അധ്യായം 6

T2C9Y8

പ്രവൃത്തി, ഊർജം, പവർ (WORK, ENERGY, POWER)

6.1 ആമുഖം

6.2 പ്രവൃത്തിയുടെയും ഗതികോർജത്തിന്റെയും ധാരണകൾ : പ്രവൃത്തി - ഊർജസിദ്ധാന്തം

6.3 പ്രവൃത്തി

6.4 ഗതികോർജം

6.5 വ്യതിയാനബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി

6.6 വ്യതിയാനബലത്തിന്റെ പ്രവൃത്തി - ഊർജസിദ്ധാന്തം

6.7 സ്ഥിതികോർജം എന്ന ആശയം

6.8. യാന്ത്രികോർജത്തിന്റെ സംരക്ഷണം

6.9 സ്പ്രിങ്ങിന്റെ സ്ഥിതികോർജം

6.10 ഊർജത്തിന്റെ വിവിധ രൂപങ്ങൾ: ഊർജസംരക്ഷണനിയമം

6.11 പവർ

6.12 കൂട്ടിമുട്ടലുകൾ

സംഗ്രഹം

വിചിന്തനവിഷയങ്ങൾ

പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ

കൂടുതൽ പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ

അനുബന്ധം 6.1

6.1 ആമുഖം

നിത്യജീവിതത്തിൽ നാം ആവർത്തിച്ച് ഉപയോഗിക്കുന്ന പദങ്ങളാണ് പ്രവൃത്തി, ഊർജം, പവർ എന്നിവ. നിലമുഴുന്ന കർഷകനും, ഇഷ്ടിക ചുമക്കുന്ന നിർമാണത്തൊഴിലാളിയും മത്സരപ്പരീക്ഷയ്ക്കു തയാറെടുക്കുന്ന വിദ്യാർഥിയും മനോഹരമായ പ്രകൃതിദൃശ്യം രചിക്കുന്ന ചിത്രകാരനും എല്ലാം പ്രവൃത്തി ചെയ്യുന്നുണ്ട്. എന്നാൽ ഭൗതിക ശാസ്ത്രത്തിൽ, 'പ്രവൃത്തി' എന്നതിന് വ്യക്തവും കൃത്യവുമായ ഒരു അർഥമുണ്ട്. ഒരു ദിവസം 14 മുതൽ 16 വരെ മണിക്കൂർ പ്രവൃത്തി ചെയ്യാൻ കഴിവുള്ള ഏതൊരാളിനും വലിയ കരുത്ത് (സ്റ്റാമിന) അല്ലെങ്കിൽ ഊർജമുണ്ട് എന്നു നാം പറയും. ഒരു ദീർഘദൂര ഓട്ടക്കാരിയെ നമ്മൾ അഭിനന്ദിക്കുന്നത് അവളുടെ കരുത്ത് അല്ലെങ്കിൽ ഊർജത്തിന്റെ പേരിലാണ്. അതുകൊണ്ട് പ്രവൃത്തി ചെയ്യാനുള്ള നമ്മുടെ കഴിവിനെ ഊർജം എന്നു പറയാം. ഭൗതികശാസ്ത്രത്തിലും ഈ അർഥത്തിൽ ഊർജം പ്രവൃത്തിയുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. എന്നാൽ ഭൗതികശാസ്ത്രത്തിൽ 'പ്രവൃത്തി' എന്നത് കൂടുതൽ കൃത്യതയോടെ നിർവചിച്ചിട്ടുണ്ട്. പവർ എന്ന വാക്ക് നിത്യജീവിതത്തിൽ പല അർഥതലങ്ങളിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നു. കരാട്ടെയിലും ബോക്സിങ്ങിലും നമ്മൾ കരുത്തുറ്റ 'ഇടി' യെക്കുറിച്ച് സംസാരിക്കുന്നു. വളരെ വലിയ വേഗത്തിലാണ് ഇവിടെ ഇടി നടക്കുന്നത്. ഈ അർഥമാണ് ഭൗതികശാസ്ത്രത്തിൽ ഉപയോഗിക്കുന്ന 'പവർ' എന്ന പദത്തിന്റെ അർഥത്തോടു ചേർന്നു വരുന്നത്. ഈ ഭൗതികശാസ്ത്ര നിർവചനവും ശരീരശാസ്ത്രപരമായ ചിത്രങ്ങളും തമ്മിൽ ഒരു നേരിയ പാരസ്പര്യം നമ്മുടെ മനസ്സിൽ സൃഷ്ടിക്കുമെന്ന് മനസ്സിലാക്കാം. പ്രവൃത്തി, ഊർജം, പവർ എന്നീ മൂന്നു ഭൗതിക അളവുകളെപ്പറ്റി ധാരണ വികസിപ്പിക്കുക എന്നതാണ് ഈ അധ്യായത്തിന്റെ ലക്ഷ്യം. ഈ ലക്ഷ്യത്തിലേക്കു പോകുന്നതിന്, രണ്ട് സദിശങ്ങളുടെ അദിശഗുണനഫലത്തെ കുറിച്ച് ഒരു ഗണിതശാസ്ത്ര മുന്നറിവ് ആവശ്യമാണ്.

6.1.1 അദിശഗുണനം (The Scalar Product)

സദിശങ്ങളെയും അവയുടെ ഉപയോഗങ്ങളെയും കുറിച്ച് നാം അധ്യായം 4-ൽ പഠിച്ചു. സ്ഥാനാന്തരം, പ്രവേഗം, ത്വരണം, ബലം തുടങ്ങിയ ഭൗതിക അളവുകൾ സദിശങ്ങളാണ്. സദിശങ്ങളുടെ സങ്കലന-വ്യവകലന രീതികൾ നാം ചർച്ച ചെയ്തു. എങ്ങനെയാണ് സദിശങ്ങളെ ഗുണിക്കുന്നത് എന്ന് നോക്കാം. സദിശങ്ങൾ തമ്മിൽ രണ്ടു തരത്തിൽ ഗുണിക്കാൻ കഴിയും. ഇതിൽ ഒരു മാർഗം അദിശഗുണനമാണ്. ഇവിടെ രണ്ടു സദിശങ്ങളെ തമ്മിൽ ഗുണിക്കുമ്പോൾ ഒരു അദിശം ഗുണനഫലമായി ലഭിക്കുന്നു. ഇതിനെ അദിശഗുണിതം എന്ന് പറയാം. രണ്ടാമത്തെ രീതിയിൽ രണ്ടു സദിശങ്ങൾ തമ്മിൽ ഗുണിക്കുമ്പോൾ ഒരു സദിശം ഗുണനഫലമായി ലഭിക്കുന്നു. ഇതിനെ സദിശഗുണിതം എന്നു പറയുന്നു. സദിശഗുണനഫലത്തെക്കുറിച്ച് അധ്യായം 7 ൽ പഠിക്കും.

ഈ അധ്യായത്തിൽ രണ്ടു സദിശങ്ങളുടെ അദിശഗുണനഫലം പഠിക്കുന്നു. രണ്ടു സദിശങ്ങൾ A, B എന്നിവയുടെ അദിശഗുണനം അഥവാ ഡോട്ട് പ്രൊഡക്റ്റ് എന്നതിനെ **A·B** (A ഡോട്ട് B) എന്ന് എഴുതാവുന്നതാണ്.

$$\mathbf{A \cdot B} = A\ B\ \cos\ \theta \qquad (6.1a)$$

ഇവിടെ θ എന്നത് ചിത്രം 6.1.(a) യിൽ സൂചിപ്പിക്കുന്നതുപോലെ രണ്ടു സദിശങ്ങൾക്കിടയിലെ കോണളവാണ്. A,B, cos θ എന്നിവ അദിശങ്ങളായതുകൊണ്ട്, A യുടെയും B യുടെയും അദിശഗുണിതം ഒരു അദിശ അളവാണ്. **A, B** എന്നീ ഓരോ സദിശത്തിനും ദിശയുണ്ട്. എന്നാൽ അവയുടെ അദിശഗുണനഫലത്തിന് ദിശയില്ല.

സമവാക്യം (6.1. a) യിൽനിന്ന്

$$(\mathbf{A.B} = A(B\cos\theta) = B(A\cos\theta))$$

ജ്യാമിതീയമായി പറഞ്ഞാൽ B cos θ എന്നത് **A**യിലുള്ള **B** യുടെ പ്രക്ഷേപവും (Projection) A cos θ എന്നത് **B** യിലുള്ള **A** യുടെ പ്രക്ഷേപവുമാണ്. ചിത്രം 6.1 (a) യിൽ ഇത് ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട് $\boldsymbol{A \times B}$ എന്നത് **A** യുടെ പരിമാണത്തിന്റെയും **A** യുടെ ദിശയിലൂള്ള **B** യുടെ ഘടകത്തിന്റെയും ഗുണനഫലമാണ്. അഥവാ, **B** യുടെ പരിമാണത്തിന്റെയും **B** യുടെ ദിശയിലൂടെയുള്ള **A** യുടെ ഘടകത്തിന്റെയും ഗുണനഫലമാണ്.

സമവാക്യം (6.1. a) യിൽനിന്ന് അദിശഗുണിതം ക്രമനിയമം പാലിക്കുന്നുവെന്ന് കാണാം.

$$\mathbf{A \cdot B} = \mathbf{B \cdot A}$$

അദിശഗുണനം വിതരണനിയമവും അനുസരിക്കുന്നുണ്ട്.

$$\mathbf{A \cdot (B+C) = A \cdot B + A \cdot C}$$

$\mathbf{A} \cdot (\lambda\ \mathbf{B}) = \lambda\ (\mathbf{A \cdot B})$.

ഇവിടെ λ ഒരു രേഖീയസംഖ്യയാണ് മുകളിലെ സമവാക്യങ്ങളുടെ തെളിവ് ഒരു പരിശീലനപ്രശ്നമായി നിങ്ങൾക്ക് നൽകിയിട്ടുണ്ട്.

യൂണിറ്റ് സദിശങ്ങളായ

$\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{j}}, \hat{\mathbf{k}}$ യുടെ വിവിധ അദിശഗുണനഫലങ്ങൾ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

$$\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = 1$$

$$\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{i}} = 0$$

A, B എന്നീ രണ്ടു സദിശങ്ങളെ പരിഗണിക്കുക. ഇവിടെ

$\mathbf{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$ എന്നും

$\mathbf{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$ എന്നും എഴുതാം.

ഇവയുടെ അദിശഗുണിതം

$$\mathbf{A \cdot B} = \left(A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}\right) \cdot \left(B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}\right)$$

$$= A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \qquad (6.1(b))$$

അദിശഗുണിതത്തിന്റെ നിർവചനത്തിൽ നിന്നു സമവാക്യം (6.1 b) യിൽനിന്നും. താഴെപറയും പ്രകാരം കിട്ടും.

(i) $\mathbf{A \cdot A} = A_x A_x + A_y A_y + A_z A_z$

അഥവാ $A^2 = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 \qquad (6.1c)$

കാരണം $\mathbf{A \cdot A} = |\mathbf{A}||\mathbf{A}| \cos 0 = A^2$.

(ii) **A** യും **B** യും ലംബമായാൽ, $\mathbf{A \cdot B} = 0$

ഉദാഹരണം 6.1 ബലം $\mathbf{F} = (3\,\hat{\mathbf{i}} + 4\,\hat{\mathbf{j}} - 5\,\hat{\mathbf{k}})$ യൂണിറ്റും സ്ഥാനാന്തരം $\mathbf{d} = (5\,\hat{\mathbf{i}} + 4\,\hat{\mathbf{j}} - 3\,\hat{\mathbf{k}})$ യൂണിറ്റുമായാൽ ഇവക്കിടയിലുള്ള കോണളവ് കാണുക. **F** ന് **d** യിലുള്ള പ്രക്ഷേപം (Projection) കാണുക.

ഉത്തരം: $\mathbf{F \cdot d} = F_x d_x + F_y d_y + F_z d_z$

$\mathbf{F \cdot d} = 3\ (5) + 4\ (4) + (-\ 5)\ (3)$

$= 16$ യൂണിറ്റ്

അതുകൊണ്ട് $\mathbf{F \cdot d} = F\ d\ \cos\theta = 16$ യൂണിറ്റ്

ഇപ്പോൾ $\mathbf{F \cdot F} = F^2 = F_x^2 + F_y^2 + F_z^2$

$= 9 + 16 + 25$

$= 50$ യൂണിറ്റ്

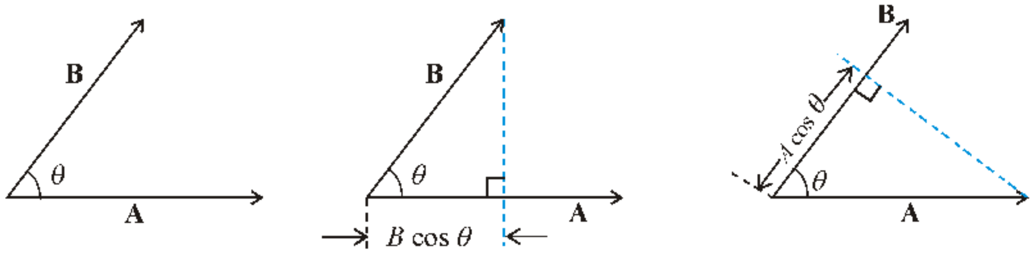
$\mathbf{d \cdot d} = d^2 = d_x^2 + d_y^2 + d_z^2$

$= 25 + 16 + 9$

$= 50$ യൂണിറ്റ്

$$\therefore \cos\ \theta = \frac{16}{\sqrt{50}\sqrt{50}} = \frac{16}{50} = 0.32,$$

$$\theta = \cos^{-1}\ 0.32$$



(a) (b) (c)

ചിത്രം 6.1 (a) രണ്ടു സദിശങ്ങൾ **A, B** എന്നിവയുടെ അദിശഗുണനഫലം ഒരു അദിശമാണ്. $\mathbf{A \cdot B} = AB \cos\theta$. b) A യിലുള്ള B യുടെ പ്രക്ഷേപമാണ് (Projection) B cos θ. B യിലുള്ള A യുടെ പ്രക്ഷേപമാണ് (Projection) A cos θ

6.2 പ്രവൃത്തി – ഗതികോർജ ആശയം; പ്രവൃത്തി – ഊർജസിദ്ധാന്തം (Notions of Work and Kinetic energy: The Work Energy Theorem)

'a' എന്ന സ്ഥിരത്വരണത്തിൽ നേർരേഖാചലനത്തിന്റെ താഴെ പറയുന്ന സമവാക്യം നാം അധ്യായം 3 ൽ പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്.

$$v^2 - u^2 = 2\ as$$

ഇവിടെ u, v ഇവ യഥാക്രമം ആദ്യവേഗവും അന്തിമവേഗവും, s എന്നത് സ്ഥാനാന്തരവുമാകുന്നു. ഇരുവശത്തെയും $m/2$, കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക.

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 = mas = Fs \qquad (6.2a)$$

ഇവിടെ ma = F എന്നത് ന്യൂട്ടന്റെ രണ്ടാം ചലനനിയമത്തിൽനിന്നു ലഭിക്കുന്നതാണ്. നമുക്ക് സമവാക്യം (6.2) നെ സദിശങ്ങൾ ഉൾപ്പെടുത്തി ത്രിമാനത്തിലേക്ക് സാമാന്യവൽക്കരിക്കാം.

$$v^2 - u^2 = 2\ \mathbf{a{\cdot}d}$$

ഇവിടെ a യും d യും യഥാക്രമം ത്വരണവും സ്ഥാനാന്തരവുമാണ്. ഒരിക്കൽകൂടി ഇരുവശങ്ങളെയും m/2 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 = m\,\mathbf{a \cdot d} = \mathbf{F \cdot d} \qquad (6.2b)$$

എന്നു ലഭിക്കും.

മുകളിലത്തെ സമവാക്യം പ്രവൃത്തിയെയും ഗതികോർജത്തെയും നിർവചിക്കാൻ സഹായിക്കുന്നു. സമവാക്യത്തിന്റെ ഇടതുവശം മാസിന്റെ പകുതിയും വേഗങ്ങളുടെ വർഗത്തിന്റെ വ്യത്യാസവും തമ്മിലുള്ള ഗുണനഫലമാണ്. ഈ അളവുകളിൽ ഓരോന്നിനെയും 'ഗതികോർജം' എന്നു വിളിക്കും. ഇതിനെ K കൊണ്ട് പ്രതിനിധീകരിക്കാം. വലതുവശം സ്ഥാനാന്തരത്തിന്റെയും സ്ഥാനാന്തരത്തിന്റെ ദിശയിലെ ബലത്തിന്റെ ഘടകത്തിന്റെയും ഗുണനഫലമാണ്. ഈ അളവിനെ പ്രവൃത്തി എന്നു വിളിക്കാം. ഇതിനെ 'W' കൊണ്ട് പ്രതിനിധീകരിക്കാം.

അപ്പോൾ (6.2 b) യെ

$$K_f - K_i = W \qquad (6.3)$$

എന്നെഴുതാം.

ഇവിടെ K_i, K_f യഥാക്രമം വസ്തുവിന്റെ ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും ഗതികോർജങ്ങളെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു. ഇവിടെ പ്രവൃത്തി, ബലത്തെയും ബലം മൂലമുണ്ടാകുന്ന സ്ഥാനാന്തരത്തിന്റെയും ബന്ധം നൽകുന്നു. **ബലത്തിനു വിധേയമായി ഒരു വസ്തുവിനു സ്ഥാനാന്തരമുണ്ടാകുമ്പോഴാണ് പ്രവൃത്തി ചെയ്യപ്പെടുന്നത്.**

പ്രവൃത്തി – ഊർജനിയമത്തിന്റെ ഒരു സവിശേഷരൂപമാണ് (Special case) സമവാക്യം 6.2. **ഒരു കണികയുടെ ഗതികോർജവ്യത്യാസം അതിൽ ഒരു സഫലബലം (netforce) ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തിക്ക് തുല്യമാണ്.** മുകളിലെ സമവാക്യരൂപീകരണം വ്യതിയാനപ്പെടുന്ന ബലത്തിന്റെ കാര്യത്തിൽ എങ്ങനെ സാമാന്യവൽക്കരിക്കാം എന്നത് പിന്നീടു പഠിക്കാം.

> *ഉദാഹരണം 6.2:* ഒരു മഴത്തുള്ളിയുടെ പതനം താഴേക്കുള്ള ഗുരുത്വാകർഷണബലത്തിന്റെയും അതിന്റെ ചലനത്തിന് എതിരായുള്ള പ്രതിരോധബലത്തിന്റെയും സ്വാധീനത്തിലാണ്. പ്രതിരോധബലം പൂർണമായും നിർണയിക്കപ്പെട്ടിട്ടില്ലെങ്കിലും, അത് മഴത്തുള്ളിയുടെ വേഗത്തിന് ആനുപാതികമാണ്. 1.00g മാസുള്ള ഒരു മഴത്തുള്ളി 1.00 കി.മീ. ഉയരത്തിൽ നിന്ന് താഴേക്ക് വീഴുന്നു. മഴത്തുള്ളി 50 മീറ്റർ/സെക്കന്റ് വേഗത്തിൽ തറയിൽ വന്നിടിക്കുന്നു. (a) ഗുരുത്വാകർഷണബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി എത്ര? (b) കൃത്യമായി നിർണയിക്കപ്പെടാത്ത പ്രതിരോധബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി എത്ര?

ഉത്തരം: (a) മഴത്തുള്ളിയുടെ ഗതികോർജവ്യത്യാസം

$$\Delta K = \frac{1}{2}m\ v^2 - 0$$

$$= \frac{1}{2} \times 10^{-3} \times 50 \times 50$$

$$= 1.25\ \text{J}$$

മഴത്തുള്ളി ആദ്യം നിശ്ചലമാണെന്നു കരുതുന്നു. g ക്ക് 10 m/s^2 എന്ന സ്ഥിരവില നൽകിയാൽ ഗുരുത്വാകർഷണബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി

$$W_g = mgh$$

$$= 10^{-3} \times 10 \times 10^3$$

$$= 10.0\ \text{J}$$

(b) പ്രവൃത്തി – ഊർജനിയമത്തിൽ നിന്ന്

$$\Delta K = W_g + W_r$$

ഇവിടെ W_r എന്നത് മഴത്തുള്ളിയിൽ പ്രതിരോധബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തിയാണ്.

$$W_r = \Delta K - W_g$$

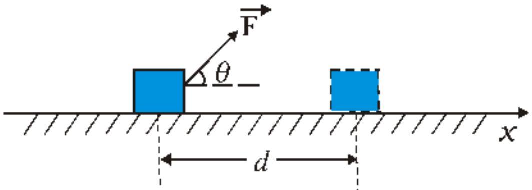
$$= 1.25 - 10$$

$$= -8.75\ \text{J}$$

ഈ പ്രവൃത്തി നെഗറ്റീവാണ്.

6.3 പ്രവൃത്തി (Work)

നേരത്തേ കണ്ടതുപോലെ, പ്രവൃത്തി ബലവുമായും അത് പ്രവർത്തിക്കുന്ന സ്ഥാനാന്തരവുമായും ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. ഒരു സ്ഥിരബലം F, മാസ് m ൽ പ്രയോഗിക്കുന്നുവെന്നു കരുതുക. ചിത്രം 6.2 ൽ കാണിച്ചിരിക്കും പോലെ വസ്തുവിന് d സ്ഥാനാന്തരം പോസിറ്റീവ് 'x' ദിശയിൽ ഉണ്ടാകുന്നു.



ചിത്രം 6.2 F ബലത്തിന്റെ സ്വാധീനത്തിൽ ഒരു വസ്തുവിന് d സ്ഥാനാന്തരം ഉണ്ടാകുന്നു.

ബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി സ്ഥാനാന്തര പരിമാണത്തിന്റെയും സ്ഥാനാന്തര ദിശയിലെ ബലത്തിന്റെ ഘടകത്തിന്റെയും ഗുണനഫലമായി നിർവചിക്കാം. അതുകൊണ്ട്

$$W = (F \cos\theta)\, d = \mathbf{F \cdot d} \qquad (6.4)$$

സ്ഥാനാന്തരം ഇല്ലാതെ ബലം എത്ര വലുതായാലും പ്രവൃത്തി ചെയ്യപ്പെടുന്നില്ല. അതുകൊണ്ട് നിങ്ങൾ ദൃഢമായ ഒരു മതിലിൽ തള്ളിയാൽ, മതിലിൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം പ്രവൃത്തിചെയ്യുന്നില്ല. നിങ്ങളുടെ പേശികൾ മാറിമാറി വികസിക്കുകയും സങ്കോചിക്കുകയും ആന്തരിക ഊർജം ചെലവഴിക്കപ്പെടുകയും നിങ്ങൾ ക്ഷീണിതനാവുകയും ചെയ്തിട്ടും ഇവിടെ പ്രവൃത്തി ചെയ്യപ്പെടുന്നില്ല. അതായത്, സാധാരണ ഉപയോഗഭാഷയിൽ നിന്ന് ശാസ്ത്രത്തിലെ പ്രവൃത്തിയുടെ അർഥം തികച്ചും വ്യത്യസ്തമാണ്.

താഴെ പറയുന്ന സന്ദർഭങ്ങളിൽ യാതൊരു പ്രവൃത്തിയുമുണ്ടാവുന്നില്ല.

(i) മുകളിൽ കണ്ട ഉദാഹരണത്തിലെ പോലെ സ്ഥാനാന്തരം പൂജ്യമാണെങ്കിൽ: 150 കിലോഗ്രാം മാസ് 30 സെക്കന്റ് തോളിൽ വക്കുന്ന ഒരു ഭാരോദ്വഹകൻ (weight lifter) ഈ സമയം യാതൊരു പ്രവൃത്തിയും ചെയ്യുന്നില്ല.

(ii) ബലം പൂജ്യമാണെങ്കിൽ മിനുസമായ മേശയിലൂടെ തിരശ്ചീനമായി ചലിക്കുന്ന ഒരു ചതുരക്കട്ടക്ക് യാതൊരു തിരശ്ചീനബലവും പ്രയോഗിക്കാതെ വലിയ സ്ഥാനാന്തരം ഉണ്ടാകുന്നു (ഘർഷണം ഇല്ലാത്തതിനാൽ).

(iii) ബലവും സ്ഥാനാന്തരവും പരസ്പരം ലംബമായാൽ: $\theta = \pi/2$ റേഡിയൻ ($= 90°$), $\cos(\pi/2) = 0$ ആയതിനാലാണ്. ഒരു തിരശ്ചീന മേശയിലൂടെ ചലിക്കുന്ന ഒരു ചതുരക്കട്ടയിൽ ഗുരുത്വാകർഷണ ബലം mg യാതൊരു പ്രവൃത്തിയും ചെയ്യുന്നില്ല. സ്ഥാനാന്തരത്തിന് ലംബമായി പ്രവർത്തിക്കുന്നതു കാരണമാണിത്. ഭൂമിക്കു ചുറ്റുമുള്ള ചന്ദ്രന്റെ ഭ്രമണപഥം കൃത്യമായ വൃത്താകാരമാണെങ്കിൽ ഭൂമിയുടെ ഗുരുത്വാകർഷണ ബലം ചന്ദ്രനിൽ യാതൊരു പ്രവൃത്തിയും ചെയ്യുന്നില്ല. ചന്ദ്രന്റെ തൽക്ഷണ സ്ഥാനാന്തരം തൊടുവരയിലൂടെയും ഭൂമിയുടെ ബലം ആരത്തിലൂടെ ഉള്ളിലേക്കുമാണ്. അതിനാൽ

$\theta = \pi/2$ ആണ്.

