

ஆதலால், குவிந்தக் கூரைக்கு முழுவதுமாக வர்ணம் அடிக்க ஆகும் செலவு = ரூ. 500×49.28 = ரூ. 24,640

பயிற்சி 13.4

$\pi = \frac{22}{7}$ என நினை, (வேறாக நிர்ணயிக்கப்பட்டதை தவிர)

- கீழ்க்கண்ட ஆரமுடைய ஒரு கோளத்தின் புறப்பரப்பளவை கண்டுபிடி.
 - 10.5 செ.மீ.
 - 5.6 செ.மீ.
 - 14 செ.மீ.
- கீழ்க்கண்ட விட்ட முடைய ஒரு கோளத்தின் புறப்பரப்பளவை கண்டுபிடி.
 - 14 செ.மீ.
 - 21 செ.மீ.
 - 3.5 மீ.
- 10 செ.மீ ஆரமுள்ள ஒரு அரைக்கோளத்தின் மொத்த புறப்பரப்பளவை கண்டுபிடி ($\pi = \frac{22}{7}$ என பயன்படுத்து)
- காற்றாடிக்கும் சாதனத்தினால் ஒரு கோளமான பலூனின் ஆரமானது 7 செ.மீ லிருந்து 14 செ.மீ வரை அதிகப்படுத்தப்பட்டது. இரண்டு நிகழ்வுகளில் உள்ள பலூனின் புறப்பரப்பளவுகளை விகிதத்தில் கண்டுபிடி.
- 10.5 செ.மீ உள்விட்டமுடைய பித்தளையால் செய்யப்பட்ட கிண்ணமானது ஒரு அரைக்கோளமாகும். ஒரு 100 சதுர மீட்டருக்கு ரூ. 16 இன் விகிதப்படி உள் பக்கத்தின் மேல் தகர முலாம் பூசதலுக்கான செலவை கண்டுபிடி.
- 154 சதுர செண்டி மீட்டர் புறப்பரப்புடைய ஒரு கோளத்தின் ஆரத்தை கண்டுபிடி.
- சந்திரனின் விட்டமானது பூமியின் விட்டத்தில் நான்கில் ஒரு பங்கு தோராயமாக இருக்குமானல் அதனுடைய புறப்பரப்புகளை விகிதத்தில் கண்டுபிடி.
- 0.25 செ.மீ தடிப்பான, உருக்கு இரும்பால் செய்யப்பட்ட கிண்ணமானது ஒரு அரைக்கோளமாகும், 5 செ.மீ. என்பது கிண்ணத்தின் உள்ளேயுள்ள ஆரமாகும். கிண்ணத்தில் வெளியேயுள்ள வளைவின் மேற்பரப்பளவை கண்டுபிடி.

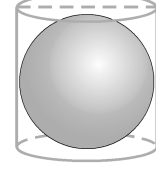
9. r ஆரத்தை உடைய ஒரு கோளமானது ஒரு நேர்வட்ட உருளையால் சுற்றி அடைக்கப்பட்டுள்ளது. (படம் 13.22ஐ பார்).

(i) கோளத்தின் புறப்பரப்பளவு,

(ii) உருளையின் வளைவு புறப்பரப்பளவு.

(iii) (i) மற்றும் (ii) இல் பெற்ற புறப் பரப்புளவுகளின் விகிதங்கள்.

இவற்றைக் கண்டுபிடி.



படம் 13.22

13.6 ஒரு கன செவ்வகத்தின் கனம்

முந்தைய வகுப்புகளில், சில படங்களின் (பொருள்கள்) கனங்களானவைப்பற்றி ஏற்கனவே நீங்கள் கற்றுக் கொண்டீர்கள். காலி இடத்தை அடைத்துக் கொண்ட கன உருவங்களை அது நினைவுப்படுத்தும். பொருளின் கனம் என அழைக்க வேண்டுமாயின் இது அடைத்துக்கொண்ட இடைவெளியின் அளவாகும்.

குறிப்பு: திடம் கொண்ட ஒரு பொருளானது, அடைக்கப்பட்ட இடைவெளியின் அளவே பொருளின் கனம் என கூறுவர்.

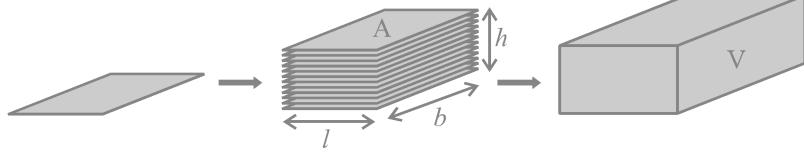
உள்ளீடற்ற பொருளாக இருந்தால், அப்படியாயின் உட்புறம் காலியாக இருக்கும், அது காற்றால் நிரம்பியிருக்கும், அல்லது பாத்திரத்தையே வடிவத்தை எடுத்துக் கொள்ளும் சில திரவங்கள். இந்த நிகழ்வில், பாத்திரத்தின் கொள்ளளவு என அழைப்பது உட்புறத்தை நிரப்பிய பொருளின் கனமாகும். சுருக்கமாக, இது அடைத்துக் கொண்டிருக்கும் காலி இடத்தை அளக்கும்படியான பொருள் கனமாகும், மற்றும் இணக்கமுள்ள உட்புற கருத்தானது கன பொருளின் கொள்ளளவு ஆகும்.

ஆகையால், கனப்பகுதி மற்றும் கொள்ளளவு இரண்டுமே கன அலகுகளில் அளக்கப்படுகின்றன.

ஆகையால், ஒரு கனச்செவ்வகத்தின் கனத்தைப்பற்றி நாம் பேசும்போது, கனச்செவ்வகத்தால் அடைத்துக் கொண்ட காலி இடத்தின் அளவை கருத்தில் நாம் கொள்ளவேண்டும்.

மேலும், ஒரு பகுதியை அளப்பதற்கான அளவுதான் கனம் ஆகையால், சரியாக பேசும்போது, வட்டவடிவ பகுதியின் பரப்பளவை நாம் கண்டு பிடிக்கலாம், அல்லது கனச்செவ்வகப் பகுதியின் கனம், அல்லது கோளப் பகுதியின் கனம் போன்றவை, ஆகும். ஆனால் எளிமையின் பொருட்டு, நாம் சொல்வது, ஒரு வட்டத்தின் பரப்பளவு ஒரு கோளம் அல்லது ஒரு கனச்

செவ்வகத்தின் கனம் என்பன அவற்றின் எல்லைகளையே குறித்தாலும் கூட அவற்றை அவ்வாறே எடுத்துக் கொள்கிறோம்.



