09

شماریات
Statistics

9.1 تعارف

ایک دن صمد اپنے ریاضی کے ٹیچر سے ملاقات کے لیے ان کے گھر پہنچا۔ وہ اس وقت انکے وارڈ سے حاصل کردہ معلومات بابت ہندوستان کی مردم شماری کو ترتیب دینے میں مصروف تھے۔

صمد: السلام علیکم سر! ایسا معلوم ہورہا ہے آپ بہت مصروف ہیں' کیا میں آپ کی کچھ مدد کرسکتا ہوں؟

اُستاد: صمد' میں نے مردم شماری کے کی ضمن میں تمام گھروں کی کچھ معلومات اکٹھا کی ہیں۔ جیسے افراد خاندان کی تعداد، ان کی عمریں، آمدنی اور جس گھر میں وہ رہتے ہیں وہ کس طرز کا بنا ہے اور دیگر معلومات

صمد: سر ان معلومات سے کیا فائدہ ہوتا ہے؟

اُستاد: یہ معلومات حکومت کے لئے بہت فائدہ مند ہوتی ہیں وہ اس کی مدد سے ترقیاتی پروگراموں کی منصوبہ بندی کرتی ہے اور وسائل مختص کرتی ہے۔

صمد: ان معلومات کو حکومت کس طرح استعمال کرتی ہے۔

اُستاد: ان معلومات (معطیات) کو Census Department معطیات کے تجزیاتی طریقے سے مرتب کرتا ہے اور معلومات کی شکل میں نتائج کی تشریح کی جاتی ہے۔صمد، کیا آپ نے پچھلی جماعتوں میں بنیادی (ابتدائی) شماریات (معطیات کو پڑھنا) کے بارے میں کچھ معلومات حاصل کی ہے؟ کیا آپ نے معلومات حاصل نہیں کی؟

ہم اپنی زندگی میں ایسے بہت سے حالات سے گزرتے ہیں جہاں ہم ان معلومات کو دیکھتے ہیں حقیقت میں' عددی ہندسوں میں جدول، ترسیمات وغیرہ کی شکل میں ان کا تعلق ترکاریوں کی قیمت، شہروں کے درجہ حرارت، کرکٹ کے اسکور، پولنگ نتائج اور بہت سی دوسری معلومات سے ہوسکتا ہے۔ یہ حقیقی یا تصویری جو عددی یا دوسری شکل میں اکٹھا کئے جاتے ہیں ایک خاص مقصد کے لئے ''معطیات'' کہلاتے ہیں۔ ریاضی کی وہ شاخ جس میں معطیات کا مطالعہ کرتے ہوئے ان کا مقصد معلوم کیا جاتا ہے شماریات کہلاتا ہے۔

آیئے پہلے اعادہ کریں گے ہم نے پچھلی جماعتوں میں شماریات (معطیات کو پڑھنا) کے بارے میں کیا سیکھا۔

9.2 معطیات کو اکٹھا کرنا

شماریات کا ابتدائی کام ایک خاص مقصد کے لئے معطیات کو اکٹھا کرنا ہے اس کو سمجھنے کے لئے اس کی شروعات ذیل کے ایک عملی کام معطیات کو اکٹھا کرنے کی مشق سے کرتے ہیں۔

SCERT TELANGANA

مشغلہ

آپ کی جماعت کے طلباء کو چار گروپ میں تقسیم کیجئے اور ایک گروپ کو ذیل کے اقسام میں سے کسی معطیات کو اکٹھا کرنے کا کام مختص کیجئے۔

(i آپ کی جماعت کے تمام طلباء کا وزن معلوم کیجئے۔

(ii وہ طالب علموں (بچوں) کی تعداد جن کے حقیقی بھائی یا بہن بھی یہاں پڑھتے ہیں۔

(iii پچھلے مہینہ میں روزانہ کی اساس پر غیر حاضر طلباء کی تعداد معلوم کیجئے۔

(iv جماعت کے ہر ایک طالب علم کا گھر سے مدرسہ کا فاصلہ۔

آیئے غور کریں کہ کس طرح طلبہ نے مطلوبہ معلومات کو حاصل کیا ہے۔

1. کیا انہوں نے یہ معلومات ہر ایک طالب علم سے راست پوچھ کر حاصل کیا ہے یا ہر ایک کے گھر شخصی طور پر جا کر حاصل کیا ہے۔

2. انہوں نے یہ معلومات مختلف ذرائع سے حاصل کیا ہے جیسا کہ اسکول میں موجود ریکارڈ وغیرہ سے

پہلی صورت میں جب تفتیش کار (طالبعلم) نے واضح مفروضات اکٹھا کئے تھے معطیات کا اکٹھا کرنا **"ابتدائی معطیات"** کہلاتا ہے جیسا کہ (i)،(ii)،(iv)اس طرح مذکورہ بالا ہدف (iii) پچھلے مہینے میں روزانہ کی اساس پر غیر حاضر طلباء کی تعداد کو صرف اسکول کے حاضری رجسٹر سے ہی معلوم کیا جاسکتا ہے۔ کیوں کہ ہم کلاس ٹیچر کی جانب سے تیار کئے گئے معطیات کو استعمال کررہے ہیں لہٰذا یہ ڈیٹا "ثانوی معطیات" کہلاتا ہے یعنی ایک ذرائع سے حاصل شدہ معلومات جو پہلے ہی ریکارڈ کئے گئے ہیں (رجسٹر میں) **"ثانوی معطیات"** کہلاتی ہیں۔

یہ کیجئے

ذیل میں کونسی، ابتدائی یا ثانوی معطیات ہیں۔

(i سال 2001 تا 2010 تک آپ کے مدرسہ میں داخلہ لینے والے طلبہ کی فہرست

(ii فزیکل ایجوکیشن ٹیچر (PET) کی جانب سے بنایا گیا طلباء کے قد کا ریکارڈ

9.3 معطیات کا اظہار

ایک مرتبہ معطیات کو اکٹھا کیا جاتا ہے تو تفتیش کار اس کو پیش کرنے کا طریقہ معلوم کرتا ہے۔ جس شکل میں اس کو پیش کرتا ہے وہ بامعنیٰ، بامقصد اور قابل تفہیم ہوتا ہے جیسے دیکھتے ہی اس کے اہم خصوصیات معلوم ہوں۔ آیئے مختلف صورتحال کا جائزہ لیتے ہیں جہاں ان معطیات کو پیش کرنے کی ہمیں ضرورت ہوتی ہے۔

50 نشانات والے ریاضی کے ایک ٹسٹ میں 15 طلباء کے حاصل کردہ نشانات پر غور کیجئے۔

25, 34, 42, 20, 39, 50, 28, 30, 50, 11, 20, 42, 45, 40, 7

SCERT TELANGANA

اس شکل میں پائے جانے والے معطیات **''خام معطیات'' (Raw data)** کہلاتے ہیں۔

دیئے گئے معطیات کی مدد سے آپ آسانی سے اعظم ترین اور اقل ترین نشانات کی شناخت کر سکتے ہیں اور ان کا فرق معطیات کا سعت *(Range)* کہلاتا ہے۔

یہاں پر اقل ترین اور اعظم ترین سے زیادہ نشانات ترتیب وار 7 اور 50 ہیں لہٰذا 43 = 7 - 50 = سعت