പ്രവൃത്തി പോസിറ്റീവും നെഗറ്റീവുമാകാം. θ യുടെ വില $0°$ യ്ക്കും $90°$ യ്ക്കുമിടയിലായാൽ സമവാക്യം (6.4)ൽ $\cos\theta$ പോസിറ്റീവ് ആണ്. θ വില $90°$ യ്ക്കും $180°$ യ്ക്കും ഇടയിലായാൽ $\cos\theta$ നെഗറ്റീവാണ്. പല ഉദാഹരണങ്ങളിലും ഘർഷണബലം സ്ഥാനാന്തരത്തെ എതിർക്കുന്നു. അതിനാൽ $\theta = 180°$. അപ്പോൾ ഘർഷണം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി നെഗറ്റീവാണ്. ($\cos 180° = -1$)

സമവാക്യം 6.4 ൽ നിന്ന് പ്രവൃത്തിക്കും ഊർജത്തിനും ഒരേ ഡൈമെൻഷനുകളാണ് $[ML^2T^{-2}]$ എന്നു കാണാനാകും. ഇവയുടെ SI യൂണിറ്റ് ജൂൾ ആണ് (J). പ്രശസ്ത ബ്രിട്ടീഷ് ഭൗതികശാസ്ത്രജ്ഞൻ ജയിംസ് പ്രെസ്കോട്ട് ജൂളിന്റെ (1811 – 1869) സ്മരണാർഥമാണ് ഈ പേര് നൽകപ്പെട്ടത്. പ്രവൃത്തിയും ഊർജവും ഭൗതിക ആശയങ്ങളായി വ്യാപകമായി ഉപയോഗിക്കുന്നതിനാൽ പകരമുള്ള യൂണിറ്റുകളും വ്യാപകമാണ്. ഇവയിൽ ചിലതു പട്ടിക 6.1 ൽ നൽകിയിരിക്കുന്നു.

പട്ടിക 6.1. പ്രവൃത്തി/ഊർജത്തിന്റെ ഇതര യൂണിറ്റുകൾ

1 എർഗ്	10^{-7} J
1 ഇലക്ട്രോൺ വോൾട്ട് (eV)	1.6×10^{-19} J
കലോറി (cal)	4.186 J
കിലോവാട്ട് അവർ (kWh)	3.6×10^6 J

▶ ഉദാഹരണം 6.3: ഒരു സൈക്ലിസ്റ്റ് 10 m ദൂരം നിരക്കി നീക്കി തന്റെ സൈക്കിൾ നിർത്തുന്നു. ഈ പ്രവർത്തനത്തിൽ ചലനത്തിനെതിരായി റോഡ് 200 N ബലം സൈക്കിളിൽ പ്രയോഗിക്കുന്നു.

(a) റോഡ് സൈക്കിളിൽ ചെയ്ത പ്രവൃത്തി എത്ര?

(b) സൈക്കിൾ റോഡിൽ ചെയ്ത പ്രവൃത്തി എത്ര?

ഉത്തരം:

റോഡ് സൈക്കിളിൽ ചെയ്ത പ്രവൃത്തിയെന്നത് റോഡിലെ ഘർഷണബലം സൈക്കിളിൽ ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തിയാണ്.

(a) നിർത്തുന്ന ബലവും സ്ഥാനാന്തരവും തമ്മിലുള്ള കോൺ 180° (π റേഡിയൻ) ആണ് അതിനാൽ റോഡ് ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി.

$$W_r = Fd\cos\theta$$
$$= 200 \times 10 \times \cos\pi = -2000 \text{ J}$$

പ്രവൃത്തി ഊർജസിദ്ധാന്തത്തിനനുസരിച്ച് നെഗറ്റീവായ ഈ പ്രവൃത്തിയാണ് സൈക്കിളിനെ നിർത്തുന്നത്.

(b) ന്യൂട്ടന്റെ മൂന്നാം ചലനനിയമമനുസരിച്ച്, സൈക്കിൾ കാരണമായി തുല്യവും വിപരീതവുമായ ഒരു ബലം റോഡിൽ പ്രയോഗിക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട് ഈ ബലത്തിന്റെ പരിമാണം 200 N ആണ്. എന്നാൽ റോഡിന് സ്ഥാനാന്തരം ഉണ്ടാകുന്നില്ല. അതിനാൽ സൈക്കിൾ റോഡിൽ ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി പൂജ്യമാണ്.

ഈ ഉദാഹരണത്തിൽനിന്ന് B എന്ന വസ്തു A യിൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം, B യിൽ A പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലത്തിനു തുല്യവും വിപരീതവുമാണ് എന്നു ബോധ്യമാവും. എന്നാൽ B യിൽ A ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തിയും A യിൽ B ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തിയും തുല്യവും വിപരീതവുമാകണമെന്ന് നിർബന്ധമില്ലായെന്നുള്ളതാണ്.

6.4 ഗതികോർജം (Kinetic Energy)

മുമ്പു സൂചിപ്പിച്ചപ്പോലെ, m മാസുള്ള ഒരു വസ്തുവിന് v പ്രവേഗമുണ്ടെങ്കിൽ, അതിന്റെ ഗതികോർജം K.

$$K = \frac{1}{2}m\ \mathbf{v}.\mathbf{v} = \frac{1}{2}mv^2 \qquad (6.5)$$

ഗതികോർജം ഒരു അദിശ (6.5) അളവാണ്. ചലനം മൂലം ഒരു വസ്തുവിന് ചെയ്യാൻ കഴിയുന്ന പ്രവൃത്തിയുടെ അളവാണ് ഒരു വസ്തുവിന്റെ ഗതികോർജം. പണ്ട് അതിവേഗത്തിലുള്ള പ്രവാഹത്തിന്റെ ഗതികോർജം ധാന്യങ്ങൾ പൊടിക്കാനായി ഉപയോഗിച്ചതും, കാറ്റിന്റെ ഗതികോർജം കപ്പലുകളുടെ സഞ്ചാരത്തിന് ഉപയോഗിച്ചതും ഈ അറിവിന്റെ പിൻബലത്തിലാണ്. വിവിധ വസ്തുക്കളുടെ ഗതികോർജം പട്ടിക 6.2 ൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

പട്ടിക 6.2. സവിശേഷ ഗതികോർജങ്ങൾ K

വസ്തു	മാസ്സ് (kg)	വേഗം (ms^{-1})	K(J)
കാർ	2000	25	6.3×10^5
ഓടുന്ന അത്‌ലറ്റ്	70	10	3.5×10^3
വെടിയുണ്ട	5×10^{-2}	200	10^3
10 m ഉയരത്തിൽനിന്ന് താഴേക്കിട്ട കല്ല്	1	14	10^2
ടെർമിനൽ വേഗത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന മഴത്തുള്ളി	3.5×10^{-5}	9	1.4×10^{-3}
വായുതന്മാത്ര	$\simeq 10^{-26}$	500	$\simeq 10^{-21}$

▶*ഉദാഹരണം 6.4:* ഒരു ബാലിസ്റ്റിക് പ്രദർശനത്തിൽ പോലീസ് ഉദ്യോഗസ്ഥൻ 50.0g മാസുള്ള ഒരു വെടിയുണ്ട ഉപയോഗിച്ച് 200 m s^{-1} വേഗത്തിൽ 2.00 സെന്റീമീറ്റർ കനമുള്ള മൃദുവായ ഒരു പ്ലൈവുഡിലേക്ക് വെടിവക്കുന്നു. അതിന്റെ ആദ്യ ഗതികോർജത്തിന്റെ 10% ൽ അത് പ്ലൈവുഡിൽ നിന്നു പുറത്തേക്കു വരുന്നു. പുറത്തേക്കു വരുന്ന വെടിയുണ്ടയുടെ വേഗമെത്ര?

ഉത്തരം: വെടിയുണ്ടയുടെ ആദ്യ ഗതികോർജം $mv^2/2 = 1000$ J ആണ്. അതിന്റെ അവസാന ഗതികോർജം $0.1\times1000 = 100$ J ആണ്. അതിന്റെ പുറത്തേക്കുള്ള വേഗം v_f ആയാൽ,

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = 100\ \text{J}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2\times100\ \text{J}}{0.05\ \text{kg}}} = 63.2\ \text{m s}^{-1}$$

അതായത് വേഗം 68% കുറയുന്നു (90% അല്ല). ◀

6.5 വ്യതിയാനബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി (Work done by a Variable Force)

ഒരു സ്ഥിരബലം അപൂർവമായാണ് നമുക്ക് അനുഭവപ്പെടുക. അസ്ഥിര ബലങ്ങളാണ് നിത്യജീവിതത്തിൽ സർവ്വസാധാരണ നാം കണ്ടുവരുന്നത്. ഏകമാനമായ ഒരു വ്യതിയാനബലത്തിന്റെ ചിത്രീകരണമാണ് ചിത്രം 6.2.

സ്ഥാനാന്തരം Δx വളരെ ചെറുതായാൽ $F(x)$ എന്ന ബലത്തെ നമുക്ക് ഏകദേശം സ്ഥിരമായി കണക്കാക്കാം. അപ്പോൾ ചെയ്യപ്പെട്ട പ്രവൃത്തി

$$\Delta W = F(x)\ \Delta x \text{ ആണ്.}$$

ഇത് ചിത്രം 6.3 (a) യിൽ കാണാം. ചിത്രം 6.3 (a) യിലെ അടുത്തടുത്തുള്ള ചതുര പരപ്പളവുകൾ കൂട്ടിച്ചേർത്താൽ ആകെ പ്രവൃത്തി താഴെ പറയും പ്രകാരം ലഭിക്കുന്നു.

$$W \cong \sum_{x_i}^{x_f} F(x)\Delta x \qquad (6.6)$$

ഇവിടെ പ്രാരംഭസ്ഥാനം x_i മുതൽ അന്തിമസ്ഥാനം x_f വരെയാണ് സങ്കലനം ചെയ്തിരിക്കുന്നത്.

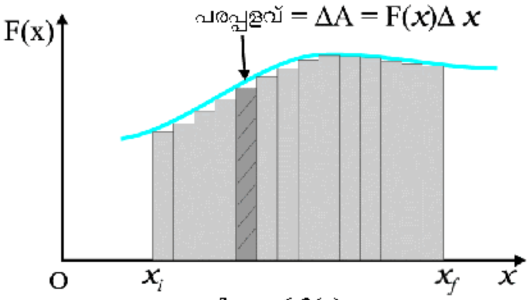
സ്ഥാനാന്തരങ്ങൾ പൂജ്യത്തോട് അടുത്താൽ തുകയിലെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം പരിധികൂടാതെ കൂടുകയും തുക ഒരു കൃത്യവിലയിലേക്ക് എത്തുകയും ചെയ്യുന്നു. ഇങ്ങനെ ചെയ്താൽ ഇത് ചിത്രം 6.3 (b) യിലെ വക്രരേഖയുടെ താഴെയുള്ള പരപ്പളവിന് തുല്യമാകും.

അതുകൊണ്ട് ചെയ്യപ്പെട്ട പ്രവൃത്തി

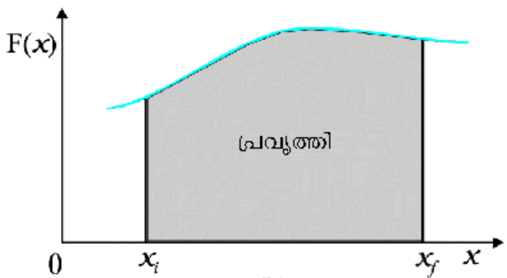
$$W = \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{x_i}^{x_f} F(x)\Delta x$$

$$= \int_{x_i}^{x_f} F(x)\, dx \qquad (6.7)$$

ഇവിടെ 'lim' എന്നത് Δx പൂജ്യത്തോടടുക്കുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന തുകയുടെ പരിധിയെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു. അതിനാൽ വ്യതിയാനപ്പെടുന്ന ഒരു ബലത്തിന്, സ്ഥാനാന്തരത്തിനു മേലുള്ള ബലത്തിന്റെ ഒരു നിശ്ചിത സമാകലനമായി ചെയ്യപ്പെടുന്ന പ്രവൃത്തിയെ സൂചിപ്പിക്കാം.



ചിത്രം 6.3(a)

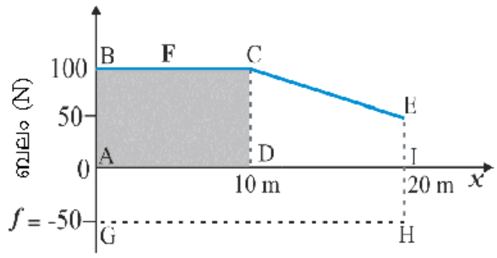


(b)

ചിത്രം. 6.3 (a) യിലെ ദീർഘചതുരം വ്യതിയാനബലം, F(x) ചെറിയ സ്ഥാനാന്തരം Δx ൽ ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി $\Delta W = F(x)\,\Delta x$ നെ കറുപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന ഭാഗം സൂചിപ്പിക്കുന്നു. (b) $\Delta x \rightarrow 0$ എന്ന സങ്കല്പത്തിൽ എല്ലാ ദീർഘചതുരങ്ങളുടെയും പരപ്പളവുകൾ കൂട്ടുമ്പോൾ, വക്രരേഖയുടെ താഴെയുള്ള പരപ്പളവ് F(x) ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തിക്ക് തുല്യമാണെന്നു കാണാൻ കഴിയും.

ഉദാഹരണം 6.5: റെയിൽവേ പ്ലാറ്റ്ഫോമിന്റെ പരുപരുത്ത പ്രതലത്തിലൂടെ ഒരാൾ ഒരു പെട്ടി തള്ളുന്നു. 10 മീറ്റർ ദൂരത്തേക്ക് 100 N ബലം അയാൾ പ്രയോഗിക്കുന്നു. അതിനുശേഷം അയാൾ പടിപടിയായി ക്ഷീണിക്കുകയും പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം ദൂരത്തിന് ആനുപാതികമായി കുറഞ്ഞ് 50 N ആയി മാറുകയും ചെയ്തു. ട്രങ്ക് സഞ്ചരിച്ച ആകെ ദൂരം 20 m ആണ്. അയാൾ പ്രയോഗിച്ച ബലത്തിനെയും ഘർഷണ ബലത്തിനെയും സ്ഥാനാന്തരത്തിനനുസരിച്ച് ചിത്രീകരിക്കുക. ഘർഷണബലം 50 N ആണ്. 20 m ദൂരത്തിൽ രണ്ട് ബലങ്ങളും ചെയ്ത പ്രവൃത്തി കണക്കാക്കുക.

ഉത്തരം:



ചിത്രം 6.4 പ്രയോഗിച്ച ബലം F ഉം എതിർക്കുന്ന ഘർഷണ ബലം f ഉം സ്ഥാനാന്തരമായുള്ള ചിത്രീകരണം.

പ്രയോഗിച്ച ബലത്തിന്റെ ചിത്രീകരണം ചിത്രം 6.4 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. $x = 20$ m ൽ, $F = 50$ N $(\neq 0)$. ഘർഷണബലം f, $|\mathbf{f}| = 50$ Nഎന്ന് തന്നിരിക്കുന്നു. അത് ചലനത്തെ എതിർക്കുകയും **F** ന്റെ എതിർദിശയിൽ പ്രയോഗിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. അതിനാലതിനെ ബല അക്ഷത്തിന്റെ നെഗറ്റീവ് വശത്തു കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

അയാൾ ചെയ്ത പ്രവൃത്തി

$W_F \rightarrow$ ABCD എന്ന ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് + ലംബകം CEID യുടെ പരപ്പളവ്

$$W_F = 100 \times 10 + \frac{1}{2}(100 + 50) \times 10$$

$$= 1000 + 750$$

$$= 1750 \text{ J}$$

ഘർഷണബലം ചെയ്ത പ്രവൃത്തി

$W_f \rightarrow$ ചതുരം AGHI യുടെ പരപ്പളവ്

$$W_f = (-50) \times 20$$

$$= -1000 \text{ J}$$

ബലഅക്ഷത്തിന്റെ നെഗറ്റീവ് വശത്തെ പരപ്പളവിന് നെഗറ്റീവ് ചിഹ്നം നൽകുന്നു. ◀

6.6 വ്യതിയാനബലത്തിന്റെ പ്രവൃത്തി – ഊർജ സിദ്ധാന്തം (The Work - Energy Theorem for a Variable Force)

ഇനി ഒരു വ്യതിയാനബലത്തിന്റെ പ്രവൃത്തി – ഊർജ സിദ്ധാന്തം എങ്ങനെ തെളിയിക്കാം എന്നു നോക്കാം. ഇതിനായി ഒരു ഏകമാന വ്യതിയാനബലം പരിഗണിക്കുന്നതാണ് എളുപ്പം.

ഗതികോർജവ്യതിയാനത്തിന്റെ നിരക്ക്

$$\frac{dK}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} m\, v^2\right)$$

$$= m \frac{dv}{dt} v$$

$= F\, v$ (ന്യൂട്ടന്റെ രണ്ടാം ചലനനിയമം അനുസരിച്ച്)

$$= F \frac{dx}{dt}$$

അതുകൊണ്ട് $dK = F dx$ എന്നെഴുതാം.

ആദ്യസ്ഥാനം x_i മുതൽ അന്ത്യസ്ഥാനം x_f വരെ ഇതിനെ സമാകലനം ചെയ്യുക.

$$\int_{K_i}^{K_f} dK = \int_{x_i}^{x_f} F dx$$

x_i, x_f എന്നിവയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ആദ്യ-അന്ത്യ ഗതികോർജങ്ങളാണ് K_i ഉം K_f ഉം

$$K_f - K_i = \int_{x_i}^{x_f} F dx \qquad (6.8a)$$

സമവാക്യം 6.7 ൽ നിന്ന്

$K_f - K_i$ W (6.8b) എന്നു ലഭിക്കും.

ഒരു വ്യതിയാനബലത്തിന്റെ കാര്യത്തിൽ പ്രവൃത്തി-ഊർജസിദ്ധാന്തം ഇത്തരത്തിൽ തെളിയിക്കാം.

വിവിധ പ്രശ്നങ്ങൾ നിർധാരണം ചെയ്യാൻ പ്രവൃത്തി-ഊർജനിയമം ഉപകാരപ്രദമാണെങ്കിലും അത് ന്യൂട്ടന്റെ രണ്ടാം ചലനനിയമത്തിനു വിധേയമായി ഉണ്ടാകുന്ന ചലനം എന്ന ആശയത്തിന്റെ വിവിധതലങ്ങൾ പൂർണ മായും ഉൾക്കൊള്ളുന്നില്ല. ന്യൂട്ടന്റെ രണ്ടാം ചലന നിയ മത്തിന്റെ ഒരു സമാകലനരൂപമാണിത്. ക്ഷണ നേരത്തെ ബലവും ത്വരണവും തമ്മിലുള്ള ഒരു ബന്ധമാണ് ന്യൂട്ടന്റെ രണ്ടാം ചലനനിയമം. പ്രവൃത്തി -ഊർജ നിയമം ഒരു സമയ ഇടവേളയിലെ സമാകലനത്തിന്റെ രൂപത്തിലാണ് കാണുന്നത്. അതായത് ഇവിടെ ന്യൂട്ടന്റെ രണ്ടാം ചലനനിയമപ്രസ്താവനയിലെ സമയ വേളകൾ സമാകലനം ചെയ്യപ്പെടുന്നു. അതിനാൽ സമയാശ്രയ വിവരങ്ങൾ ലഭ്യമല്ല. ന്യൂട്ടന്റെ രണ്ടാം ചലനനിയമം ദ്വിമാ നത്തിലും ത്രിമാനത്തിലും സദിശരൂപത്തിലാണ് പ്രസ്താവിക്കപ്പെടുന്നത്. എന്നാൽ പ്രവൃത്തി - ഊർജ നിയമം അദിശരൂപത്തിലുമാണ്. അദിശരൂപത്തിലായതി നാൽ, ഈ പ്രവൃത്തി-ഊർജസിദ്ധാന്തത്തിൽ നിന്നും ന്യൂട്ടന്റെ രണ്ടാം ചലനനിയമത്തിലെ ദിശകളെ സംബ ന്ധിച്ച വിശദാംശങ്ങൾ ലഭിക്കില്ല.

▶ *ഉദാഹരണം 6.6:* $m_1 = 1kg$ മാസുള്ള ഒരു കട്ട $v_i = 2ms^{-1}$ പ്രവേഗത്തിൽ സഞ്ചരിച്ച് $x = 0.10m$ മുതൽ $x = 2.01$ m വരെ നീളമുള്ള ഒരു പരുപരുത്ത പ്രദേശ ത്തിൽ കടക്കുന്നു. ഈ പരിധിയിൽ കട്ടയുടെ മന്ദീ കരണബലം F_r സ്ഥാനാന്തരം x ന് വിപരീത അനു പാതത്തിലാണ്.

$$F = \frac{-k}{x} \quad 0.1m < x < 2.01m$$

$-$ o, $x < 0.1m$ ലും $x > 2.01$ ലും

ഇവിടെ $k = 0.5$ J ആണ്. ഈ പ്രദേശം മുറിച്ചു കട ക്കുമ്പോൾ കട്ടയ്ക്കുള്ള അവസാന ഗതികോർജവും വേഗം v_f ഉം എത്രയാണ്?

ഉത്തരം: സമവാക്യം (6.8. a) പ്രകാരം

$$K_f = K_i + \int_{0.1}^{2.01} \frac{(-k)}{x} dx$$

$$= \frac{1}{2} m v_i^2 - k \ln(x) \Big|_{0.1}^{2.01}$$

$$= \frac{1}{2} m v_i^2 - k \ln(2.01/0.1)$$

$$= 2 - 0.5 \ln(20.1)$$

$$= 2 - 1.5 = 0.5 \text{ J}$$

$$v_f = \sqrt{2K_f / m} = 1 \text{ m s}^{\ 1}$$

ln എന്നത് e ആധാരമാക്കിയുള്ള സ്വാഭാവിക ലോഗ രിതത്തിന്റെ അടയാളമാണ്. 10 ആധാരമാക്കിയുള്ള ലോഗരിതം അല്ല [$\ln X = \log_e X = 2.303 \log_{10} X$]. ◀

6.7 സ്ഥിതികോർജം എന്ന ആശയം (The concept of potential energy)

പൊട്ടൻഷ്യൽ എന്ന പദം പ്രവൃത്തിചെയ്യാനുള്ള കഴി വിനെയോ അതിന്റെ സാധ്യതയോ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. സ്ഥിതികോർജം എന്നത് 'സംഭരിക്കപ്പെട്ട ഊർജം' എന്ന ആശയം ഒരാളുടെ മനസ്സിൽ കൊണ്ടുവരുന്നു. വലിച്ചുനീട്ടിയ ഒരു വില്ലിലെ ചരടിന് സ്ഥിതികോർജ മുണ്ട്. അതിനെ സ്വതന്ത്രമാക്കുമ്പോൾ, ചരടുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്ന അമ്പ് വലിയ വേഗത്തിൽ പറന്നു പോകുന്നു. ഭൂമിയുടെ പുറംതോട് ഒരുപോലെയല്ല. അതിൽ 'ലോപരേഖകൾ' (Fault lines) എന്ന തുടർച്ച യില്ലായ്മകളും സ്ഥാനഭ്രംശങ്ങളുമുണ്ട്. ഭൂമിയുടെ പുറം തോടിലെ ഈ ലോപരേഖകൾ 'അമർത്തിവയ്ക്കപ്പെട്ട' സ്പ്രിങ്ങുകൾ പോലെ വർത്തിക്കുന്നു. അവക്ക് വലിയ അളവിൽ സ്ഥിതികോർജമുണ്ട്. ഈ ലോപരേഖകളുടെ പുനക്രമീകരണം നടക്കുമ്പോൾ ഈ സ്ഥിതികോർജം സ്വതന്ത്രമാക്കപ്പെടുന്നത് ഭൂകമ്പത്തിന് കാരണമാകുന്നു. സ്ഥാനം മൂലമോ ഒരു വസ്തുവിന്റെ ക്രമീകരണം മൂലമോ സംഭരിക്കപ്പെടുന്ന ഊർജമാണ് സ്ഥിതി കോർജം. വസ്തു സ്വതന്ത്രമാക്കിയാൽ അതിൽ സംഭ രിക്കപ്പെട്ട ഊർജത്തെ ഗതികോർജരൂപത്തിൽ സ്വതന്ത്ര മാക്കുന്നു, സ്ഥിതികോർജത്തെപ്പറ്റിയുള്ള നമ്മുടെ ധാര ണകൾ കൂടുതൽ ദൃഢമാക്കാം.

m മാസുള്ള ഒരു പന്തിലെ ഗുരുത്വാകർഷണബലം mg ആകുന്നു. ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിനടുത്ത് g യെ സ്ഥിര മായി കണക്കാക്കാം. അടുത്ത് എന്നതു കൊണ്ട് ഇവിടെ അർഥമാക്കുന്നത് ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിൽ നിന്നുള്ള ഉയരം 'h', ഭൂമിയുടെ ആരം R നെ അപേക്ഷിച്ച് വളരെ കുറവ് എന്നാണ് $(h << R_E)$. അതിനാൽ ഭൂമിയുടെ ഉപരി തലത്തിനടുത്ത് g യുടെ വ്യതിയാനം അവഗണി ക്കാവുന്നതാണ്*. പന്തിനെ 'h' ഉയരത്തിലേക്ക് നമുക്ക്

ഉയർത്താം. ഇവിടെ മുകളിലേക്കുള്ള ദിശ പോസിറ്റീവായിട്ടാണെടുക്കുന്നത്. ഗുരുത്വാകർഷണ ബലത്തിനെതിരേ ബാഹ്യശക്തി ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി mgh ആണ്. ഈ പ്രവൃത്തി സ്ഥിതികോർജമായി സംഭരിക്കപ്പെടുന്നു. ഒരു വസ്തുവിന്റെ ഗുരുത്വാകർഷണ സ്ഥിതികോർജം, ഉയരം h ന്റെ ഫലനം ആയി, $V(h)$ എന്നു സൂചിപ്പിക്കാം. ഇത് ആ വസ്തുവിനെ h ഉയരത്തിലേക്ക് ഉയർത്താൻ ഗുരുത്വാകർഷണബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തിയുടെ നെഗറ്റീവാണ്

$$V(h) = mgh$$

h നെ ഒരു ചരമായി പരിഗണിച്ചാൽ ഗുരുത്വാകർഷണ ബലം F എന്നത് h ആധാരമാക്കിയുള്ള $V(h)$ന്റെ ആനുമാനികത്തിന്റെ *(derivative)* നെഗറ്റീവിന് തുല്യമാണ്. അതായത്

$$F = -\frac{d}{dh}V(h) = -mg$$ എന്നെഴുതാം.