படம் 13.23

படம் 13.23 ஐ கவனி. A என்பது ஒவ்வொரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவை நாம் சொல்வதாக நினைத்துக்கொள், h என்பது குவியலான செவ்வகங்கள் மேல் உள்ள உயரம்வரை மற்றும் V என்பது கனச்செவ்வகத்தின் கனம் ஆகும். V, A மற்றும் h நடுவே உள்ள தொடர்பு என்ன என்பதை நீ கூறமுடியுமா?

ஒவ்வொரு செவ்வகத்தால் அடைத்துக் கொண்டிருக்கும் தளப்பகுதியின் பரப்பளவு \times உயரம்

= கனச் செவ்வகத்தால் அடைப்பட்டிருக்கும் காலி இடத்தின் அளவு

ஆகையால், நமக்கு கிடைப்பது $A \times h = V$

அதுவானது,

$$\begin{aligned} \text{ஒரு கனச்செவ்வகத்தின் கனம்} &= \text{அடித்தள பரப்பளவு} \times \text{உயரம்} \\ &= \text{நீளம்} \times \text{அகலம்} \times \text{உயரம்} \end{aligned}$$

அல்லது $l \times b \times h$ என்பது அங்கே கனச்செவ்வகத்தின் நீளம், அகலம் மற்றும் உயரங்களின் முறையே l, b மற்றும் h ஆகும்.

குறிப்பு : ஒரு காலி இடத்தின் பகுதியை நாம் அளக்கும்போது, அதாவது ஒரு திடமால் அடைத்துக் கொண்ட காலி இடமாகும், சரியாக பொருந்திய அந்த நீள பகுதியின் விளிம்பு ஆன அலகு ஒன்று கொண்ட கனச்சதுரங்களின் எண்ணிக்கையை நாம் பக்கத்தில் உள்ளதைப்போல் செய்வோம்.

மறுபடியும்,

$$\text{ஒரு கனச்சதுரத்தின் கனம்} = \text{விளிம்பு} \times \text{விளிம்பு} \times \text{விளிம்பு} = a^3$$

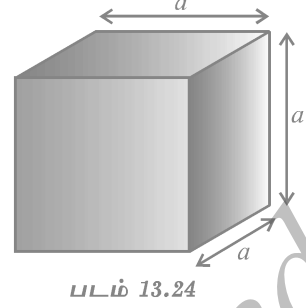
அங்கே கனச்சதுரத்தின் விளிம்பு 'a' ஆகும் (படம் 13.24ஐ பார்க்க).

ஆகையால், 12 செ.மீ விளிம்பின் ஒரு கனமானது,

கனச்சதுரத்தின் கனம் = $12 \times 12 \times 12$ க. செ.மீ.

= 1728 கன செ.மீ.

முந்தைய வகுப்புகளில் சூத்திரங்களான இவைகளை நீங்கள் கற்றுக் கொண்டீர் என்பது ஞாபகப்படுத்திக் கொள், சூத்திரங்களான இவைகளை பயன் படுத்திய படங்களில் சில உதாரணங்களை இப்பொழுது எடுத்துக்கொள்.



எடுத்துக்காட்டு 11: திறந்த மைதானத்தில் குறுக்கே கட்டப்படும் 10 மீ. நீளமுள்ள ஒரு சுவர் ஆகும். 4 மீ. என்பது சுவற்றின் உயரமாகும் மற்றும் 24 செ.மீ சுவற்றின் பருமனாகும். 24 செ.மீ. \times 12 செ.மீ. \times 8 செ.மீ. அளவுகள் உள்ள செங்கற்களை கொண்டு கட்டக்கூடிய சுவராகும் எனில், தேவையான செங்கற்கள் எவ்வளவு?

தீர்வு : இது செங்கற்களால் அடைத்துக் கொண்ட காலி இடத்தின் மீது செய்யப்பட்ட சுவராகின், சுவரின் கன அளவை நாம் கண்டுபிடிக்க வேண்டும், ஆனால், எவ்வகையிலும் அது ஒரு கனச் செவ்வகமாகும்.

$$\text{இங்கே நீளம்} = 10 \text{ மீ.} = 1000 \text{ செ.மீ.}$$

$$\text{பருமன்} = 24 \text{ செ.மீ.}$$

$$\text{உயரம்} = 4 \text{ மீ.} = 400 \text{ செ.மீ.}$$

$$\begin{aligned} \text{ஆதலால், சுவற்றின் கன அளவு} &= \text{நீளம்} \times \text{பருமன்} \times \text{உயரம்} \\ &= 1000 \times 24 \times 400 \text{ கன. செ.மீ.} \end{aligned}$$

இப்பொழுது, நீளம் கொண்ட ஒரு கன செவ்வகத்தின் ஒவ்வொரு செங்கல் நீளம் = 24 செ.மீ., அகலம் = 12 செ.மீ., மற்றும் உயரம் = 8 செ.மீ.

ஆகையால், ஒவ்வொரு செங்கலின் கன அளவு

$$\begin{aligned} &= \text{நீளம்} \times \text{அகலம்} \times \text{உயரம்} \\ &= 24 \times 12 \times 8 \text{ கன. செ.மீ.} \end{aligned}$$

ஆகையால், தேவையான செங்கலின் எண்ணிக்கை

$$= \frac{\text{சுவற்றின் கன அளவு}}{\text{ஒவ்வொரு செங்கலின் கன அளவு}}$$

$$= \frac{1000 \times 24 \times 400}{24 \times 12 \times 8}$$

$$= 4166.6$$

ஆகையால், சுவற்றிற்கு தேவையான செங்கல்கள் 4167 ஆகும்.

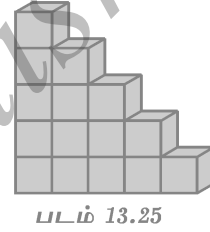
எடுத்துக்காட்டு 12: கட்டட அச்சுகளைக் கொண்டு ஒரு குழந்தை விளையாடுகிறது, அது கனச்சதுரங்களின் வடிவை பெற்றிருக்கும். படம் 13.25 இல் காட்டியபடிபோல் அமைப்பானது கட்டப்பட்டு இருக்கும். 3 செ.மீ என்பது ஒவ்வொரு கனத்தின் விளிம்பாகும் எனில், குழந்தையால் கட்டப்பட்ட அமைப்பின் கனத்தை கண்டுபிடி.

