଂ '–' ଚିହ୍ନ 'ବାମ' ଦିଗର ସୂଚକ ।

ମାତ୍ର ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟା +3 ଓ -3 ର ଏକ ସାଧାରଣ ଗୁଣ ହେଉଛି ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୂନ (0) ଠାରୁ 3 ଏକକ ଦୂରରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ, +3 ଓ -3 ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା 3 ସହ ସମ୍ପୃକ୍ତ । 3କୁ +3 ଓ -3 ପ୍ରତ୍ୟେକର ପରମମାନ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ସଙ୍କେତରେ –

-3 ର ପରମମାନକୁ |-3| ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ଏବଂ |-3| = 3

ସେହିପରି +3 ର ପରମ ମାନକୁ |+3| ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।

|+3| = 3, |+2| = 2, |-2| = 2, |-15| = 15, |+15| = 15

> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> ◆ 'ପରମମାନ' ଅର୍ଥ ପରିମାଣ ସୂଚକ ମାନ ।
>
> ◆ 0ର ପରମମାନ ହେଉଛି 0 ।
>
> କାରଣ ଆମେ ଆଗରୁ ଜାଣିଛୁ 0 = - 0
>
> ଏଣୁ |0| = |-0| = 0

✍ **-12, + 6, -1394 ଓ + 1579 ର ପରମ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।**

8.8 ସଂଖ୍ୟାରେଖା ବ୍ୟବହାର ନ କରି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ

(କ) ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ

ଆମେ ସଂଖ୍ୟାରେଖାର ସାହାଯ୍ୟ ନେଇ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପାଦନ କରିଛୁ । ବର୍ତ୍ତମାନ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ବିନା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ।

ସଂଖ୍ୟାର ବିଶ୍ଳେଷଣ ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟା ଲାଗି ପ୍ରଥମେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର **ବିଶ୍ଳେଷଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା** ସହ ପରିଚିତ ହେବା । ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା ଅର୍ଥ ଏହାକୁ ଦୁଇଟି ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

ଯେପରି + 5 = (+4) + (+1) , ସେହିପରି ଆମେ ପାଇବା + 5 = (+3) + (+2)

= (+2) + (+3)

= (+1) + (+4)

ଏହା ହେଉଛି +5 ର ବିଭିନ୍ନ ବିଶ୍ଳେଷଣ । ଅର୍ଥାତ + 5 କୁ ଯେତେ ପ୍ରକାରେ ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ରୂପେ ଲେଖିବା ସମ୍ଭବ, ଏଠାରେ ତାହା କରାଯାଇଛି ।

✍ **+ 8 କୁ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ରାଶିର ସମଷ୍ଟି ରୂପେ ଲେଖ ।**

ଆମେ ଜାଣିପାରିବା ଯେ, 1ଟଙ୍କା କ୍ଷତି ଓ ଆଉ 1 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି ହେଲେ ମୋଟ କ୍ଷତି ହେବ 2 ଟଙ୍କା ।

ଅନ୍ୟ କଥାରେ : $(-1) + (-1) = -2$

2 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି ସହ ଆଉ 1 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି ହେଲେ, ମୋଟ କ୍ଷତି ହେବ 3 ଟଙ୍କା । ଅର୍ଥାତ୍, $(-2) + (-1) = -3$

ଏଥିରୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ –

$$-3 = (-2) + (-1)$$
$$= (-1) + (-2)$$

ସେହିପରି, $-5 = (-4) + (-1)$

$$= (-3) + (-2)$$
$$= (-2) + (-3)$$
$$= (-1) + (-4)$$

ଏହା ହେଲା -5 ର ବିଶ୍ଲେଷଣ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାର ବିଶ୍ଲେଷଣ ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୋଗ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ- 1 $(-3) + (+5) = ?$

$(-3) + (+5) = (-3) + (+3) + (+2)$ [+5 କୁ (+3) + (+2) ରୂପେ ନିଆଯାଇଛି]

$= 0 + (+2)$ [ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା (-3) ଓ (+3)ର ଯୋଗଫଳ 0 ହେତୁ]

$= +2$ [ଅଭେଦନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ $0 + (+2) = +2$]