ഗുരുത്വാകർഷണബലം താഴേക്കാണെന്നാണ് -ve ചിഹ്നം സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. സ്വതന്ത്രമാക്കുമ്പോൾ, പന്ത് കൂടിയ വേഗത്തിൽ താഴേക്കു വരുന്നു. തറയിൽ തൊടുന്നതിനു തൊട്ടു മുമ്പ്, അതിന്റെ വേഗം താഴെ പറയുന്ന ചലനബന്ധത്തിൽ നിന്ന് ലഭിക്കുന്നു.

$$v^2 = 2gh$$

ഈ സമവാക്യം ഇങ്ങനെ എഴുതാം.

$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$ ഇവിടെ $\frac{1}{2}mv^2$ എന്നത് ഗതികോർജമാണല്ലോ. അതുകൊണ്ട് ഈ വസ്തുവിന് 'h' ഉയരത്തിലുള്ള ഗുരുത്വാകർഷണ സ്ഥിതികോർജം, വസ്തുവിനെ സ്വതന്ത്രമാക്കിയശേഷം തറയിൽ എത്തുമ്പോൾ ഗതികോർജമാകുമെന്ന് ഈ സമവാക്യത്തിലൂടെ സ്പഷ്ടമാകും.

ബലത്തിനെതിരെ ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി വസ്തുവിന്റെ ഊർജമായി സംഭരിക്കപ്പെടുന്ന സന്ദർഭങ്ങളിൽ മാത്രമേ സ്ഥിതികോർജം എന്ന ആശയത്തിന് പ്രസക്തിയുള്ളൂ. ബാഹ്യനിയന്ത്രണങ്ങൾ ഒഴിവാക്കിയാൽ, ഈ ഊർജം പ്രത്യക്ഷപ്പെടുന്നത് ഗതികോർജമായിട്ടാണ്. (ലളിതമാക്കാനായി, ഏകമാനത്തിൽ) ബലം F(x) – നെ

$F(x) = -\frac{dV}{dx}$ എന്ന രൂപത്തിലെഴുതാൻ കഴിയുമ്പോൾ മാത്രമേ അതിന് സ്ഥിതികോർജം നൽകാനാകൂ.

ഇത് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്

$$\int_{x_i}^{x_f} F(x)dx = -\int_{V_i}^{V_f} dV = V_i - V_f$$

ഗ്രാവിറ്റിപോലെയുള്ള ഒരു സംരക്ഷിതബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും സ്ഥാനങ്ങളെ മാത്രം ആശ്രയിക്കുന്നു. കഴിഞ്ഞ അധ്യായത്തിൽ ചരിവ്പ്രതലവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ചില വസ്തുതകൾ പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്. m മാസുള്ള ഒരു വസ്തുവിനെ h ഉയരമുള്ള മിനുസമായ ചരിവുപ്രതലത്തിന്റെ മുകളിലെ നിശ്ചലാവസ്ഥയിൽനിന്നു സ്വതന്ത്രമാക്കിയാൽ ചരിവിന്റെ കോണളവ് എത്രയായാലും ഈ പ്രതലത്തിന്റെ താഴ്ഭാഗത്ത് ഇതിന്റെ വേഗം $\sqrt{2gh}$ ആണെന്ന് നാം കണ്ടിട്ടുണ്ട്. ചരിവുതലത്തിന്റെ താഴ്ഭാഗത്ത് അത് mgh തുല്യമായ ഗതികോർജം ആർജിക്കുന്നതായി കാണാം. പ്രവൃത്തിയോ ഗതികോർജമോ വസ്തുവിന്റെ സഞ്ചാരപാതയെയോ പ്രവേഗത്തെയോ മറ്റോ ആശ്രയിക്കുകയാണെങ്കിൽ അവയുണ്ടാക്കുന്ന ബലത്തെ അസംരക്ഷിത ബലം എന്നു വിളിക്കാം.

സ്ഥിതികോർജത്തിന്റെ ഡൈമെൻഷൻ $[ML^2T^{-2}]$ ഉം യൂണിറ്റ് ജൂളും (J) ആണ്. അതാകട്ടെ ഗതികോർജത്തിന്റെയും പ്രവൃത്തിയുടെയും ഡൈമെൻഷനുകളും യൂണിറ്റും തന്നെയാണ്. പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ബലം സംരക്ഷിതബലമാണെങ്കിൽ സ്ഥിതികോർജവ്യത്യാസം ബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തിയുടെ നെഗറ്റീവിന് തുല്യമായിരിക്കും.

$$\Delta V = -F(x)\,\Delta x \qquad (6.9)$$

മുകളിൽ പ്രതിപാദിച്ച താഴേക്കു പതിക്കുന്ന പന്തിന്റെ ഉദാഹരണത്തിൽ എങ്ങനെയാണ് സ്ഥിതികോർജം ഗതികോർജമായി പരിവർത്തനം ചെയ്തതെന്ന് നമ്മൾ കണ്ടു. ഇത് ബലതന്ത്രത്തിലെ ഒരു പ്രധാന സംരക്ഷണ തത്വത്തിലേക്ക് നമ്മെ എത്തിക്കുന്നു. ഈ തത്വം എന്താണെന്ന് മനസിലാക്കാൻ ശ്രമിക്കാം.

6.8 യാന്ത്രികോർജത്തിന്റെ സംരക്ഷണം (The Conservation of Mechanical Energy)

ഏകമാനചലനത്തിൽ ഈ തത്വത്തെ നമുക്ക് എളുപ്പത്തിൽ തെളിയിക്കാം. F എന്ന സംരക്ഷിതബലത്തിന്റെ സ്വാധീനത്താൽ ഒരു വസ്തുവിന് Δx സ്ഥാനാന്തരം ഉണ്ടായെന്നിരിക്കട്ടെ. അങ്ങനെയെങ്കിൽ പ്രവൃത്തി - ഊർജസിദ്ധാന്തമനുസരിച്ച് $\Delta K = F(x)\,\Delta x$ എന്നെഴുതാം.

സംരക്ഷിതബലമായതിനാൽ സ്ഥിതികോർജ ഫലനത്തെ $\Delta V = -F(x)\,dx$ എന്നു സൂചിപ്പിക്കാം.

മുകളിൽ പറഞ്ഞ സമവാക്യങ്ങളിൽ നിന്ന്

$\Delta K + \Delta V = 0$ എന്നെഴുതാമല്ലോ.

$$\Delta(K + V) = 0 \qquad (6.10)$$

$K + V$ യ്ക്ക് വ്യത്യാസം വരുന്നില്ലായെന്നാണിത് അർഥമാക്കുന്നത്. അതായത് വസ്തുവിന്റെ ഗതികോർജങ്ങളുടെയും സ്ഥിതികോർജങ്ങളുടെയും തുകയായ $K + V$ ഒരു സ്ഥിരാങ്കമാണ്. x_i മുതൽ x_f വരെയുള്ള പാത പരിഗണിച്ചാൽ

$$K_i + V(x_i) = K_f + V(x_f) \qquad (6.11)$$

എന്നാണിതിനർഥം.

* ഉയരത്തിനനുസരിച്ചുള്ള g യുടെ വ്യതിയാനം ഗുരുത്വാകർഷണമെന്ന് അധ്യായം 8 ൽ ചർച്ചചെയ്യും.

$K+V(x)$ എന്ന അളവിനെ വസ്തുവിന്റെ ആകെ യാന്ത്രി കോർജം എന്നു വിളിക്കാം. ഓരോ ബിന്ദുവിലും ഗതി കോർജത്തിന്റെയും സ്ഥിതികോർജത്തിന്റെയും വില കൾ വ്യത്യാസപ്പെട്ടാമെങ്കിലും അവയുടെ തുക സ്ഥിര മായിരിക്കും. 'സംരക്ഷിതബലം' എന്നതിന്റെ അർഥം ഇപ്പോൾ വ്യക്തമാണല്ലോ.

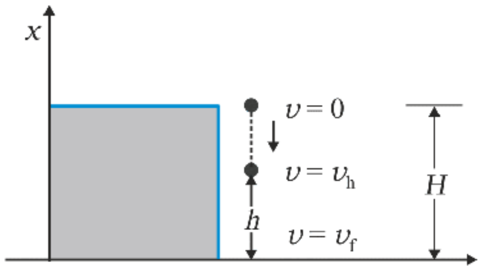
സംരക്ഷിതബലത്തിന്റെ ചില നിർവചനങ്ങൾ നമുക്ക് പരിഗണിക്കാം.

- സമവാക്യം 6.9 ൽ തന്നിരിക്കുന്നതുപോലെ ബലം ഒരു അദിശ അളവായ $V(x)$ ൽ നിന്ന് രൂപീകരിക്കാൻ കഴിയുമെങ്കിൽ ആ ബലം സംരക്ഷിതബലമാണ്.

  ത്രിമാനത്തിലെ ഒരു സാമാന്യവൽക്കരണത്തിന് ഒരു സദിശ ആനുമാനികം ആവശ്യമായതിനാൽ അത് പുസ്തകത്തിന്റെ ഉള്ളടക്കപരിധിക്ക് പുറത്താണ്.
- ഒരു സംരക്ഷിതബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി അഗ്രബി ന്ദുക്കളെ മാത്രം ആശ്രയിക്കുന്നു. ഇത് താഴെ പറ യുന്ന ബന്ധത്തിൽ നിന്നു വ്യക്തമാണ്.

  $W \quad K_f \quad K_i \quad V(x_i) - V(x_f)$
- തുടങ്ങിയ ബിന്ദുവിൽത്തന്നെ തിരിച്ചെത്തുന്ന ഒരു പാതയിൽ സംരക്ഷിതബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി പൂജ്യമാണ്. സമവാക്യം 6.11 ൽ $x_i = x_f$ എന്ന് സങ്കൽ പ്പിച്ചാൽ ഇത് വ്യക്തമാണ്. ഒരു **വ്യൂഹത്തിൽ പ്രവൃത്തി ചെയ്യുന്ന ബലം സംരക്ഷിതമാണെ ങ്കിൽ, അതിലെ ആകെ യാന്ത്രികോർജം സംരക്ഷി ക്കപ്പെടുന്നു.**

ഗുരുത്വാകർഷണബലത്തിന്റെ ഉദാഹരണം വീണ്ടും പരി ഗണിച്ചുകൊണ്ടോ അടുത്ത ഭാഗത്തെ സ്പ്രിങ് ബലം എടുത്തോ മുകളിലെ ചർച്ചകൾക്കു കൂടുതൽ വ്യക്തത വരുത്താം. ചിത്രം 6.5, H ഉയരത്തിൽ നിന്നു താഴേക്കു പതിക്കുന്ന m മാസുള്ള ഒരു പന്ത് ചിത്രീകരിക്കുന്നു.



ചിത്രം 6.5 H ഉയരത്തിൽ നിന്നു താഴേക്കു വീഴ്ത്തിയ പന്തിന്റെ സ്ഥിതികോർജത്തിൽ നിന്ന് ഗതികോർജ ത്തിലേക്കുള്ള മാറ്റം.

പൂജ്യം (തറനിരപ്പ്), h, H എന്നീ ഉയരങ്ങളിലുള്ള പന്തിന്റെ ആകെ യാന്ത്രികോർജങ്ങൾ യഥാക്രമം E_o, E_h, E_H എന്നു സങ്കൽപ്പിച്ചാൽ

$$E_H \quad mgH \qquad (6.11\ (a))$$

$$E_h = mgh + \frac{1}{2}mv_h^2 \qquad (6.11\ (b))$$

$$E_0 = (1/2)\ mv_f^2 \qquad (6.11\ (c))$$

ഇവിടെ പ്രവർത്തിക്കുന്ന സറിരബലം $F(x)$ വസ്തു വിന്റെ സറാനത്തെ ആധാരമാക്കുന്ന ഒരു സവിശേഷ ബലമായതിനാൽ യാന്ത്രികോർജം സംരക്ഷിക്കപ്പെടു ന്നു. അതുകൊണ്ട് $E_H \quad E_0$ ആണ്.

$$\text{അതിനാൽ } mgH = \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$v_f = \sqrt{2gH}$$

ഇത് 3.7 ൽ, സ്വതന്ത്രമായി താഴേക്കു പതിക്കുന്ന വസ്തു വിന്റെ കാര്യത്തിൽ ലഭിച്ച ഫലമാണ്.

വീണ്ടും $E_H = E_h$ എന്നെടുത്താൽ ഇതു സൂചിപ്പിക്കുന്നത്

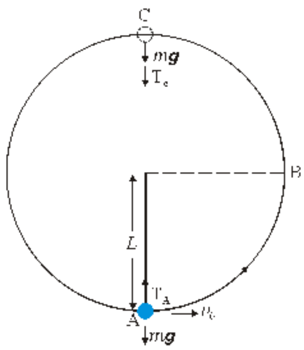
$$v_h^2 = 2g(H-h) \qquad (6.11\ (d))$$

എന്നാണ്.

ഗതികത്തിൽ നാം നേരത്തേ പഠിച്ചിട്ടുള്ളതുപോലെ. H ഉയരത്തിൽ, വസ്തുവിന്റെ ഊർജം പൂർണമായും സ്ഥിതികോർജമാണ്.

h ഉയരത്തിലിത് ഭാഗികമായി ഗതികോർജവും ഭൂനിര പ്പിലപൂർണമായും ഗതികോർജവുമാണ്.

▶ *ഉദാഹരണം 6.7:* L നീളമുള്ള ഒരു നേർത്ത ചരടിൽ m മാസുള്ള ഒരു ഗോളം തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്നു. ചരടിന്റെ താഴെ A യിൽ ഒരു തിരശ്ചീന പ്രവേഗം v_o നൽകി യാൽ, അത് ലംബതലത്തിൽ ഒരു അർധ വൃത്താ കൃതപാത പൂർത്തിയാക്കുന്നു. ഏറ്റവും മുകളിലെ ബിന്ദു C യിൽ എത്തുമ്പോൾ മാത്രം ചരട് അയയു ന്നു. ഇത് ചിത്രം 6.6 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. താഴെ പറയുന്നവയുടെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക. (i) v_o (ii) B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലെ വേഗം (iii) B യിലും C യിലുമുള്ള ഗതികോർജങ്ങളുടെ അനുപാതം. C യിൽ എത്തിയതിനുശേഷം ഈ ഗോളത്തിന്റെ സഞ്ചാരപഥം എങ്ങനെ ആയിരിക്കും?



ചിത്രം 6.6

ഉത്തരം (i) ഗോളത്തിൽ രണ്ടു ബാഹ്യബലങ്ങളുണ്ട്. ഗുരുത്വാകർഷണവും ചരടിലെ വലിവ് ബലവും (T). ചരടിന് ലംബമായിട്ടാണ് എപ്പോഴും സ്ഥാനാന്തരം. അതി നാൽ വലിവുബലം ഗോളത്തിൽ പ്രവൃത്തി ചെയ്യുന്നില്ല. ഗോളത്തിന്റെ സ്ഥിതികോർജവുമായി ഗുരുത്വാകർഷണ ബലം മാത്രമേ ബന്ധപ്പെടുന്നുള്ളൂ. ഈ വ്യൂഹത്തിന്റെ

ആകെ യാന്ത്രികോർജം E സംരക്ഷിതമാണ്. താഴെയുള്ള A എന്ന ബിന്ദുവിൽ സ്ഥിതികോർജം പൂജ്യമായി എടുക്കാം. അതിനാൽ A യിൽ

$$E = \frac{1}{2} m v_0^2 \quad (6.12)$$

$$T_A - mg = \frac{m v_0^2}{L}$$ (ന്യൂട്ടന്റെ രണ്ടാം ചലനനിയമം)

A യിൽ ചരടിന്റെ വലിവുബലം T ആണ് ചരടിലെ വലിവുബലം (T_c) പൂജ്യമായതിനാൽ, ഉയർന്നബിന്ദു C യിൽ ചരട് അയയുന്നു.

അതിനാൽ C യിൽ

$$E = \frac{1}{2} m v_c^2 + 2mgL \quad (6.13)$$

$$mg = \frac{m v_c^2}{L}$$ (ന്യൂട്ടന്റെ രണ്ടാം ചലനനിയമം) (6.14)

ഇവിടെ v_c എന്നത് C യിലെ വേഗമാണ്. സമവാക്യം (6.13), (6.14) എന്നിവയിൽ നിന്ന്

$$E = \frac{5}{2} m g L$$

ഇതിനെ A യിലെ ഊർജവുമായി തുലനപ്പെടുത്തിയാൽ

$$\frac{5}{2} m g L = \frac{m}{2} v_0^2$$

$$v_0 = \sqrt{5gL}$$

((ii) സമവാക്യം (6.14) ൽ നിന്ന്

$v_C = \sqrt{gL}$ എന്നു വ്യക്തമാകും.

B യിൽ, ഊർജം

$$E = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g L$$

ഇതിനെ A യിലെ ഊർജവുമായി തുലനം ചെയ്യുകയും സമവാക്യം (i) ഉപയോഗപ്പെടുത്തുകയും ചെയ്താൽ $v_0^2 = 5gL$, എന്നു ലഭിക്കുന്നു.

$$\frac{1}{2} m v_B^2 + m g L = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$= \frac{5}{2} m\ g\ L$$

$$\therefore v_B = \sqrt{3gL}$$

(iii) B യിലും C യിലുമുള്ള ഗതികോർജങ്ങളുടെ അനുപാതം

$$\frac{K_B}{K_C} = \frac{\frac{1}{2} m v_B^2}{\frac{1}{2} m v_C^2} = \frac{3}{1}$$ ആണ്.

C എന്ന ബിന്ദുവിൽ ചരട് അയയുന്നു. ഇവിടെ ഗോളത്തിന്റെ പ്രവേഗം തിരശ്ചീനമായി ഇടത്തേക്കാണ്. ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന ചരടിനെ ഈ സമയത്ത് മുറിച്ചാൽ, ഒരു കുത്തനെയുള്ള പാറയുടെ അഗ്രത്തു നിന്നും തിരശ്ചീനമായി തൊടുത്തുവിടുന്ന ഒരു കല്ലിന്റെ തിരശ്ചീന ചലനത്തിന് സമാനമായ ചലനത്തിന് ഗോളം വിധേയമാകും. അല്ലെങ്കിൽ ഗോളം വൃത്താകൃതപാതയിൽ തുടരുകയും പരിക്രമണം പൂർത്തിയാക്കുകയും ചെയ്യും. ◀

6.9 ഒരു സ്പ്രിങ്ങിന്റെ സ്ഥിതികോർജം (The Potential Energy of a Spring)

സംരക്ഷിതമായ ഒരു വ്യതിയാനബലത്തിന് ഉദാഹരണമാണ് സ്പ്രിങ്ങിലെ ബലം. ചിത്രം 6.7 ഒരു സ്പ്രിങ്ങുമായി ബന്ധിപ്പിച്ചിട്ടുള്ള ഒരു ചതുരക്കട്ട മിനുസമായ തിരശ്ചീന തലത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നതിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. സ്പ്രിങ്ങിന്റെ മറ്റേ അഗ്രം ഒരു ഉറപ്പേറിയ ഭിത്തിയിൽ ഉറപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. സ്പ്രിങ് ഒരു ലഘുവായ വസ്തുവാണ്, അതിനാൽ ഭാരമില്ലാത്തതെന്നു കരുതാം. ഒരു മാതൃകാ സ്പ്രിങ്ങിൽ x സ്പ്രിങ്ങിൽ ബലം F_S എന്ന അനുപാതത്തിലായിരിക്കും. ഇവിടെ x എന്നത് സന്തുലിത സ്ഥാനത്തിൽനിന്നുള്ള സ്ഥാനാന്തരമാണ്. സ്ഥാനാന്തരം പോസിറ്റീവോ (ചിത്രം 6.7 (b)) നെഗറ്റീവോ (6.7.(c)) ആകാം.

സ്പ്രിങ്ങിന്റെ ബലനിയമമാണ് ഹുക്ക്സ് നിയമം. ഇതിനെ ഗണിതപരമായി

$F_S = -kx$ എന്ന് പ്രസ്താവിക്കാം.

സ്ഥിരസംഖ്യ k യെ സ്പ്രിങ് സ്ഥിരസംഖ്യ എന്നു വിളിക്കാം.

അതിന്റെ യൂണിറ്റ് $N\,m^{-1}$ ആണ്. k യുടെ വില വലുതാണെങ്കിൽ സ്പ്രിങ്ങിനെ ദൃഢതയുള്ളതെന്നും k യുടെ വില ചെറുതാണെങ്കിൽ മൃദുവെന്നും പറയാം.

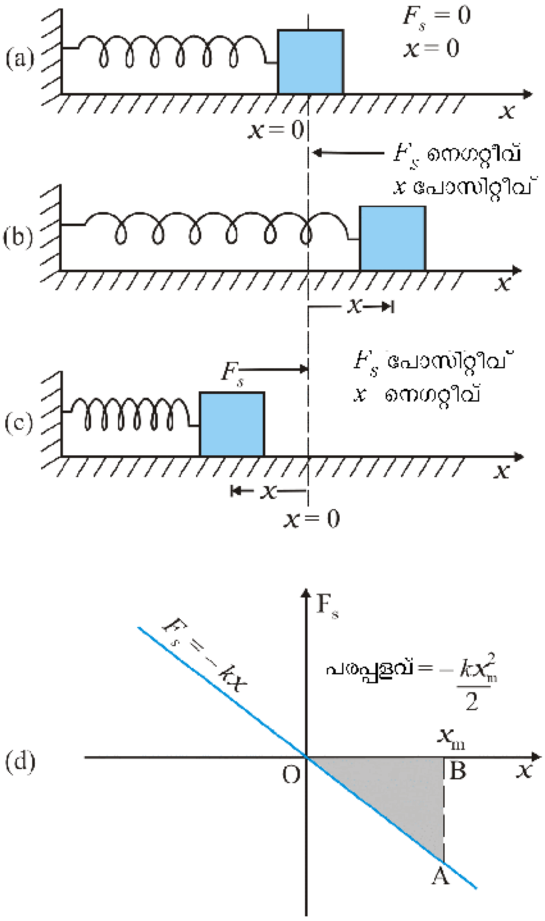
ചിത്രം 6.7 (b) യിലെപ്പോലെ നമ്മൾ ഈ ചതുരക്കട്ടയെ വലിക്കുന്നു. ഇവിടത്തെ സ്പ്രിങ്ങിന്റെ വലിവ് x_m ആയാൽ, സ്പ്രിങ് ബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി

$$W_s = \int_0^{x_m} F_s\, dx = -\int_0^{x_m} kx\, dx$$

$$= -\frac{k x_m^2}{2} \quad (6.15)$$

ചിത്രം 6.7 (d) യിലേതുപോലെയുള്ള ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് പരിഗണിച്ചാലും ഈ സമവാക്യം നമുക്കു ലഭിക്കും. വസ്തുവിനെ ചലിപ്പിക്കാൻ ചെയ്യുന്ന ബാഹ്യബലം സ്പ്രിങ് ബലത്തിന് വിപരീതദിശയിലാകയാൽ, ബാഹ്യബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി പോസിറ്റീവാണ്.

$$W = +\frac{k x_m^2}{2} \quad (6.16)$$



ചിത്രം 6.7 ഒരു സ്പ്രിങ്ങിന്റെ സ്വതന്ത്ര അഗ്രത്തിൽ ബന്ധിച്ചിട്ടുള്ള ഒരു ചതുരക്കട്ടയിലെ സ്പ്രിങ്ബലം ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നു. (a) സന്തുലനാവസ്ഥയിൽ നിന്നുള്ള സ്ഥാനാന്തരം x പൂജ്യമാകുമ്പോൾ, സ്പ്രിങ്ബലം F_s പൂജ്യമാകുന്നു. (b) വലിച്ചു നീട്ടപ്പെട്ട ഒരു സ്പ്രിംങിന് $x > 0$ യും $F_s < 0$ യും ആണ്. (c) അമർത്തിവെച്ച സ്പ്രിങിന് $x < 0$ യും $F_s > 0$ യും ആണ്. (d) F_s ഉം x ഉം തമ്മിലുള്ള ഗ്രാഫിൽ ത്രികോണത്തിന്റെ ഷേഡ് ചെയ്ത ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് സ്പ്രിങ്ബലം ചെയ്ത പ്രവൃത്തിയെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. F_s, x എന്നിവയുടെ വിപരീതചിഹ്നങ്ങൾ മൂലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി നെഗറ്റീവ് ആണ്. അതായത് $W_s = \frac{-kx_m^2}{2}$

സ്പ്രിങിനെ x_c എന്ന അളവിൽ (x_c (< 0)) അമർത്തിയാലും ഇത് ബാധകമാണ്. സ്പ്രിങ്ബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി $W_s = -kx_c^2/2$ യും ബാഹ്യബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി $+ kx_c^2/2$ ഉം ആണ്. ചതുരക്കട്ടയെ ആദ്യ സ്ഥാനാന്തരം x_i യിൽ നിന്ന് അന്തിമ സ്ഥാനാന്തരം x_f ലേക്കു ചലിപ്പിച്ചാൽ സ്പ്രിങ് ബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി

$$W_s = -\int_{x_i}^{x_f} k\, x\, dx = \frac{k\, x_i^2}{2} - \frac{k\, x_f^2}{2} \qquad (6.17)$$

അതുകൊണ്ട് സ്പ്രിങ് ബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി അഗ്രബിന്ദുക്കളെ ആശ്രയിക്കുന്നു. പ്രത്യേകിച്ച് ചതുരക്കട്ടയെ x_fൽനിന്ന് തള്ളിതിരിച്ച് x_i യിലേക്കു തന്നെ എത്താൻ അനുവദിച്ചാൽ

$$W_s = -\int_{x_i}^{x_i} k\, x\, dx = \frac{k\, x_i^2}{2} - \frac{k\, x_i^2}{2} = 0 \qquad (6.18)$$

ഒരു ചാക്രികപ്രവർത്തനത്തിൽ സ്പ്രിങ് ബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി പൂജ്യമാണ്. സ്പ്രിങ് ബലം (i), ഹുക്ക് നിയമത്തിൽ പ്രസ്താവിച്ചതു പോലെ സ്ഥാനത്തെ മാത്രം ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു (F_s $-kx$) എന്നും (ii) ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി, അഗ്രബിന്ദുക്കളെ മാത്രം ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നുവെന്നും മുകളിലെ സമവാക്യങ്ങൾ വ്യക്തമാക്കുന്നു. ഉദാഹരണം സമവാക്യം (6.17). അതിനാൽ സ്പ്രിങ് ബലം ഒരു **സംരക്ഷിതബലമാണ്**.

