

સ્વાધ્યાય 5.3

1. નીચે આપેલ સમાંતર શ્રેણી માટે માગ્યા પ્રમાણે સરવાળો કરો :

(i) 2, 7, 12, ... 10 પદ સુધી

જ. અહીં, સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ $a = 2$, સામાન્ય તફાવત $d = 7 - 2 = 5$ અને $S_{10} = ?$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore S_{10} = \frac{10}{2}[2 \times 2 + (10 - 1) \times 5]$$

$$\therefore S_{10} = 5[4 + 9 \times 5]$$

$$\therefore S_{10} = 5[4 + 45]$$

$$\therefore S_{10} = 5 \times 49$$

$$\therefore S_{10} = 245$$

(ii) -37, -33, -29, ... 12 પદ સુધી

જ. સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ $a = -37$, સામાન્ય તફાવત $d = -33 - (-37) = 4$ અને $S_{12} = ?$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore S_{12} = \frac{12}{2}[2 \times (-37) + (12 - 1) \times 4]$$

$$\therefore S_{12} = 6[-74 + 11 \times 4]$$

$$\therefore S_{12} = 6[-74 + 44]$$

$$\therefore S_{12} = 6 \times -30$$

$$\therefore S_{12} = -180$$

(iii) 0.6, 1.7, 2.8, ... 100 પદ સુધી

જ. અહીં, સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ $a = 0.6$, સામાન્ય તફાવત $d = 1.7 - 0.6 = 1.1$ અને $S_{100} = ?$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore S_{100} = \frac{100}{2}[2 \times 0.6 + (100 - 1) \times 1.1]$$

$$\therefore S_{100} = 50[1.2 + 99 \times 1.1]$$

$$\therefore S_{100} = 50[1.2 + 108.9]$$

$$\therefore S_{100} = 50 \times 110.1$$

$$\therefore S_{100} = 5505$$

(iv) $\frac{1}{15}, \frac{1}{12}, \frac{1}{10}, \dots$ 11 પદ સુધી

જ. અહીં, સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ $a = \frac{1}{15}$, સામાન્ય તફાવત $d = \frac{1}{12} - \frac{1}{15} = \frac{1}{60}$ અને $S_{11} = ?$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$\therefore S_{11} = \frac{11}{2}\left[2 \times \frac{1}{15} + (11-1) \times \frac{1}{60}\right]$$

$$\therefore S_{11} = \frac{11}{2}\left[\frac{2}{15} + \frac{10}{60}\right]$$

$$\therefore S_{11} = \frac{11}{2}\left[\frac{9}{30}\right]$$

$$\therefore S_{11} = \frac{99}{60}$$

$$\therefore S_{11} = \frac{33}{20}$$

2. નીચેના સરવાળા શોધો :

(i) $7, 10\frac{1}{2}, 14, \dots, 84$

જ. અહીં, સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ $a = 7$, સામાન્ય તફાવત $d = 10\frac{1}{2} - 7 = \frac{7}{2}$

ધારો કે સમાંતર શ્રેણીનું n મું પદ 84 છે.

$$\therefore a_n = a + (n-1)d$$

$$\therefore a_n = 7 + (n-1)\frac{7}{2}$$

$$\therefore 84 = 7 + (n-1)\frac{7}{2}$$

$$\therefore 84 - 7 = (n-1)\frac{7}{2}$$

$$\therefore 77 = (n-1)\frac{7}{2}$$

$$\therefore 77 \times \frac{2}{7} = n-1$$

$$\therefore n-1 = 11 \times 2$$

$$\therefore n-1 = 22$$

$$\therefore n = 22 + 1$$

$$\therefore n = 23$$

અહીં, સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ $a = 7$, સમાંતર શ્રેણીનું છેલ્લું પદ $l = 84$ છે.

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

$$\therefore S_{23} = \frac{23}{2}(7 + 84)$$

$$\therefore S_{23} = \frac{23}{2} \times 91$$

$$\therefore S_{23} = \frac{2093}{2}$$

$$\therefore S_{23} = 1046\frac{1}{2}$$

(ii) **34, 32, 30, ... , 10**

જ. અહીં, સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ $a = 34$, સામાન્ય તફાવત $d = 32 - 34 = -2$ ધારો કે સમાંતર શ્રેણીનું n મું પદ 10 છે.

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore 10 = 34 + (n - 1)(-2)$$

$$\therefore 10 - 34 = (n - 1)(-2)$$

$$\therefore -24 = (n - 1)(-2)$$

$$\therefore \frac{-24}{-2} = (n - 1)$$

$$\therefore 12 = n - 1$$

$$\therefore n - 1 = 12$$

$$\therefore n = 12 + 1$$

$$\therefore n = 13$$

અહીં, સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ $a = 34$, સમાંતર શ્રેણીનું છેલ્લું પદ $l = 10$ છે.

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

$$\therefore S_{13} = \frac{13}{2}(34 + 10)$$

$$\therefore S_{13} = \frac{23}{2} \times 44$$

$$\therefore S_{13} = 23 \times 22$$

$$\therefore S_{13} = 286$$

(iii) **(-5), (-8), (-11), ... , (-230)**

જ. અહીં, સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ $a = -5$, સામાન્ય તફાવત $d = -8 - (-5) = 3$ ધારો કે સમાંતર શ્રેણીનું n મું પદ -230 છે.