தீர்வு: ஒவ்வொரு கனச்சதுரத்தின் கனம்

$$= \text{விளிம்பு} \times \text{விளிம்பு} \times \text{விளிம்பு}$$

$$= 3 \times 3 \times 3 \text{ க.செ.மீ.}$$

$$= 27 \text{ க.செ.மீ.}$$



அமைப்பில் உள்ள கனச்சதுரங்களின் எண்ணிக்கை = 15
ஆதலால், அமைப்பின் கனம் = 27×15 கன.செ.மீ.
= 405 கன.செ.மீ.

பயிற்சி 13.5

$\pi = \frac{22}{7}$ என ஊகி, (வேறாக நிர்ணயிக்கப்பட்டதை தவிர)

1. 4 செ.மீ. \times 2.5 செ.மீ \times 1.5 செ.மீ அளவுகளையுடைய ஒரு தீப்பெட்டியாகும். இதைப்போன்ற 12 பெட்டிகள் அடங்கிய ஒரு பொட்டணத்தின் கனம் என்னவாக இருக்கும்?
2. நீளம் 6 மீ, அகலம் 5மீ மற்றும் ஆழம் 4.5 மீ. உள்ள ஒரு கனச் செவ்வக நீர் தொட்டியாகும். எத்தனை லிட்டர் தண்ணீரைக் கொள்ளும்? (1 க.மீ = 1000 லி)
3. 10 மீ. நீளம் மற்றும் 8 மீ. அகலம் கொண்டது ஒரு கனச் செவ்வக பாத்திரம். அது 380 க.மீ திரவியத்தைக் கொள்ள வேண்டும் என்றால் அதன் உயரம் எவ்வளவு?
4. ஒரு க.மீ.ரு. 30 விகிதத்தின் மேல் 8 மீ. நீளம், 6மீ. அகலம் மற்றும் 3 மீ. ஆழம் கொண்ட ஒரு கனச் செவ்வக குழியை தோண்டும் செலவை கண்டுபிடி.

5. 50,000 லிட்டர் நீரை கொள்ளளவு கொண்டது ஒரு கனச் செவ்வக தொட்டியாகும். 2.5 மீ மற்றும் 10 மீ. முறையே அதன் நீளம் மற்றும் ஆழம் ஆயின் தொட்டியின் அகலத்தை கண்டு பிடிக்கவும்.
6. அது 4,000 ஜனத் தொகை உள்ள ஒரு கிராமமாகும். அங்கு ஒரு நாளைக்கு தலைக்கு 150 லிட்டர் தண்ணீர் தேவையனில் 20 மீ. \times 15 மீ. \times 6 மீ. அளவுக் கொண்ட தொட்டியுள்ளது. எத்தனை நாட்களுக்குள் தொட்டியில் உள்ள நீர் தீர்ந்துப்போகும்?
7. 40 மீ. \times 25 மீ. \times 15 மீ. என்பது ஒரு கிடங்கின் அளவாகும். கிடங்கில் 1.5 மீ. \times 1.25 மீ. \times 0.5 மீ. அளவுள்ள எத்தனை மரத்தாம்பாளங்களை அடுக்க முடியும்?
8. 12 செ.மீ. பக்கம் உடைய ஒரு கனச்சதுர திடத்தை எட்டு சம கன அளவுள்ள கனச்சதுரங்களாக வெட்டவும். புதிய கனச்சதுரத்தின் பக்க அளவு என்னவாக இருக்கும்? அதோடு, அவற்றின் புறப்பரப்புகளில் நடுவே உள்ள விகிதத்தை கண்டுபிடி.
9. ஒரு மணிக்கு 2 கி.மீ. வேகத்தில் பாயும் ஒரு நதியானது 3 மீ. ஆழம் மற்றும் 40 மீ. அகலமாகும். ஒரு நிமிடத்தில் கடலில் விழும் நீர் எவ்வளவு?

13.7 ஒரு உருளையின் கனம்

ஒன்றையான அளவுள்ள செவ்வகங்களின் மேல் கட்டப்பட்ட பல செவ்வகங்களின் தொகுதியேசரியான ஒரு கனச் செவ்வகமாகும். ஒன்றையான அளவுள்ள வட்டங்களை பயன் படுத்தி கட்டப்பட்ட ஒரு நேர் வட்ட வடிவ உருளை ஆக நாம் பார்க்கலாம். ஆகையால், ஒரு கனச் செவ்வகத்திற்கு போல அதேயான வாக்குவாதத்தை பயன்படுத்தவும், நாம் பார்க்கும் ஒரு உருளையின் கன அளவு.

$$\text{கன அளவு} = \text{வட்டவடிவ அடித்தள பரப்பு} \times \text{உயரம்}$$

$$= \pi r^2 h \text{ ஆக இருக்கும்}$$

$$\text{ஆகையால், } \boxed{\text{ஒரு உருளையின் கனம்} = \pi r^2 h}$$

அங்கே r என்பது அடித்தள ஆரம் மற்றும் h என்பது உருளையின் உயரமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 13: ஒரு கோவிலின் தூண்கள் உருளையின் வடிவத்திலுள்ளது, (படம் 13.26 ஐ பார்க்க). ஒவ்வொரு தூணின் அடித்தள ஆரம் 20 செ.மீ. மற்றும்

அதன் உயரம் 10 மீ. எனில், அவ்விதமான 14 தூண்களை கட்ட தேவையான கான்கிரீட் கலவை எவ்வளவாகும்?

தீர்வு: அப்படியானால் துணால் காலி இடத்தை முழுவதுமாக அடைத்துக் கொள்ள போகும் தூண்களின் மேல் கட்டுவதற்கு பயன்படுத்திய கான்கிரீட் கலவை என்பது, உருளைகளின் கனத்தை இங்கே நாம் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

உருளையின் அடித்தள ஆரம் = 20 செ.மீ.

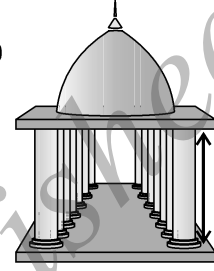
உருளையான தூண்களின் உயரம் = 10 மீ. = 1000 செ.மீ.