ചതുരക്കട്ടയും സ്പ്രിങ് വ്യൂഹവും സംതുലിതസ്ഥാനത്തിലായാൽ സ്പ്രിങിന്റെ സ്ഥിതികോർജത്തെ പൂജ്യമായി നമ്മൾ നിർവചിക്കുന്നു. ഒരു വലിവ് (അല്ലെങ്കിൽ ചുരുങ്ങൽ) x ന്, ഉണ്ടാകുന്നതിനാൽ ഇതിൽനിന്നുള്ള സ്ഥിതികോർജം

$$V(x) = \frac{kx^2}{2} \qquad (6.19)$$

$\frac{-dv}{dx} = kx$ എന്ന വലിവുബലം നമുക്ക് എളുപ്പത്തിൽ പരിശോധിക്കാം.

ചിത്രം. 6.7. ലെ m മാസുള്ള ചതുരക്കട്ടയെ നിശ്ചലാവസ്ഥയിൽനിന്ന് x_m ലേക്ക് വലിച്ചു വിട്ടാൽ $-x_m$ നും $-x_m$ നും ഇടയിൽ ഏതെങ്കിലും ബിന്ദു x ലുള്ള ആകെ യാന്ത്രികോർജം

$$\frac{1}{2}k\, x_m^2 = \frac{1}{2}k\, x^2 + \frac{1}{2}m\, v^2$$ എന്നതിലൂടെ

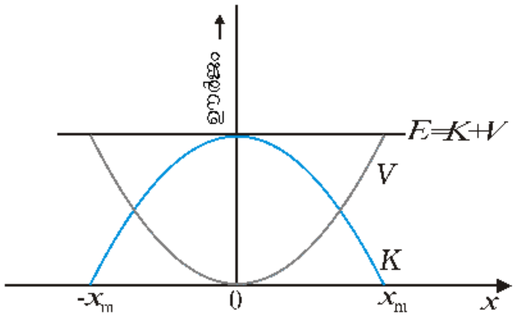
യാന്ത്രികോർജത്തിന്റെ സംരക്ഷണം എന്ന ആശയം കൂടി ലഭിക്കുന്നു. വേഗവും ഗതികോർജവും സന്തുലനസ്ഥാനത്ത് (x 0) പരമാവധി ആയിരിക്കുമെന്ന് ഈ സമവാക്യത്തിൽനിന്നു മനസ്സിലാക്കാം.

അതായത് $\frac{1}{2}m\, v_m^2 = \frac{1}{2}k\, x_m^2$

ഇവിടെ v_m എന്നത് പരമാവധി വേഗമാണ്.

$$v_m = \sqrt{\frac{k}{m}}\, x_m$$

k/m ന് T^{-2} ന്റെ ഡൈമെൻഷനുകളാണുള്ളത്. നമ്മുടെ സമവാക്യം ഡൈമെൻഷണലായി ശരിയാണ്. ഗതികോർജം സ്ഥിതികോർജമായി പരിവർത്തനം ചെയ്യാം. അതുപോലെ തിരിച്ചും. എങ്ങനെയായിരുന്നാലും, ആകെ യാന്ത്രികോർജം സ്ഥിരമായി നിലനിൽക്കുന്നു. ഇത് ഗ്രാഫ്രൂപത്തിൽ ചിത്രം 6.8 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.



ചിത്രം. 6.8 ഹുക്കിന്റെ നിയമം അനുസരിക്കുന്ന ഒരു സ്പ്രിങ്ങുമായി ഘടിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന ചതുരക്കട്ടയുടെ സ്ഥിതികോർജം V യുടെയും ഗതികോർജം K യുടെയും പരാബോള ആകൃതിയിലുള്ള ഗ്രാഫുകൾ. ഇവ പരസ്പരം പൂരകങ്ങളാണ്. ഒന്ന് കുറയുന്നതനുസരിച്ച് മറ്റേത് കൂടുന്നു. ആകെ യാന്ത്രികോർജം $E = K + V$ സ്ഥിരമായിരിക്കും.

ഉദാഹരണം 6.8: കാറപകടങ്ങൾ പഠിക്കാൻ വാഹനനിർമാതാക്കൾ ചലിക്കുന്ന കാറുകളും പ്രത്യേകം ക്രമീകരിച്ചിട്ടുള്ള വ്യത്യസ്ത സ്പ്രിങ് സ്ഥിരാങ്കങ്ങളുള്ള സ്പ്രിങ്ങുകളും തമ്മിലുള്ള കൂട്ടിമുട്ടലുകളെപ്പറ്റി പഠിക്കുന്നു. 1000 kg മാസുള്ള ഒരു കാർ മിനുസമുള്ള റോഡിലൂടെ 18 km/h വേഗത്തിൽ സഞ്ചരിച്ച് തിരശ്ചീനമായി ഉറപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന $6.25\times10^3 N\ m^{-1}$ സ്പ്രിങ് സ്ഥിരാങ്കമുള്ള ഒരു സ്പ്രിങ്ങിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നതായി കരുതാം. സ്പ്രിങ്ങിന്റെ പരമാവധി സമ്മർദ്ദനം എത്ര?

ഉത്തരം: പരമാവധി സമ്മർദ്ദനത്തിൽ കാറിന്റെ ഗതികോർജം പൂർണമായും സ്പ്രിങ്ങിന്റെ സ്ഥിതികോർജമായി മാറുന്നു.

കാറിന്റെ ഗതികോർജം

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \text{ ആണ്.}$$

$$= \frac{1}{2}\times10^3\times5\times5$$

$$K = 1.25\times10^4 \text{ J}$$

ഇവിടെ നമ്മൾ 18 km h^{-1} നെ 5 m s^{-1} ആക്കി മാറ്റിയിട്ടുണ്ട്. [**36 km h^{-1} = 10 m s^{-1}** എന്ന് ഓർക്കുന്നത് ഉപയോഗപ്രദമാണ്]. യാന്ത്രികോർജ സംരക്ഷണനിയമമനുസരിച്ച് പരമാവധി സമ്മർദ്ദനം x_m ൽ സ്പ്രിങ്ങിന്റെ സ്ഥിതികോർജം V, ചലിക്കുന്ന കാറിന്റെ ഗതികോർജം K ക്ക് തുല്യമാകും.

$$V = \frac{1}{2}k\ x_m^2 \quad 1.25\times10^4 \text{ J}$$

x_m = 2.00 m എന്നു ലഭിക്കും.

ഇവിടെ നമ്മൾ തികച്ചും ഉചിതമായ ഒരു സാഹചര്യം സൃഷ്ടിക്കുകയാണ് ചെയ്തത്. സ്പ്രിങ്ങിനെ മാസില്ലാത്തതായി കണക്കാക്കി ഘർഷണമില്ലാത്ത പ്രതലമാണ് നാം പരിഗണിച്ചത്. ◀

ഈ സന്ദർഭത്തെ മാതൃകാപരമായാണ് സങ്കൽപിച്ചിരിക്കുന്നതെന്നു ശ്രദ്ധിക്കുക. കൂടാതെ പ്രതലത്തിൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന ഘർഷണബലം വളരെ കുറവാണെന്നും സങ്കൽപിച്ചിരിക്കുന്നു.

സംരക്ഷിത ബലങ്ങളെ സംബന്ധിച്ച ചില വസ്തുതകൾ കൂടി ചർച്ച ചെയ്തശേഷം ഇങ്ങനെ സംഗ്രഹിക്കാം.

i മുകളിലെ ചർച്ചകളിലൊന്നും സമയം ഒരു ഘടകമായി പരിഗണിച്ചിരുന്നില്ല. ഉദാഹരണത്തിൽ നാം സമ്മർദ്ദനം കണക്കാക്കിയിരുന്നു. എന്നാൽ ഈ സമ്മർദ്ദനം എത്ര സമയം കൊണ്ടാണ് സംഭവിക്കുന്നതെന്ന് കണ്ടെത്തിയിരുന്നില്ല. ഈ വ്യൂഹത്തിന് ബാധകമായ ന്യൂട്ടന്റെ രണ്ടാം ചലനനിയമത്തിന്റെ നിർധാരണം ഇത് കണ്ടെത്തുവാൻ ആവശ്യമാണ്.

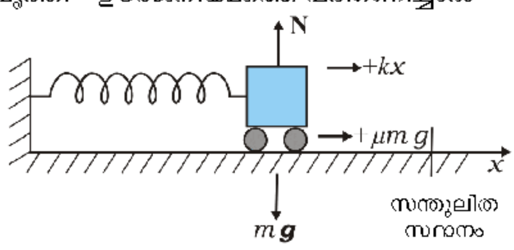
ii എല്ലാ ബലങ്ങളും സംരക്ഷിതബലങ്ങളല്ല. ഉദാ: ഘർഷണബലം. ഇത് ഒരു അസംരക്ഷിതബലമാണ്. ഈ പ്രശ്നത്തിൽ ഊർജസംരക്ഷണതത്വം പരിഷ്ക്കരിക്കേണ്ടിവരും. ഇത് ഉദാഹരണം 6.9 –ൽ വിശദീകരിച്ചിരിക്കുന്നു.

iii സ്ഥിതികോർജത്തിന്റെ വില പൂജ്യം എന്നു സങ്കൽപിക്കുന്നതിന് പ്രത്യേക നിയമങ്ങളൊന്നും ബാധകമല്ല. ഇത് നമ്മുടെ സൗകര്യാർഥം തിരഞ്ഞെടുക്കാവുന്നതാണ്. സ്പ്രിങ് ബലത്തെ സംബന്ധിച്ച് x = 0 ആകുമ്പോൾ V(x) = 0 എന്ന് നാം പരിഗണിച്ചു. അതായത് വലിച്ചുനീട്ടപ്പെടാത്ത സ്പ്രിങ്ങിന്റെ സ്ഥിതികോർജം പൂജ്യമാണ്. സ്ഥിരമുള്ള 'mg' എന്ന ഗുരുത്വാകർഷണബലത്തെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം V=0 ആകുന്നത് ഭൗമോപരിതലത്തിലാണെന്ന് സങ്കല്പിച്ചു. പിന്നീട് ഗുരുത്വനിയമത്തെ കുറിച്ചു പഠിക്കുന്ന അധ്യായത്തിൽ സ്ഥിതികോർജത്തിന്റെ വില അനന്തതയിൽ പൂജ്യമാണെന്ന് കൂടുതൽ കൃത്യമായി നിർവചിച്ചിട്ടുണ്ട്. എന്നാൽ സൗകര്യാർഥം സ്ഥിതികോർജത്തിന്റെ വില പൂജ്യമെന്നു സങ്കൽപ്പിക്കുന്നത് എപ്രകാരമാണോ അതിനെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയാണ് ചർച്ച തുടരേണ്ടത്.

ഉദാഹരണം 6.9: ഉദാഹരണം 6.8ൽ ഘർഷണ ഗുണാങ്കം μ ന്റെ വില 0.5 ആയാൽ സ്പ്രിങ്ങിന്റെ പരമാവധി സമ്മർദ്ദനം കണ്ടുപിടിക്കുക.

ഉത്തരം: ഘർഷണത്തിന്റെ സാന്നിധ്യത്തിൽ, ചിത്രം 6.9ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ സ്പ്രിങ് ബലവും ഘർഷണബലവും സ്പ്രിങ്ങിന്റെ സങ്കോചത്തെ എതിർക്കുന്നു

യാന്ത്രികോർജ സംരക്ഷണനിയമത്തിനു പകരം പ്രവൃത്തി - ഊർജനിയമത്തെ പരിഗണിച്ചാൽ



ചിത്രം 6.9 കാറിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്ന ബലങ്ങൾ

ഗതികോർജത്തിലുണ്ടാകുന്ന വ്യത്യാസം

$$\Delta K \quad K_f - K_i = 0 - \frac{1}{2} m\, v^2$$

സഫലബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി

$$W = -\frac{1}{2} k x_m^2 - \mu m\, g\, x_m$$

ഇവ തുലനം ചെയ്യുമ്പോൾ

$$\frac{1}{2} m\, v^2 = \frac{1}{2} k\, x_m^2 + \mu m\, g\, x_m$$ എന്നു ലഭിക്കുന്നു.

അപ്പോൾ $\mu mg = 0.5 \times 10^3 \times 10 = 5 \times 10^3$ N ആണ്. (g =10.0 m s^{-2} എന്ന് എടുക്കുന്നു).

മുകളിലത്തെ സമവാക്യം പുനക്രമീകരിച്ചാൽ, x_m ഉള്ള താഴെ വരുന്ന ദ്വിമാന സമവാക്യം ലഭിക്കും.

$$k\, x_m^2 + 2\mu m\, g\, x_m - m\, v^2 = 0$$

$$x_m = \frac{-\mu m\, g + \left[\mu^2 m^2 g^2 + m\, k\, v^2\right]^{1/2}}{k}$$

x_m പോസിറ്റീവായതിനാൽ പോസിറ്റീവ് വർഗമൂലം എടുക്കാം. ഈ സമവാക്യത്തിൽ വിലകൾ നൽകിയാൽ x_m = 1.35 m എന്നു കിട്ടും. ഇത് പ്രതീക്ഷിച്ചതുപോലെ ഉദാഹരണം 6.8 ന്റെ ഫലത്തേക്കാൾ ചെറുതാണ്.

ഒരു വസ്തുവിലെ രണ്ടു ബലങ്ങളിൽ ഒന്ന് സംരക്ഷിതവും (F_c) മറ്റേത് അസംരക്ഷിതബലവും (F_{nc}) ആയാൽ, യാന്ത്രികോർജ സംരക്ഷണ സമവാക്യത്തിൽ മാറ്റം വരുത്തേണ്ടതുണ്ട്.

$$(F_c + F_{nc})\, \Delta x \quad \Delta K$$

എന്നാൽ $\quad F_c\, \Delta x = -\Delta V$

$\therefore \quad \Delta(K + V) \quad F_{nc}\, \Delta x$

$$\Delta E = F_{nc}\, \Delta x$$

ഇവിടെ E എന്നത് ആകെ യാന്ത്രികോർജമാണ്.

സഞ്ചാരപാതയിൽ ഇതിനെ താഴെകാണുന്ന രൂപത്തിൽ എഴുതാം.

$$E_f - E_i \quad W_{nc}$$

ഇവിടെ W_{nc} എന്നത് പാതയിൽ അസംരക്ഷിതബലം ചെയ്യുന്ന ആകെ പ്രവൃത്തിയാണ്. സംരക്ഷിതബലത്തിൽ നിന്ന് വ്യത്യസ്തമായി W_{nc} എന്നത് i മുതൽ f വരെയുള്ള പാതയെ ആശ്രയിക്കുന്നു.

6.10 ഊർജത്തിന്റെ വിവിധ രൂപങ്ങൾ: ഊർജ സംരക്ഷണനിയമം (Various forms of Energy : The Law of Conservation of Energy)

മുകളിൽ പറഞ്ഞ വിഭാഗങ്ങളിൽ നാം ഇതുവരെ യാന്ത്രികോർജത്തെക്കുറിച്ചാണ് ചർച്ച ചെയ്തത്. ഇതിനെ രണ്ടു വേറിട്ട വിഭാഗങ്ങളായി തരം തിരിക്കാം. ഒന്ന് ചലനം അടിസ്ഥാനമാക്കിയ ഗതികോർജവും മറ്റൊന്ന് സ്ഥാനം അഥവാ ക്രമീകരണം അടിസ്ഥാനമാക്കിയ സ്ഥിതികോർജവും. ഊർജം പല രൂപഭേദങ്ങളിൽ കാണപ്പെടുന്നു. പലപ്പോഴും നമുക്ക് അജ്ഞാതമായ വിവിധ വഴികളിൽ അവ പരസ്പരം രൂപം മാറുന്നു.

6.10.1 താപോർജം (Heat)

ഘർഷണബലം ഒരു സംരക്ഷിതബലമല്ല എന്ന് നമ്മൾ കണ്ടു. എന്നിരുന്നാലും ഘർഷണബലവുമായി ബന്ധപ്പെട്ടും പ്രവൃത്തി ഉണ്ട്. ഉദാഹരണം 6.5 ൽ ഒരു പരുക്കൻ തിരശ്ചീന പ്രതലത്തിൽക്കൂടി 'v_0' വേഗത്തിൽ നീങ്ങുന്ന 'm' മാസുള്ള ഒരു ചതുരക്കട്ടയുടെ വേഗം 'x_0' ദൂരം കഴിയുമ്പോൾ പൂജ്യമായി മാറുന്നു. x_0 ദൂരത്തിൽ ഗതികഘർഷണബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി -fx_0 ആണ്. പ്രവൃത്തി - ഊർജസിദ്ധാന്തമനുസരിച്ച് $m v_0^2/2 = f x_0$ ആണ്. നമ്മുടെ താൽപര്യം ബലതന്ത്രത്തിൽ മാത്രമായി പരിമിതപ്പെടുത്തിയാൽ, ഘർഷണ ബലം കാരണമായി ചതുരക്കട്ടയുടെ ഗതികോർജം നഷ്ടപ്പെടുന്നുവെന്നു പറയാം. ചതുരക്കട്ടയും മേശയും പരിശോധിച്ചാൽ അവയുടെ താപനിലയിൽ അൽപം വർധന ഉണ്ടായതായി കണ്ടെത്താം. ഘർഷണം ചെയ്ത പ്രവൃത്തി നഷ്ടപ്പെട്ടില്ല, പകരം താപോർജമായി രൂപാന്തരപ്പെടുകയാണുണ്ടായത്. ഇത് ചതുരക്കട്ടയുടെയും മേശയുടെയും ആന്തരിക ഊർജം വർധിപ്പിക്കുന്നു. ശൈത്യകാലത്ത്, ഊഷ്മളത ലഭിക്കാൻ നമ്മുടെ കൈപ്പത്തികൾ തമ്മിൽ തീവ്രമായി ഉരസി ചൂട് ഉൽപ്പാദിപ്പിക്കാറുണ്ട്. തന്മാത്രകളുടെ നിർത്താതെയുള്ളതും ക്രമരഹിതവുമായ ചലനവുമായി ബന്ധപ്പെട്ടും ആന്തരികഊർജം നിലനിൽക്കുന്നുവെന്ന് നമുക്ക് പിന്നീട് മനസിലാക്കാം. 1 kg ജലത്തെ 10^{0}C തണുപ്പിച്ചാൽ അത് 42000 J ഊർജം ഉൽസർജിക്കും എന്നതിൽ നിന്ന് താപോർജ കൈമാറ്റത്തിന്റെ അളവിനെക്കുറിച്ചുള്ള ഒരു ധാരണ നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നു.

6.10.2 രാസോർജം (Chemical Energy)

തീ കത്തിക്കാനും നിയന്ത്രിക്കാനുമുള്ള കണ്ടുപിടിത്തം മാനവരാശിയുടെ ഏറ്റവും വലിയ സാങ്കേതിക നേട്ടങ്ങളിൽ ഒന്നാണ്. രണ്ട് അഭ്രശിലകളെ തമ്മിലുരസുമ്പോൾ (യാന്ത്രികോർജം) അവ ചൂടാകുമെന്നും ഉണങ്ങിയ ഇലകളുടെ കൂമ്പാരത്തെ കത്തിക്കുമെന്നും (രാസോർജം) ഇത് ചൂട് നിലനിർത്താൻ സഹായിക്കുമെന്നും അവർ മനസ്സിലാക്കിയിരുന്നു. പ്രത്യേകമായി നിർമിച്ച രാസപ്രതലത്തിൽ ഉരസുമ്പോൾ ഒരു തീപ്പെട്ടിക്കൊള്ളി തെളിഞ്ഞ ജ്വാലയോടെ തീപിടിക്കുന്നു. കത്തിച്ച തീപ്പെട്ടിക്കൊള്ളി പടക്കങ്ങളിൽ പ്രയോഗിച്ചാൽ ശബ്ദത്തിന്റെയും പ്രകാശത്തിന്റെയും മനോഹരദൃശ്യത്തിന് കാരണമാകുന്നു. രാസപ്രവർത്തനങ്ങളിൽ പങ്കെടുക്കുന്ന തന്മാത്രകൾക്ക് വ്യത്യസ്ത ബന്ധന ഊർജങ്ങളാണുള്ളത് എന്ന വസ്തുതയിൽ നിന്നാണ് രാസോർജം ആവിർഭവിക്കുന്നത്. ഒരു സ്ഥിര രാസസംയുക്തത്തിന്റെ ഊർജം വേർതിരിച്ച ഘടകങ്ങളെ അപേക്ഷിച്ച് കുറവാണ്. ഒരു രാസപ്രവർത്തനം അടിസ്ഥാനപരമായി ആറ്റങ്ങളുടെ പുനക്രമീകരണമാണ്. രാസപ്രവർത്തനത്തിലെ ഉൽപ്പന്നങ്ങളെ അപേക്ഷിച്ച് അഭികാരകങ്ങളുടെ ആകെ ഊർജം കൂടുതലായാൽ, താപം പുറത്തു വിടുന്നു അത്തരം രാസപ്രവർത്തനങ്ങളെ **താപമോചക പ്രവർത്തനങ്ങൾ** (exothermic reactions) എന്നു പറ

യുന്നു. മറിച്ചായാൽ, താപം ആഗിരണം ചെയ്യും ഈ പ്രവർത്തനങ്ങളെ **താപശോഷകപ്രവർത്തനങ്ങൾ** (endothermic reactions) എന്നു പറയുന്നു. കൽക്കരി കാർബൺ ആണ്. 1 കിലോഗ്രാം കൽക്കരി കത്തിച്ചാൽ 3×10^{7} ജൂൾ ഊർജം സ്വതന്ത്രമാകുന്നു.

രാസോർജം പദാർഥങ്ങൾക്ക് സ്ഥിരത നൽകുന്ന ബലങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. ഈ ബലങ്ങൾ ആറ്റങ്ങളെ കൂട്ടിച്ചേർത്ത് തന്മാത്രകളായും തന്മാത്രകളെ ചേർത്ത് പോളിമർ ശൃംഖലകളായും മാറ്റുന്നു. കൽക്കരി, പാചകവാതകം, തടി, പെട്രോളിയം എന്നിവ കത്തിക്കുന്നതിൽ നിന്ന് ഉണ്ടാകുന്ന രാസോർജം നമ്മുടെ ദൈനംദിന ജീവിതത്തിന് അനിവാര്യമാണ്.

6.10.3 വൈദ്യുതോർജം (Electrical Energy)

ബൾബുകൾ കത്തുന്നതും ഫാനുകൾ കറങ്ങുന്നതും വൈദ്യുത ബെല്ലുകൾ മുഴങ്ങുന്നതുമെല്ലാം വൈദ്യുത കറന്റിന്റെ ഒഴുക്ക് മൂലമാണ്. ചാർജുകളുടെയും, കറന്റുകളുടെയും ആകർഷണ- വികർഷണങ്ങൾ നിയന്ത്രിക്കുന്ന നിയമങ്ങളുണ്ട്. ഇവയെക്കുറിച്ച് നാം പിന്നീട് പഠിക്കും. വൈദ്യുത കറന്റുമായി ഊർജത്തിന് ബന്ധമുണ്ട്. നഗരങ്ങളിൽ ഒരു ഇന്ത്യൻ ശരാശരികുടുംബം ഒരു സെക്കന്റിൽ ഏകദേശം 200 ജൂൾ ഊർജം ഉപയോഗിക്കുന്നു.

6.10.4 മാസ് - ഊർജസമത്വം (The Equivalence of mass and energy)

19-ാം നൂറ്റാണ്ടിന്റെ അവസാനം വരെ ഭൗതികശാസ്ത്രജ്ഞർ എല്ലാ ഭൗതികരാസപ്രവർത്തനങ്ങളിലും ഒരു ഒറ്റപ്പെട്ട വ്യൂഹത്തിന്റെ മാസ് സംരക്ഷിക്കപ്പെടുന്നുവെന്ന് വിശ്വസിച്ചിരുന്നു. ദ്രവ്യത്തിന് രൂപമാറ്റം സംഭവിക്കാം. ഉദാഹരണമായി, മഞ്ഞുമലയിലെ മഞ്ഞുരുകി ജലപ്രവാഹം ഉണ്ടാകുന്നു. എന്നാൽ ദ്രവ്യത്തെ നിർമിക്കാനോ നശിപ്പിക്കാനോ സാധ്യമല്ല. എങ്കിലും മാസും ഊർജവും സമാനമാണെന്നും അവ

$$E = m\,c^{2} \qquad (6.20)$$

എന്ന സമവാക്യം വഴി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നുവെന്നും ആൽബർട്ട് ഐൻസ്റ്റൈൻ (1879-1955) തെളിയിച്ചു. ഇവിടെ c പ്രകാശത്തിന്റെ ശൂന്യതയിലെ വേഗമാണ്. ഇത് ഏകദേശം 3×10^{8} m s^{-1} ആണ്. കേവലം ഒരു കിലോഗ്രാം ദ്രവ്യത്തിൽപ്പോലും അതിശയകരമായ അളവിൽ ഊർജമുണ്ട്.

$$E \quad 1 \times (3 \times 10^{8})^{2}\ \text{J} = 9 \times 10^{16}\ \text{J}.$$

ഇത് ഒരു വലിയ (3000 MW) ഊർജ ഉൽപ്പാദന കേന്ദ്രത്തിന്റെ വാർഷിക വൈദ്യുതഉൽപാദനത്തിന് തുല്യമാണ്.