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore -230 = -5 + (n - 1)(-3)$$

$$\therefore -230 + 5 = (n - 1)(-3)$$

$$\therefore -225 = (n - 1)(-3)$$

$$\therefore \frac{-225}{-3} = (n - 1)$$

$$\therefore 75 = n - 1$$

$$\therefore n - 1 = 75$$

$$\therefore n = 75 + 1$$

$$\therefore n = 76$$

અહીં, સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ $a = -5$, સમાંતર શ્રેણીનું છેલ્લું પદ $l = -230$ છે.

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

$$\therefore S_{76} = \frac{76}{2}(-5 - 230)$$

$$\therefore S_{76} = 38 \times (-235)$$

$$\therefore S_{76} = -8930$$

3. સમાંતર શ્રેણીમાં

(i) $a = 5$, $d = 3$, $a_n = 50$ આપેલ હોય, તો n અને S_n શોધો.

જ. અહીં, $a = 5$, $d = 3$, $a_n = 50$ છે.

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore 50 = 5 + (n - 1)(3)$$

$$\therefore 50 - 5 = (n - 1)(3)$$

$$\therefore 45 = (n - 1)(3)$$

$$\therefore \frac{45}{3} = (n - 1)$$

$$\therefore 15 = n - 1$$

$$\therefore n - 1 = 15$$

$$\therefore n = 15 + 1$$

$$\therefore n = 16$$

અહીં, સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ $a = 5$, સમાંતર શ્રેણીનું છેલ્લું પદ $l = 50$ છે.

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

$$\therefore S_{16} = \frac{16}{2}(5 + 50)$$

$$\therefore S_{16} = 8 \times 55$$

$$\therefore S_{16} = 440$$

(ii) $a = 7$, $a_{13} = 35$ આપેલ હોય, તો d અને S_{13} શોધો.

જ. અહીં, $a = 7$, $a_{13} = 35$ છે.

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore a_{13} = 7 + (13 - 1)d$$

$$\therefore 35 = 7 + 12d$$

$$\therefore 35 - 7 = 12d$$

$$\therefore 12d = 28$$

$$\therefore d = \frac{28}{12}$$

$$\therefore d = \frac{7}{3}$$

અહીં, સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ $a = 7$, સમાંતર શ્રેણીનું છેલ્લું પદ $l = 35$ છે.

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

$$\therefore S_{13} = \frac{13}{2}(7 + 35)$$

$$\therefore S_{13} = \frac{13}{2} \times 42$$

$$\therefore S_{13} = 13 \times 21$$

$$\therefore S_{13} = 273$$

(iii) $a_{12} = 37$, $d = 3$ આપેલ હોય, તો a અને S_{12} શોધો.

જ. અહીં, $a_{12} = 37$, $d = 3$ છે.

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore a_{12} = a + (12 - 1)(3)$$

$$\therefore 37 = a + 11 \times 3$$

$$\therefore 37 = a + 33$$

$$\therefore 37 - 33 = a$$

$$\therefore a = 4$$

અહીં, સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ $a = 4$, સમાંતર શ્રેણીનું છેલ્લું પદ $l = 37$ છે.

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

$$\therefore S_{12} = \frac{12}{2}(4 + 37)$$

$$\therefore S_{12} = 6 \times 41$$

$$\therefore S_{12} = 246$$

(iv) $a_3 = 15$, $S_{10} = 125$ આપેલ હોય, તો d અને a_{10} શોધો.

જ. અહીં, $a_3 = 15$, $S_{10} = 125$ છે.

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore a_3 = a + (3 - 1)d$$

$$\therefore 15 = a + 2d$$

$$\therefore a = 15 - 2d \dots \dots \dots (1)$$

હવે,

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore S_{10} = \frac{10}{2}[2a + (10 - 1)d]$$

$$\therefore 125 = 5[2a + 9d]$$

$$\therefore \frac{125}{5} = 2a + 9d$$

$$\therefore 25 = 2a + 9d$$

ઉપરના સમીકરણ માં $a = 15 - 2d$ મૂકતાં,

$$\therefore 2(15 - 2d) + 9d = 25$$

$$\therefore 30 - 4d + 9d = 25$$

$$\therefore 5d = 25 - 30$$

$$\therefore 5d = -5$$

$$\therefore d = -1$$

$d = -1$ કિંમત સમીકરણ (1) માં મૂકતાં,

$$\therefore a = 15 - 2d$$

$$\therefore a = 15 - 2 \times (-1)$$

$$\therefore a = 15 + 2$$

$$\therefore a = 17$$

હવે,

$$\therefore a_{10} = 17 + (10 - 1)(-1)$$

$$\therefore a_{10} = 17 + 9(-1)$$

$$\therefore a_{10} = 17 - 9$$

$$\therefore a_{10} = 8$$

(v) $d = 5$, $S_9 = 75$ આપેલ હોય, તો a અને a_9 શોધો.

જ. અહીં, $d = 5$, $S_9 = 75$ છે.