ஆகையால், ஒவ்வொரு உருளையின் கனம் = $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times 20 \times 20 \times 1000 \text{ க.செ.மீ.}$$

$$= \frac{8800000}{7} \text{ க.செ.மீ.}$$

$$= \frac{8.8}{7} \text{ க.மீ} [\because 1000000 \text{ க.செ.மீ.} = 1 \text{ க.மீ.}]$$



படம் 13.26

ஆதலால், 14 தூண்களின் கனம் = ஒவ்வொரு உருளையின் கனம் $\times 14$

$$= \frac{8.8}{7} \times 14 \text{ க.மீ}$$

$$= 17.6 \text{ க.மீ.}$$

ஆகையால், 14 தூண்களுக்கு தேவையான கான்கிரீட் கலவை 17.6 க.மீ. ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 14: ஒரு ரம்சான் திருவிழாவில், ஒரு உணவுக்கடைக்காரர் ஆரஞ்சு பழரசம் உடைய 32 செ.மீ உயரம் வரை மேல் நிரப்பப்பட்டு, 15 செ.மீ அடித்தள ஆரமுள்ள பாத்திரம் பெரிய உருளைவடிவில் ஆனது. 8 செ.மீ உயரம் மற்றும் ஆரம் 3 செ.மீ (படம் 13.27ஐ பார்க்க) சிறிய கண்ணாடி குப்பி உருளைகளில் நிரப்பப்பட்ட பழரசமானது குப்பி ஒவ்வொன்றும் ரூ. 3 இன் மேல் விற்கப்பட்டது. பழரசத்தை முழுவதுமாக விற்ப்பதின்மூலம் கடைக்காரர்வாங்கிக் கொண்ட மொத்த பணம் எவ்வளவு?

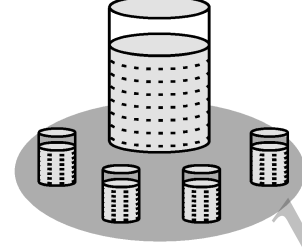
தீர்வு: பாத்திரத்தில் உள்ள ரசத்தின் கனம்

= உருளை பாத்திரத்தின் கனம்

$$= \pi R^2 H$$

(அங்கே பாத்திரத்தின் ஆரம் மற்றும் உயரம் முறையே R மற்றும் H ஆகும்)

$$= \pi \times 15 \times 15 \times 32 \text{ கன.செ.மீ.}$$



பிழை 13.27

ஒத்த அளவில், ஒவ்வொரு கண்ணாடிகுப்பி யில் பிடிக்கும் ரசத்தின் கனம்

$$= \pi r^2 h$$

(அங்கே ஒவ்வொரு கண்ணாடி குப்பியின் ஆரம் மற்றும் உயரம் முறையே r மற்றும் h ஆகும்)

$$= \pi \times 3 \times 3 \times 8 \text{ கன.செ.மீ.}$$

ஆகையால், விற்ற ரச கண்ணாடிகளின் எண்ணிக்கை
பாத்திரத்தின் கனம்

$$= \frac{\text{ஒவ்வொரு கண்ணாடி குப்பி யின் கனம்}}{\text{ஒவ்வொரு கண்ணாடி குப்பி யின் கனம்}}$$

$$= \frac{\pi \times 15 \times 15 \times 32}{\pi \times 3 \times 3 \times 8}$$

$$= 100$$

ஆதலால், கடைகாரக வாங்கிக்கொண்ட தொகை = ரூ. 3×100

$$= \text{ரூ. } 300$$

பயிற்சி 13.6

$\pi = \frac{22}{7}$ என நினை, (வேறாக நிர்ணயிக்கப்பட்டதை தவிர)

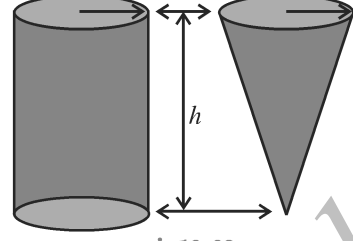
1. ஒரு உருளை பாத்திரத்தின் அடித்தளத்தின் சுற்றளவு 132 செ.மீ மற்றும் அதன் உயரம் 25 செ.மீ. எனில், இது எத்தனை லிட்டர் தண்ணீரைக் கொள்ளும்.

2. 24 செ.மீ இல் ஆன ஒரு உருளை மரக்குழாயின் உள்விட்டமாகும். குழாயின் நீளம் 35 செ.மீ ஆகும். 0.6 கிராம் பொருள்திணிவு 1 க.செ.மீ. மரத்தில் இருக்கும் எனில், குழாயின் பொருள்திணிவை (mass) கண்டுபிடி.

3. இரண்டு கட்டுகளில் கிடைக்க கூடிய ஒரு மிருதுவான பானமானது
 - (i) 5 செ.மீ நீளம் மற்றும் 4 செ.மீ அகலம், 15 செ.மீ உயரம் கொண்ட அடித்தள செவ்வகம் உடைய தகரடப்பி ஆகும். மற்றும்
 - (ii) 7 செ.மீ விட்டமுள்ள வட்ட அடித்தளம் மற்றும் 10 செ.மீ உயரம் கொண்ட ஒரு பிளாஸ்டிக் உருளை ஆகும். அதிக கொள்திறன் கொண்ட தாங்கியுள்ள பாத்திரம் யாது மற்றும் எவ்வளவு மிகுதியாகும்?
4. 94.2 ச.செ.மீ ஒரு உருளையின் பக்கவாட்டுபுறப்பரப்பு மற்றும் அதன் 5 செ.மீ உயரம் அப்படியெனில்
 - (i) இதனுடைய அடித்தள ஆரம்.
 - (ii) இதனுடைய கனம் ($\pi = 3.14$ என உபயோகி) கண்டுபிடி.
5. 10 மீ. ஆழம் கொண்ட ஒரு உருளை பாத்திரத்தின் மேற்ப்புறமான உள் வளவை வர்ணம் அடிக்க ரூ. 220 செலவு ஆகும். ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ரூ. 20 வீதம் வர்ணம் அடிக்கும் செலவாகின்.
 - (i) பாத்திரத்தின் மேற்ப்பரப்பின் உள் வளைவு.
 - (ii) அடித்தள ஆரம்
 - (iii) பாத்திரத்தின் கொள்ளவு ஆகியவற்றை கண்டுபிடி.
6. 1 மீ. உயரம் உடைய ஒரு மூடிய உருளை பாத்திரத்தின் கொள்திறன் 15.4 லிட்டர்கள் இதனைச்செய்ய தேவையான உலோகத்தாள் சதுர மீட்டரில் எவ்வளவு இருக்கும்.
7. உப்புறத்தை நிரப்பிய மை (graphite) உருளையில் ஆன திடத்துடன் உடைய மர உருளையான ஒரு பென்சில் மையால், ஆக்கப்பட்டிருக்கும் 1 மி.மீ. என்பது கிராப்பைட்டின் விட்டமாகும் மற்றும் 7 மி.மீ. பென்சிலின் விட்டமாகும். கிராப்பைட்டுக்கான மற்றும் மரத்தின் கனத்தை கண்டுபிடிக்கவும்.
8. 7 செ. மீ விட்டமுள்ள உருளை கிண்ணத்தில் தினமும் குழம்பு வைப்பதற்காக மருத்துவமனையில் நோயாளிக்கு கொடுக்கப்பட்டதாகும். 4 செ.மீ உயரத்திற்கு குழம்பை (Soup) கிண்ணத்தில் நிரப்பி, 250 நோயாளிகளுக்கு தினமும் பரிமாற மருத்துவமனை தயார் செய்ய வேண்டிய குழம்பு எவ்வளவு?