6.10.5 ന്യൂക്ലിയർ ഊർജം (Nuclear Energy)

മനുഷ്യനിർമിതമായ, ഏറ്റവും കൂടുതൽ നശീകരണശേഷിയുള്ള ആയുധങ്ങളായ ഫിഷൻ, ഫ്യൂഷൻ ബോംബുകൾ മുകളിൽ സൂചിപ്പിച്ച മാസ് -ഊർജ തുല്യതയുടെ (സമവാക്യം 6.20) ആവിഷ്കാരങ്ങളാണ്. മറുവശത്ത്, ജീവിതം പരിപോഷിപ്പിക്കുന്ന സൗരോർജ ഉൽപ്പാദനത്തിന്റെ വിശദീകരണത്തിന് അടിസ്ഥാനവും ഇതേ സമവാക്യമാണ്. ഇവിടെ ഭാരം കുറഞ്ഞ നാല് ഹൈഡ്രജൻ ന്യൂക്ലിയസുകൾ ചേർന്ന് ഒരു ഹീലിയം ന്യൂക്ലിയസാകുന്നു. അഭികാരകങ്ങളുടെ ആകെ മാസിനേക്കാൾ കുറവാണ് ഹീലിയത്തിന്റെ മാസ്. ഈ മാസ് വ്യത്യാസത്തെ മാസ്ശോഷണം (mass defect) എന്നു പറയുന്നു. ഇതാണ് $(\Delta m)c^{2}$ എന്ന ഊർജത്തിന്റെ ഉറവിടം. ഫിഷനിൽ യുറേനിയം $_{92}U^{235}$ പോലെയുള്ള ഭാരമേറിയ ഒരു ന്യൂക്ലിയസ്സിനെ ന്യൂട്രോണുപയോഗിച്ച് ഭാരം കുറഞ്ഞ ന്യൂക്ലിയസുകളാക്കി വിഭജിക്കുന്നു. ഇവിടെയും ഉൽപന്നങ്ങളുടെ മാസ് അഭികാരകത്തിന്റെ മാസിനേക്കാൾ കുറവാണ്. ഈ മാസ് വ്യത്യാസം ഊർജമാക്കി മാറ്റപ്പെടുന്നു. ഈ ഊർജത്തെ ന്യൂക്ലിയർ പവർ പ്ലാന്റിലേതുപോലെ (നിയന്ത്രിത ന്യൂക്ലിയർ ഫിഷൻ) വൈദ്യുതോർജം പ്രദാനം ചെയ്യാൻ ഉപയോഗിക്കുകയോ ആണവായുധങ്ങൾ (അനിയന്ത്രിത ന്യൂക്ലിയർഫിഷൻ) നിർമിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുകയോ ചെയ്യാം. രാസപ്രവർത്തനങ്ങളിൽ സ്വതന്ത്രമാകുന്ന ΔE എന്ന ഊർജത്തെ മാസ് ശോഷണവുമായി $\Delta m = \Delta E/c^{2}$ എന്ന സമവാക്യം വഴി ബന്ധിപ്പിക്കാം. രാസപ്രവർത്തനങ്ങളിലെ മാസ് ശോഷണം ന്യൂക്ലിയാർപ്രവർത്തനങ്ങളെ അപേക്ഷിച്ച് വളരെ ചെറുതാണ്. പട്ടിക 6.3ൽ വിവിധ പ്രതിഭാസങ്ങളുടെയും പ്രവർത്തനങ്ങളുടെയും ആകെ ഊർജം നൽകിയിരിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം 6.10: പട്ടിക 6.1 മുതൽ 6.3 വരെ പരിശോധിച്ച് (a) ഒരു ഡി.എൻ.എയിലെ ഒരു ബന്ധനം തകർക്കാനുള്ള ഊർജം eV യിൽ (b) വായുതന്മാത്രയുടെ ഗതികോർജം (10^{21} J) eV യിൽ (c) ഒരു മുതിർന്ന മനുഷ്യന്റെ ഒരു ദിവസം കഴിക്കുന്ന ഭക്ഷണത്തിന്റെ ഉപഭോഗം കിലോ കലോറിയിൽ രേഖപ്പെടുത്തുക.

ഉത്തരം: (a) ഡി.എൻ.എയുടെ ഒരു ബന്ധനം തകർക്കാനുള്ള ഊർജം

$$\frac{10^{20}\ \text{J}}{1.6 \times 10^{19}\ \text{J/eV}} \simeq 0.06\ \text{eV}$$

$\simeq$ ഈ അടയാളം ഏകദേശം എന്നതിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

0.1 eV = 100 meV എന്ന് ശ്രദ്ധിക്കുക.

(b) വായുതന്മാത്രയുടെ ഗതികോർജം

$$\frac{10^{21}\ \text{J}}{1.6 \times 10^{19}\ \text{J/eV}} \simeq 0.0062\ \text{eV}$$

ഇത് 6.2 meV ക്ക് സമമാണ്.

(c) ഒരു മനുഷ്യന്റെ ശരാശരി ദൈനംദിന ഭക്ഷണ

ഉപഭോഗം $\dfrac{10^{7}\ \text{J}}{4.2 \times 10^{3}\ \text{J/kcal}} \simeq 2400\ \text{kcal}$

പത്രങ്ങളും മാഗസിനുകളും സൃഷ്ടിക്കുന്ന ഒരു തെറ്റിദ്ധാരണയാണ് ഇവിടെ നമ്മൾ പരാമർശിക്കുന്നത്. അവർ ഭക്ഷണമൂല്യം കലോറിയിൽ പറയുന്നതോടൊപ്പം നമ്മുടെ ഭക്ഷണഉപഭോഗം 2400 കലോറിയേക്കാൾ കുറക്കാനും പറയുന്നു. അവർ സൂചിപ്പിക്കുന്നത് കലോറിയിലല്ല, കിലോ കലോറിയിലാണ്. ഒരു ദിവസം 2400 കലോറി ഭക്ഷണം കഴിക്കുന്ന ഒരാൾ പെട്ടെന്ന് തന്നെ പട്ടിണിമരണത്തിലെത്തും. ഒരു ഭക്ഷണ കലോറി എന്നത് ഒരു കിലോ കലോറിയാണ്.

പട്ടിക 6.3 വ്യത്യസ്ത പ്രതിഭാസങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ശരാശരി ഊർജം

വിവരണം	ഊർജം (J)
ബിഗ്ബാംഗ് (മഹാസ്ഫോടനം)	10^{68}
ഗാലക്സി അതിന്റെ ആയുഷ്കാലത്ത് പുറപ്പെടുവിക്കുന്ന ഊർജം	10^{55}
ആകാശഗംഗയുടെ ഭ്രമണ ഊർജം	10^{52}
സൂപ്പർനോവ സ്ഫോടനത്തിൽ പുറപ്പെടുവിക്കുന്ന ഊർജം	10^{44}
സമുദ്രത്തിലെ ഹൈഡ്രജന്റെ ഫ്യൂഷൻ വഴി	10^{34}
ഭൂമിയുടെ ഭ്രമണത്തിന്റെ ഊർജം	10^{29}
ഭൂമിയിൽ പതിക്കുന്ന വാർഷിക സൗരോർജം	$5x10^{24}$
ഭൗമോപരിതലത്തിൽ വർഷം തോറും കാറ്റ് സൃഷ്ടിക്കുന്ന ഊർജനഷ്ടം	10^{22}
മനുഷ്യരുടെ ആഗോള ഊർജ ഉപഭോഗം	$3x10^{20}$
തിരമാലകളിൽ നഷ്ടപ്പെടുന്ന ആകെ ഊർജം	10^{20}
15 മെഗാടൺ ഫ്യൂഷൻബോംബ് പുറപ്പെടുവിക്കുന്ന ഊർജം	10^{17}
വലിയ ഊർജ ഉൽപ്പാദനകേന്ദ്രങ്ങളിലെ ആകെ വാർഷിക വൈദ്യുതോർജം	10^{16}
ഇടിമിന്നൽ	10^{15}
1000 kg കൽക്കരി കത്തിക്കുമ്പോൾ പുറപ്പെടുവിക്കുന്ന ഊർജം	$3x10^{10}$
വലിയ ജെറ്റ് വിമാനത്തിന്റെ ഗതികോർജം	10^{9}
1 ലിറ്റർ പെട്രോൾ കത്തിക്കുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ഊർജം	$3x10^{7}$
ഒരു മുതിർന്ന മനുഷ്യൻ ഒരു ദിവസം കഴിക്കുന്ന ആഹാരം	10^{7}
ഒരു പ്രാവശ്യം മിടിക്കുന്നതിന് മനുഷ്യഹൃദയം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി	0.5
ഈ പേജ് മറിക്കാൻ	10^{-3}
ഈച്ചയുടെ ചാട്ടം	10^{-7}
ഒരു ന്യൂറോണിന്റെ ഡിസ്ചാർജ്	10^{-10}
ഒരു ന്യൂക്ലിയസിലെ പ്രോട്ടോണിന്റെ ഊർജം	10^{-13}
ഒരു ആറ്റത്തിലെ ഇലക്ട്രോണിന്റെ ഊർജം	10^{-18}
ഡി.എൻ.എയിലെ ഒരു ബന്ധം വേർപെടുത്താനുള്ള ഊർജം	10^{-20}

6.10.6 ഊർജസംരക്ഷണതത്വം (The Principle of Conservation of Energy)

ഒരു വ്യൂഹത്തിലെ പ്രവൃത്തിക്ക് കാരണമായ ബലങ്ങൾ സംരക്ഷിതബലങ്ങളാണെങ്കിൽ ആ വ്യൂഹത്തിന്റെ ആകെ യാന്ത്രികോർജം സംരക്ഷിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു എന്ന് നമ്മൾ കണ്ടു. ഉൾപ്പെട്ടിരിക്കുന്ന ബലങ്ങളിൽ ചിലത് അസംരക്ഷിതബലങ്ങളാണെങ്കിൽ യാന്ത്രികോർജത്തിന്റെ കുറച്ചു ഭാഗം താപം, പ്രകാശം, ശബ്ദം എന്നീ രൂപങ്ങളിലേക്കു മാറ്റം ചെയ്യപ്പെടുന്നു. എന്നിരുന്നാലും എല്ലാ ഊർജരൂപങ്ങളെയും കണക്കിലെടുത്താൽ ഒരു ഒറ്റപ്പെട്ട വ്യൂഹത്തിന്റെ ആകെ ഊർജത്തിന് മാറ്റമുണ്ടാകുന്നില്ലെന്ന് കാണാം. ഊർജത്തെ ഒരു രൂപത്തിൽനിന്നും മറ്റൊരു രൂപത്തിലേക്കു മാറ്റം വരുത്താൻ കഴിയും. എന്നാൽ ഒറ്റപ്പെട്ട വ്യൂഹത്തിന്റെ ആകെ ഊർജം സ്ഥിരമായിരിക്കും. ഊർജത്തെ നിർമിക്കാനോ നശിപ്പിക്കാനോ സാധ്യമല്ല.

പ്രപഞ്ചത്തെ ഒന്നാകെ ഒറ്റപ്പെട്ട വ്യൂഹമായി കരുതിയാൽ, പ്രപഞ്ചത്തിന്റെ ആകെ ഊർജം സ്ഥിരമായിരിക്കും. പ്രപഞ്ചത്തിന്റെ ഏതെങ്കിലും ഒരു ഭാഗത്ത് ഊർജം നഷ്ടപ്പെട്ടാൽ മറ്റൊരു ഭാഗം തുല്യഅളവിൽ ഊർജം നേടുന്നു.

ഊർജസംരക്ഷണതത്വം തെളിയിക്കാൻ സാധ്യമല്ല. എന്നിരുന്നാലും ഈ തത്വത്തിൽ നിന്നുമുള്ള വ്യതിയാനം നിരീക്ഷിക്കപ്പെട്ടിട്ടില്ല. ഊർജസംരക്ഷണവും വിവിധ രൂപങ്ങളിലേക്കുള്ള ഊർജത്തിന്റെ രൂപമാറ്റവും ഭൗതികശാസ്ത്രം, രസതന്ത്രം, ജീവശാസ്ത്രം എന്നീ ശാഖകളെ പരസ്പരം ബന്ധിപ്പിക്കുന്നു. നമ്മുടെ ശാസ്ത്രാന്വേഷണങ്ങളിൽ ഇത് സ്ഥായിയായതും ഏകീകരിക്കുന്നതുമായ ഘടകമാണ്. എൻജിനീയറിങ് കാഴ്ചപ്പാടിൽ എല്ലാ ഇലക്ട്രോണിക് വാർത്താവിനിമയ, യാന്ത്രിക ഉപകരണങ്ങളും ഏതെങ്കിലും രൂപത്തിലുള്ള ഊർജമാറ്റങ്ങളെ ആശ്രയിക്കുന്നവയാണ്.

6.11 പവർ (Power)

ഒരു വസ്തുവിൽ ചെയ്യപ്പെടുന്ന പ്രവൃത്തി മാത്രമല്ല, ഏതു നിരക്കിലാണ് ഈ പ്രവൃത്തി ചെയ്യപ്പെടുന്നത് എന്നതും മിക്കപ്പോഴും പ്രാധാന്യമർഹിക്കുന്നു. നാം ഒരാളെ ശാരീരികക്ഷമതയുള്ള ആളായി കണക്കാക്കുന്നത് ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ നാലോ അഞ്ചോ നിലകൾ കയറുന്നതുകൊണ്ടു മാത്രമല്ല. അത് എത്ര വേഗത്തിൽ കയറുന്നുവെന്നതുകൂടി പരിഗണിച്ചാണ്. പ്രവൃത്തി ചെയ്യുന്ന നിരക്ക് അല്ലെങ്കിൽ ഊർജം കൈമാറ്റം ചെയ്യപ്പെടുന്ന നിരക്കാണ് **പവർ**. ഒരു ബലത്തിന്റെ ശരാശരി പവർ എന്നത് പ്രവൃത്തി (W)യുടെയും എടുക്കുന്ന ആകെ സമയത്തിന്റെയും (t) അനുപാതമാണ്.

$$P_{av} = \frac{W}{t}$$

പവറിന്റെ സമയ ഇടവേള പൂജ്യത്തോടടുക്കുമ്പോഴുള്ള ശരാശരി മൂല്യത്തെ പവറിന്റെ തൽക്ഷണ മൂല്യമായി നിർവചിക്കാം.

$$P = \frac{dW}{dt} \qquad (6.21)$$

F എന്ന ബലം dr എന്ന സ്ഥാനാന്തരം ഉണ്ടാക്കുന്നതിന് ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി **dW = F·dr** ആണ്. അതിനാൽ തൽക്ഷണ പവർ

$$P = \mathbf{F}\cdot\frac{d\mathbf{r}}{dt} \text{ എന്നെഴുതാം.}$$

$$= \mathbf{F}\cdot\mathbf{v} \qquad (6.22)$$

v എന്നത് F ബലം പ്രയോഗിക്കുന്ന സമയത്തെ തൽക്ഷണ പ്രവേഗമാണ്.

പ്രവൃത്തി, ഊർജം എന്നിവപോലെ ഒരു അദിശ അളവാണ് പവർ. അതിന്റെ ഡൈമെൻഷൻ $[ML^2T^{-3}]$ ആണ്. SI യിൽ അതിന്റെ യൂണിറ്റ് വാട്ട് (W) ആണ്. വാട്ട് എന്നത് $1\ J\ s^{-1}$ ആണ്. 18-ാം നൂറ്റാണ്ടിൽ ആവിയന്ത്രം കണ്ടുപിടിച്ച ജയിംസ് വാട്ടിന്റെ പേരിലാണ് പവറിന്റെ യൂണിറ്റ് അറിയപ്പെടുന്നത്.

പവറിന് കുതിരശക്തി എന്ന മറ്റൊരു യൂണിറ്റുണ്ട്.
ഒരു കുതിരശക്തി (1hP) = 746 W ആണ്
ഓട്ടോമൊബൈലുകളുടെയും മോട്ടോർ ബൈക്കിന്റെയും പ്രവർത്തനശേഷി പ്രകടിപ്പിക്കാൻ ഇപ്പോഴും ഈ യൂണിറ്റാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്.

വൈദ്യുത ഉപകരണങ്ങളായ ബൾബുകൾ, ഹീറ്ററുകൾ, ഫ്രിഡ്ജുകൾ തുടങ്ങിയവ വാങ്ങുമ്പോൾ നാം വാട്ട് എന്ന യൂണിറ്റിനെ ഉപയോഗിക്കും. ഒരു 100 W ബൾബ് 10 മണിക്കൂർ പ്രവർത്തിപ്പിച്ചാൽ 1 കിലോവാട്ട് (1kWh) ഊർജം ഉപയോഗിക്കുന്നു.

= 100 (വാട്ട്) × 10 (മണിക്കൂർ)

= 1000 വാട്ട് മണിക്കൂർ

=1 കിലോ വാട്ട് അവർ (1 kWh)

$= 10^3\ (W) \times 3600\ (s)$

$= 3.6 \times 10^6\ J$

വൈദ്യുതബില്ലുകളിൽ വൈദ്യുത ഉപഭോഗം kWh യൂണിറ്റിൽ കാണുന്നു. kWh എന്നത് ഊർജത്തിന്റെ യൂണിറ്റാണ്. പവറിന്റേതല്ല എന്ന് ശ്രദ്ധിക്കുക.

▶**ഉദാഹരണം 6.11:** പരമാവധി 1800kg (ലിഫ്റ്റ് + യാത്രക്കാർ) ഭാരം വഹിക്കാൻ കഴിയുന്ന ഒരു ലിഫ്റ്റ് $2\ m\ s^{-1}$ സ്ഥിരവേഗത്തോടെ മുകളിലേക്കു സഞ്ചരിക്കുന്നു. ഈ ചലനത്തിനെതിരായ ഘർഷണ ബലം 4000 Nആണ്. ഈ ലിഫ്റ്റിന് മോട്ടോർ നൽകുന്ന കുറഞ്ഞ പവർ വാട്ടിലും കുതിരശക്തിയിലും കണ്ടെത്തുക.

ഉത്തരം: ലിഫ്റ്റിൽ താഴേക്കുള്ള ബലം

$$F \quad m g + F_f \quad (1800 \times 10) + 4000 = 22000\ N$$

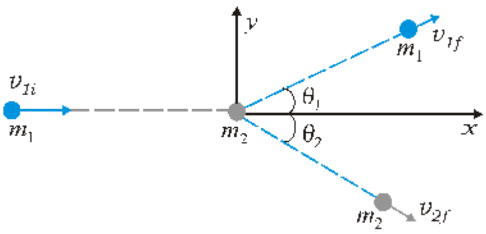
ഈ ബലത്തിന് തത്തുല്യമായ പവർ ഈ മോട്ടോർ നൽകണം. അതായത്,

$$P = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v} = 22000 \times 2 = 44000\ W = 59\ hp$$ ◀

6.12 കൂട്ടിമുട്ടലുകൾ (Collisions)

ഭൗതികശാസ്ത്രത്തിൽ നമ്മൾ ചലനത്തെ (സ്ഥാനാന്തരം) കുറിച്ച് പഠിച്ചു. അതേസമയം ഭൗതികപ്രവർത്തനങ്ങളിൽ മാറ്റത്തിനുവിധേയമാകാത്ത ഭൗതിക അളവുകൾ കണ്ടെത്താനും നാം ശ്രമിച്ചു. ആക്ക ഊർജസംരക്ഷണ നിയമങ്ങൾ ഇതിനുദാഹരണങ്ങളാണ്. ഈ നിയമങ്ങൾ കൂട്ടിമുട്ടൽ എന്ന സാധാരണ പ്രതിഭാസത്തിൽ പ്രയോഗിക്കുമ്പോൾ എന്താണ് സംഭവിക്കുന്നതെന്നു നോക്കാം. ബില്യാഡ്സ്, ഗോലികളി, കാരംസ് തുടങ്ങി നിരവധി കളികളിൽ കൂട്ടിമുട്ടൽ കാണാവുന്നതാണ്. നമുക്ക് കൂട്ടിമുട്ടലിനെ ശാസ്ത്രീയമായി അപഗ്രഥിക്കാൻ ശ്രമിക്കാം.

m_1, m_2 എന്നീ രണ്ടു മാസുകൾ സങ്കൽപിക്കുക. m_1 എന്ന കണം v_{1i} വേഗത്തിൽ ചലിക്കുന്നു. i എന്നത് ആദ്യത്തേത് (initial) എന്നതിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. m_2 നിശ്ചലമാണെന്ന് കരുതാം. ഈ അവസരത്തിൽ m_1 എന്ന മാസ് നിശ്ചലമായ മാസ് m_2 വുമായി കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. ഇത് ചിത്രം 6.10 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.



ചിത്രം 6.10: m_1 മാസിന്റെ നിശ്ചലമായ മാസ് m_2 വുമായുള്ള കൂട്ടിമുട്ടൽ

ഇവിടെ m_1,m_2 എന്നീ മാസുകൾ വ്യത്യസ്തദിശകളിൽ തെറിച്ചു പോകുന്നു. ഈ മാസുകളെയും, പ്രവേഗങ്ങളെയും കോണുകളെയും കൂട്ടിയിണക്കുന്ന ബന്ധങ്ങൾ നമുക്ക് കണ്ടെത്താവുന്നതാണ്.

6.12.1 ഇലാസ്തികവും ഇലാസ്തികമല്ലാത്തതുമായ കൂട്ടിമുട്ടലുകൾ (Elastic & Inelastic collisions)

എല്ലാ കൂട്ടിമുട്ടലുകളിലും ആകെ രേഖീയആക്കം സംരക്ഷിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. ഒരു വ്യൂഹത്തിന്റെ ആദ്യ ആക്കം അന്തിമആക്കത്തിന് തുല്യമായിരിക്കും. ഒരാൾക്കിത് താഴെപറയുംപോലെ തെളിയിക്കാനാകും. രണ്ടു വസ്തുക്കൾ തമ്മിൽ കൂട്ടിമുട്ടിയാൽ, Δt സമയത്തിലെ പരസ്പരമുള്ള ആവേഗബലങ്ങൾ അവരുടെ ആക്കത്തിൽ വ്യത്യാസമുണ്ടാക്കും.

$$\Delta\mathbf{p}_1 = \mathbf{F}_{12}\ \Delta t$$

$$\Delta\mathbf{p}_2 = \mathbf{F}_{21}\ \Delta t$$

ഇവിടെ F_{12} എന്നത് ആദ്യകണത്തിൽ രണ്ടാമത്തെ കണം പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലമാണ്.

F_{21} എന്നത് രണ്ടാം കണത്തിൽ ഒന്നാം കണം പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലമാണ്.

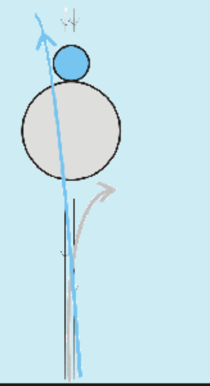
ന്യൂട്ടന്റെ 3-ാം ചലനനിയമപ്രകാരം

$F_{12} = -F_{21}$ ആണ്.

ഇത് സൂചിപ്പിക്കുന്നത് $\Delta\mathbf{p}_1 + \Delta\mathbf{p}_2 = \mathbf{0}$ എന്നാണ്. Δt

നേർക്കുനേർ കൂട്ടിയിടിയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ഒരു പരീക്ഷണം (An experiment on head-on collision)

ഒരു തിരശ്ചീനപ്രതലത്തിലെ കൂട്ടിയിടിപരീക്ഷണം നടത്തുമ്പോൾ, നമ്മൾ മൂന്നു തരം പ്രശ്നങ്ങൾ നേരിടുന്നു. ഒന്ന്, ഘർഷണം കാരണം വസ്തുക്കൾക്ക് സമപ്രവേഗത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുക സാധ്യമല്ല. രണ്ടാമതായി, വ്യത്യസ്തവലുപ്പമുള്ള വസ്തുക്കൾ ഒരു പ്രതലത്തിൽ പുറത്തു കൂട്ടിമുട്ടിയാൽ, പ്രതലത്തിൽനിന്ന് ഒരേ ഉയരത്തിലല്ല അവയുടെ ദ്രവ്യമാനകേന്ദ്രങ്ങളെങ്കിൽ അവയെ നേർക്കുനേർ കൂട്ടിമുട്ടലിനായി ക്രമീകരിക്കുന്നത് പ്രയാസമായിരിക്കും. മൂന്നാമതായി, കൂട്ടിമുട്ടലിന് തൊട്ടു മുമ്പും ശേഷവുമുള്ള പ്രവേഗങ്ങൾ അളക്കുക തികച്ചും ബുദ്ധിമുട്ടാണ്.