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore S_9 = \frac{9}{2}[2a + (9 - 1)(5)]$$

$$\therefore 75 = \frac{9}{2}[2a + 8(5)]$$

$$\therefore 75 = \frac{9}{2}(2a + 40)$$

$$\therefore 75 = 9a + 180$$

$$\therefore 9a = 75 - 180$$

$$\therefore 9a = -105$$

$$\therefore a = -\frac{105}{9}$$

$$\therefore a = -\frac{35}{3}$$

હવે,

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore a_9 = -\frac{35}{3} + (9 - 1)(5)$$

$$\therefore a_9 = -\frac{35}{3} + 8(5)$$

$$\therefore a_9 = -\frac{35}{3} + 40$$

$$\therefore a_9 = -\frac{35}{3} + \frac{120}{3}$$

$$\therefore a_9 = \frac{-35 + 120}{3}$$

$$\therefore a_9 = \frac{85}{3}$$

(vi) $a = 2$, $d = 8$, $S_n = 90$ આપેલ હોય, તો n અને a_n શોધો.

જ. અર્થ, $a = 2$, $d = 8$, $S_n = 90$ છે.

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore S_9 = \frac{n}{2}[2 \times 2 + (n - 1)(8)]$$

$$\therefore 90 = \frac{n}{2}[4 + 8n - 8]$$

$$\therefore 90 = \frac{n}{2}[8n - 4]$$

$$\therefore 90 = n(4n - 2)$$

$$\therefore 90 = 4n^2 - 2n$$

$$\therefore 4n^2 - 2n - 90 = 0$$

$$\therefore 2n^2 - n - 45 = 0$$

$$\therefore 2n^2 - 10n + 9n - 45 = 0$$

$$\therefore 2n(n - 5) + 9(2n - 5) = 0$$

$$\therefore (2n - 5)(n - 5) = 0$$

$$\therefore 2n - 5 = 0 \text{ } \> \text{ } n - 5 = 0$$

$$\therefore 2n = 5 \text{ } \> \text{ } n = 5$$

$$\therefore n = \frac{5}{2} \text{ } \> \text{ } n = 5$$

પરંતુ પદની સંખ્યા અપૂર્ણાંક ન હોઈ શકે,

$$\therefore n = 5$$

$$\therefore a_9 = \frac{85}{3}$$

હવે,

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore a_5 = 2 + (5 - 1)(8)$$

$$\therefore a_5 = 2 + 4(8)$$

$$\therefore a_5 = 2 + 32$$

$$\therefore a_5 = 34$$

(vii) $a = 8$, $a_n = 62$, $S_n = 210$ આપેલ હોય, તો n અને d શોધો.

જ. અહીં, $a = 8$, $a_n = 62$, $S_n = 210$ છે.

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}(a + a_n)$$

$$\therefore 210 = \frac{n}{2}(8 + 62)$$

$$\therefore 210 = \frac{n}{2}(70)$$

$$\therefore 210 = n(35)$$

$$\therefore \frac{210}{35} = n$$

$$\therefore n = 6$$

હવે,

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore 62 = 8 + (6 - 1)d$$

$$\therefore 62 - 8 = 5d$$

$$\therefore 54 = 5d$$

$$\therefore d = \frac{54}{5}$$

(viii) $a_n = 4$, $d = 2$, $S_n = -14$ આપેલ હોય, તો n અને a શોધો.

જ. અહીં, $a_n = 4$, $d = 2$, $S_n = -14$ છે.

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore 4 = a + (n - 1)(2)$$

$$\therefore 4 = a + 2n - 2$$

$$\therefore 4 + 2 = a + 2n$$

$$\therefore a + 2n = 6$$

$$\therefore a = 6 - 2n \dots \dots \dots (1)$$

હવે,

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore -14 = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)(2)]$$

$$\therefore -14 = \frac{n}{2}[2a + 2n - 2]$$

$$\therefore -14 = n(a + n - 1)$$

સમીકરણ (1) માંથી ની કિંમત મૂકતાં,

$$\therefore -14 = n(6 - 2n + n - 1)$$

$$\therefore -14 = n(5 - n)$$

$$\therefore -14 = 5n - n^2$$

$$\therefore -n^2 + 5n + 14 = 0$$

$$\therefore n^2 - 5n - 14 = 0$$

$$\therefore n^2 - 7n + 2n - 14 = 0$$

$$\therefore n(n - 7) + 2(n - 7) = 0$$

$$\therefore (n - 7)(n + 2) = 0$$

$$\therefore n - 7 = 0 \text{ કે } n + 2 = 0$$

$$\therefore n = 7 \text{ કે } n = -2$$

પદની સંખ્યા ઋણ ન હોઈ શકે

$$\therefore n = 7$$

$n = 7$ કિંમત સમીકરણ (1) માં મૂકતાં,

$$\therefore a = 6 - 2n$$

$$\therefore a = 6 - 2 \times 7$$

$$\therefore a = 6 - 14$$

$$\therefore a = -8$$

(ix) $a = 3$, $n = 8$, $S_n = 192$ આપેલ હોય, તો d શોધો.

જ. અહીં, $a = 3$, $n = 8$, $S_n = 192$ છે.