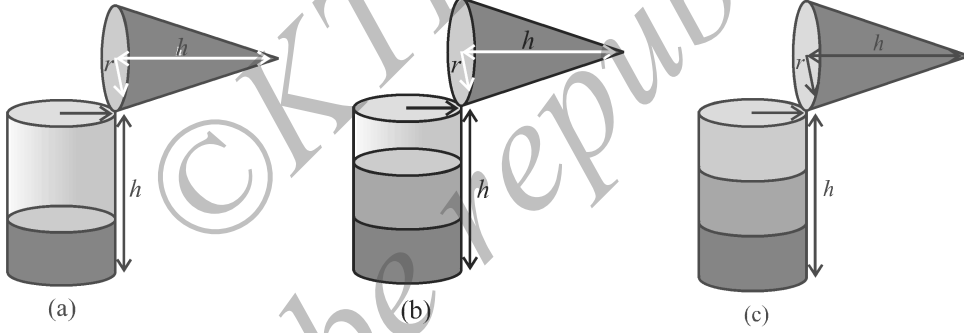
13.8 ஓர் நேர் வட்ட கூம்பின் கனம்

படம் 13.28 இல், ஒன்றையான உயரம் மற்றும் ஒன்றையான அடித்தள ஆரம் கொண்ட ஒரு நேர் வட்டவடிவ கூம்பு மற்றும் அங்கே ஒரு நேர் வட்டவடிவ உருளையை நீ பார்க்க முடிகிறதா?



படம் 13.28

செயல்பாடு : ஒரு உள்ளீடற்ற உருளை செய்ய முயற்சிக்கவும் மற்றும் ஒன்றையான உயரம் மற்றும் ஒன்றையான அடித்தள ஆரமுள்ள உள்ள அதுப்போல் ஒரு உள்ளீடற்ற கூம்பு இருக்க வேண்டும் (படம் 13.28ஐ பார்) அப்படியாயின், நமக்கு உதவும் படியான ஒரு பரி சோதனையில் நாம் முயற்சிப்போம், ஒரு நேர் வட்டவடிவ கூம்பு கனம் என்னவாக இருக்கும்! என்பதை நடைமுறையில் பார்க்கலாம்.



படம் 13.29

ஆகையால், இதுப்போல தொடங்கவும்.

ஒரு முறை மணலைக் கொண்டு, மேல் விளிம்பு வரை கூம்பில் நிரப்பவும், மற்றும் காலி செய்து உருளையின் உள்ளே போடவும் (படம் 13.29 (a) ஐ பார்). அது உருளையின் ஒரு பகுதியின் ஒரு பகுதியை மட்டும் நிரப்பி இருக்கும் என நாம் கண்டுபிடித்தது.

மறுபடியும் கூம்பின் விளிம்பு வரை நிரப்பவும், மற்றும் அதை காலி செய்து உருளையின் உள்ளே போட, இதுவரை உருளை நிரம்ப வில்லை என்பதைப் பார்த்தோம் (படம் 13.29 (b)ஐ பார்).

மூன்றாவது முறை நிரப்பிய கூம்பானது, மற்றும் காலி செய்து உருளையின் உள்ளே போட, உருளையின் விளிம்பு வரை இது நிரப்பும் என்பதை பார்க்கலாம் (படம் 13.29 (c)ஐ பார்)

கூம்பைப் போல ஒன்றேயான உயரம் மற்றும் ஒன்றேயான அடித்தள ஆரமாக பெற்றிருக்கும் உருளையின் கன அளவுகளை ஒப்பிடும் போது ஒரு கூம்பின் கன அளவு ஒரு உருளையின் கன அளவில் மூன்றில் ஒரு பங்காகும் என கருது.

ஆகையால்

$$\text{ஒரு கூம்பின் கன அளவு} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

அங்கே r என்பது அடித்தள ஆரம் மற்றும் h என்பது கூம்பின் உயரமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 15: 21 செ.மீ. மற்றும் 28 செ.மீ. முறையே அது கூம்பின் உயரம் மற்றும் சாய்வு உயரமாகும். கூம்பின் கன அளவைக் கண்டுபிடி.

தீர்வு: $l^2 = r^2 + h^2$ யிலிருந்து, நமக்கு கிடைப்பது

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{l^2 - h^2} \\ &= \sqrt{28^2 - 21^2} \text{ செ.மீ.} = 7\sqrt{7} \text{ செ.மீ.} \end{aligned}$$

$$\text{ஆகையால், கூம்பின் கன அளவு} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7\sqrt{7} \times 7\sqrt{7} \times 21 \text{ ச.செ.மீ.} \\ &= 7546 \text{ ச.செ.மீ.} \end{aligned}$$

எடுத்துக்காட்டு 16: 551 ச.மீ பரப்பளவு உடைய ஒரு துண்டு கித்தான் துணி மோனிகாவிடம் இருந்தது. கூம்பு வடிவ கூடாரம் அமைக்க வேண்டிய அவள் அதை பயன் படுத்தினாள் அது 7 மீ. அடித்தள ஆரமாகும். எல்லா ஓரங்களை தைக்கும் போது மற்றும் வெட்டும்போது ஏற்ப்படும் கழிவு, தோராயமாக 1 ச.மீ எனில் செய்யப்பட்ட கூடாரத்தின் கன அளவை கண்டுபிடி.