مذکورہ بالا کی مدد سے ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ ہمارے معطیات 7 اور 50 کے درمیان واقع ہیں مذکورہ بالا (مندرجہ بالا) سے ذیل کے سوالات کے جوابات دیجئے۔

(i دیئے گئے معطیات کی وسطی قدر معلوم کیجئے۔

(ii کتنے طلباء ایسے ہیں جنھوں نے ریاضی میں 60% یا اس سے زیادہ نشانات حاصل کئے ہیں؟

مباحثہ:

(i اکرام کا کہنا ہے کہ معطیات کی وسطی قدر 25 ہے کیوں کہ امتحان 50 نشانات کے لئے منعقد کیا گیا تھا۔

میری کا کہنا ہے کہ معطیات کی وسطی قدر 25 نہیں ہے۔ اس صورت میں ہم صرف 15 طلباء کے نشانات بطور خام معطیات رکھتے ہیں۔ معطیات کو صعودی ترتیب میں لکھنے کے بعد 7, 11, 20, 20, 25, 28, 30, 34, 39, 40, 42, 42, 45, 50, 50 ہم کہہ سکتے ہیں کہ آٹھواں رکن اس کا درمیانی رکن ہے اور یہ 34 ہے۔

(ii پہلے سے آپ جانتے ہیں کہ 50 نشانات کے 60% کو کس طرح معلوم کیا جاتا ہے۔ (جیسے $\frac{60}{100}\times 50 = 30$)

آپ دیکھتے ہیں کہ یہاں 9 طالب علم ہیں جنھوں نے 60% یا اس سے زائد نشانات حاصل کئے ہیں (30 نشانات یا اس سے زائد) اگر ایک معطیات میں مشاہدات کی تعداد بہت زیادہ ہے تب ان کی صعودی ترتیب و نزولی ترتیب لکھنے میں زیادہ وقت لگ سکتا ہے۔ اس لئے ہم کو دوسرے متبادل طریقے کے بارے میں سوچنا چاہیئے۔

دی گئی مثال کا مشاہدہ کیجئے

مثال 1: جملہ 10 نشانات والے ریاضی کے ٹسٹ میں 50 طلباء کے حاصل کردہ نشانات پر غور کیجئے۔

1, 1, 3, 4, 5,
5, 8, 6, 7, 10,
1, 1, 3, 4, 5,

5, 4, 9, 10, 2,
1, 1, 3, 4,4,
5, 4, 9, 10, 2,

5, 8, 6, 4, 2,
8, 6, 7, 10, 2,
2,8, 6, 4, 2,
8, 6,4, 5, 8

نشانات	(شمار) گنتی کے نشانات	طلباء کی تعداد
1	𝍸 𝍷	6
2	𝍸 𝍷	6
3	𝍷𝍷𝍷	3
4	𝍸 𝍷𝍷𝍷𝍷	9
5	𝍸 𝍷𝍷	7
6	𝍸	5
7	𝍷𝍷	2
8	𝍸 𝍷	6
9	𝍷𝍷	2
10	𝍷𝍷𝍷𝍷	4
		50

SCERT TELANGANA

گنتی کے نشانات کی مدد سے معطیات کی جدول بندی کی گئی ہے جیسا کہ جدول میں بتایا گیا ہے۔

ایسے طلباء کی تعداد جنھوں نے نشانات میں ایک مخصوص عدد حاصل کئے ہیں وہ نشانات کا ''تعدد'' کہلاتے ہیں۔

معطیات کی جدول بندی میں گنتی کے نشانات بہت اہمیت رکھتے ہیں جدول کے تمام تعدد کا مجموعہ معطیات کے مشاہدات کی کل تعداد کوظاہر کرتا ہے۔

جیسا کہ تمام تعدد کا مجموعہ معطیات کے مشاہدات کی کل تعداد کوظاہر کرتا ہے۔

جیسا کہ معطیات کے حقیقی مشاہدات کو تعدد (تعداد) کے ساتھ جدول میں بتلایا گیا ہے۔ یہ جدول ''غیر گروہی تعددی تقسیمی جدول یا بااثر مشاہدات کا جدول کہلاتا ہے۔

مشغلہ

جن حروفوں سے آپ کی جماعت کے بچوں کے نام شروع ہوتے ہیں ان حروف کا ایک تعددی تقسیمی جدول بنایئے اور حسب ذیل سوالات کے جوابات دیجئے۔

(i) آپ کی جماعت کے بچوں کے نام میں کونسا ابتدائی حرف سب سے زیادہ استعمال ہو رہا ہے۔

(ii) کتنے طلباء ہیں جن کے نام حرف I سے شروع ہوتے ہیں؟

(iii) آپ کی جماعت میں سب سے کم استعمال ہونے والا ابتدائی حرف کونسا ہے۔

فرض کیجئے خاص موقع پر معطیات کو تین زمروں میں پیش کرنا ہے۔(i) کتنے طلباء ایسے ہیں جنھیں زائد کلاس کی ضرورت ہے؟ (ii) کتنے طلباء ایسے ہیں جن کی کارکردگی اوسط ہے؟ اور (iii) کتنے طلباء ایسے ہیں جنھوں نے ٹسٹ میں اچھا مظاہرہ کیا؟ ضرورت کے مطابق ہم گروپ بنا سکتے ہیں اور گروہی تعددی جدول بھی جیسا کہ نیچے بتلایا گیا ہے۔

وقفہ جماعت (نشانات)	درجہ بندی	گنتی کے نشانات	طلباء کی تعداد
1 - 3	جنہیں زائد کلاس کی ضرورت ہے	𝍸 𝍸 𝍸	15
4 - 5	اوسط	𝍸 𝍸 𝍸 I	16
6 - 10	بہتر	𝍸 𝍸 𝍸 IIII	19

ضرورت کے مطابق معطیات کی درجہ بندی کرنا یا اگر مشاہدات زیادہ تعداد میں ہو تو اس کے گروپس بنانا تا کہ آسانی ہو آیئے ایک اور مثال لیتے ہیں جس میں گروپ اور تعدد ہمیں معطیات کو سمجھنے میں آسانی پیدا کرتے ہیں۔

مثال 2: سنترے کی باسکٹ سے 50 سنتروں کو لے کر ان کا وزن (گرام میں) کیا گیا ہے جس کی تفصیل ذیل کے جدول میں دی گئی ہے۔

35, 45, 55, 50, 30, 110, 95, 40, 70, 100, 60, 80, 85, 60, 52, 95, 98, 35, 47, 45, 105, 90, 30, 50, 75, 95, 85, 80, 35, 45, 40, 50, 60, 65, 55, 45, 30, 90, 115, 65, 60, 40, 100, 55, 75, 110, 85, 95, 55, 50

SCERT TELANGANA

معطیات کے تعدد کو ایک ساتھ ظاہر کرنے‘ موثر اور آسان فہم کے لیے تمام تعدد کو وقفہ جماعت 39-30‘ 49-40‘ 59-50........ 109-100‘ 119-110 کے طور پر تقسیم کیا جاتا ہے۔ ان چھوٹے چھوٹے زمروں کو یا گروہ کو جماعت یا وقفہ جماعت کہتے ہیں۔ اور اسکی جسامت کو جماعت کی لمبائی یا جماعت کی چوڑائی کہتے ہیں۔ مثال کے طور پر 39-30 میں 30 کو نچلی حد جبکہ 39 کو اوپری حد کہتے ہیں۔ اس وقفہ جماعت کی لمبائی 10 ہوگی (بشمول نچلی اور اوپری حد)