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}(a + a_n)$$

$$\therefore 192 = \frac{8}{2}(3 + a_n)$$

$$\therefore 192 = 4(3 + a_n)$$

$$\therefore \frac{192}{4} = 3 + a_n$$

$$\therefore 48 = 3 + a_n$$

$$\therefore a_n = 48 - 3$$

$$\therefore a_n = 45$$

હવે,

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore a_8 = 3 + (8 - 1)d$$

$$\therefore 45 = 3 + 7d$$

$$\therefore 7d = 45 - 3$$

$$\therefore 7d = 42$$

$$\therefore d = 6$$

(x) $l = 28$, $S_n = 144$ આપેલ હોય અને પદોની સંખ્યા 9 હોય, તો a શોધો.

જ. અહીં, $l = 28$, $S_n = 144$, $n = 9$ છે.

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

$$\therefore 144 = \frac{9}{2}(a + 28)$$

$$\therefore \frac{144 \times 2}{9} = a + 28$$

$$\therefore 32 = a + 28$$

$$\therefore a = 28 - 32$$

$$\therefore a = 4$$

4. સમાંતર શ્રેણી 9, 17, 25, ... ના કેટલાં પદોનો સરવાળો 636 થાય ?

જ. અહીં, $a = 9$, $d = 17 - 9 = 8$, $S_n = 636$ છે.

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore 636 = \frac{n}{2}[2 \times 9 + (n - 1)(8)]$$

$$\therefore 636 = \frac{n}{2}[18 + 8n - 8]$$

$$\therefore 636 = n[9 + 4n - 4]$$

$$\therefore 636 = n[4n + 5]$$

$$\therefore 636 = 4n^2 + 5n$$

$$\therefore 4n^2 + 5n - 636 = 0$$

$$\therefore 4n^2 + 53n - 48n - 636 = 0$$

$$\therefore n(4n + 53) - 12(4n + 53) = 0$$

$$\therefore (4n + 53)(n - 12) = 0$$

$$\therefore 4n + 53 = 0 \text{ કે } n - 12 = 0$$

$$\therefore 4n = -53 \text{ કે } n = 12$$

$$\therefore n = -\frac{53}{4} \text{ કે } n = 12$$

પદોની સંખ્યા ઋણ પૂર્ણાંક કે અપૂર્ણાંક ન હોઈ શકે.

$$\therefore n = 12$$

સમાંતર શ્રેણી 9, 17, 25, ... ના 12 પદોનો સરવાળો 636 થાય.

5. સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ 5 , અંતિમ પદ 45 અને સરવાળો 400 છે. શ્રેણીનાં પદોની સંખ્યા અને સામાન્ય તફાવત શોધો :

જ. અહીં, $a = 5$, $l = 45$, $S_n = 400$ છે. તેમજ $n = ?$ અને $d = ?$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

$$\therefore 400 = \frac{n}{2}(5 + 45)$$

$$\therefore 400 = \frac{n}{2} \times 50$$

$$\therefore 400 = n \times 25$$

$$\therefore n = \frac{400}{25}$$

$$\therefore n = 16$$

હવે,

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore 45 = 5 + (16 - 1)d$$

$$\therefore 45 = 5 + 15d$$

$$\therefore 45 - 5 = 15d$$

$$\therefore 40 = 15d$$

$$\therefore d = \frac{40}{15}$$

$$\therefore d = \frac{8}{3}$$

6. સમાંતર શ્રેણીના પ્રથા અને અંતિમ પદ અનુક્રમે 17 અને 350 છે. જો સામાન્ય તફાવત 9 હોય, તો તેમાં કેટલા પદ હશે અને તેમનો સરવાળો કેટલો થશે ?

જ. અહીં, $a = 17$, $l = 350$, $d = 9$ છે. તેમજ $n = ?$ અને $S_n = ?$

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore 350 = 17 + (n - 1)(9)$$

$$\therefore 350 = 17 + 9n - 9$$

$$\therefore 350 = 9n + 8$$

$$\therefore 350 - 8 = 9n$$

$$\therefore 342 = 9n$$

$$\therefore n = \frac{342}{9}$$

$$\therefore n = 38$$

હવે,

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

$$\therefore S_{38} = \frac{38}{2}(17 + 350)$$

$$\therefore S_{38} = 19 \times 367$$

$$\therefore S_{38} = 6973$$

7. જે સમાંતર શ્રેણીમાં $d = 7$ અને 22 મું પદ 149 હોય, તેનાં 22 પદોનો સરવાળો શોધો.

જ. અહીં, $d = 7$, $a_{22} = 149$, છે. તેમજ $S_{22} = ?$

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore a_{22} = a + (22 - 1)(7)$$

$$\therefore 149 = a + 21 \times 7$$

$$\therefore 149 = a + 147$$

$$\therefore a = 149 - 147$$

$$\therefore a = 2$$

હવે,

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}(a + a_{22})$$

$$\therefore S_n = \frac{22}{2}(2 + 149)$$

$$\therefore S_n = 11 \times 151$$

$$\therefore S_n = 1661$$

8. સમાંતર શ્રેણીનું બીજું અને ત્રીજું પદ અનુક્રમે 14 અને 18 હોય, તો તેનાં પ્રથમ 51 પદોનો સરવાળો શોધો.