ଅବଶ୍ୟ ଲେଖିପାରିଥାଆନ୍ତେ $(-3) + (+5) = (+5) + (-3)$

$$= 5 - 3 = 2$$

ଉଦାହରଣ- 2 $(-8) + (+6) = ?$

$$(-8) + (+6) = (-2) + (-6) + (+6)$$
$$= (-2) + \{(-6) + (+6)\}$$
$$= (-2) + 0$$
$$= -2$$

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ଓ ଗୋଟିଏ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କଲାବେଳେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଟିର ବିଶ୍ଲେଷଣ କରାଯିବ ? ଏହା ଜାଣିବା ପାଇଁ ଦୁଇଟି ଯାକ ସଂଖ୍ୟାର ପରମ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯିବ । ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ପରମ ମାନ ଅଧିକ, ସେଇଟିର ବିଶ୍ଲେଷଣ କରାଯିବ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର : ଉଦାହରଣ (1) ରେ + 5 ର ବିଶ୍ଲେଷଣ କରାଯାଇଥିଲା, ମାତ୍ର ପ୍ରଶ୍ନ (2) ରେ -8 ର ବିଶ୍ଲେଷଣ କରାଗଲା ।

(ଖ) ସଂଖ୍ୟାର ବିଶ୍ଲେଷଣ ସାହାଯ୍ୟରେ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରିବା ଅର୍ଥ ଏହାର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ବା ଏହାର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କରିବା ।

ଅର୍ଥାତ୍

(i) $+5 - (-3) = +5 + (+3)$

(ii) $-3 - (+5) = -3 + (-5)$

ଏହିପରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଏକ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ପରିଣତ କରିହେବ। ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ପରିଣତ କରିବାପରେ ଯୋଗ ପ୍ରଣାଳୀରେ କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପାଦନ କରିବାକୁ ହେବ।

(iii) $(-5)-(+3) = (-5)+(-3)$
$= (-5)+(-1)+(-2)$
$= (-6)+(-1)+(-1)$
$= (-7)+(-1)$
$= -8$

(iv) $(-3)-(-5) = (-3)+(+5)$
$= (-3)+(+3)+(+2)$
$= 0+(+2)$
$= +2$

ଜାଣିଛ କି ?

- +3 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ହେଉଛି -3।
- -5 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ହେଉଛି +5।
- କୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ତାହାର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀର ସମଷ୍ଟି ହେଉଛି 0।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 8.3

1. ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ -

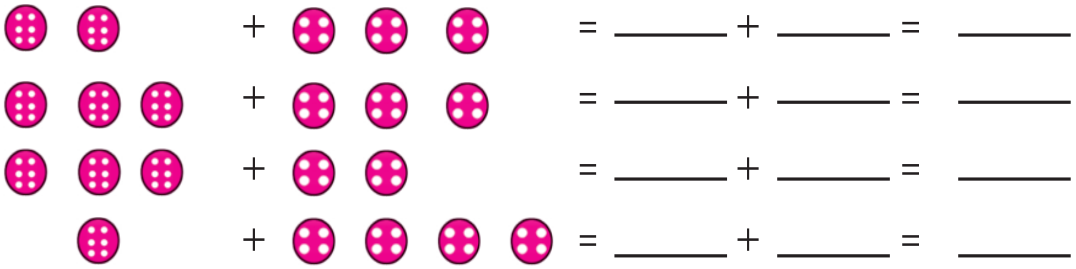
(କ) (+5) ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା, (-6) ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା।

(+5) + (-6) = (-1), ଏଠାରେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଯୋଗଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲା।

ଏଥିରୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା କେଉଁ ନିୟମ ପାଳନ କରୁଥିବାର ଜଣାପଡିଲା ?

(ଖ) ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅଭେଦ ନିୟମ ପାଳନ କରେ- ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦେଇ ବୁଝାଅ।

(ଗ) ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନିଅ। ଏହାର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। ତୁମେ ନେଇଥିବା ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ତାହାର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀର ସମଷ୍ଟି କେତେ ହେବ ସ୍ଥିର କର।

2. ଏହା (+1)କୁ ସୂଚାଏ, ସେହିପରି ଏହା (-1)କୁ ସୂଚାଏ

ତେବେ ନିମ୍ନ ଯୋଗଫଳଗୁଡିକୁ ସ୍ଥିର କର-