എന്നാൽ ഈ പരീക്ഷണം നടത്തുന്നത് ലംബദിശയിലായാൽ, ഈ പ്രയാസങ്ങളെല്ലാം ഒഴിവാകും. രണ്ടു പന്തുകളിൽ ഒന്ന് വലുതും (ബാസ്ക്കറ്റ് ബോൾ/ഫുട്ബോൾ/വോളിബോൾ) മറ്റേത് ചെറുതും (ടെന്നിസ് പന്ത്/റബ്ബർപന്ത്/ടേബിൾ ടെന്നിസ് പന്ത്) എടുക്കുക. ആദ്യം ഭാരമുള്ള പന്തെടുത്ത് 1 m ഉയരത്തിൽ നിന്ന് താഴേക്കിടുക. പന്ത് എത്ര ഉയരുമെന്ന് രേഖപ്പെടുത്തുക. ഇത് തറയിൽ തട്ടി തെറിക്കുന്നതിന് തൊട്ടു മുമ്പും ശേഷവുമുള്ള പ്രവേഗങ്ങൾ നൽകുന്നു. ($v^2=2gh$ ഉപയോഗിച്ച്). ഇതിൽ നിന്നു നമുക്ക് പുനസ്ഥാപനഗുണാങ്കം (coefficient of restitution) ലഭിക്കും. ഇനി വലിയ പന്തും ചെറിയ പന്തും എടുത്ത് ചെറിയ പന്ത് മുകളിലും വലിയ പന്ത് താഴെയുമായി ചിത്രത്തിലേതുപോലെ വക്കുക. അവയെ ഒരുമിച്ച് താഴേക്കിടുക. വീഴുമ്പോൾ അവ ഒരുമിച്ച് ഇരിക്കത്തക്ക വിധം താഴേക്ക് ഇടുക. ഒറ്റക്ക് താഴേക്കിടുമ്പോൾ ഉള്ളതിലും കുറഞ്ഞ ദൂരത്തിൽ മാത്രമേ വലിയ പന്ത് ഉയരുന്നുള്ളൂ. എന്നാൽ ചെറിയ പന്ത് ഏകദേശം 3m ഉയരത്തിലേക്ക് കുതിച്ചുയരുന്നു. ചെറിയ പന്ത് വശങ്ങളിലേക്കു പോകാതെ നേരെതന്നെ മുകളിലേക്ക് ഉയരുന്ന തരത്തിൽ, പന്തുകളെ ശരിയായി താഴേക്കിടാൻ പരിശീലനം മൂലം കഴിയും. ഇതാണ് നേർക്കുനേർ കൂട്ടിമുട്ടൽ അഥവാ കൊളീഷൻ.

ഈ പരീക്ഷണത്തിൽ ഫലം ലഭിക്കുന്ന അനുയോജ്യമായ പന്തുകളുടെ ജോടി നമുക്ക് കണ്ടെത്താം. ഒരു സാധാരണ ബാലൻസിൽ മാസുകൾ അളന്നെടുക്കാം. പന്തുകളുടെ ആദ്യ-അവസാന പ്രവേഗങ്ങൾ എങ്ങനെ കണ്ടെത്താം എന്നത് നിങ്ങളുടെ ചിന്തക്കായി വിടുന്നു.

സമയത്ത് ബലങ്ങൾ സങ്കീർണമായി മാറിക്കൊണ്ടിരിക്കുകയാണെങ്കിലും, മുകളിലെ നിഗമനങ്ങൾ ശരിയാണ്. എല്ലാ സമയത്തും മൂന്നാം ചലനനിയമം ശരിയായതിനാൽ ആദ്യവസ്തുവിലെ ആകെ ആവേഗം രണ്ടാം വസ്തുവിലെ ആവേഗത്തിന് തുല്യവും വിപരീതവുമാണ്.

എന്നാൽ വ്യൂഹത്തിന്റെ ആകെ ഗതികോർജം സംരക്ഷിതമാകണമെന്നില്ല. കൂട്ടിമുട്ടൽവേളയിലെ രൂപമാറ്റം, ആഘാതം എന്നിവ ചൂടും ശബ്ദവും ഉൽപാദിപ്പിക്കുന്നു. ആദ്യ ഗതികോർജത്തിന്റെ ഒരു ഭാഗം മറ്റു തരത്തിലുള്ള ഊർജങ്ങളായി മാറുന്നു. കൂട്ടിമുട്ടൽ മൂലമുണ്ടാകുന്ന രൂപമാറ്റത്തെ ഒരു അമർത്തിവച്ച സ്പ്രിങ്ങിന്റെ സഹായത്താൽ ദൃശ്യവൽക്കരിക്കാം. രണ്ട് മാസുകളെ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന ഒരു സ്പ്രിങ് ഊർജനഷ്ടം കൂടാതെ യഥാർഥ രൂപത്തിലേക്ക് തിരികെവരുമ്പോൾ ആദ്യ ഗതികോർജം അന്തിമ ഗതികോർജത്തിന് തുല്യമായിരിക്കും. എന്നാൽ Δt കൂട്ടിമുട്ടൽ സമയത്തിലെ ഗതികോർജം സ്ഥിരമായിരിക്കില്ല. ഇത്തരം കൂട്ടുമുട്ടലുകളെ **ഇലാസ്തിക കൂട്ടിമുട്ടൽ** എന്നു പറയുന്നു. നേരേമറിച്ച് രൂപം മാറാതിരിക്കുകയും രണ്ടു വസ്തുക്കളും കൂട്ടിയിടിക്കു ശേഷം ഒന്നിച്ചു നീങ്ങുകയും ചെയ്യാം. ഒരു കൂട്ടിമുട്ടലിൽ, കൂട്ടിയിടിക്കു ശേഷം രണ്ട് കണങ്ങളും ഒരുമിച്ചു സഞ്ചരിക്കുകയാണെങ്കിൽ അതിനെ **പൂർണ്ണ ഇലാസ്തികമല്ലാത്ത കൂട്ടിമുട്ടൽ** എന്നു പറയുന്നു. ഇതിന് രണ്ടിനുമിടയിലായി രൂപം ഭാഗികമായി മാറുകയും ആദ്യ ഗതികോർജത്തിൽ കുറച്ചു നഷ്ടപ്പെടുകയും ചെയ്യുന്നത് സർവസാധാരണമാണ്. ഇത് **ഇലാസ്തിക കൂട്ടിമുട്ടൽ** എന്നു പറയുന്നു.

6.12.2 ഏകമാനത്തിലെ കൂട്ടിമുട്ടലുകൾ (Collisions in One Dimension)

ആദ്യം ഏകമാനത്തിലെ **പൂർണ ഇൻ ഇലാസ്തിക** കൂട്ടിമുട്ടൽ പരിഗണിക്കാം. അപ്പോൾ ചിത്രം 6.10 ൽ നിന്ന്

$$\theta_1 - \theta_2 - 0$$

$$m_1 v_{1i} - (m_1 - m_2) v_f \quad \text{(ആക്കസംരക്ഷണം)}$$

$$v_f = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} \qquad (6.23)$$

കൂട്ടിമുട്ടൽമൂലം നഷ്ടപ്പെടുന്ന ഗതികോർജം

$$\Delta K = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_f^2$$

$$= \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 - \frac{1}{2} \frac{m_1^2}{m_1 + m_2} v_{1i}^2 \quad \text{[സമവാക്യം. (6.23)]}$$

$$= \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 \left[1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}^2$$

പ്രതീക്ഷിച്ചപോലെ ഇത് ഒരു പോസിറ്റീവ് അളവാണ്. അടുത്തതായി ഒരു ഇലാസ്തിക കൂട്ടിമുട്ടൽ പരിഗണിക്കാം. മുകളിലേതു പോലെ $\theta_1 \quad \theta_2 \quad 0$ എന്നെടുത്താൽ ആക്കത്തിന്റെയും ഗതികോർജത്തിന്റെയും സംരക്ഷണ സമവാക്യങ്ങൾ

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} \quad m_2 v_{2f} \qquad (6.24)$$

$$m_1 v_{1i}^2 = m_1 v_{1f}^2 + m_2 v_{2f}^2 \text{ ആണ്.} \qquad (6.25)$$

സമവാക്യം (6.24), (6.25) ഇവയിൽ നിന്ന്

$$m_1 v_{1i}(v_{2f} - v_{1i}) = m_1 v_{1f}(v_{2f} - v_{1f})$$

അല്ലെങ്കിൽ $v_{2f}(v_{1i} - v_{1f}) = v_{1i}^2 - v_{1f}^2$

$$= (v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f})$$

$$\therefore v_{2f} = v_{1i} + v_{1f} \qquad (6.26)$$

ഇത് സമവാക്യം (6.24), ൽ ആരോപിച്ചാൽ

$$v_{1f} = \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} v_{1i} \qquad (6.27)$$

അതുപോലെ $v_{2f} = \dfrac{2m_1 v_{1i}}{m_1 + m_2}$ (6.28)

എന്നും ലഭിക്കും.

ഇവിടെ അറിയാത്ത അളവുകളായ $\{v_{1f}, v_{2f}\}$ എന്നിവ അറിയുന്നവയായ $\{m_1, m_2, v_{1i}\}$. എന്നിവയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ലഭിക്കും. നമ്മുടെ ഈ വിശകലനത്തിന്റെ ചില പ്രത്യേക സന്ദർഭങ്ങൾ വളരെ ശ്രദ്ധേയമാണ്.

സന്ദർഭം I : രണ്ടു മാസുകളും തുല്യമായാൽ

v_{1f} 0

$v_{2f} = v_{1i}$

ആദ്യ മാസ് നിശ്ചലാവസ്ഥയിൽ എത്തിച്ചേരും. കൂട്ടിമുട്ടുമ്പോൾ രണ്ടാമത്തെ മാസിനെ ആദ്യമാസിന്റെ ആദ്യ വേഗത്തിൽ തള്ളിനീക്കുന്നു.

സന്ദർഭം II: ഏതെങ്കിലും ഒരു മാസ് വലുതായാൽ

DZm $m_2 >> m_1$ $v_{1f} \simeq - v_{1i}$ $v_{2f} \simeq 0$

ഭാരമുള്ള മാസ് മാറ്റമില്ലാതെ തുടരും. എന്നാൽ ചെറിയ മാസിന്റെ പ്രവേഗത്തിന്റെ ദിശ നേരേ തിരിച്ചാകും.

ഉദാഹരണം 6.12: ന്യൂട്രോണുകളുടെ വേഗം കുറയ്ക്കൽ: ഏകദേശം 10^7 m s^{-1} അതിവേഗമുള്ള ഒരു ന്യൂട്രോണിന്റെ വേഗം ഒരു ന്യൂക്ലിയർ റിയാക്ടർ 10^3 m s^{-1} ആയി കുറക്കുന്നു. ഇതിന്റെ ഫലമായി $^{235}_{92}U$ ഐസോടോപ്പുമായി കൂട്ടിയിടിക്കാനുള്ള സാധ്യത വർധിക്കുകയും ഫിഷൻ നടക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. ഡ്യൂട്ടീരിയം, കാർബൺ എന്നിവ പോലെ ന്യൂട്രോണിനേക്കാൾ അൽപ്പം മാത്രം മാസ് കൂടുതലുള്ള ലഘു ന്യൂക്ലിയസുകളുമായി ഇലാസ്തിക കൂട്ടിമുട്ടൽ വഴി ഒരു ന്യൂട്രോണിന്റെ ഗതികോർജം മുഴുവനായും നഷ്ടപ്പെടുമെന്ന് തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരം: ന്യൂട്രോണിന്റെ ആദ്യ ഗതികോർജം

$$K_{1i} = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2$$

സമവാക്യം 6.27ൽ നിന്ന് അന്തിമഗതികോർജം

$$K_{1f} = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 = \frac{1}{2} m_1 \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 v_{1i}^2$$

ഗതികോർജനഷ്ടത്തിന്റെ അനുപാതം

$$f_1 = \frac{K_{1f}}{K_{1i}} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2$$

എന്നാൽ മോഡറേറ്ററായ ന്യൂക്ലിയസ് നേടുന്ന ഗതികോർജം K_{2f}/K_{1i} എന്നത് $f_2 = 1 - f_1$ ആണ് (ഇലാസ്തിക കൂട്ടിയിടിയിൽ).

$$= \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$$

സമവാക്യം (6.28)ൽ വിലകൾ നൽകുകവഴിയും ഇതേ ഉത്തരം ലഭിക്കും.

ഡ്യൂട്ടിരിയത്തിന് m_2 $2m_1$ ആണ്. നമുക്ക് f_1 1/9 എന്നും f_2 8/9 എന്നും ലഭിക്കും. ന്യൂട്രോണുകളുടെ ഊർജത്തിന്റെ 90% വും ഡ്യൂട്ടീരിയത്തിന് കൈമാറ്റം ചെയ്യപ്പെടും. കാർബണിന് f_1 71.6% ഉം f_2 28.4% ഉം ആണ്. നേർക്കുനേരെയുള്ള കൂട്ടിയിടിക്കുള്ള സാധ്യത കുറവായതിനാൽ ഇതിന്റെ വില യഥാർഥത്തിൽ വളരെ ചെറുതാണ്. ◀

വസ്തുക്കളുടെ ആദ്യപ്രവേഗങ്ങളും അന്തിമപ്രവേഗങ്ങളും ഒരേ നേർരേഖയിലൂടെയാണെങ്കിൽ ഇതിനെ ഏകമാനത്തിലുള്ള കൂട്ടിയിടി അഥവാ നേർക്കുനേരെയുള്ള കൂട്ടിയിടി (head - on collision) എന്നു പറയുന്നു. ഗോളാകൃതിയിലുള്ള ചെറിയ വസ്തുക്കളെ സംബന്ധിച്ചാണെങ്കിൽ ഒന്നാമത്തെ വസ്തുവിന്റെ ചലനദിശ നിശ്ചലാവസ്ഥയിലുള്ള രണ്ടാമത്തെ വസ്തുവിന്റെ കേന്ദ്രത്തിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നുവെങ്കിൽ ഇത്തരം നേർക്കുനേർ ഉള്ള കൂട്ടിയിടി സാധ്യമാകും. പൊതുവായി പറഞ്ഞാൽ, ആദ്യ പ്രവേഗങ്ങളും അന്തിമപ്രവേഗങ്ങളും ഒരു തലത്തിലാണെങ്കിൽ കൂട്ടിമുട്ടൽ ദ്വിമാനത്തിലുള്ള കൂട്ടിമുട്ടലാണെന്നു പറയാം.

6.12.3 ദ്വിമാന കൂട്ടിമുട്ടലുകൾ (Collisions in two Dimensions)

ചിത്രം 6.10 ചലിക്കുന്ന m_1 എന്ന മാസിന്റെ നിശ്ചല മാസ് m_2 വുമായുള്ള കൂട്ടിമുട്ടൽകൂടി ചിത്രീകരിക്കുന്നു. ഇത്തരം കൂട്ടിമുട്ടലുകളിൽ ആക്കം സംരക്ഷിക്കപ്പെടുന്നു. ആക്കം ഒരു സദിശമായതിനാൽ ഇത് മൂന്നു ദിശകളിലുള്ള (x, y, z) മൂന്ന് സമവാക്യങ്ങളെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. m_1 ന്റെയും m_2 വിന്റെയും അവസാന പ്രവേഗ ദിശകളാൽ തീരുമാനിക്കപ്പെടുന്ന ഒരു തലം സങ്കൽപിക്കുക. ഇത് x y തലം ആണെന്നിരിക്കട്ടെ. ആക്കത്തിന്റെ z ഘടകത്തിന്റെ സംരക്ഷണം സൂചിപ്പിക്കുന്നത് കൂട്ടിമുട്ടൽ നടക്കുന്നത് x - y തലത്തിലാണെന്നാണ്. x, y ഘടകങ്ങളുടെ സമവാക്യങ്ങൾ

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} \cos\theta_1 + m_2 v_{2f} \cos\theta_2 \qquad (6.29)$$

$$0 \quad m_1 v_{1f} \sin\theta_1 - m_2 v_{2f} \sin\theta_2 \qquad (6.30)$$

(m_1, m_2, v_1) എന്നിവ മിക്ക അവസ്ഥകളിലും നമുക്ക drb nmv A drb m¯ \ ne vcmi rl- f pw (v_{1f}, v_{2f}, θ_1, θ_2) ഇവ. നിർധാരണം ചെയ്യുന്നതിലേക്കായി രണ്ട് സമവാക്യങ്ങളുമാണുള്ളത്.

ഇവിടെ $\theta_1 = \theta_2 = 0$ ആണെങ്കിൽ ഏകമാനത്തിലെ സമവാക്യം 6.24 ലഭിക്കും.

വീണ്ടും കൂട്ടിമുട്ടൽ ഇലാസ്തികമാണെങ്കിൽ

$$\frac{1}{2}m_1v_{1i}^{\ 2} = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^{\ 2} + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^{\ 2} \qquad (6.31)$$

ഇങ്ങനെ നമുക്ക് ഒരു സമവാക്യംകൂടി അധികം ലഭിക്കുന്നു. പക്ഷേ, ഇപ്പോഴും ഒരു സമവാക്യത്തിന്റെ കുറവുണ്ട്. അറിയാത്ത നാല് അളവുകളിൽ ഒന്നെങ്കിലും (θ_1 എന്നിരിക്കട്ടെ) അറിയാമെങ്കിൽ മാത്രമേ ഈ പ്രശ്നം പരിഹരിക്കാൻ കഴിയൂ. ഒരു ഡിറ്റക്ടറിനെ കോണീയമായി x ൽ നിന്ന് y അക്ഷത്തിലേക്ക് ചലിപ്പിച്ചാൽ θ_1 കണ്ടു പിടിക്കാം. m_1, m_2, v_i, θ_1 എന്നിവ അറിയാമെങ്കിൽ നമുക്ക് v_{1f}, v_{2f}, θ_2 എന്നിവ സമവാക്യം 6.29 മുതൽ 6.31 വരെ ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടുപിടിക്കാം.

▶ *ഉദാഹരണം 6.13:* ചിത്രം 6.10 ൽ ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്ന കൂട്ടിമുട്ടൽ $m_1 = m_2$ എന്ന തുല്യമാസുകളുള്ള രണ്ട് ബില്യാഡ് ബോളുകൾക്കിടയിലാണെന്നു കരുതാം. ഒന്നാമത്തെ പന്തിനെ ക്യൂ (cue) എന്നും രണ്ടാമത്തെ പന്തിനെ ടാർഗറ്റ് എന്നും വിളിക്കുന്നു. ബില്യാർഡ്കളിക്കാരൻ ലക്ഷ്യത്തിലുള്ള പന്തിനെ ഒരു മൂലയിലുള്ള കുഴിയിൽ വീഴ്ത്താൻ ആഗ്രഹിക്കുന്നു. ഇത് $\theta_2 = 37^\circ$ യിലാണ്. കൊളീഷൻ ഇലാസ്തികമാണെന്നും ഘർഷണവും വർത്തുള ചലനവും അവഗണിക്കാവുന്നതാണെന്നും കരുതുക. θ_1 കണ്ടുപിടിക്കുക.

ഉത്തരം: ആക്കസംരക്ഷണത്തിൽനിന്നു മാസുകൾ സറിരമായതു കൊണ്ട്

$\mathbf{v}_{1i} = \mathbf{v}_{1f} + \mathbf{v}_{2f}$ എന്നെടുക്കാം.

അല്ലെങ്കിൽ $v_{1i}^{\ 2} = (\mathbf{v}_{1f} + \mathbf{v}_{2f}) \cdot (\mathbf{v}_{1f} + \mathbf{v}_{2f})$

$$= v_{1f}^{\ 2} + v_{2f}^{\ 2} + 2\,\mathbf{v}_{1f} \cdot \mathbf{v}_{2f}$$

$$= \left\{ v_{1f}^{\ 2} + v_{2f}^{\ 2} + 2v_{1f}v_{2f}\cos\left(\theta_1 + 37^\circ\right) \right\} \qquad (6.32)$$

കൊളീഷൻ ഇലാസ്തികമായതിനാലും $m_1 = m_2$ ആയതുകൊണ്ടും ഗതികോർജത്തിന്റെ സംരക്ഷണത്തിൽ നിന്ന്

$$v_{1i}^{\ 2} = v_{1f}^{\ 2} + v_{2f}^{\ 2} \qquad (6.33)$$

സമവാക്യം (6.32), (6.33) എന്നിവ താരതമ്യം ചെയ്താൽ

$$\cos(\theta_1 + 37^\circ) \quad 0$$

$$\theta_1 + 37^\circ \quad 90^\circ$$

അതിനാൽ, $\theta_1 \quad 53^\circ$

ഇത് താഴെപ്പറയുന്ന ഫലം തെളിയിക്കുന്നു. രണ്ടു തുല്യമാസുകൾ ഒരു ഇലാസ്തിക കൂട്ടിമുട്ടലിനു വിധേയമാകുമ്പോൾ അതിലൊന്ന് നിശ്ചലമായിരുന്നാൽ, കൂട്ടിമുട്ടലിനുശേഷം അവ പരസ്പരം ലംബമായി സഞ്ചരിക്കും. ◀

ഗോളാകൃത മാസുകൾ മിനുസപ്രതലങ്ങളിൽ നീങ്ങുന്നതായി സങ്കൽപിക്കുകയും വസ്തുക്കൾ ഉരസുമ്പോൾ മാത്രം കൂട്ടിമുട്ടൽ നടക്കുന്നുവെന്നു കരുതുകയും ചെയ്താൽ ഈ പ്രശ്നം ലളിതവൽക്കരിക്കാം. മാർബിൾ, കാരംസ്, ബില്യാഡ്സ് തുടങ്ങിയ കളികളിൽ ഇതാണ് സംഭവിക്കുന്നത്.

നമ്മുടെ നിത്യജീവിതത്തിൽ, രണ്ടു വസ്തുക്കൾ പരസ്പരം ഉരസുമ്പോഴാണ് കൂട്ടിമുട്ടൽ നടക്കുന്നത്. എന്നാൽ വളരെ ദൂരത്ത് നിന്നു സൂര്യനിലേക്കു വരുന്ന ധൂമകേതുവും, ന്യൂക്ലിയസിനടുത്തേക്ക് വരുന്ന കണവും ഏതോ ദിശയിൽ അകന്നു പോകുന്നു. ഈ പ്രതിഭാസത്തെ വിസരണം (Scattering) എന്നു പറയുന്നു. ഇവിടെ നമുക്ക് വളരെ ദൂരത്തിൽ പ്രവർത്തനം നടത്തുന്ന ബലങ്ങളെ കൈകാര്യം ചെയ്യണം. രണ്ടു കണികകളുടെ പ്രവേഗവും ഗമനദിശകളും അവരുടെ ആദ്യപ്രവേഗങ്ങളെയും അവർ തമ്മിലുള്ള ഇടപെടലിന്റെ സ്വഭാവത്തെയും, അവയുടെ മാസുകൾ, ആകൃതി, വലുപ്പം എന്നിവയെയും ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു.

സംഗ്രഹം

1. പ്രവൃത്തി - ഊർജനിയമം പ്രസ്താവിക്കുന്നത് ഒരു വസ്തുവിന്റെ ഗതികോർജ വ്യത്യാസം പരിണതബലം വസ്തുവിൽ ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തിക്ക് തുല്യമാണെന്നാണ് $K_f - K_i \quad W_{net}$
2. ഒരു ബലം സംരക്ഷിതബലമാകുന്നത് (i) അത് ഒരു വസ്തുവിൽ ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി, പാതയെ ആശ്രയിക്കാതെ, $\{x_i, x_j\}$ തുടങ്ങിയ അഗ്രബിന്ദുകളെ മാത്രം ആശ്രയിക്കുമ്പോഴോ അല്ലെങ്കിൽ (ii) വസ്തു ആദ്യ സ്ഥാനത്തേക്ക് മടങ്ങിവരുന്നതു മൂലം, അതുണ്ടാക്കുന്ന അടഞ്ഞ പാതയിൽ ഒരു ബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി പൂജ്യമായിരിക്കുമ്പോഴാണ്.
3. ഏകമാനത്തിലെ ഒരു സംരക്ഷിതബലത്തിന്റെ കാര്യത്തിൽ സ്ഥിതികോർജഫലനത്തെ നമുക്ക് ഇങ്ങനെ നിർവചിക്കാം.

$$F(x) = -\frac{dv(x)}{dx} \quad \text{അഥവാ} \quad V_i - V_f = \int_{x_i}^{x_f} F(x)dx$$

4. യാന്ത്രികോർജസംരക്ഷണ നിയമം പ്രസ്താവിക്കുന്നത്, ഒരു വസ്തുവിൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ബലങ്ങൾ സംരക്ഷിതബലങ്ങളായാൽ, ആ വസ്തുവിന്റെ ആകെ യാന്ത്രികോർജം സ്ഥിരമായിരിക്കുമെന്നാണ്.

5. ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലത്തിൽനിന്ന് x ഉയരത്തിൽ m മാസുള്ള ഒരു വസ്തുവിന്റെ ഗുരുത്വാകർഷണ സ്ഥിതികോർജം. $V(x)$ m g x ആണ്.
g ക്ക് ഉയരം അനുസരിച്ചുള്ള വ്യതിയാനം ഇവിടെ കണക്കാക്കുന്നില്ല.
6. സ്പ്രിങ് സ്ഥിരാങ്കം k യും വലിവ് x ഉം ഉള്ള ഒരു സ്പ്രിങിന്റെ ഇലാസ്തിക സ്ഥിതികോർജം

$$V(x) = \frac{1}{2}kx^2 \text{ ആണ്.}$$

7. **A, B** എന്നീ സദിശങ്ങളുടെ അദിശ ഗുണനഫലത്തെ **A·B** എന്നെഴുതാം. ഇതൊരു അദിശഅളവാണ്. ഇതിനെ **A·B** = AB cos θ എന്നെഴുതാം. θ എന്നത് **A** ക്കും **B** ക്കും ഇടയിലെ കോണളവാണ്. ഇതിന്റെ മൂല്യം θ യുടെ വില അനുസരിച്ച് പോസിറ്റീവോ നെഗറ്റീവോ പൂജ്യമോ ആകാം. സദിശങ്ങളുടെ അദിശ ഗുണനഫലം എന്നത് അവയിൽ ഒന്നിന്റെ പരിമാണത്തിന്റെയും ആദ്യ സദിശത്തിന്റെ ദിശയിൽ രണ്ടാം സദിശത്തിന്റെ ഘടകത്തിന്റെയും ഗുണനഫലമായി വ്യാഖ്യാനിക്കാം. യൂണിറ്റ് സദിശങ്ങൾക്ക്

$$\hat{i}.\hat{i} = \hat{j}.\hat{j} = \hat{k}.\hat{k} = 1$$

$$\hat{i}.\hat{j} = \hat{j}.\hat{k} = \hat{k}.\hat{i} = 0$$

ഭൗതിക അളവ്	പ്രതീകം	ഡൈമെൻഷൻ	യൂണിറ്റ്	പരാമർശം
പ്രവൃത്തി	W	$[ML^2T^{-2}]$	J	W = **F·d**
ഗതികോർജം	K	$|ML^2T^{-2}|$	J	$K = \frac{1}{2}mv^2$
സ്ഥിതികോർജം	V(x)	$[ML^2T^{-2}]$	J	$F(x) = \frac{-dV(x)}{dx}$
യാന്ത്രികോർജം	E	$|ML^2T^{-2}|$	J	E = K + V
സ്പ്രിങ് സ്ഥിരാങ്കം	k	$[MT^{-2}]$	N m^{-1}	F=-kx $F = -kx = \frac{1}{2}kx^2$
പവർ	P	$|ML^2T^{-3}|$	W	W = **F·*v*** $P = \frac{dW}{dt}$

വിചിന്തനവിഷയങ്ങൾ

1. 'ചെയ്ത പ്രവൃത്തി കണക്കാക്കുക' എന്ന പ്രയോഗം അപൂർണമാണ്. നിശ്ചിത സ്ഥാനാന്തരത്തിൽ ഒരു വസ്തുവിൻമേൽ ഒരു നിശ്ചിതബലം അല്ലെങ്കിൽ ഒരു കൂട്ടം ബലങ്ങൾ ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തിയെന്നാണ് പറയേണ്ടത്.
2. പ്രവൃത്തി ഒരു അദിശ അളവാണ്. മാസും ഗതികോർജവും പോസിറ്റീവ് അദിശഅളവുകളാണ്. അതിൽ നിന്ന് വ്യത്യസ്തമായി പ്രവൃത്തി പോസിറ്റീവോ നെഗറ്റീവോ ആകാം. ഘർഷണബലമോ, വിസ്കസ്ബലമോ (viscous force) ഒരു ചലിക്കുന്ന വസ്തുവിൽ ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി നെഗറ്റീവാണ്.
3. ന്യൂട്ടന്റെ മൂന്നാം ചലനനിയമമനുസരിച്ച് രണ്ടു വസ്തുക്കൾക്കിടയിൽ പരസ്പരം പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ആകെ ബലം പൂജ്യമാണ്.