જ. અહીં, $a_2 = 14$, $a_3 = 18$, $d = 18 - 14 = 4$ છે. તેમજ $S_{51} = ?$

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore a_3 = a + (3 - 1)(4)$$

$$\therefore 14 = a + 2 \times 4$$

$$\therefore 14 = a + 8$$

$$\therefore a = 14 - 8$$

$$\therefore a = 6$$

હવે,

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore S_{51} = \frac{51}{2}[2 \times 6 + (51 - 1)(4)]$$

$$\therefore S_{51} = \frac{51}{2}[12 + (50)(4)]$$

$$\therefore S_{51} = \frac{51}{2}[12 + 200]$$

$$\therefore S_{51} = \frac{51}{2} \times 212$$

$$\therefore S_{51} = 51 \times 106$$

$$\therefore S_{51} = 5406$$

9. સમાંતર શ્રેણીના પ્રથમ 7 પદોનો સરવાળો 49 અને 17 પદોનો સરવાળો 289 હોય, તો તેનાં પ્રથમ n પદોનો સરવાળો શોધો.

જ. અહીં, $S_7 = 49$, $a_{17} = 289$ છે. તેમજ $S_n = ?$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore S_7 = \frac{7}{2}[2a + (7 - 1)d]$$

$$\therefore 49 = \frac{7}{2}[2a + 6d]$$

$$\therefore 49 = 7(a + 3d)$$

$$\therefore a + 3d = 7$$

$$\therefore a = 7 - 3d \dots \dots \dots (1)$$

તેમજ,

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore S_{17} = \frac{17}{2}[2a + (17 - 1)d]$$

$$\therefore 289 = \frac{17}{2}[2a + 16d]$$

$$\therefore 289 = 17[a + 8d]$$

$$\therefore 17 = a + 8d$$

ઉપરના સમીકરણ માં સમીકરણ (1) ની કિંમત મૂકતાં,

$$\therefore 17 = a + 8d$$

$$\therefore 17 = 7 - 3d + 8d$$

$$\therefore 17 - 7 = 5d$$

$$\therefore 10 = 5d$$

$$\therefore d = \frac{10}{5}$$

$$\therefore d = 2$$

$d = 2$ કિંમત સમીકરણ (1) માં મૂકતાં,

$$\therefore a = 7 - 3d$$

$$\therefore a = 7 - 3 \times 2$$

$$\therefore a = 7 - 6$$

$$\therefore a = 1$$

હવે,

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2 \times 1 + (n - 1)(2)]$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2 + 2n - 2]$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2n]$$

$$\therefore S_n = n^2$$

10. a_n નીચે પ્રમાણે વ્યાખ્યાયિત છે. સાબિત કરો કે $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ સમાંતર શ્રેણી બનાવે છે. તેમજ પ્રથમ 15 પદોનો સરવાળો શોધો.

(i) $a_n = 3 + 4n$

જ. $a_n = 3 + 4n$

અહીં, $a = 1$ મૂકતાં,

$$a_1 = 3 + 4 \times 1 = 3 + 4 = 7$$

અહીં, $a = 2$ મૂકતાં,

$$a_1 = 3 + 4 \times 2 = 3 + 8 = 11$$

અહીં, $a = 3$ મૂકતાં,

$$a_1 = 3 + 4 \times 3 = 3 + 12 = 15$$

અહીં, $a = 4$ મૂકતાં,

$$a_1 = 3 + 4 \times 4 = 3 + 16 = 19$$

બે ક્રમિક પદો વચ્ચે તફાવત,

$$d = a_2 - a_1 = 11 - 7 = 4$$

$$d = a_3 - a_2 = 15 - 11 = 4$$

$$d = a_4 - a_3 = 19 - 15 = 4$$

તેથી, આપેલી શ્રેણી સમાંતર શ્રેણી છે.

હવે,

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore S_{15} = \frac{15}{2}[2 \times 7 + (15 - 1)(4)]$$

$$\therefore S_{15} = \frac{15}{2}[14 + (14)(4)]$$

$$\therefore S_{15} = \frac{15}{2}[14 + 56]$$

$$\therefore S_{15} = \frac{15}{2} \times 70$$

$$\therefore S_{15} = 15 \times 35$$

$$\therefore S_{15} = 525$$

(ii) $a_n = 9 - 5n$

જ. $a_n = 3 + 4n$

અહીં, $a = 1$ મૂકતાં,

$$a_1 = 9 - 5 \times 1 = 9 - 5 = 4$$

અહીં, $a = 2$ મૂકતાં,

$$a_1 = 9 - 5 \times 2 = 9 - 10 = -1$$

અહીં, $a = 3$ મૂકતાં,

$$a_1 = 9 - 5 \times 3 = 9 - 15 = -6$$

અહીં, $a = 4$ મૂકતાં,

$$a_1 = 9 - 5 \times 4 = 9 - 20 = -11$$

બે ક્રમિક પદો વચ્ચે તફાવત,

$$d = a_2 - a_1 = -1 - 4 = -5$$

$$d = a_3 - a_2 = -6 - (-1) = -5$$

$$d = a_4 - a_3 = -11 - (-6) = -5$$

તેથી, આપેલી શ્રેણી સમાંતર શ્રેણી છે.