وقفہ جماعت (سنتروں کا وزن)	گنتی کے نشان	تعدد (سنتروں کی تعداد)
30 - 39	𝍸 𝍷	6
40 - 49	𝍸 𝍷𝍷𝍷	8
50 - 59	𝍸 𝍷𝍷𝍷𝍷	9
60 - 69	𝍸 𝍷	6
70 - 79	𝍷𝍷𝍷	3
80 - 89	𝍸	5
90 - 99	𝍸 𝍷𝍷	7
100-109	𝍷𝍷𝍷	3
110 - 119	𝍷𝍷𝍷	3
	جملہ	50

جماعتی حد	جماعتی سرحد
20 - 29	
30 - 39	29.5 - 39.5
40 - 49	39.5 - 49.5
50 - 59	49.5 - 59.5
60 - 69	59.5 - 69.5
70 - 79	69.5 - 79.5
80 - 89	79.5 - 89.5
90 - 99	89.5 - 99.5
100 - 109	99.5-109.5
110 - 119	109.5-119.5
120 - 129	**119.5 -129.5**

گنتی کے نشانات کی مدد سے معطیات کی جدول بندی کی گئی ہے جیسا کہ جدول میں بتایا گیا ہے۔ ایسے طلباء کی تعداد جنھوں نے نشانات میں ایک مخصوص عدد حاصل کئے ہیں وہ نشانات کا ’’تعدد‘‘ کہلاتے ہیں۔ معطیات کی جدول بندی میں گنتی کے نشانات بہت اہمیت رکھتے ہیں جدول کے تمام تعدد کا مجموعہ‘ معطیات کے مشاہدات کی کل تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔ جیسا کہ تمام تعدد کا مجموعہ‘ معطیات کے مشاہدات کی کل تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔ جیسا کہ معطیات کے حقیقی مشاہدات کو تعدد (تعداد) کے ساتھ جدول میں بتلایا گیا ہے۔ یہ جدول ’’غیر گروہی تعددی تقسیمی جدول یا باا ثر مشاہدات کا جدول کہلاتا ہے۔

اس شکل میں معطیات کو پیش کرنا اس کو آسان اور مختصر بناتا ہے ہمیں ایک جھلک میں معطیات کے اہم خدوخال کا مشاہدہ کرنے کے قابل بناتا ہے یہ ایک گروہی تعددی تقسیمی جدول کہلاتا ہے۔ ہم مندرجہ بالا جدول میں جماعتوں کا مشاہدہ کرتے ہیں تو دیکھتے ہیں کہ اسکی جماعتیں غیر منطبق ہیں جیسے .... 30-39, 40-49 کوئی بھی عدد کسی بھی دو وقفہ جماعتوں میں دہرایا نہیں گیا ہے ایسی جماعتیں‘ داخلی جماعتیں کہلاتی ہیں مختصر جسامت کی بہت سی جماعتیں بڑی جسامت کی تھوڑی سی جماعتیں بھی ہم بتا سکتے ہیں۔ عموماً اگر خام معطیات کا سعت معلوم ہو جائے۔ (اقل ترین قدر - اعظم ترین قدر = سعت) اس کی بنیاد پر ہم وقفہ جماعت کی لمبائی اور جماعتوں کی تعداد کو بھی تشکیل دے سکتے ہیں۔ مثال کے لئے وقفہ جماعتیں 35-30، 40-36 اور اس طرح ہیں۔

اب سوچئے اگر ایک سنترے کا وزن 39.5 گرام ہے تب آپ اس کو کونسے وقفہ جماعت میں رکھو گے (شامل کرو گے) ہم اس کو نہ ہی 39-30 اور نہ ہی 49-40 کی جماعت میں شامل کر سکتے ہیں۔ ایسی صورت میں ہم کو حقیقی حدود (سرحدوں) والی وقفہ جماعت بنانا پڑے گا۔ ایک وقفہ جماعت کی اوپری حد اور دوسری جماعت کی نچلی حد کے اوسط سے جماعت کی اوپری سرحد بنتی ہے اسی طرح دوسری وقفہ جماعت کی نچلی سرحد بنتی ہے۔

SCERT TELANGANA

اسی طرح تمام وقفہ جماعتوں کی سرحدیں معلوم کی جاتی ہیں یہ فرض کرتے ہوئے کہ پہلی جماعت سے پہلے ایک وقفہ جماعت اور آخری جماعت کے بعد دوسری وقفہ جماعت میں ہم نچلی سرحد معلوم کرتے ہیں، کسی بھی پہلی جماعت کی اور اوپری سرحد کسی بھی آخری وقفہ جماعت کی۔

پھر ایک بار یہ سوال پیدا ہوتا ہے کہ آیا 39.5 وقفہ جماعت 29.5-39.5 میں شامل کیا جانا چاہئے یا وقفہ جماعت 39.5-49.5 میں۔ اُصول کے مطابق اگر کوئی مشاہدہ ایک مخصوص جماعت کے اوپر سرحد کے معادل ہوتا ہے تب اس مخصوص مشاہدہ کو دوسری جماعت میں شامل کیا جاتا ہے۔ 29.5-39.5 کی جماعت میں نہیں۔ اس طرح 39.5 کو وقفہ جماعت 39.5-49.5 میں شامل کیا جائیگا۔

جماعتیں جو 30-40، 40-50، 50-60،...... کی شکل میں ہوتے ہیں منطبق جماعتیں کہلاتی ہیں اور خارجی جماعتیں بھی کہلاتی ہیں اگر ہم داخلی جماعتوں کی سرحدوں کا مشاہدہ کرتے ہیں تو دیکھتے ہیں کہ وہ خارجی جماعتوں کی شکل میں ہیں اس مخصوص جماعت کی اوپری سرحد اور نچلی سرحد کے فرق سے وقفہ جماعت کی لمبائی معلوم ہوتی ہے۔ 90، 99 کے وقفہ جماعت کی لمبائی (10=99.5-89.5) 10 ہے۔

مثال 3: ماہ ستمبر کے 30 دنوں میں ایک مخصوص شہر کی اضافی رطوبت درج کی گئی جیسا کہ ذیل میں بتایا گیا ہے۔

98.1	98.6	99.2	90.3	86.5	95.3	92.9	96.3	94.2	95.1
89.2	92.3	97.1	93.5	92.7	95.1	97.2	93.3	95.2	97.3
96.0	92.1	84.9	90.0	95.7	98.3	97.3	96.1	92.1	89

(i) 84-86، 86-88 جماعتوں کا گروہی تعددی تقسیمی جدول بنایئے۔

(ii) اس معطیات کا سعت کیا ہے؟

حل: (i) گروہی تعددی تقسیمی جدول جیسا کہ ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

وقفہ جماعت (اضافی رطوبت)	گنتی کے نشانات	دنوں کی تعداد
84-86	|	1
86-88	|	1
88-90	||	2
90-92	||	2
92-94	~~||||~~ ||	7
94-96	~~||||~~ |	6
96-98	~~||||~~ ||	7
98-100	||||	4