தீர்வு: அப்படியானால் கித்தான் துணியின் பரப்பளவு = 1 ச.மீ.

மற்றும் கழுவில் நீங்கிய கித்தான் துணியின் பரப்பளவு = (1) ச.மீ.

இப்பொழுது, கூடாரத்தின் புறப்பரப்பளவு = $(551 - 1) = 550$ ச.மீ.

கூம்பு வடிவ கூடாரத்திற்கு தேவையான அடித்தள ஆரம் = 7 மீ.

ஒரு வளைவு மேற்புறம் மட்டும் தான் ஒரு கூடாரத்திற்கு இருக்கும் என குறித்துக் கொள் (கித்தான் துணியானது கூடாரத்தின் தரையை மூடி மறைக்காது)

ஆதலால், கூடாரத்தின் வளைவு புறப்பரப்பளவு = 550 ச.மீ

$$\pi r l = 550$$

$$\frac{22}{7} \times 7 \times l = 550$$

$$l = \frac{550}{22} \text{ மீ.} = 25 \text{ மீ.}$$

$$l^2 = r^2 + h^2$$

$$\text{ஆதலால், } h = \sqrt{l^2 - r^2}$$

$$= \sqrt{25^2 - 7^2} \text{ m} = \sqrt{625 - 49} \text{ m} = \sqrt{576} \text{ m}$$

$$= 24 \text{ மீ.}$$

$$\begin{aligned} \text{ஆகையால், கூம்பு வடிவ கூடாரத்தின் கன அளவு} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24 \text{ க.மீ.} \\ &= 1232 \text{ க.மீ.} \end{aligned}$$

பயிற்சி 13.7

$\pi = \frac{22}{7}$ என நினை, (வேறாக நிர்ணயிக்கப்பட்டதை தவிர)

- கீழ்க்கண்ட நேர்வட்ட வடிவமுள்ள கூம்பின் கன அளவை கண்டுபிடி.
 - 6 செ.மீ. ஆரம், 7 செ.மீ. உயரம்
 - 12 செ.மீ உயரம், 13 செ.மீ. சாய்வு உயரம்
- ஒரு கூம்பு பாத்திரத்தில் கொள் திறனை லிட்டர்களில் கண்டுபிடி.
 - 7 செ.மீ ஆரம் மற்றும் 25 செ.மீ சாய்வு உயரம்
 - உயரம் 12 செ.மீ, சாய்வு உயரம் 13 செ.மீ.
- ஒரு கூம்பின் உயரம் 15 செ.மீ ஆகும். அதனுடைய கன அளவு 1570 க.செ.மீ. ஆகுமெனில், அதன் அடித்தள விட்டத்தை கண்டுபிடிக்கவும்.
- 9 செ.மீ உயரம் உள்ள ஒரு நேர்வட்ட வடிவ கூம்பின் கன அளவு 48π க.செ.மீ எனில் அடித்தள விட்டத்தை கண்டுபிடி.
- 3.5 மீ. விட்டம் மேல் உள்ள ஒரு கூம்பு குழியின் ஆழம் 12 மீ. ஆகும். கிலோ லிட்டர்களில் அதன் கொள்திறன் என்ன?
- ஒரு நேர்வட்ட வடிவ கூம்பின் கன அளவு 9586 க.செ.மீ. அதன் அடித்தள விட்டம் 28 செ.மீ எனில்.

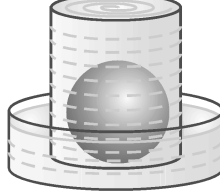
- (i) கூம்பின் உயரம்
 - (ii) கூம்பின் சாய்வு உயரம்
 - (iii) கூம்பின் வளைவு புறப்பரப்பளவு ஆகியவற்றை கண்டுபிடி.
7. 5 செ.மீ., 12 செ.மீ. மற்றும் 13 செ.மீ பக்கங்களுடைய ஒரு செங்கோண முக்கோணமான ABC இல் 12 செ.மீ உள்ள பக்கத்தின் மீது சுழற்றப்படுகிறது. அப்படியாயின் உருவாகும் திடத்தின் கன அளவை கண்டுபிடி.
8. மேலே உள்ள கேள்வி 7 இல் ஆன முக்கோணம் ABC 5 செ.மீ உள்ள பக்கத்தின் மீது சுழற்றப்படுகிறது அப்படியாயின் அதனால் உருவான திட உருவத்தின் கன அளவை கண்டுபிடி. அதனுடன் கேள்வி 7 மற்றும் 8 இல் பெற்ற இரண்டு திடங்களின் கன அளவை விகிதத்தில் கண்டுபிடி.
9. 3 மீ. உயரம் மற்றும் 10.5 மீ. விட்டம் உடைய ஒரு கூம்பு வடிவமான ஒரு கோதுமை குவியலாகும். அதன் கன அளவை கண்டுபிடி. மழையிலிருந்து பாதுக்காக்க கித்தான் துணியால் குவியலை மூட வேண்டும். தேவையான கித்தான் துணியின் பரப்பளவை கண்டுபிடி.

13.9 ஒரு கோளத்தின் கன அளவு.

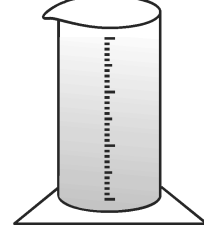
இப்பொழுது, ஒரு கோளத்தின் கன அளவை அளக்க எப்படி செல்வது என பார்ப்போம். முதலில், வித்தியாசமான ஆரங்களைக் கொண்ட இரண்டு அல்லது மூன்று கோளங்களை எடுத்துக்கொள், மற்றும் ஒரு முறைக்கு ஒன்று என ஒவ்வொரு கோளங்களை உள்ளே போடுவதற்கான தகுந்த போதுமான பெரிய பாத்திரம், தவிரவும், பாத்திரத்தை வைக்க ஒரு பெரிய நீர்த்தொட்டியை எடுத்துக்கொள். அப்படியெனில், நீரை நீர்த்தொட்டியின் விளிம்புவரை நிரப்பவும் (படம் 13.30 (c) ஐ பார்) r ஆனது மூழ்கிய கோளத்தின் ஆரம் என எண்ணிக்கொள். (கோளத்தின் விட்டத்தைக் கொண்டு ஆரத்தை நீ கண்டுபிடிக்க முடியும்) ஆகவை $\frac{4}{3}\pi r^3$ ஐ மதிப்பிடு. வழிந்தோடிய நீரின் கன அளவை அளக்க கிட்டத்தட்ட சமமான இந்த மதிப்பை கண்டிப்பிடிக்க முடியுமா?