હવે,

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore S_{15} = \frac{15}{2}[2 \times 4 + (15 - 1)(-5)]$$

$$\therefore S_{15} = \frac{15}{2} [8 + (14)(-5)]$$

$$\therefore S_{15} = \frac{15}{2} [8 - 70]$$

$$\therefore S_{15} = \frac{15}{2} \times -62$$

$$\therefore S_{15} = 15 \times -31$$

$$\therefore S_{15} = -465$$

11. સમાંતર શ્રેણી ના પ્રથમ n પદોનો સરવાળો $4n - n^2$ હોય, તો તેનું પ્રથમ પદ કયું હશે? પ્રથમ બે પદોનો સરવાળો કેટલો થશે? બીજું પદ કયું હશે? આજ રીતે ત્રીજું, દસમું અને n મું પદ શોધો.

જ. $4n - n^2$

અહીં, $n = 1$ મૂકતાં,

$$S_1 = 4 \times 1 - (1)^2 = 4 - 1 = 3$$

અહીં, $n = 2$ મૂકતાં,

$$S_2 = 4 \times 2 - (2)^2 = 8 - 4 = 4$$

$$\therefore a_1 + a_2 = 4$$

$$a_1 = 3 \text{ મૂકતાં,}$$

$$\therefore 3 + a_2 = 4$$

$$\therefore a_2 = 4 - 3$$

$$\therefore a_2 = 1$$

તેથી બીજું પદ 1 હશે.

$$\text{સામાન્ય તફાવત } d = a_2 - a_1 = 1 - 3 = -2$$

તેથી, 10 મું પદ,

$$\therefore a_{10} = a + 9d$$

$$\therefore a_{10} = 3 + 9(-2)$$

$$\therefore a_{10} = 3 - 18$$

$$\therefore a_{10} = -15$$

તેથી, n મું પદ,

$$\therefore a_n = a + 9d$$

$$\therefore a_n = 3 + (n - 1)(-2)$$

$$\therefore a_n = 3 - 2n + 2$$

$$\therefore a_n = 5 - 2n$$

12. 6 વડે વિભાજ્ય પ્રથમ 40 ધન પૂર્ણાંકોનો સરવાળો શોધો.

જ. 6 થી વિભાજ્ય સંખ્યાઓ 6, 12, 18, ... છે.

અહીં, $a = 6$, $d = 12 - 6 = 6$ છે. તેમજ $S_{40} = ?$

હવે,

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore S_{40} = \frac{40}{2}[2 \times 6 + (40 - 1)(6)]$$

$$\therefore S_{40} = 20[12 + (39)(6)]$$

$$\therefore S_{40} = 20[12 + 234]$$

$$\therefore S_{40} = 20 \times 246$$

$$\therefore S_{40} = 4920$$

13. 8 ના પ્રથમ 15 ગુણિતોનો સરવાળો શોધો.

જ. 8 ના ગુણિતો 8, 16, 32, ... છે.

અહીં, $a = 8$, $d = 16 - 8 = 8$ છે. તેમજ $S_{15} = ?$

હવે,

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore S_{15} = \frac{15}{2}[2 \times 8 + (15 - 1)(8)]$$

$$\therefore S_{15} = \frac{15}{2}[16 + (14)(8)]$$

$$\therefore S_{15} = \frac{15}{2}[16 + 112]$$

$$\therefore S_{15} = \frac{15}{2} \times 128$$

$$\therefore S_{15} = 15 \times 64$$

$$\therefore S_{15} = 960$$

14. 0 અને 15 વચ્ચેના યુગ્મ પૂર્ણાંકોનો સરવાળો શોધો.

જ. 0 અને 15 વચ્ચેના યુગ્મ પૂર્ણાંકો 1, 3, 5, ..., 49 છે.

અહીં, $a = 1$, $d = 3 - 1 = 2$, $n = 25$ છે. તેમજ $S_{25} = ?$

હવે,

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore S_{25} = \frac{25}{2}[2 \times 1 + (25 - 1)(2)]$$

$$\therefore S_{25} = \frac{25}{2}[2 + (24)(2)]$$

$$\therefore S_{25} = \frac{25}{2} [2 + 48]$$

$$\therefore S_{25} = \frac{25}{2} \times 50$$

$$\therefore S_{25} = 25 \times 25$$

$$\therefore S_{25} = 625$$

15. નિર્માણ કામ માટે થયેલ કાર્યમાં નિશ્ચિત તારીખ કરતાં વિલંબથી પૂરા થતાં કામ માટે નીચે પ્રમાણેના દંડની જોગવાઈ છે :

પ્રથમ દિવસ માટે ₹ 200 , બીજા દિવસ માટે ₹ 250 , ત્રીજા દિવસ માટે ₹ 300 વગેરે. પ્રત્યેક દિવસ માટે દંડની રકમ માટે આગળના દિવસ કરતાં ₹ 50 વધુ છે. જો કોન્ટ્રાક્ટર 30 દિવાસનો વિલંબ કરે તો તેણે ભરવી પડતી દંડ ની રકમ શોધો.

જ. દંડની ભરવી પડતી રકમ = 200, 250, 300, ... થશે.

અહીં, $a = 200$, $d = 250 - 200 = 50$, $n = 30$ છે. તેમજ $S_{30} = ?$

હવે,

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore S_{30} = \frac{30}{2} [2 \times 200 + (30 - 1)(50)]$$

$$\therefore S_{30} = 15[400 + (29)(50)]$$

$$\therefore S_{30} = 15[400 + 1450]$$

$$\therefore S_{30} = 15[1850]$$

$$\therefore S_{30} = 27750$$

16. કોઈ એક શાળામાં વિદ્યાર્થીઓના સમગ્ર શૈક્ષણિક પ્રદર્શન માટે અપાતા 7 ઈનામો માટે કુલ ₹ 700 ની જોગવાઈ કરવાની છે. જો પ્રત્યેક ઈનામ આગળના ઈનામ કરતાં ₹ 20 ઓછું હોય, તો પ્રત્યેક ઈનામ ની રકમ શોધો.