نوٹ: 90 وقفہ جماعت 90-92 میں اور 96 وقفہ جماعت 96-98 میں آتا ہے

(ii) مختلف مقامات پر مختلف ہوتا ہے   سعت = 99.2 - 84.9 = 14.3

SCERT TELANGANA

مشق-9.1

1) ذیل کی تعددی تقسیمی جدول میں نشان واری تعدد لکھئے۔

نشانات	5 تک	6 تک	7 تک	8 تک	9 تک	10 تک
طلباء کی تعداد	5	11	19	31	40	45

2) نویں جماعت کے 36 طلبا کے بلڈ گروپس کو ریکارڈ کیا گیا جیسا کہ ذیل میں بتایا گیا ہے۔

A	O	A	O	A	B	O	A	B	A	B	O
B	O	B	O	O	A	B	O	B	AB	O	A
O	O	O	A	AB	O	A	B	O	A	O	B

ان معطیات کو تعددی تقسیمی جدول کی شکل میں ظاہر کیجئے ان طالب علموں میں کونسا بلڈ گروپ سب سے زیادہ عام ہے اور کونسا سب سے کم گروپ ہے؟

3) تین سکوں کو ایک ساتھ 30 مرتبہ اُچھالا گیا ہر وقت آنے والے چت کی تعداد کو نوٹ کیا گیا جیسا کہ ذیل میں بتایا گیا ہے۔

1	2	3	2	3	1	1	1	0	3	2	1
2	2	1	1	2	3	2	0	3	0	1	2
3	2	2	3	1	1						

مذکورہ بالا دیئے گئے معطیات کے لئے تعددی تقسیمی جدول بنائیے۔

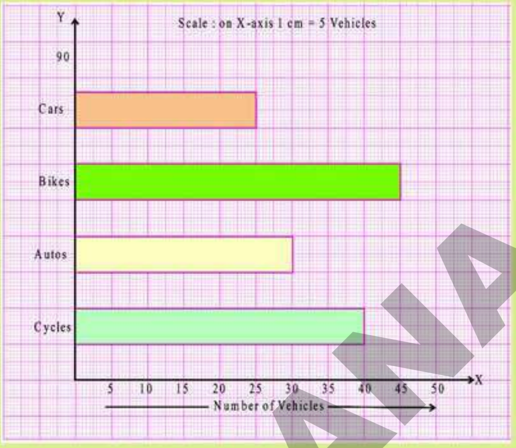
4. ایک ٹیلی ویژن چینل مختصر پیغامی خدمات SMS کے ذریعہ ''سگریٹ نوشی منع ہے'' سروے کرواتا ہے A،B،C(مواقع) Option کے ساتھ A مکمل ممنوع B صرف عوامی مقامات پر ممنوع C ضرورت نہیں۔ایک گھنٹے میں SMS کے ذریعہ حاصل نتائج

				A	B	A	B	C	B
A	B	B	A	C	C	B	B	A	B
B	A	B	C	B	A	B	C	B	A
B	B	A	B	B	C	B	A	B	A
B	C	B	B	A	B	C	B	B	A
B	B	A	B	B	A	B	C	B	A
B	B	A	B	C	A	B	B	A	

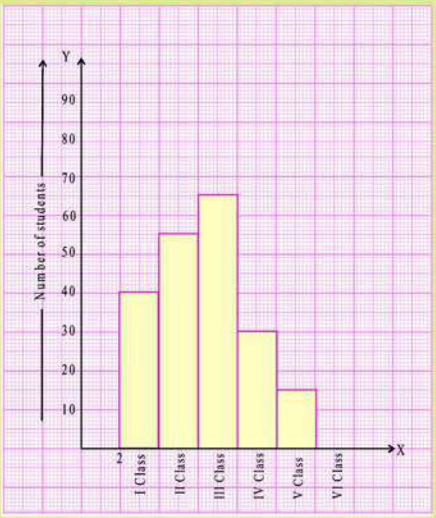
مندرجہ بالا معطیات کو تعددی تقسیمی جدول میں ظاہر کیجئے۔ کتنے جوابات موصول ہوئے؟ زیادہ تر لوگوں کا کیا خیال تھا؟

SCERT TELANGANA

5. مشغلہ بار گراف کے معطیات کو تعددی تقسیمی جدول میں ظاہر کیجیے۔



6. متصلہ گراف کے محوروں پر استعمال کئے گئے پیمانہ کی شناخت کیجیے اور اس کا تعددی تقسیمی جدول لکھیے۔



7. ایک جماعت کے 30 طلباء کے (75 کے منجملہ) حاصل کردہ نشانات ذیل میں دیئے گئے ہیں۔

42, 21, 50, 37, 42, 37, 38, 42, 49, 52, 38, 53, 57, 47, 29

59, 61, 33, 17, 17, 39, 44, 42, 39, 14, 7, 27, 19, 54, 51.

مساوی وقفہ جماعت سے تعددی جدول تشکیل دیجیے (اشارہ: ان میں سے ایک 0-10، 10-20 ہونا چاہئے)

8. ایک محلے کے 25 مکانات کے برقی بل (روپیوں میں) ذیل میں دیئے گئے ہیں۔ جماعت کی لمبائی 75 لے کر ایک گروہی تعددی تقسیمی جدول تیار کیجیے۔

170, 212, 252, 225, 310, 712, 412, 425, 322, 325, 192, 198, 230, 320, 412,

530, 602, 724, 370, 402, 317, 403, 405, 372, 413

9. ایک کمپنی ایک مخصوص قسم کی بیاٹری تیار کرتی ہے 40 بیاٹریوں کی عمر (سالوں میں) درج کی گئی ہے جیسا کہ ذیل میں بتایا گیا ہے۔

2.6	3.0	3.7	3.2	2.2	4.1	3.5	4.5
3.5	2.3	3.2	3.4	3.8	3.2	4.6	3.7
2.5	4.4	3.4	3.3	2.9	3.0	4.3	2.8
3.5	3.2	3.9	3.2	3.2	3.1	3.7	3.4
4.6	3.8	3.2	2.6	3.5	4.2	2.9	3.6

ان معطیات کے لئے خارجی جماعتوں کے ساتھ تعددی تقسیمی جدول بنائیے ۔ وقفہ جماعت کی لمبائی 0.5 ہو وقفہ جماعت 2-2.5 سے شروع کریں۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لیے ہے۔ 2020-21

9.4 مرکزی رجحان کی پیمائش

ذیل کے حالات پر غور کیجئے

صورت1. ایک ہاسٹل میں 50 طلباء ناشتے میں روزآنہ 200 اڈلیاں کھاتے ہیں اگر مزید 20 طلباء ہاسٹل میں شامل ہوتے ہیں تب میس انچارج کو مزید کتنی اڈلیاں بنانی پڑیں گی؟

صورت2. ذیل کے جدول میں ایک فیکٹری کے اسٹاف کی تنخواہیں دی گئی ہیں غور کیجئے۔

یہ تمام اسٹاف کی تنخواہ کی نمائندگی کرتی ہے۔

اسٹاف	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
تنخواہ روپیوں میں (ہزاروں میں)	12	14	15	15	15	16	17	18	90	95

صورت3. ذیل کے جدول میں ایک شہر میں حمل ونقل کے مختلف ذرائع دیئے گئے ہیں۔ کونسا بہت ہی مقبول ذریعہ حمل ونقل ہے؟