   $\mathbf{F}_{12}$ + $\mathbf{F}_{21}$ 0

   എന്നാൽ രണ്ട് ബലങ്ങൾ ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തിയുടെ തുക എപ്പോഴും പൂജ്യമാവണമെന്നില്ല.

   $W_{12} + W_{21} \neq 0$

   എന്നാലിത് ചിലപ്പോൾ പൂജ്യമാകാം
4. ബലത്തിന്റെ യഥാർഥ പ്രകൃതം അറിയില്ലെങ്കിലും, ചിലപ്പോൾ ഒരു ബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി കണ്ടുപിടിക്കാം. ഉദാഹരണം 6.1ൽ നിന്ന് ഇത് വ്യക്തമാകും. ഇവിടെ പ്രവൃത്തി - ഊർജനിയമം അത്തരം ഒരു സാഹചര്യത്തിൽ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നു.
5. പ്രവൃത്തി - ഊർജനിയമം ന്യൂട്ടന്റെ രണ്ടാം ചലനനിയമത്തിൽ നിന്ന് സ്വതന്ത്രമല്ല. പ്രവൃത്തി - ഊർജനിയമം രണ്ടാം ചലനനിയമത്തിന്റെ ഒരു അദിശരൂപമായി കാണാം. യാന്ത്രികോർജ സംരക്ഷണനിയമം സംരക്ഷിത ബലത്തെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം പ്രവൃത്തി - ഊർജനിയമത്തിന്റെ പരിണതഫലമായി കാണാവുന്നതാണ്.

6. എല്ലാ ഇനേർഷ്യൽ ഫ്രെയിമുകളിലും പ്രവൃത്തി- ഊർജനിയമം അനുസരിക്കുന്നു. സഫലബലം കണക്കാക്കുമ്പോൾ കപടബലങ്ങൾ (pseudo forces) കൂടി പരിഗണിക്കുകയാണെങ്കിൽ പ്രവൃത്തി- ഊർജ നിയമം നോൺ ഇനേർഷ്യൽ ഫ്രെയിമുകളിലേക്ക് നമുക്ക് വ്യാപിപ്പിക്കാം.

7. സംരക്ഷിതബലത്തിന് വിധേയമായ ഒരു വസ്തുവിന്റെ സ്ഥിതികോർജത്തിൽ ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യയുടെ ഗുരുത്വം ഉണ്ടാകാം. ഏതു ബിന്ദുവിലാണ് സ്ഥിതികോർജം പൂജ്യമാകേണ്ടത് എന്ന് നമുക്ക് തെരഞ്ഞെടുക്കാം. ഗുരുത്വാകർഷണ സ്ഥിതികോർജം ഉദാഹരണത്തിന് ഭൂഗുരുത്വ പൊട്ടൻഷ്യൽ ഊർജം mgh കാണുമ്പോൾ ഭൗമോപരിതലത്തിൽ സ്ഥിതികോർജം mgh പൂജ്യമായി എടുക്കുന്നു. സ്പ്രിങ് സ്ഥിതികോർജം $kx^2/2$ പൂജ്യമാകുന്നത് ദോലനം ചെയ്യുന്ന മാസിന്റെ സന്തുലിതസ്ഥാനത്താണ്.

8. ബലതന്ത്രത്തിൽ പ്രതിപാദിക്കുന്ന എല്ലാ ബലങ്ങളുമായും ബന്ധപ്പെട്ട് ഒരു സ്ഥിതികോർജം ഇല്ല. ഉദാഹരണമായി, ഒരു അടഞ്ഞ പാതയിൽ ഘർഷണം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി പൂജ്യമല്ല. ഘർഷണവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് ഒരു സ്ഥിതികോർജവുമില്ല.

9. കൂട്ടിമുട്ടൽവേളയിൽ (a) ഓരോ സമയത്തും രേഖീയ ആക്കം സംരക്ഷിക്കപ്പെടുന്നു. (b) ഗതികോർജ സംരക്ഷണം പ്രയോഗിക്കുന്നത് (ഇലാസ്തിക കൂട്ടിമുട്ടലാണെങ്കിൽ പോലും) കൂട്ടിമുട്ടൽ കഴിയുമ്പോഴാണ്. കൂട്ടിമുട്ടലിൽ എല്ലാ സമയത്തുമിത് അനുസരിക്കില്ല. യഥാർഥത്തിൽ കൂട്ടിമുട്ടൽ നടത്തുന്ന വസ്തുക്കൾക്ക് രൂപഭേദം വരുകയും ചില സമയത്ത് ഒന്ന് മറ്റൊന്നിനെ അപേക്ഷിച്ച് നിശ്ചലമായിരിക്കുകയും ചെയ്യും.

പരിശീലന പ്രശ്നങ്ങൾ

6.1 ഒരു വസ്തുവിൽ ഒരു ബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തിയുടെ ചിഹ്നത്തിന് പ്രാധാന്യമുണ്ട്. താഴെ പറയുന്ന അളവുകൾ പോസിറ്റീവാണോ നെഗറ്റീവാണോ എന്നു പ്രസ്താവിക്കുക.

(a) ഒരാൾ കിണറിൽ നിന്ന് ഒരു കയർ ഉപയോഗിച്ച് ജലം നിറച്ച ബക്കറ്റുയർത്തുന്നു.

(b) മുകളിലെ ഉദാഹരണത്തിൽ ഗുരുത്വബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി.

(c) ചരിവുപ്രതലത്തിൽ കൂടി നിരങ്ങിയിറങ്ങുന്ന ഒരു വസ്തുവിൽ ഘർഷണം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി.

(d) ഒരു പരുപരുത്ത തിരശ്ചീന പ്രതലത്തിൽക്കൂടി സമപ്രവേഗത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു വസ്തുവിൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട ബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി.

(c) ദോലനം ചെയ്യുന്ന ഒരു പെൻഡുലത്തെ നിശ്ചലമാക്കാൻ വായുവിന്റെ പ്രതിരോധബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി.

6.2 നിശ്ചലാവസ്ഥയിലുള്ള 2 kg മാസുള്ള ഒരു വസ്തു അതിൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട 7 N തിരശ്ചീനബലത്തിന്റെ സ്വാധീനത്താൽ 0.1 ഗതികഘർഷണ ഗുണാങ്കമുള്ള ഒരു മേശയിൽ കൂടി ചലിക്കുന്നു.

(a) പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട ബലം 10 s കൊണ്ട് ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി

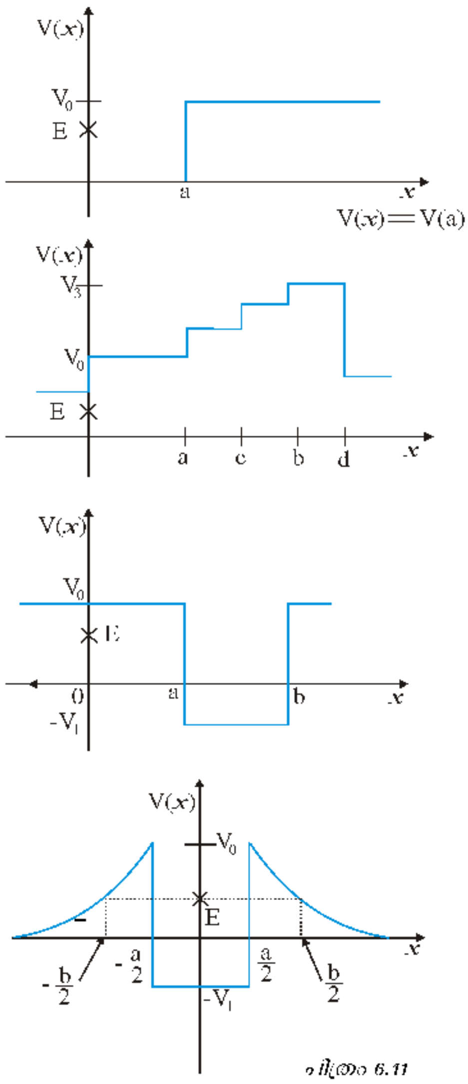
(b) ഘർഷണബലം 10 s കൊണ്ട് ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി

(c) സഫല ബലം 10 s കൊണ്ട് വസ്തുവിൽ ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി

(d) 10s കൊണ്ട് വസ്തുവിനുണ്ടാകുന്ന ഗതികോർജ വ്യത്യാസം.

എന്നിവ കണ്ടെത്തി നിങ്ങളുടെ ഉത്തരങ്ങൾ വ്യാഖ്യാനിക്കുക.

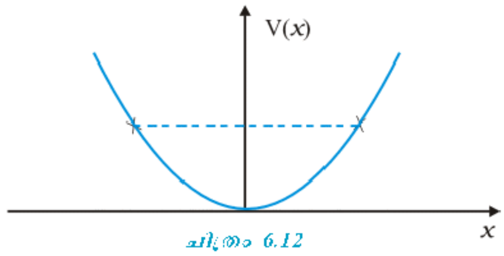
6.3 ഏകമാനത്തിലെ ചില സ്ഥിതികോർജഫലനങ്ങൾ ചിത്രം 6.11 ൽ തന്നിരിക്കുന്നു. കണത്തിന്റെ ആകെ ഊർജം അക്ഷത്തിൽ ഒരു ഗുണനചിഹ്നം ഉപയോഗിച്ച് രേഖപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. ഓരോ പ്രശ്നത്തിലും ഏതെങ്കിലും സ്ഥലത്ത് തന്നിരിക്കുന്ന ഊർജത്തോടെ കണങ്ങളെ കാണാൻ കഴിയുന്നില്ലെങ്കിൽ ആ സ്ഥലങ്ങൾ സൂചിപ്പിക്കുക. ഓരോ പ്രശ്നത്തിലും കണത്തിന് ഉണ്ടാകാവുന്ന ആകെ ഊർജത്തിന്റെ കുറഞ്ഞ വില സൂചിപ്പിക്കുക. ഈ സ്ഥിതികോർജരൂപങ്ങൾ പ്രസക്തമാകുന്ന ലളിതമായ



ചിത്രം 6.11

ഭൗതികസന്ദർഭങ്ങൾ ചിന്തിക്കുക.

6.4 രേഖീയ സരളഹാർമോണികചലനത്തിലുള്ള ഒരു കണിക b psS Ø rX rt l mÀP^ e\ w $V(x) = kx^2/2$ എന്നു തന്നിരിക്കുന്നു. ഇവിടെ k ദോലകത്തിന്റെ ബലസറിരാങ്കമാണ്. k 0.5 N m^{-1} ൽ (V(x) ഉം x ഉം തമ്മിലുള്ള ഗ്രാഫ് ചിത്രം 6.12 ൽ തന്നിരിക്കുന്നു. ഈ പൊട്ടൻഷ്യലിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ആകെ ഊർജം 1 J ഉള്ള ഒരു കണിക $x = \pm 2$ ൽ എത്തിച്ചേരുമ്പോൾ തിരികെ വരും എന്നു തെളിയിക്കുക.

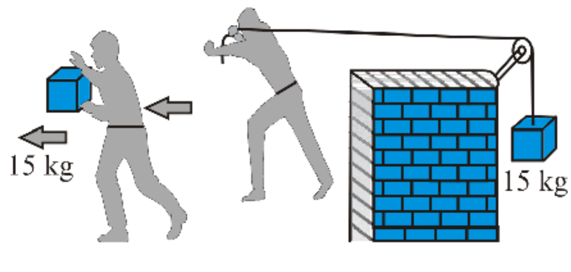


ചിത്രം 6.12

6.5 **താഴെപറയുന്നവക്ക് ഉത്തരം കണ്ടെത്തുക**

(a) സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു റോക്കറ്റിന്റെ ബാഹ്യാവരണം ഘർഷണംമൂലം കത്തിയമരുന്നു. കത്തുന്നതിനുള്ള താപോർജം എവിടെനിന്നാണ് ലഭിക്കുന്നത്? റോക്കറ്റിൽനിന്നാണോ അന്തരീക്ഷത്തിൽനിന്നോ?

(b) ധൂമകേതുക്കൾ സൂര്യനെ ചുറ്റി ദീർഘവൃത്തപാതയിലൂടെ ചലിക്കുന്നു. സാധാരണ ധൂമകേതുവിൽ സൂര്യൻ പ്രയോഗിക്കുന്ന ഗുരുത്വാകർഷണബലം അതിന്റെ പ്രവേഗത്തിന് ലംബമല്ല. എന്നിരുന്നാലും ധൂമകേതുവിന്റെ ഓരോ പൂർണ പരിക്രമണപാതയിലും ഗുരുത്വാകർഷണബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി പൂജ്യമാണ്. എന്തുകൊണ്ട്?



(i) ചിത്രം 6.13 (ii)

(c) നേർത്ത അന്തരീക്ഷത്തിൽ ഭൂമിയെ ചുറ്റുന്ന ഒരു കൃത്രിമ ഉപഗ്രഹത്തിന് അന്തരീക്ഷത്തിന്റെ പ്രതിരോധംമൂലം, ക്രമേണ തീരെ ചെറിയ തോതിലായാലും ക്രമേണ ഊർജം നഷ്ടപ്പെടുന്നു. എന്നാലും ഭൂമിയോട് അടുത്തടുത്തു വരുന്തോറും അതിന്റെ വേഗം ക്രമമായി വർധിക്കുന്നു. എന്തുകൊണ്ട്?

(d) ചിത്രം 6.13 (i) ൽ കൈയിൽ 15 kg മാസുമായി ഒരാൾ 2 m നടക്കുന്നത് ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നു. ചിത്രം 6.13 (ii) ൽ അത്രയും ദൂരംതന്നെ ചരടു വലിച്ചു കൊണ്ട് നടക്കുന്നത് കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ചരട് ഒരു കപ്പിയിലൂടെ കടത്തിവിട്ടിരിക്കുന്നു. ചരടിന്റെ മറ്റേ അഗ്രത്തിൽ 15 kg മാസ് തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്നു. ഏതു പ്രശ്നത്തിലാണ് കൂടുതൽ പ്രവൃത്തി ചെയ്യുന്നത്?

6.6 **ശരിയുത്തരത്തിന് അടിവരയിടുക**

(a) ഒരു സംരക്ഷിതബലം ഒരു വസ്തുവിൽ പോസിറ്റീവ് പ്രവൃത്തി ചെയ്യുമ്പോൾ ആ വസ്തുവിന്റെ സ്ഥിതികോർജം കൂടുന്നു/കുറയുന്നു/മാറ്റമുണ്ടാകുന്നില്ല.

(b) ഒരു വസ്തു ഘർഷണത്തിനെതിരായി പ്രവൃത്തി ചെയ്യുന്നതിന്റെ ഫലമായി എല്ലായ്പ്പോഴും ഗതികോർജം നഷ്ടപ്പെടുന്നു/സ്ഥിതികോർജം നഷ്ടപ്പെടുന്നു.

(c) ധാരാളം കണങ്ങൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഒരു വ്യൂഹത്തിന്റെ ആകെ ആക്കവ്യത്യാസത്തിന്റെ നിരക്ക് ബാഹ്യബലത്തിന്/വ്യൂഹത്തിലെ ആന്തരികബലങ്ങളുടെ തുകക്ക് അനുപാതത്തിൽ ആയിരിക്കും.

(d) രണ്ടു വസ്തുക്കളുടെ ഒരു ഇലാസ്തികമല്ലാത്ത കൂട്ടിമുട്ടലിനുശേഷം മാറ്റമില്ലാതെ തുടരുന്ന അളവുകൾ ആകെ ഗതികോർജം/ആകെ ആക്കം/രണ്ടു വസ്തുക്കളുടെ വ്യൂഹത്തിന്റെ ആകെ ഊർജം എന്നിവയാണ്.

6.7 **ഓരോ പ്രസ്താവനയും ശരിയോ തെറ്റോ എന്നു പ്രസ്താവിക്കുക. നിങ്ങളുടെ ഉത്തരത്തിന് കാരണം നൽകുക.**

(a) രണ്ടു വസ്തുക്കളുടെ ഇലാസ്തിക കൂട്ടിമുട്ടലിൽ, ഓരോ വസ്തുവിന്റേയും ആക്കവും ഊർജവും സംരക്ഷിക്കപ്പെടുന്നു.

(b) ഒരു വസ്തുവിൽ ആന്തരികവും ബാഹ്യവുമായ ഏതു ബലങ്ങളുണ്ടായാലും അതുൾപ്പെടുന്ന വ്യൂഹത്തിന്റെ ആകെ ഊർജം എല്ലായ്പ്പോഴും സംരക്ഷിക്കപ്പെടുന്നു.

(c) പ്രകൃതിയിലുള്ള ഏതു ബലങ്ങളെ സംബന്ധിച്ചും ഒരു അടഞ്ഞ പാതയിലൂടെ (closed loop) ഒരു വസ്തു ചലിക്കുന്നതു മൂലമുള്ള പ്രവൃത്തി പൂജ്യമായിരിക്കും.

(d) ഇലാസ്തികമല്ലാത്ത കൂട്ടിമുട്ടലിൽ ഒരു വ്യൂഹത്തിന്റെ അന്തിമ ഗതികോർജം എല്ലായ്പ്പോഴും ആദ്യ ഗതികോർജത്തേക്കാൾ കുറവായിരിക്കും.

6.8 കാരണങ്ങൾ സഹിതം കൃത്യമായി ഉത്തരം നൽകുക

(a) രണ്ട് ബില്യാഡ് പന്തുകൾ ഇലാസ്തികമായി കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ചെറിയ ഇടവേളയിൽ (അതായത് അവ ചേർന്നിരിക്കുമ്പോൾ) ആകെ ഗതികോർജം സംരക്ഷിക്കപ്പെടുന്നുണ്ടോ?

(b) രണ്ടു പന്തുകളുടെ ഇലാസ്തിക കൂട്ടിമുട്ടലിനെടുക്കുന്ന ചെറിയ സമയത്തിൽ ആകെ നേർരേഖാആക്കം സംരക്ഷിക്കപ്പെടുന്നുണ്ടോ?

(c) ഒരു ഇലാസ്തികമല്ലാത്ത കൂട്ടിമുട്ടലിൽ (a), (b) എന്നിവയുടെ ഉത്തരങ്ങൾ എന്താണ്?

(d) രണ്ട് ബില്യാഡ് പന്തുകളുടെ സ്ഥിതികോർജം അവയുടെ കേന്ദ്രങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള അകലത്തെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നുവെങ്കിൽ ഈ കൂട്ടിമുട്ടൽ ഇലാസ്തികമാണോ അല്ലയോ? (ഇവിടെ നമ്മൾ പറയുന്നത് കൂട്ടിമുട്ടലിലെ ബലത്തിനുസരിച്ചുള്ള സ്ഥിതികോർജത്തെക്കുറിച്ചാണ്, ഗുരുത്വാകർഷണ സ്ഥിതികോർജത്തെക്കുറിച്ചല്ല).

6.9 ഒരു വസ്തു ആദ്യം നിശ്ചലാവസ്ഥയിലാണ്. അതിന് നേർരേഖയിൽ സ്ഥിരത്വരണത്തോടെയുള്ള ചലനം ഉണ്ടാകുന്നു. t സമയത്ത് അതിന് നൽകുന്ന പവർ ഏതനുപാതത്തിലാണ്?

(i) $t^{1/2}$ (ii) t (iii) $t^{3/2}$ (iv) t^2

6.10 നേർരേഖയിൽ സ്ഥിരപവർ ഉറവിടത്തിന്റെ സ്വാധീനത്തിൽ ഒരു വസ്തു ചലിക്കുന്നു. t സമയത്തിലെ അതിന്റെ സ്ഥാനാന്തരം ഏത് അനുപാതത്തിലാണ്?

(i) $t^{1/2}$ (ii) t (iii) $t^{3/2}$ (iv) t^2

6.11 ഒരു നിർദേശാങ്കവ്യവസ്ഥയിലെ z അക്ഷത്തിലൂടെ മാത്രം ചലിക്കാൻ കഴിയുന്ന ഒരു വസ്തുവിൽ $\mathbf{F} = -\hat{\mathbf{i}} + 2\,\hat{\mathbf{j}} + 3\,\hat{\mathbf{k}}$ N എന്ന ഒരു ബലം പ്രയോഗിക്കുന്നു. $\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{j}}, \hat{\mathbf{k}}$ എന്നിവ x, y, z അക്ഷങ്ങളിലെ ഏകസദിശങ്ങളാണ്. z അക്ഷത്തിലൂടെ ഈ വസ്തുവിനെ 4m ചലിപ്പിക്കാൻ ഈ ബലം ചെയ്യേണ്ട പ്രവൃത്തി എത്ര?

6.12 കോസ്മിക് വികിരണ പരീക്ഷണത്തിൽ ഒരു ഇലക്ട്രോണിനെയും പ്രോട്ടോണിനെയും കണ്ടെത്തി. ആദ്യത്തേതിന്റെ ഗതികോർജം 10 keV യും രണ്ടാമത്തേതിന്റേത് 100 keVയുമാണ്. ഏതിനാണ് വേഗം കൂടുതൽ, ഇലക്ട്രോണിനോ പ്രോട്ടോണിനോ? അവയുടെ വേഗത്തിന്റെ അനുപാതം കണക്കാക്കുക.

(ഇലക്ട്രോണിന്റെ മാസ് $= 9.11\times10^{-31}$ kg

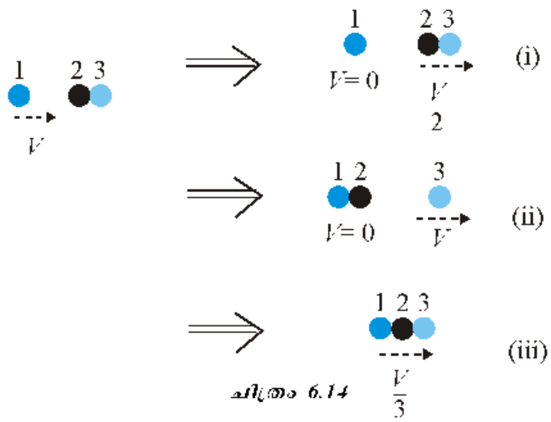
പ്രോട്ടോണിന്റെ മാസ് $= 1.67\times10^{\ 27}$ kg 1 eV $= 1.60 \times10^{\ 19}$ J).

6.13 2 mm ആരമുള്ള മഴത്തുള്ളി 500 m ഉയരത്തിൽ നിന്ന് താഴേക്കു പതിക്കുന്നു. അത് വായുവിന്റെ പ്രതിരോധം കാരണം കുറഞ്ഞുകൊണ്ടിരിക്കുന്ന ത്വരണത്തിൽ ഉയരത്തിന്റെ പകുതിവരെ സഞ്ചരിക്കുന്നു. അതിനുശേഷം സമചലനത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നു. ആദ്യപകുതിയിലും രണ്ടാംപകുതിയിലും ഈ മഴത്തുള്ളിയിൽ ഗുരുത്വാകർഷണബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി എത്ര? നിലത്തു വീഴുമ്പോഴുള്ള വേഗം 10 m s^{-1} ആയാൽ ആകെ യാത്രയിൽ പ്രതിരോധബലം ചെയ്ത പ്രവൃത്തി എത്ര?

6.14 ഒരു വാതകം ഉൾക്കൊണ്ട പാത്രത്തിലെ ഒരു തന്മാത്ര തിരശ്ചീനഭിത്തിയിൽ ലംബവുമായി 30^0 കോണിൽ 200m s^{-1} വേഗത്തിലിടിച്ച് അതേ വേഗത്തിൽത്തന്നെ തിരിച്ചുവരുന്നു. ഈ കൂട്ടിമുട്ടലിൽ ആക്കം സംരക്ഷിക്കപ്പെട്ടിട്ടുണ്ടോ? ഈ കൂട്ടിമുട്ടൽ ഇലാസ്തികമാണോ അല്ലയോ?

6.15 ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ തറനിരപ്പിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്ന ഒരു പമ്പിന് 30m^3 വ്യാപ്തമുള്ള ഒരു ടാങ്കിനെ 15 മിനിറ്റിൽ നിറയ്ക്കാൻ കഴിയുന്നു. തറയിൽനിന്ന് ടാങ്ക് 40m ഉയരത്തിലും പമ്പിന്റെ കാര്യക്ഷമത 30%വും ആയാൽ പമ്പ് ഉപഭോഗം ചെയ്യുന്ന പവർ എത്ര?