જ. અહીં, $n = 7$, $d = 20$ છે. તેમજ $S_7 = ?$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore 700 = \frac{7}{2} [2a + (7 - 1)(20)]$$

$$\therefore 700 = \frac{7}{2} [2a + 6(20)]$$

$$\therefore 700 = \frac{7}{2} [2a + 120]$$

$$\therefore 700 = 7(a + 60)$$

$$\therefore a + 60 = \frac{700}{7}$$

$$\therefore a + 60 = 100$$

$$\therefore a = 100 - 60$$

$$\therefore a = 40$$

તેથી, ઇનામો ની શ્રેણી 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160 થશે.

પરંતુ ઇનામની રકમ ઉતરતા ક્રમમાં હોય છે તેથી ઇનામો 160, 140, 120, 100, 80, 60, 40 થશે.

17. એક શાળામાં વિદ્યાર્થીઓ વાયુ પ્રદૂષણ ઓછું કરવા માટે શાળાની અંદર અને બહાર વૃક્ષ વાવવાનું વિચારે છે. એવું નક્કી કરાયું કે પ્રત્યેક ધોરણનો પ્રત્યેક વિભાગ તે જે ધોરણમાં ભણતાં હોય તેટલાં વૃક્ષો વાવશે. દાખલા તરીકે ધોરણ I નો વિભાગ 1 વૃક્ષ, ધોરણ II નો વિભાગ 2 વૃક્ષ અને આવું ધોરણ XII સુધી ચાલશે. દરેક ધોરણમાં ત્રણ વિભાગ છે. આ વિદ્યાર્થીઓ દ્વારા કેટલાં વૃક્ષોનું વાવેતર થશે ?

જ. દરેક ધોરણમાં ત્રણ વિભાગ છે.

તેથી, વવાતાં વૃક્ષ ની સંખ્યા = $3 \times$ ધોરણ

ધોરણ I દ્વારા વવાતાં વૃક્ષ ની સંખ્યા = $3 \times 1 = 3$

ધોરણ II દ્વારા વવાતાં વૃક્ષ ની સંખ્યા = $3 \times 2 = 6$

ધોરણ III દ્વારા વવાતાં વૃક્ષ ની સંખ્યા = $3 \times 3 = 9$

તેથી, દરેક ધોરણ દ્વારા વવાતાં વૃક્ષ ની સંખ્યા = 3, 6, 9, ... થશે..

અહીં, $a = 3$, $d = 6 - 3 = 3$, $n = 12$ છે. તેમજ $S_{12} = ?$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore S_{12} = \frac{12}{2}[2 \times 3 + (12 - 1)(3)]$$

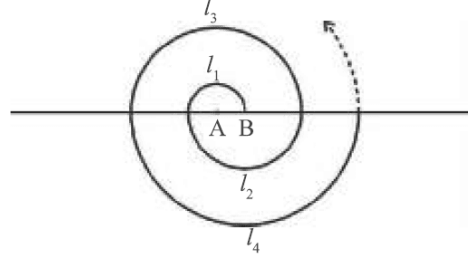
$$\therefore S_{12} = 6[6 + (11)(3)]$$

$$\therefore S_{12} = 6[6 + 33]$$

$$\therefore S_{12} = 6 \times 39$$

$$\therefore S_{12} = 234$$

18. વારાફરતી A અને B ને કેન્દ્ર તરીકે લઈ ક્રમિક અર્ધવર્તુળોની મદદથી એક કુંતલ (spiral) બનાવેલ છે. તેની શરૂઆત A થી થાય છે. આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે ત્રિજ્યાઓ 0.5 સેમી , 1.5 સેમી, 2.0 સેમી ... હોય તો આવા 13 ક્રમિક અર્ધવર્તુળો થી બનતા કુંતલની લંબાઈ શોધો. ($\pi = \frac{22}{7}$ લો.)



- જ. અર્ધવર્તુળનો પરિઘ $= \frac{1}{2}(2\pi r) = \pi r$
 અર્ધવર્તુળોની ત્રિજ્યાઓ 0.5 સેમી , 1.5 સેમી, 2.0 સેમી ... છે.
 તેથી પ્રથમ કુંતલની લંબાઈ $l_1 = 0.5\pi$
 બીજા કુંતલની લંબાઈ $l_2 = 1.5\pi$
 ત્રીજા કુંતલની લંબાઈ $l_3 = 2.0\pi$
 ચોથા કુંતલની લંબાઈ $l_4 = 2.5\pi$
 અહીં, $a = 0.5\pi$, $d = 1.5\pi - 0.5\pi = 0.5\pi$, $n = 13$ છે. તેમજ $S_{13} = ?$
 $\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$
 $\therefore S_{13} = \frac{13}{2}[2 \times 0.5\pi + (13-1)(0.5\pi)]$
 $\therefore S_{13} = \frac{13}{2}[2 \times 0.5\pi + (12)(0.5\pi)]$
 $\therefore S_{13} = 13[0.5\pi + 6(0.5\pi)]$
 $\therefore S_{13} = 13[0.5\pi + 3.0\pi]$
 $\therefore S_{13} = 13[3.5\pi]$
 $\therefore S_{13} = 13 \times 3.5 \times \frac{22}{7}$
 $\therefore S_{13} = 13 \times 0.5 \times 22$
 $\therefore S_{13} = 143$ સેમી