.1	کار	15%
.2	ٹرین	12%
.3	بس	60%
.4	دو پہیہ والی گاڑیاں	13%

پہلی صورت میں عموماً ہم اوسط (اوسط حسابیہ) لیں گے تا کہ سوال کو حل کیا جا سکے۔ اگر ہم دوسری صورت میں بھی تنخواہوں کا اوسط لیتے ہیں تو یہ 30.7 ہوجائے گی لیکن خام معطیات کی تصدیق یہ ظاہر کرتی ہے کہ تنخواہ کی اوسط قدر ایک ملازم کی تنخواہ کی بہتر عکاسی نہیں کرسکتی کیوں کہ زیادہ سے زیادہ ملازمین کی تنخواہیں 12 سے 18 ہزار کے درمیان ہیں اس صورت میں (وسطی قدر) وسطانیہ ایک بہتر پیمائش ہوسکتی ہے۔ تیسری صورت میں بہتاتیہ (کثیر الوقوع) ایک بہت ہی مناسب انتخاب Option کے طور پر غور کیا جاسکتا ہے۔ مرکزی رجحان معلوم کرنے کے لئے اوسط یا وسطانیہ یا بہتاتیہ کے درمیان معطیات کی نوعیت اور اس کے مقاصد ہی اس کے اصول ہوں گے۔

سوچئے، بحث کیجئے اور لکھئے

.1 3 ایسے مواقع بتلایئے جہاں علیحدہ علیحدہ اوسط حسابیہ، وسطانیہ اور بہتاتیہ کو معلوم کیا جا سکے۔

اس بات پر غور کیجئے کہ جہاں دو کرکٹرس (Cricketers) رگھو اور گوتم کے چاہنے والے دعویٰ کرتے ہیں کہ ان کے اسٹار ایک دوسرے سے بہتر اسکور بناتے ہیں۔ آخری 5 میاچوں کی بنیاد پر وہ موازنہ کرتے ہیں۔

Matches		1^{st}	2^{nd}	3^{rd}	4^{th}	5^{th}
بنائے گئے رن	رگھو	50	50	76	31	100
	گوتم	65	23	100	100	10

SCERT TELANGANA

دونوں کھلاڑیوں کے چاہنے والے ان کے رن کو جمع کرتے ہیں اور ان کا اوسط معلوم کرتے ہیں اس طرح

رگھو کا اوسط اسکور $= \frac{307}{5} = 61.4$

گوتم کا اوسط اسکور $= \frac{298}{5} = 59.6$

لہٰذا رگھو کا اوسط اسکور، گوتم کے اوسط اسکور سے زیادہ ہے۔ رگھو کے پرستار کہتے ہیں کہ رگھو کی کارکردگی گوتم سے بہتر ہے لیکن گوتم کے چاہنے والے اس بات سے راضی نہیں ہیں گوتم کے پرستار دونوں کھلاڑیوں کے اسکور کو نزولی ترتیب میں لکھتے ہیں اور درمیانہ اسکور معلوم کرتے ہیں جیسا کہ ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

رگھو	100	76	50	50	31
گوتم	100	100	65	23	10

گوتم کے چاہنے والے کہتے ہیں درمیانہ اسکور 65 ہے جو رگھو کے درمیانہ اسکور سے زیادہ ہے جبکہ رگھو کا درمیانہ اسکور 50 ہے اس طرح گوتم کی کارکردگی کو نمایاں مقام دیا جانا چاہئے۔

لیکن ہم کہہ سکتے ہیں کہ گوتم نے 5 میاچوں میں دو سنچریاں بنائی ہیں لہٰذا اس کی کارکردگی بھی بہتر ہوسکتی ہے۔

آیئے اب رگھو اور گوتم کے پرستاروں کے درمیان جھگڑے کو سلجھائیں گے۔ آیئے ہم تین پیائشات کو دیکھتے ہیں تاکہ کسی نکتے پر آسکیں۔

پہلے جو اوسط اسکور کو استعمال کیا گیا وہ اوسط حسابیہ ہے۔ بحث میں جو درمیانی اسکور استعمال کئے گئے وہ وسطانیہ ہے۔ کارکردگی کے تقابل کے لئے متعدد مرتبہ دہرایا گیا اسکور بھی ایک پیائش ہے وہ بہتاتیہ ہے۔ رگھو کا بہتاتیہ اسکور 50 ہے گوتم کا بہتاتیہ اسکور 100 ہے ان تمام تین پیائشات میں کونسی پیائش اس مواد کے لئے مناسب ہے آیئے پہلے اوسط کے بارے میں تفصیل سے جانیں گے۔

9.4.1 اوسط/اوسط حسابیہ (Arithmetic Mean)

اوسط ایک معطیات کے مشاہدات کا مجموعہ ہوتا ہے جس کو مشاہدات کی تعداد سے تقسیم کیا جاتا ہے۔ ہم پہلے ہی ایک خام معطیات کے اوسط حسابیہ کے بارے میں بحث کرچکے ہیں۔

$$\text{اوسط حسابیہ } \bar{x} = \frac{\text{مشاہدات کا مجموعہ}}{\text{مشاہدات کی تعداد}} \quad \text{یا} \quad \bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{n}$$

9.4.1.1 خام معطیات کا اوسط

مثال 4: ایک مقام کی ایک ہفتہ میں ریکارڈ کی گئی بارش 4 سمر، 5 سمر، 12 سمر، 3 سمر، 6 سمر، 8 سمر، 0.5 سمر ہے۔ ہر ایک دن کی اوسط بارش معلوم کیجئے۔

حل: ہر دن کا اوسط مذکورہ بالا مشاہدات کا اوسط حسابیہ ہے۔ دیئے گئے ایک ہفتے کی بارش 4 سمر، 5 سمر، 12 سمر، 3 سمر، 6 سمر، 8 سمر، 0.5 سمر ہے۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لیے ہے۔ 2020-21

مشاہدات کی تعداد(n) = 7

$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + ...x_n}{n}$ اوسط جہاں $x_1, x_2 ..... x_n$ n مشاہدات ہیں

اور $\bar{x} = \frac{4+5+12+3+6+8+0.5}{7} = 5.5$ cm. اوسط

مثال 5: اگر 10، 12، 18، 13، P، اور 17 کا اوسط 15 ہے تب P کی قدر معلوم کیجئے۔

حل: ہم جانتے ہیں $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$ اوسط

$15 = \frac{10+12+18+13+P+17}{6}$

$90 = 70 + P$

$P = 20.$

9.4.1.2 غیر گروہی تعددی تقسیمی کا اوسط

اس مثال پر غور کیجئے ایک جماعت کے 40 طلباء کے وزن ذیل کی تعددی تقسیمی جدول میں دیئے گئے ہیں۔

وزن کلوگرام میں (x)	30	32	33	35	37	41
طلباء کی تعداد (f)	5	9	15	6	3	2

40 طلباء کا اوسط وزن معلوم کیجئے۔

ہم دیکھتے ہیں کہ جدول میں 30 کیلو وزن کے 5 طلبا ہیں اس طرح ان کے وزن کا مجموعہ 150 = 30 x 5 کلوگرام ہے۔اسی طرح ہم ہر ایک تعدد کے وزن کا مجموعہ اور کل کا مجموعہ معلوم کر سکتے ہیں۔تعدد کا مجموعہ ایک معطیات میں مشاہدات کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔

$$\bar{x} = \frac{\text{مشاہدات کا مجموعہ}}{\text{مشاہدات کی تعداد}}$$ اوسط حسابیہ

اس طرح اوسط $= \frac{5\times30+9\times30+15\times33+6\times35+3\times37+2\times41}{5+9+15+6+3+2} = \frac{1336}{40} = 33.40$ kg.