6.16 തുല്യമാസും പരസ്പരം സമ്പർക്കവുമുള്ള രണ്ടു സമാന ലോഹഗോളങ്ങൾ ഘർഷണമില്ലാത്ത ഒരു പ്രതലത്തിൽ നിശ്ചലമായിരിക്കുന്നു. സമാനമായ മറ്റൊരു ഗോളം v പ്രവേഗത്തിൽ ഇവയുമായി നേർക്കുനേർ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. കൂട്ടിമുട്ടൽ ഇലാസ്തികമാണെങ്കിൽ കൂട്ടിമുട്ടലിനുശേഷം സാധ്യമായ ഫലം ഏതാണ്? (ചിത്രം 6.14)

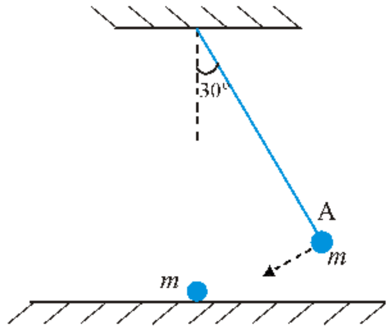


ചിത്രം 6.14

6.17 ചിത്രം 6.15 ൽ കാണിച്ച പോലെ ലംബവുമായി 30° കോണളവിൽ വച്ചിരിക്കുന്ന ഒരു പെൻഡുലത്തിന്റെ ഗോളം A ഒരു ടേബിളിൽ നിശ്ചലമായിരിക്കുന്ന തുല്യമാസുള്ള B എന്ന ഗോളവുമായി കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. കൂട്ടിമുട്ടലിനുശേഷം ഗോളം A എത്ര മാത്രം ഉയരും? കൂട്ടിമുട്ടൽ ഇലാസ്തികമാണെന്നും ഗോളങ്ങളുടെ വലുപ്പം ഒഴിവാക്കാമെന്നും കരുതുക.

6.18 ഒരു നിശ്ചിത സ്ഥാനത്തുനിന്ന് ഒരു പെൻഡുലം ബോബിനെ സ്വതന്ത്രമാക്കുന്നു. പെൻഡുലത്തിന് 1.5*m* നീളമുണ്ട്. വായുപ്രതിരോധത്തിനെതിരെ ആദ്യ ഊർജത്തിന്റെ 5% പാഴാക്കുന്നുവെങ്കിൽ, ഈ ബോബ് താഴെയറ്റത്തെ ബിന്ദുവിൽ എത്തുമ്പോഴുള്ള വേഗം എത്ര?

6.19 ഒരു ഘർഷണരഹിത പാതയിലൂടെ 25 kg മണൽചാക്ക് വഹിക്കുന്ന 300kg മാസുള്ള ഒരു ട്രോളി 27 km/h വേഗത്തിൽ സമചലനം നടത്തുന്നു. കുറച്ചു സമയത്തിനുശേഷം, മണൽ 0.05 kg s^{-1} എന്ന നിരക്കിൽ ഒരു ദ്വാരത്തിലൂടെ ചോരാൻ തുടങ്ങുന്നു. മണൽചാക്ക് മുഴുവൻ ഒഴിഞ്ഞു കഴിയുമ്പോൾ ആ ട്രോളിയുടെ വേഗം എത്രയായിരിക്കും?



ചിത്രം 6.15

6.20 0.5 kg മാസുള്ള വസ്തു ഒരു നേർരേഖയിലൂടെ $v = a x^{3/2}$ പ്രവേഗത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നു. ഇവിടെ $a = 5 m^{-1/2} s^{-1}$, $x = 0$ മുതൽ $x = 2m$ വരെയുള്ള സ്ഥാനാന്തരത്തിൽ സഫലബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി എത്ര?

6.21 ഒരു കാറ്റാടിയന്ത്രത്തിന്റെ ബ്ലേഡുകൾ A പരപ്പളവുള്ള ഒരു വൃത്തം പൂർത്തിയാക്കുന്നു.

(a) വൃത്തത്തിനു ലംബമായി v പ്രവേഗത്തിൽ വായു പ്രവഹിക്കുന്നെങ്കിൽ t സമയത്ത് അതിലൂടെ പ്രവഹിക്കുന്ന വായുവിന്റെ മാസ് എത്ര?

(b) വായുവിന്റെ ഗതികോർജം എത്ര?

(c) കാറ്റാടിയന്ത്രം കാറ്റിന്റെ 25% ഊർജത്തെ വൈദ്യുതോർജമാക്കിയാൽ അത് സൃഷ്ടിക്കുന്ന വൈദ്യുതപവർ എത്രയാണ്? ($A = 30 \text{ m}^2$, $v = 36$ km/h, വായുവിന്റെ സാന്ദ്രത 1.2 kg m^{-3})

6.22 ഒരു വ്യക്തി ശരീരഭാരം കുറയ്ക്കാനായി ഒരു 10 kg മാസിനെ 1000 തവണ, ഓരോ പ്രാവശ്യവും 0.5m ഉയർത്തുന്നു. ഓരോ തവണയും ഭാരം താഴ്ത്തുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന സ്ഥിതികോർജനഷ്ടം താപരൂപത്തിൽ പാഴായിപ്പോകുന്നു.

(a) ഗുരുത്വാകർഷണബലത്തിനെതിരായി അയാൾ ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി എത്ര?

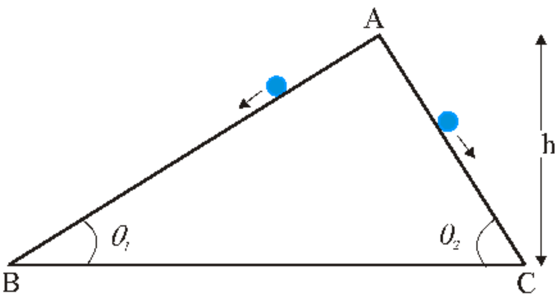
(b) കൊഴുപ്പ് ഓരോ കിലോഗ്രാമിനും 3.8×10^7J ഊർജം പ്രദാനം ചെയ്യുന്നു. 20% ക്ഷമതനിരക്കിൽ ഇത് യാന്ത്രികോർജമായി മാറ്റപ്പെടുന്നു. എത്ര കൊഴുപ്പ് ഇയാൾക്ക് നഷ്ടപ്പെടുത്താനാകും?

6.23 ഒരു കുടുംബം 8 kW പവർ ഉപയോഗിക്കുന്നു. (a) ഒരു തിരശ്ചീന പ്രതലത്തിൽ ശരാശരി സ്ക്വയർ മീറ്ററിൽ 200 W എന്ന നിരക്കിൽ സൗരോർജം നേരിട്ടു പതിക്കുന്നു. ഇതിൽ 20% ഉപയോഗപ്രദമായ വൈദ്യുതോർജമാക്കി മാറ്റിയാൽ, 8 kW ഊർജം പ്രദാനം ചെയ്യാൻ എത്ര പരപ്പളവ് ആവശ്യമാണ്? (b) ഈ പരപ്പളവിനെ ഒരു സാധാരണ വീടിന്റെ മേൽക്കൂരയുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുക.

അധിക പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ

6.24 0.012 kg മാസും തിരശ്ചീനവേഗം 70 m s^{-1} ഉം ഉള്ള ഒരു വെടിയുണ്ട ഒരു തടിക്കഷണത്തിലിടിച്ച് അതേ നിമിഷംതന്നെ തടിയെ അപേക്ഷിച്ച് നിശ്ചലാവസ്ഥയിലേക്കു വരുന്നു. തടിക്കഷണത്തെ ഒരു മേൽക്കൂരയിൽ നിന്ന് കനംകുറഞ്ഞ ചരട് ഉപയോഗിച്ച് തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്നു. എത്ര ഉയരത്തിലേക്ക് ഈ തടിക്കഷണം ഉയരുമെന്നു കണ്ടെത്തുക. ഈ കഷണത്തിൽ ഉണ്ടാകുന്ന താപത്തിന്റെ അളവ് കണ്ടെത്തുക.

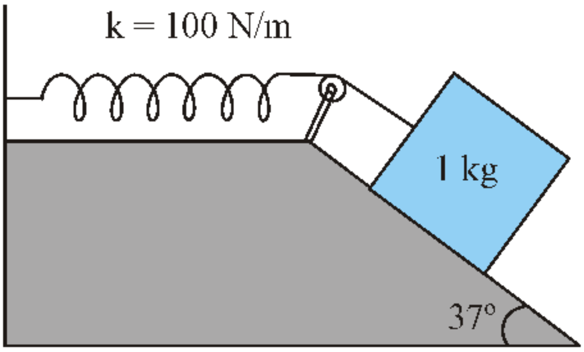
6.25 ചരിഞ്ഞ ഘർഷണമില്ലാത്ത രണ്ടു ട്രാക്കുകൾ (ഒന്ന് ക്രമേണയും മറ്റൊന്ന് കുത്തനെയും ചരിഞ്ഞവ) A യിൽ യോജിക്കുന്നു. ഓരോ ട്രാക്കിലും ഒന്ന് എന്ന ക്രമത്തിൽ A യിൽ നിന്ന് രണ്ടു കല്ലുകൾ നിശ്ചലാവസ്ഥയിൽനിന്നു നിരങ്ങി വീഴാനനുവദിക്കുന്നു (ചിത്രം 6.16). ഈ കല്ലുകൾ ഒരേസമയം താഴ്ഭാഗത്ത് എത്തിച്ചേരുമോ? ഒരേ വേഗത്തിൽ അവിടെ എത്തിച്ചേരുമോ? വിശദീകരിക്കുക. $\theta_1 = 30°$, $\theta_2 = 60°$, $h = 10$ m എന്നിങ്ങനെയായാൽ



ചിത്രം

രണ്ടു കല്ലുകളുടെയും വേഗങ്ങളും, അവയെടുക്കുന്ന സമയവും എത്ര?

6.26 ഒരു ചരിഞ്ഞ പ്രതലത്തിലിരിക്കുന്ന ഒരു 1kg കട്ടയെ സ്പ്രിങ് സ്ഥിരാങ്കം 100 N/m^{-1} ഉള്ള സ്പ്രിങിൽ ചിത്രത്തിലേതുപോലെ ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. സ്പ്രിങ് വലിയാത്ത അവസ്ഥയിൽ ഈ കട്ടയെ നിശ്ചലാവസ്ഥയിൽനിന്ന് സ്വതന്ത്രമാക്കുന്നു. നിശ്ചലമാകുന്നതിനുമുമ്പ് ചരിവുതലത്തിലൂടെ ഈ കട്ട 10cm താഴേക്ക് സഞ്ചരിക്കുന്നു. ചരിവിനും കട്ടക്കും ഇടയിലുള്ള ഘർഷണസ്ഥിരാങ്കം കണ്ടുപിടിക്കുക. സ്പ്രിങിന്റെ മാസ്



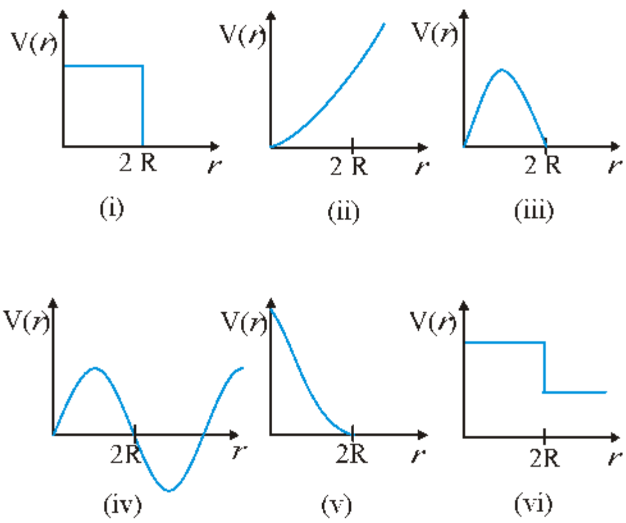
അവഗണിക്കുകയും കപ്പിക്ക് ഘർഷണം ഇല്ലെന്നു കരുതുകയും ചെയ്യുക.

ചിത്രം 6.17

6.27 ഒരേ വേഗത്തിൽ (7 ms^{-1}) താഴേക്കു ചലിക്കുന്ന എലിവേറ്ററിൽ 0.3kg മാസുള്ള ഒരു ബോൾട്ട് മേൽക്കൂരയിൽ നിന്ന് താഴേക്കു പതിക്കുന്നു (എലിവേറ്ററിന്റെ നീളം 3m). ഇത് എലിവേറ്ററിന്റെ തറയിലാണ് വീഴുന്നത്. എന്നാൽ തിരികെ മുകളിലേക്കു തെറിക്കുന്നില്ല. ഈ ആഘാതത്തിൽ സൃഷ്ടിക്കപ്പെടുന്ന താപമെത്ര? എലിവേറ്റർ നിശ്ചലമായിരുന്നെങ്കിൽ നിങ്ങളുടെ ഉത്തരം വ്യത്യസ്തമാകുമായിരുന്നോ?

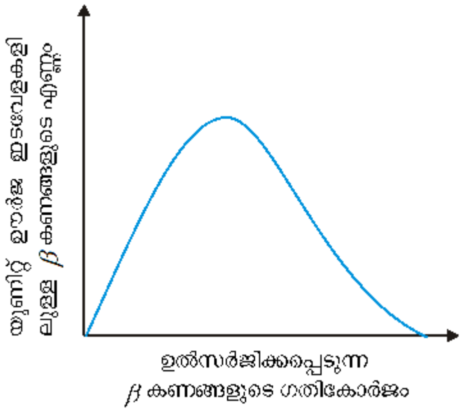
6.28 200kg മാസുള്ള ട്രോളി 36km/h സമവേഗത്തിൽ ഘർഷണമില്ലാത്ത ഒരു പാതയിലൂടെ ചലിക്കുന്നു. ആ ട്രോളിയുടെ ഒരഗ്രത്തുനിന്ന് മറ്റേ അറ്റം വരെ (10m അകലം) 20kg മാസുള്ള ഒരു കുട്ടി ട്രോളിയെ അപേക്ഷിച്ച് 4 ms^{-1} വേഗത്തിൽ അതിന്റെ ചലനത്തിന്റെ എതിർദിശയിൽ ഓടുകയും അതിൽ നിന്നു പുറത്തേക്ക് ചാടുകയും ചെയ്യുന്നു. കുട്ടി ഓടാൻ തുടങ്ങുന്നതു മുതൽ ട്രോളി സഞ്ചരിച്ച ദൂരം എത്ര?

6.29 ചിത്രം 6.18ലെ സറിതികോർജ ഗ്രാഫുകളിൽ ഏതൊക്കെ ഗ്രാഫുകൾ രണ്ട് ബില്യാർഡ് പന്തുകളുടെ ഇലാസ്തിക കൂട്ടിമുട്ടലിനെ വിവരിക്കുന്നില്ല? r എന്നത് പന്തുകളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾക്കിടയിലെ അകലമാണ്.



ചിത്രം 6.18

6.30 നിശ്ചലാവസ്ഥയിലുള്ള ഒരു സ്വതന്ത്ര ന്യൂട്രോണിന്റെ ശോഷണം എടുക്കുക, $n \rightarrow p + e$. ഇത്തരത്തിലുള്ള കണങ്ങളുടെ ശോഷണം ഊർജസ്ഥിരതയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിനെ ഉൽപാദിപ്പിക്കുമെന്നും ആയതിനാൽ ന്യൂട്രോണുകൾ, ന്യൂക്ലിയസുകൾ എന്നിവയുടെ β ശോഷണത്തിൽ നിരീക്ഷിക്കാവുന്ന തുടർച്ചയായ ഊർജ വിതരണം വിവരിക്കാനാവില്ലയെന്നും തെളിയിക്കുക.



ചിത്രം 6.19

[കുറിപ്പ് : ഈ പ്രശ്നത്തിന്റെ ലളിതമായ ഉത്തരം, വോൾഫ്ഗാങ് പോളി β നാശനത്തിലെ മൂന്നാമത്തെ കണത്തെ കണ്ടെത്താനായി ഉയർത്തിയ നിരവധി വാദങ്ങളിൽ ഒന്നാണ്. ഈ കണത്തെ ന്യൂട്രിനോയെന്നു വിളിക്കുന്നു. ഇത് സ്പിൻ ½ ഉള്ള ഒരു കണമാണ് (e^-, p, n ഇവയെ പോലെ). എന്നാൽ ഇവയ്ക്കു ചാർജില്ല. കൂടാതെ ഇവ മാസില്ലാത്തതോ അല്ലെങ്കിൽ വളരെ ചെറിയ മാസ് മാത്രം ഉള്ളവയാണ് (ഇലക്ട്രോണിന്റെ മാസുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ). ഇവ ദ്രവ്യവുമായി വളരെ ദുർബലമായി പ്രതിപ്രവർത്തിക്കുന്നു. ന്യൂട്രോണിന്റെ യഥാർഥ ശോഷണ പ്രവർത്തനം $n \rightarrow p \quad e^- + \bar{\nu}$ ആണ്.]

അനുബന്ധം 6.1

നടക്കുമ്പോഴുള്ള ഊർജ ഉപഭോഗം (Power consumption in walking)

60 കിലോഗ്രാം ഭാരമുള്ള മുതിർന്ന ഒരാളുടെ ശരാശരി ഊർജ ഉപഭോഗം പട്ടിക 6.4 ൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

പട്ടിക 6.4 ഏകദേശ ഊർജ ഉപഭോഗത്തിന്റെ നിരക്ക്

പ്രവർത്തനം	പവർ (W)
ഉറക്കത്തിൽ	75
പതുക്കെയുള്ള നടത്തം	200
സൈക്കിൾ ചവിട്ടുമ്പോൾ	500
ഹൃദയമിടിപ്പ്	1.2

യാന്ത്രികപ്രവൃത്തിയും ദൈനംദിന ജീവിതത്തിൽ പ്രവൃത്തി എന്നു പറയുന്നതും തമ്മിൽ ആശയക്കുഴപ്പമുണ്ടാക്കരുത്. ഭാരമേറിയ ചുമട് തലയിലേറ്റി നിൽക്കുന്ന ഒരാൾക്ക് ക്ഷീണമുണ്ടാകാം. പക്ഷേ, ഇവിടെ യാന്ത്രിക പ്രവൃത്തി ചെയ്യുന്നില്ല എന്ന് കരുതി മനുഷ്യപ്രവൃത്തികളിൽ യാന്ത്രികപ്രവൃത്തി കണക്കെടുക്കാൻ സാധിക്കുന്നില്ല എന്ന് ഇത് അർഥമാക്കുന്നില്ല.

v_0 എന്ന സ്ഥിരവേഗത്തോടെ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരാളെ സങ്കൽപ്പിക്കുക. ഇയാൾ ചെയ്യുന്ന യാന്ത്രികപ്രവൃത്തിയെ പ്രവൃത്തി-ഊർജ സിദ്ധാന്തത്തിന്റെ സഹായത്താൽ കണക്കാക്കാൻ കഴിയും. ഇതിനായി താഴെ പറയുന്ന പ്രകാരം സങ്കൽപ്പിക്കാം.

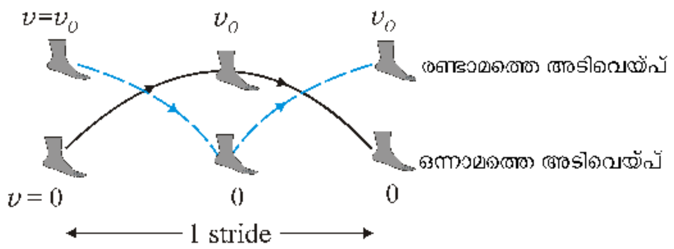
(എ) ഓരോ അടിവയ്പിലും കാലുകൾക്കുണ്ടാകുന്ന ത്വരണവും മന്ദീകരണവുമാണ് പ്രധാനമായും പ്രവൃത്തി ചെയ്യാൻ കാരണമാകുന്നത്. (ചിത്രം 6.20 കാണുക)

(ബി) വായുവിന്റെ പ്രതിരോധം പരിഗണിക്കേണ്ടതില്ല.

(സി) ഗുരുത്വാകർഷണത്തെ എതിർത്തുകൊണ്ട് പാദങ്ങൾ ഉയർത്തുന്നതിനായി ചെയ്യുന്ന ചെറിയ പ്രവൃത്തി കണക്കിലെടുക്കേണ്ടതില്ല.

(ഡി) സാധാരണ നടത്തത്തിൽ ഉണ്ടാകുന്ന കൈവീശൽ പരിഗണിക്കേണ്ടതില്ല.

ചിത്രം 6.20 ൽ കാണാൻ കഴിയുന്നതുപോലെ ഓരോ അടിവയ്പിലും കാലുകൾ നിശ്ചലാവസ്ഥയിൽ നിന്ന് ഒരു വേഗത്തിലേക്ക് കൊണ്ടുവരുന്നു. ഇത് നടത്തത്തിന്റെ ഏകദേശ വേഗത്തിനു തുല്യമാണ്. തുടർന്ന് കാലുകളെ വീണ്ടും നിശ്ചലാവസ്ഥയിലേക്കു കൊണ്ടുവരുന്നു.



ചിത്രം 6.20 നടക്കുമ്പോഴുള്ള ഒരു അടിവെയ്പിന്റെ ചിത്രീകരണം. ഒരു കാൽ തറയിൽ നിന്നു പരമാവധി ഉയരത്തിലായിരിക്കുമ്പോൾ രണ്ടാമത്തെ കാല് തറയിലായിരിക്കും. നേരേ തിരിച്ചും.

ഓരോ അടിവെയ്പിലും ഒരു കാലുചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി പ്രവൃത്തി-ഊർജസിദ്ധാന്തമനുസരിച്ച് $m_l v_o^2/2$ ആണ്. ഇവിടെ m_l എന്നത് കാലിന്റെ മാസാണ്. പാദത്തെ നിശ്ചലാവസ്ഥയിൽ നിന്നു v_o വേഗത്തിലേക്ക് എത്തിക്കുന്നതിനായി കാലിലെ പേശികൾ ചെലവഴിക്കുന്ന ഊർജമാണ് $m_l v_o^2/2$.

രണ്ടാമത്തെ $m_l v_o^2/2$ എന്നത് പാദത്തെ v_o വേഗത്തിൽ നിന്നു നിശ്ചലാവസ്ഥയിലേക്കെത്തിക്കാനായി (മന്ദീകരണം) രണ്ടാമതൊരു വിഭാഗം പേശികൾ ചെലവഴിക്കുന്ന ഊർജമാണ്. അപ്പോൾ ഓരോ അടിവെയ്പിലും ഇരു കാലുകളും ചേർന്നു ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി (ചിത്രം 6.20 ശ്രദ്ധാപൂർവം നിരീക്ഷിക്കുക).

$$W_s = 2\, m_l v_o^2 \quad \text{- ആണ്} \tag{6.34}$$

$m_l = 10\,kg$ എന്നും 1 മൈൽ സഞ്ചരിക്കുന്നതിനായി 9 മിനിറ്റ് എടുക്കുന്ന തരത്തിൽ വേഗമുണ്ടെന്നും (SI യൂണിറ്റിൽ 3 ms^{-1} വേഗം) കരുതുക.

(1 മൈൽ = 1.609 km.)

1 മൈൽ സഞ്ചരിക്കാൻ 9 മിനിറ്റെടുത്താൽ $V_o = \dfrac{1\times 1.609\times 10^3}{9\times 60}$ m/s = 3 ms^{-1})

Ws = 180 J/stride

ഓരോ അടിവെയ്പ്പിലും 180 J ഊർജം ചെലവഴിച്ചു.

ഓരോ അടിയും 2 മീറ്റർ നീളമുള്ളതാണെന്നു സങ്കൽപ്പിച്ചാൽ ഒരാൾ ഒരു സെക്കന്റിൽ 1.5 അടി 3ms^{-1} വേഗതയിൽ പൂർത്തിയാക്കുമെന്നു കരുതാം. അപ്പോൾ ചെലവഴിക്കുന്ന പവർ

$$\frac{J}{\text{അടിവെയ്പ്}} \times 1.5\, \frac{\text{അടിവെയ്പ്}}{\text{സെക്കന്റ്}} = 270\text{ W}$$

ഇത് ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ശരാശരി കണക്കാനുള്ളതാണെന്നത് ശ്രദ്ധിക്കേണ്ടതാണ്. കാരണം, പലതരത്തിലുള്ള ഊർജ നഷ്ടങ്ങൾ (ഉദാഹരണത്തിന് കൈകൾ വീശുന്നത്, വായുവിന്റെ പ്രതിരോധം മുതലായവ) നാം കണക്കിലെടുത്തിട്ടില്ല. ഇവിടെ പ്രവർത്തിക്കുന്ന ബലങ്ങളെപ്പറ്റി ആകുലപ്പെടേണ്ടതില്ലെന്നുള്ളത് രസകരമായ വസ്തുതയാണ്. ഘർഷണവും ശരീരത്തിലെ മറ്റു ഭാഗങ്ങളിലെ പേശികൾ കാലിൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലവും നമുക്ക് കണക്കാക്കാൻ പ്രയാസമാണ്. സ്ഥിതഘർഷണം പ്രവൃത്തി ചെയ്യുന്നില്ല. കൂടാതെ, പേശികൾ ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തിയെ മറികടക്കാനായി നാം പ്രവൃത്തി-ഊർജസിദ്ധാന്തമുപയോഗിച്ച് പ്രവൃത്തി കണക്കാക്കി. ഇവിടെ നമുക്ക് ചക്രങ്ങളുടെ പ്രയോജനങ്ങളെക്കുറിച്ചും മനസ്സിലാക്കാൻ കഴിയും. സസ്തനികളുടെ ചലനത്തിലെപ്പോലെ ആരംഭിക്കലുകളുടെയും നിർത്തലുകളുടെയും ഒരു തുടർച്ചയായിട്ടല്ലാതെ സുഗമമായ ചലനം സാധ്യമാക്കുന്നതിന് ചക്രങ്ങൾ നമ്മെ സഹായിക്കുന്നു.