(a)



(b)



(c)

படம் 13.30

இப்பொழுது செய்த முறையை திரும்ப ஒரு முறை செய், அதுவும் வித்தியாசமான அளவுள்ள கோளங்கள் கொண்டு. அப்படியாயின் $\frac{4}{3}\pi R^3$

இன் மதிப்பை கணக்கிடு மற்றும் இந்த கோளத்தின் ஆரம் (r) ஐ கண்டுபிடி. மறுபடியும் ஒரு முறை கோளத்தால் வெளியேறிய (வழிந்தோடிய) நீரின் கன அளவானது கிட்டத்தட்ட இந்த மதிப்புக்கு சமமாக இருக்கும் இது நமக்கு என்ன கூறும்? வெளியேறிய நீரின் கன அளவு போல ஒன்றேயான கோளத்தின் கன அளவு என நமக்கு தெரியும். வெவ்வேறு ஆரங்களைக் கொண்ட கோளங்களால் இந்த பரிச்சோதனை திரும்ப செய், நமக்கு கிடைப்பது மாறுபடாத முடிவு, அதாவது, கோளத்தின் கன அளவு ஆரத்தினுடைய கன மடங்கு $\frac{4}{3}\pi$ க்கு சமமாகும் இது கொடுக்கும் அந்த கருத்து

$$\text{ஒரு கோளத்தின் கன அளவு} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

அங்கே r என்பது கோளத்தின் ஆரம் ஆகும்.

பின்னால், உயர் வகுப்புகளில் இதனையும் நிரூபிக்கலாம். ஆனால் இந்த நிலையில், உண்மையென இப்பொழுது எடுத்துக்கொள்.

அப்படியானால் ஒரு கோளத்தின் பாதியானது ஒரு அரைக் கோளமாகும், ஒரு அரைக் கோளத்தின் கன அளவு என்னவாக இருக்கும் என்பதை நீ யூகம் செய்ய முடியுமா? ஆம்,

$$\text{இது } \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ இல் } \frac{1}{2} \text{ ஆகும்} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

ஆகையால்,

$$\text{ஒரு அரைக்கோளத்தின் கன அளவு} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

அங்கே r என்பது அரைக்கோளத்தின் ஆரமாகும்.

சூத்திரங்களான இவைகளை பயன் படுத்தி விளக்க கூடிய சில உதாரணங்களை எடுத்துக்கொள்.

எடுத்துக்காட்டு 17: 11.2 செ.மீ ஆரம் கொண்ட ஒரு கோளத்தின் கன அளவை கண்டுபிடி.

$$\begin{aligned}\text{தீர்வு: தேவையான கன அளவு} &= \frac{4}{3}\pi r^3 \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 11.2 \times 11.2 \times 11.2 \text{ க.செ.மீ.} \\ &= 5887.32 \text{ க.செ.மீ.}\end{aligned}$$

எடுத்துக்காட்டு 18: 4.9 செ.மீ ஆரமுடைய ஒரு உலோக கோளம் ஒரு எரி குண்டாகும். ஒரு கன செ.மீட்டருக்கு 7.8 கிராம் உலோகத்தின் பொருள் அடர்த்தி (Density) யானால், எரிகுண்டின் பொருள் திணவை (Mass) கண்டுபிடி.

தீர்வு : உலோகத்தால் செய்யப்பட்ட கோளமானது ஒரு திடத்தினால் ஆன எரிகுண்டாகும் மற்றும் கன அளவு மற்றும் பொருள் அடர்த்தியின் பெருக்கல் தொகையானது அதனுடைய பொருள் திணவுக்கு சமமாகும், கோளத்தின் கன அளவை கண்டுபிடிக்க நமக்கு தேவை.

$$\begin{aligned}\text{இப்பொழுது, கோளத்தின் கன அளவு} &= \frac{4}{3}\pi r^3 \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 4.9 \times 4.9 \times 4.9 \text{ க.செ.மீ.} \\ &= 493 \text{ க.செ.மீ (கிட்டதட்ட)}\end{aligned}$$

மேலும், உலோகத்தின் 1 க.செ.மீ பொருள்திணவு = 7.8 கிராம்

ஆதலால், எரி குண்டின் பொருள்திணவு

$$= 7.8 \times 493 \text{ கி.}$$

$$= 3845.44 \text{ கி.}$$

$$= 3.85 \text{ கி.கிராம் (கிட்டதட்ட)}$$

எடுத்துக்காட்டு 19 : 3.5 செ.மீ ஆரமுள்ள ஒரு அரைக்கோள் வடிவ கிண்ணமாகும். இது கொள்ளும் நீரின் கன அளவு என்னவாக இருக்கும்?

தீர்வு: கிண்ணத்தின் கொள்ளளவான நீரின் கன அளவு $= \frac{2}{3}\pi r^3$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 3.5 \text{ க.செ.மீ.}$$

$$= 89.8 \text{ க.செ.மீ}$$

பயிற்சி 13.8

$\pi = \frac{22}{7}$ என நினை, (வேறாக நிர்ணயிக்கப்பட்டதை தவிர)