اگر x_1، x_2، x_3، x_4، x_5، x_6 مشاہدات ہیں اور f_1، f_2، f_3، f_4، f_5، f_6، متعلقہ تعدد ہیں تب مندرجہ بالا عبارت کو اسطرح لکھ سکتے ہیں۔

SCERT TELANGANA

$$\text{اوسط حسابیہ } \bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + f_4x_4 + f_5x_5 + f_6x_6}{f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6} = \frac{\sum f_ix_i}{\sum f_i}$$

$$\therefore \bar{x} = \frac{\sum f_ix_i}{\sum f_i}$$

مثال6: ذیل کے معطیات کا اوسط معلوم کیجیے۔

x	5	10	15	20	25
f	3	10	25	7	5

حل:

مرحلہ1: ہرایک صف کے $f_i \times x_i$ کو محسوب کیجیے۔

مرحلہ2: تعدد کے مجموعہ کو معلوم کیجیے $\sum f_i$

اور $f_i \times x_i$ کا مجموعہ $\sum f_ix_i$ محسوب کیجیے

مرحلہ 3: اوسط $\bar{x} = \frac{\Sigma f_ix_i}{\Sigma f_i} = \frac{755}{50} = 15.1$

x_i	f_i	f_ix_i
5	3	15
10	10	100
15	25	375
20	7	140
25	5	125
	$\Sigma f_i = 50$	$\Sigma f_ix_i = 755$

مثال7: اگر ذیل کے معطیات کا اوسط 7.5 ہے تب A کی قدر معلوم کیجیے۔

نشانات	5	6	7	8	9	10
طلباء کی تعداد	3	10	17	A	8	4

نشانات (x_i)	طلباء کی تعداد (f_i)	f_ix_i
5	3	15
6	10	60
7	17	119
8	A	8A
9	8	72
10	4	40
	42+A	306+8A

تعدد کا مجموعہ $(\Sigma f_i) = 42 + A$

$f_i \times x_i$ کا مجموعہ $(\Sigma f_ix_i) = 306 + 8A$

اوسط $\bar{x} = \frac{\Sigma f_i xi}{\Sigma f_i}$

دیا گیا اوسط حسابیہ $= 7.5$

لہٰذا $7.5 = \frac{306 + 8A}{42 + A}$

$306 + 8A = 315 + 7.5\,A$

SCERT TELANGANA

$$8A - 7.5\,A = 315 - 306$$

$$0.5\,A = 9$$

$$A = 18$$

9.4.1.3 انحرافی طریقے کے ذریعہ غیر گروہی معطیات کا اوسط معلوم کرنا

مثال8: ذیل کے معطیات کا اوسط حسابیہ معلوم کیجئے

x	10	12	14	16	18	20	22
f	4	5	8	10	7	4	2

حل1: (i) سادہ طریقہ

غیر گروہی تعددی تقسیم کی صورت میں آپ ضابطہ کو استعمال کر سکتے ہیں۔

x_i	f_i	$f_i\,x_i$
10	4	40
12	5	60
14	8	112
16	10	160
18	7	126
20	4	80
22	2	44
	$\sum_{i=1}^{7} f_i = 40$	$\sum_{i=1}^{7} f_i x_i = 622$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{7} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{7} f_i} = \frac{622}{40} = 15.55$$

(ii) انحرافی طریقہ

اس صورت میں ہم مشاہدات میں سے موزوں مشاہدہ لیتے ہیں فرض کیجئے کہ ہم 16 کو اندازاً اوسط مانتے ہیں تب A=16 دی گئی جدول میں دوسرے مشاہدات کا انحراف ہوتا ہے۔

x_i	f_i	$d_i = x_i - A$	$f_i d_i$
10	4	−6	−24
12	5	−4	−20
14	8	−2	−16
16 A	10	0	0
18	7	+2	+14
20	4	+4	+16
22	2	+6	+12
	40		−60+42=−18

تعددوں کا مجموعہ = 40

$f_i \times x_i$ کے حاصل ضرب کا مجموعہ = -60+42

$$\Sigma f_i d_i = -18$$

اوسط $\bar{x} = A + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i} = 16 + \left[\frac{-18}{40}\right]$

$$= 16 - 0.45$$

$$= 15.55$$

SCERT TELANGANA

9.4.2 وسطانیہ (Median)

وسطانیہ‘ دیئے گئے خام معطیات کے مشاہدات کی وسطی قدر ہوتی ہے ان کے مشاہدات کو صعودی/نزولی ترتیب میں لکھا جاتا ہے تو یہ معطیات دو مساوی گروپس میں تقسیم ہوتی ہیں‘ ایک حصہ کا وسطانیہ بڑی قدروں پر مشتمل ہوتا ہے۔ اور دوسرا حصہ وسطانیہ سے چھوٹی قدروں پر مشتمل ہوتا ہے۔

ہم پچھلی جماعتوں میں خام معطیات کے مشاہدات کے وسطانیہ کے بارے میں پڑھ چکے ہیں انھیں ترتیب میں رکھنے پر

اگر معطیات کے مشاہدات کی تعداد n ہے n ایک طاق عدد ہے تب $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{th}$ مشاہدہ وسطانیہ ہوگا۔

اگر n ایک جفت ہے تب $\left(\frac{n}{2}\right)^{th}$ اور $\left(\frac{n}{2}+1\right)^{th}$ مشاہدات کا اوسط اس کا وسطانیہ ہوگا۔

یہ کیجئے

1) اسکور 75، 21، 56، 36، 81، 5، 42، کا وسطانیہ معلوم کیجئے۔

2) معطیات کا وسطانیہ جسکی صعودی ترتیب 7‘ 10‘ 15‘ x‘ y‘ 27‘ 30 کا وسطانیہ 17 ہے۔ جبکہ معطیات میں ایک مزید مشاہدہ 50 کو شامل کیا گیا ہے تب اس کا وسطانیہ 18 ہوتا ہے x، y معلوم کیجئے۔

9.4.2.1 تعددی تقسیم کا وسطانیہ

آیئے ایک کمپنی کے 100 ملازمین کی ماہانہ تنخواہ کو معطیات کے باا ثر مشاہدات تصور کرتے ہوئے اُن کا وسطانیہ معلوم کرنے کے طریقے پر بحث کریں گے۔

تنخواہیں (روپیوں میں)	7500	8000	8500	9000	9500	10000	11000
ملازمین کی تعداد	4	18	30	20	15	8	5

دیئے گئے معطیات کا وسطانیہ کس طرح معلوم کرنا چاہئے۔ پہلے دیئے گئے مشاہدات صعودی یا نزولی ترتیب میں لکھئے۔ اس کے بعد جدول میں مشاہدہ کی متعلقہ تعدد کو لکھئے اور کم تر یکجائی تعدد کو محسوب کیجئے۔ یکجائی تعدد، ایک مخصوص مشاہد تک تعددوں کا بڑھتا ہوا مجموعہ ہوتا ہے۔

تنخواہ (x)	ملازمین کی تعداد (f)	یکجائی تعداد (cf)
7500	4	4
8000	18	22
8500	30	52
9000	20	72
9500	15	87
10000	8	95
11000	5	100
	100	

SCERT TELANGANA

$\frac{N}{2}$ معلوم کیجئے اور وسطانی جماعت کی شناخت کیجئے جس کا یکجائی تعدد $\frac{N}{2}$ سے زیادہ ہو جہاں N تعددوں کا مجموعہ ہے۔