19. લાકડાની 200 ભારીઓ નીચે પ્રમાણે ગોઠવવામાં આવે છે. તળિયાની હારમાં 20 ભરી, તેની ઉપરની હારમાં 19 ભારી, તેની ઉપરની હારમાં 18 ભારી વગેરે. (જુઓ આકૃતિ) આવી 200 ભારીઓ ગોઠવવા માટે કેટલી હાર થશે અને સૌથી ઉપરની હારમાં કેટલી ભારીઓ થશે ?



- જ. હારમાં ભારીઓની સંખ્યા 20, 19, 18, ... થશે.

અહીં, $a = 20$, $d = 19 - 20 = -1$ છે. તેમજ $n = ?$, $S_n = 200$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore S_{200} = \frac{n}{2} [2 \times 20 + (n - 1)(-1)]$$

$$\therefore 200 = \frac{n}{2} [40 - n + 1]$$

$$\therefore 200 \times 2 = n[41 - n]$$

$$\therefore 400 = 41n - n^2$$

$$\therefore -n^2 + 41n - 400 = 0$$

$$\therefore n^2 - 41n + 400 = 0$$

$$\therefore n^2 - 16n - 25n + 400 = 0$$

$$\therefore n(n - 16) - 25(n - 16) = 0$$

$$\therefore (n - 16)(n - 25) = 0$$

$$\therefore n - 16 = 0 \text{ કે } n - 25 = 0$$

$$\therefore n = 16 \text{ કે } n = 25$$

જો $n = 16$ હોય તો,

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore a_{16} = 20 + (16 - 1)(-1)$$

$$\therefore a_{16} = 20 + 15(-1)$$

$$\therefore a_{16} = 20 - 15$$

$$\therefore a_{16} = 5$$

જો $n = 25$ હોય તો,

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore a_{25} = 20 + (25 - 1)(-1)$$

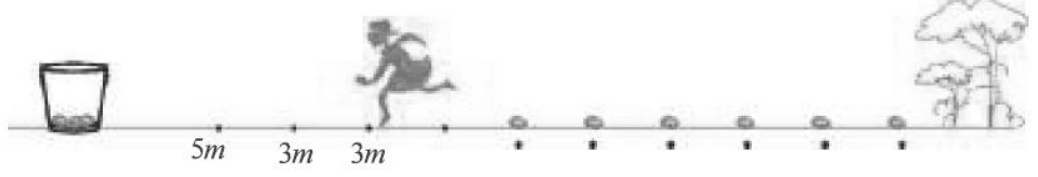
$$\therefore a_{25} = 20 + 25(-1)$$

$$\therefore a_{25} = 20 - 25$$

$$\therefore a_{25} = -5 \text{ જે શક્ય નથી.}$$

તેથી, 200 ભારીઓ ગોઠવવા માટે 16 હાર થશે અને સૌથી ઉપરની હારમાં 5 ભારીઓ થશે.

20. એક બટાકા ઉપાડવાની હરીફાઈ માં આરંભબિંદુ પર એક ડોલ રાખેલ છે. અને ત્યારબાદ તેનાથી 5 મીટર દૂર પ્રથમ બટાકું મૂકેલ છે. ત્યાર પછી દર ત્રણ મીટરે એક બટાકું સીધી રેખામાં ગોઠવેલ છે. આવાં 10 બટાકા રેખા પર મૂકેલ છે. (જુઓ આકૃતિ)



દરેક હરીફ બાલદી પાસેથી દોડી પોતાની નજીકનું બટાકું ઉપાડી, પાછા આવી બાલદીમાં નાખવાનું છે. ત્યારબાદ આજ પ્રમાણે બીજું, ત્રીજું એમ છેલ્લું બટાકું બાલદીમાં મૂકાય ત્યાં સુધી દોડવાનું છે. હરીફ કેટલું અંતર દોડવું પડશે?

- જ. પ્રથમ બટાકું ઉપાડવા માટે કાપવું પડતું અંતર = $2 \times 5 = 10$
બીજું બટાકું ઉપાડવા માટે કાપવું પડતું અંતર = $2 \times (5 + 3) = 2 \times 8 = 16$
ત્રીજું બટાકું ઉપાડવા માટે કાપવું પડતું અંતર = $2 \times (5 + 6) = 2 \times 11 = 22$
તેથી સમાંતર શ્રેણી 10, 16, 22, ... મળે.
અહીં, $a = 10$, $d = 16 - 10 = 6$ છે. તેમજ $n = 10$, $S_n = ?$
 $\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$
 $\therefore S_{10} = \frac{10}{2} [2 \times 10 + (10 - 1)(6)]$
 $\therefore S_{10} = 5 [20 + (9)(6)]$
 $\therefore S_{10} = 5 [20 + 54]$
 $\therefore S_{10} = 5 \times 74$
 $\therefore S_{10} = 370$ મીટર