یہاں جفت N=100 جفت ہے۔اس طرح $\left(\frac{n}{2}\right)^{th}$ اور $\left(\frac{n}{2}+1\right)^{th}$ مشاہدات ترتیب وار 50 اور 51 ہیں۔

جدول کی رو سے 50 ویں اور 51 ویں مشاہدات کی متعلقہ قدریں ایک ہی ہیں جو 8500 تنخواہ میں شامل ہیں اس طرح اسی تقسیم کی وسطانی جماعت 8500 ہے۔

یہ کیجئے

1. معطیات کے نشانات کا وسطانیہ معلوم کیجئے۔

نشانات	15	20	10	25	5
طلباء کی تعداد	10	8	6	4	1

2. وسطانیہ معلوم کرتے وقت، دیئے گئے مشاہدات کس ترتیب میں ہونا چاہئے؟ کیوں؟

9.4.3 بہتاتیہ Mode

بہتاتیہ مشاہدہ کی وہ قدر ہوتی ہے جو متعدد مرتبہ وقوع پذیر ہوتی ہے۔یعنی زیادہ تعداد میں واقع ہونے والا مشاہدہ بہتاتیہ کہلاتا ہے۔

مثال 9: ایک دکان میں ایک مخصوص دن مختلف سائز کے جوتے فروخت کئے گئے۔جوتوں کی تعداد کو ذیل میں بتلایا گیا ہے بہتاتیہ معلوم کیجئے۔ 6, 7, 8, 9, 10, 6, 7, 10, 7, 6, 7, 9, 7, 6

حل: پہلے مشاہدات کو ترتیب میں لکھئے 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 9, 9, 10, 10 تا کہ تعددی تقسیمی جدول بنا سکیں۔

سائز	6	7	8	9	10
فروخت کئے گئے جوتوں کی تعداد	4	5	1	2	1

یہاں عدد 7 متعدد مرتبہ واقع ہو چکا ہے یعنی 5 مرتبہ

چونکہ دیئے گئے معطیات (شوز کی جسامت) کا بہتاتیہ 7 ہے۔

یہ جوتے کی جسامت 7 کو ظاہر کرتا ہے جو سب سے جلد فروخت ہونے والی شئے کو ظاہر کرتا ہے۔

سوچئے، غور کیجئے

1. آپ کے ہم جماعتوں کے قد کی درجہ بندی کیجئے اور اس کا بہتاتیہ معلوم کیجئے۔
2. اگر ایک دکاندار جوتوں کا آرڈر دینا چاہتا ہے تو زیادہ کس نمبر کے جوتوں کا آرڈر دے گا۔

SCERT TELANGANA

مثال 10: ایک جماعت کے 20 طلباء کے ٹسٹ کے اسکور 100 کے منجملہ ذیل میں دیئے گئے ہیں

93, 84, 97, 98, 100, 78, 86, 100, 85, 92, 55, 91, 90, 75, 94, 83, 60, 81, 95

(a) ....91-100, 81-90 وقفہ جماعت لے کر ایک تعددی جدول بنائیے۔

(b) ماڈل کلاس (بہتاتیہ) معلوم کیجیے (زیادہ سے زیادہ تعدد پر مشتمل جماعت، ماڈل کلاس (مثالی جماعت) کہلاتی ہے۔

(c) وقفہ جماعت کی لمبائی معلوم کیجیے جو وسطانیہ پر مشتمل ہے۔

حل: (a)

ٹسٹ اسکورس	تعدد	زیادہ ترکیجائی تعدد
91-100	9	20
81-90	6	11
71-80	3	5
61-70	0	2
51-60	2	2
Total	**20**	

(d) 91-100 ایک مثالی جماعت (ماڈل کلاس) ہے جو سب سے زیادہ تعدد 9 رکھتی ہے۔

(e) 20 کی وسطی قدر 10 ہے۔ اگر اوپر سے شمار کیا جائے تب 10 وقفہ جماعت 81-90 میں شامل ہوگا اور اگر نیچے سے شمار کیا جائے اور اوپر آگے جائیں تب بھی 10 وقفہ جماعت 81-90 میں ہوگا۔ وقفہ جماعت جو وسطانیہ پر مشتمل ہے 81-90 ہے۔

9.4.5 مرکزی رجحان کی قدروں میں انحراف

ہم ایک ہی رقم تمام معطیاتی قدروں میں جمع کریں یا ایک ہی رقم سے ہر ایک معطیاتی قدر کو ضرب دیں تو مرکزی رجحان کی پیائش میں کیا تبدیلی ہوتی ہے؟

آیئے ذیل کے جدول کا مشاہدہ کریں

تفصیلات	Data (معطیات/مشاہدات)	اوسط	بہتاتیہ	وسطانیہ
اصل معطیات کا سیٹ	6, 7, 8, 10, 12, 14, 14, 15, 16, 20	12.2	14	13
معطیات کی ہر قدر میں 3 جمع کیا جائے	9, 10, 11, 13, 15, 17, 17, 18, 19, 23	15.2	17	16
ہر ایک معطیاتی قدر کو 2 سے ضرب دیا جائے	12, 14, 16, 20, 24, 28, 28, 30, 32, 40	24.4	28	26

SCERT TELANGANA

جدول کا مشاہدہ کرنے کے بعد ہم یہ دیکھتے ہیں کہ

جب جمع کیا گیا: چونکہ مساوی عدد سے تمام قدریں بدل جاتی ہیں، اسی لئے اسی عدد سے مرکزی رُجحان کی تمام پیمائشات بھی بدل جاتی ہے اسی ایک رقم سے۔ اگر ہر ایک معطیاتی قدر میں 3 کو جمع کیا جاتا ہے تب اوسط، بہتاتیہ اور وسطانیہ میں بھی 3 کا اضافہ ہوتا ہے۔

جب ضرب دیا گیا: تمام قدریں ضربی قدروں سے متاثر ہوتی ہیں اسی طرح مرکزی رُجحان کی پیائش بھی متاثر ہوتی ہے۔ اگر ایک مشاہدہ کو 2 سے ضرب دیا جاتا ہے تب اوسط، بہتاتیہ اور وسطانیہ بھی 2 سے ضرب کھائے گا۔ (یعنی دُگنا ہوگا)

مشق - 9.2

1. ذیل کے جدول میں ایک پوسٹ آفس کے پارسلوں کے وزن دیئے گئے ہیں۔

وزن کلوگرام میں	50	65	75	90	110	120
پارسلوں کی تعداد	25	34	38	40	47	16

تب پارسلس کا اوسط وزن معلوم کیجئے۔

2. ذیل کے جدول میں ایک گاؤں کے خاندانوں کی تعداد کے مقابل ان کے بچوں کی تعداد بھی دی گئی ہے۔

بچوں کی تعداد	0	1	2	3	4	5
خاندان کی تعداد	11	25	32	10	5	1

ایک خاندان کے بچوں کی اوسط تعداد معلوم کیجئے۔

3. ذیل کی تعددی تقسیم کا اوسط 7.2 ہے تب K کی قدر معلوم کیجئے۔

x	2	4	6	8	10	12
f	4	7	10	16	K	3

4. ہندوستان میں مردم شماری 2011 کے مطابق گاؤں کی آبادی کو ذیل کے جدول میں بتایا گیا ہے۔

آبادی (ہزاروں میں)	12	5	30	20	15	8
گاؤں کی تعداد	20	15	32	35	36	7

ہر گاؤں کی اوسط آبادی معلوم کیجئے۔

SCERT TELANGANA

5. AFLATOUN (افلاطون) سماجی، معاشی اور تعلیمی پروگرام کی جانب سے ضلع حیدرآباد کے فوقانوی اسکولوں کے بچوں کے درمیان بچت پروگرام کا انعقاد کرتی ہے۔ ذیل کے جدول میں منڈل سطح پر ایک مہینے کی بچت کو بتلایا گیا ہے۔

منڈل	مدارس کی تعداد	جملہ بچت رقم (روپیوں میں)
عنبرپیٹ	6	2154
ترملگری	6	2478
سعید آباد	5	975
خیریت آباد	4	912
سکندرآباد	3	600
بہادر پورہ	9	7533

ہر منڈل میں اسکول واری بچت کا اوسط حسابیہ معلوم کیجئے اور تمام اسکولوں کے بچت کا اوسط حسابیہ بھی معلوم کیجئے۔

6. ذیل کے جدول میں گورنمنٹ ہائی اسکول جہاں نما حیدرآباد کی نویں جماعت کے لڑکے اور لڑکیوں کے قد دیئے گئے ہیں۔

قد (سنٹی میٹر میں)	135	140	147	152	155	160
لڑکے	2	5	12	10	7	1
لڑکیاں	1	2	10	5	6	5

لڑکے اور لڑکیوں کے قد کا تقابل کیجئے

(اشارہ: لڑکے اور لڑکیوں کے قد کا وسطانیہ معلوم کیجئے)

7. ذیل کے جدول میں دنیا کے بہترین کرکٹرس اور ان کی سنچریوں کی تعداد دی گئی ہیں۔

سنچریوں کی تعداد	5	10	15	20	25
کرکٹرس کی تعداد	56	23	39	13	8

دیئے گئے معطیات کا اوسط، وسطانیہ اور بہتاتیہ معلوم کیجئے۔

8. نئے سال کے موقع پر ایک مٹھائی والا مٹھائی کے پاکٹ بناتا ہے ذیل میں مٹھائی کے پیاکٹ کی تعداد اور اس کی قیمت دی گئی ہے۔

پاکٹ کی قیمت (₹ میں)	₹25	₹50	₹75	₹100	₹125	₹ 150
پاکٹس کی تعداد	20	36	32	29	22	11

معطیات کا اوسط، وسطانیہ اور بہتاتیہ معلوم کیجئے۔

9. تین طلباء کا اوسط وزن 40 کلوگرام ہے ان میں سے ایک طالب علم رنگا کا وزن 46 کلوگرام ہے دوسرے دو طلباء رحیم اور ریشماں کا وزن (مساوی) ایک ہی ہے تب رحیم کا وزن معلوم کیجئے۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لیے ہے۔ 2020-21

10. ذیل کے جدول میں ایک فوقانیہ مدرسہ کی مختلف جماعتوں کے طلباء کی جانب سے ایک یتیم خانہ کو دیئے گئے عطیات کی تفصیلات ذیل میں دی گئی ہے۔

جماعت	طلباء کا چندہ (₹ میں)	چندہ دینے طلباء کی تعداد
VI	5	15
VII	7	15
VIII	10	20
IX	15	16
X	20	14

معطیات کا اوسط، وسطانیہ اور بہتاتیہ معلوم کیجئے

11. یہاں چار نا معلوم اعداد ہیں پہلے دو اعداد کا اوسط 4 ہے اور پہلے تین اعداد کا اوسط 9 ہے اور تمام چار اعداد کا اوسط 15 ہے اگران اعداد کا چوتھا عدد 2 ہے تب باقی اعداد معلوم کیجئے۔

ہم نے کیا سیکھا

☆ ایک جدول میں معطیات کے حقیقی مشاہدات مع تعدد کا اظہار **"گروہی تعددی تقسیمی جدول"** یا **"با اثر مشاہدات کا جدول"** کہلاتا ہے۔

☆ زیادہ تعدد والی معطیات کو ایک تعددی تقسیمی جدول کی شکل میں ظاہر کرتے ہیں معطیات کو دیکھنے اور سعت کو آسانی سے معلوم کرنے، کونسا مشاہدہ کتنی مرتبہ دہرایا گیا ہے پہچانئے اور معطیات کے آسانی سے تجزیہ اور تشریح کے لئے تعددی تقسیم بہتر ہے۔

☆ ایک مرکزی رجحان کی پیائش معطیات کی ایک منفرد قدر ہے جو دوسرے مشاہدات کو بھی اکٹھا کرتی ہے۔

☆ مرکزی رجحان کی پیائش کے اقسام: اوسط، بہتاتیہ، وسطانیہ

☆ اوسط، ایک معطیات کے مشاہدات کا مجموعہ ہوتا ہے جس کو مشاہدات کی تعداد سے تقسیم کیا جاتا ہے۔

$$\text{اوسط} = \frac{\text{مشاہدات کا مجموعہ}}{\text{مشاہدات کی تعداد}} \quad \text{یا} \quad \bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{n}$$

ایک غیر گروہی تعددی تقسیم کے لئے اوسط حسابیہ $\bar{x} = \dfrac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$.

SCERT TELANGANA

☆ انحرافی طریقے سے اوسط حسابیہ = $A + \frac{\sum fd}{\sum n}$

☆ جہاں A ایک مفروضہ اوسط ہے اور $\sum f$ تعددوں کا مجموعہ اور $\sum d$ انحراف کا مجموعہ ہے

☆ وسطانیہ، ایک معطیات کے مشاہدات کی وسطی قدر ہوتی ہے جب اس کو ترتیب میں لکھا جائے (صعودی یا نزولی)

☆ جب مشاہدات کی تعداد n ایک طاق ہے تب $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{th}$ مشاہدہ وسطانیہ ہے۔

☆ جب مشاہدات کی تعداد n ایک جفت ہے تب $\left(\frac{n}{2}\right)^{th}$ واں اور $\left(\frac{n}{2}+1\right)^{th}$ ویں مشاہدات کا اوسط وسطانیہ ہوگا۔

☆ وسطانیہ معطیات کو مساوی عدد کے دو گروپس میں تقسیم کرتا ہے، ایک حصہ بڑی قدروں پر اور دوسرا حصہ چھوٹی قدروں پر مشتمل ہوتا ہے۔

☆ بہتاتیہ مشاہدات کی وہ قدر ہے جو متعدد مرتبہ واقع ہوتی ہے۔ جیسے ایک مشاہدہ کی اعظم تعدد، بہتاتیہ کہلاتی ہے۔

دماغی ورزش

ایک طلباء کی صف میں، بائیں جانب گوپی ساتواں لڑکا ہے اور دائیں جانب سے پانچواں لڑکا شنکر ہے اگر یہ نشستیں بدلتے ہیں تب دائیں جانب سے آٹھوں لڑکا شنکر ہوگا۔ تب بتلائیے اس صف میں کتنے طلباء ہیں۔

چیتنیا 4.5 میٹر اونچے درخت کی ایک شاخ پر اپنا نام تراشتا ہے جو زمین سے 1.5 میٹر اونچی ہے۔ اگر درخت کی اونچائی 6.75 میٹر ہو تو بتائیے زمین سے چیتنا کا نام کتنی اونچائی پر واقع ہے اور آپ کے جواب کی وجہ بتلائیے۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لیے ہے۔ 2020-21