1. கீழே கொடுக்கப்பட்ட ஆரத்தைக் கொண்ட ஒரு கோளத்தின் கன அளவை, கண்டுபிடி.
 - (i) 7 செ.மீ. (ii) 0.63 மீ.
2. கீழே கொடுக்கப்பட்ட விட்டம் கொண்ட ஒரு திடக்கோளமான பந்து வெளியேறிய நீர் எவ்வளவு இருக்கும் என கண்டுபிடி.
 - (i) 28 செ.மீ. (ii) 0.21 மீ.
3. 4.2 செ.மீ ஒரு உலோக பந்தின் விட்டமாகும். உலோகத்தின் பொருள் அடர்த்தி ஒரு க.செ.மீ க்கு 8.9 கிராம் ஆனால், பந்தின் பொருள் தினவு என்னவாக இருக்கும்?
4. சந்திரனின் விட்டமானது தோராயமாக நான்கில் ஒரு பங்கு பூமியின் விட்டமாகும். பூமியின் கன அளவானது சந்திரனின் கன அளவுக்கு பின்னத்தில் என்னவாக இருக்கும்?
5. 10.5 செ.மீ விட்டமுள்ள அரைக்கோள கிண்ணம் எவ்வளவு லிட்டர் பாலைக் கொள்ளும்.
6. 1 செ.மீ பருமனைக் கொண்ட இரும்பு தகடினால் செய்யப்பட்ட ஒரு அரைக்கோள தொட்டியாகும். 1 மீ. இதன் உள் ஆரம் ஆயின், தொட்டியை செய்ய பயன் படுத்திய இரும்பின் கன அளவை கண்டுபிடி.
7. 154 ச.செ.மீ புறப்பரப்பளவை கொண்ட ஒரு கோளத்தின் கன அளவை கண்டுபிடி.
8. ஒரு கட்டடத்தின் குவிந்தக்கூரை ஒரு அரை கோள வடிவமாகும். உள்பக்கத்திலிருந்து. ரூ. 498.96 செலவில் வெள்ளை அடிக்கப்பட்டது. ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ரூ.200 வீதம் வெள்ளை அடிக்குமாயின்,
 - (i) குவிந்த கூரையின் உள் புறப்பரப்பளவு.
 - (ii) குவிந்த கூரையின் உள் இருக்கும் காற்றின் கன அளவு.

ஆகியவற்றை கண்டு பிடி.

9. 27 திட இரும்பு கோளங்களான, ஒவ்வொன்றும் ஆரம் r மற்றும் புறப்பரப்பளவு S ஐ உருக்கி S^1 புறப்பரப்பளவுள்ள ஒரு கோளத்தை உருவாக்கு.

(i) r^1 ஆரமுள்ள புதிய கோளம்

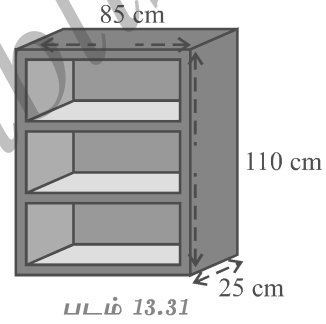
(ii) S மற்றும் S^1 இன் விகிதம்.

ஆகியவற்றை கண்டு பிடி.

10. 3.5 மி.மீ விட்டமுடைய ஒரு கோள வடிவத்தில் உள்ள ஒரு மருந்தின் மீது மூடப்பட்ட உறையாகும் (Capsule). இந்த கேப்சுலை நிரப்ப தேவையான மருந்து (க.மி.மீட்டரில்) எவ்வளவு?

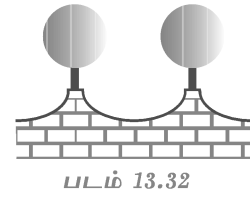
பயிற்சி 13.9 (Optional)¹

1. கொடுக்கப்பட்ட வெளி அளவுகளைக் கொண்ட ஒரு மர புஸ்த்தக அலமாரியானது, உயரம் = 110 செ.மீ., ஆழம் = 25 செ.மீ., அகலம் = 85 செ.மீ (படம் 13.31ஐ பார்க்க) உடையது. எல்லா இடங்களிலும் 5 செ.மீ மரப்பலகையின் பருமனாகும். வெளி முகங்களுக்கு மெருகு கொடு மற்றும் உள்முகங்களுக்கு வர்ணம் அடிக்கவும். ஒரு சதுர செண்டி மீட்டருக்கு



20 பைசா விகிதத்தில் மெருகு கொடு மற்றும் ஒரு சதுர செண்டி மீட்டருக்கு 10 பைசா விகிதத்தில் வர்ணம் அடிக்கவும். புஸ்த்தக அலமாரியின் மேற்புறத்தை மெருகு கொடு மற்றும் வர்ணம் அடிக்க ஆகும் மொத்த செலவை கண்டுபிடி.

2. 21 செ.மீ விட்டமுடைய மர கோளங்களை அலங்கரிக்க ஒரு வீட்டின் முன்னால் உள்ள சுற்று சுவரில், 13.32 படத்தில் காட்டியதைப் போல் சிறிய முட்டுகளின் மேல் வைக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த நோக்கத்திற்கு பயன் படுத்தியவை இதுப்போன்ற எட்டு கோளங்களாகும், மற்றும் வெள்ளி வர்ணம்



அடிக்கவும். ஆரம் 1.5 செ.மீ உடைய உருளையின் ஒவ்வொரு முட்டமாகும் மற்றும் 7 செ.மீ உயரமாகும் மற்றும் கருப்பு வர்ணம் அடிக்கவும். ஒரு ச.செ.மீ 25 பைசா வீதம் தேவையான வெள்ளி வர்ணம் மற்றும் ஒரு ச.செ.மீ 5 பைசா வீதம் கருப்பு வர்ணம் அடிக்க ஆகும் செலவை கண்டுபிடி.

3. 25% ஆல் குறைக்கப்பட்ட ஒரு கோளத்தின் விட்டமாகும். குறைக்கப்பட்ட அதன் வளைவு புறப்பரப்பளவு என்ன சதவீதத்தில் குறைந்து இருக்கும்?

13.10 தொகுப்பு

இந்தப்பாடத்தினுள், பின்வரும் கருத்துகளை நீக்கற்றுக் கொண்டிருப்பாய்.

1. ஒரு கனச்செவ்வகத்தின் புறப்பரப்பளவு $= 2(lb + bh + hl)$
2. ஒரு கனச் சதுரத்தின் புறப்பரப்பளவு $= 6 a^2$
3. ஒரு உருளையின் வளைவு புறப்பரப்பளவு $= 2\pi r h$
4. ஒரு உருளையின் மொத்த புறப்பரப்பளவு $= 2\pi r (r + h)$
5. ஒரு கூம்பின் வளைவு புறப்பரப்பளவு $= \pi r l$
6. ஒரு நேர் வட்ட கூம்பின் மொத்த பரப்பளவு $= \pi r l + \pi r^2$ அதாவது $\pi r (l + r)$
7. r ஆரமுடைய ஒரு கோளத்தின் புறப்பரப்பளவு $= 4\pi r^2$
8. ஒரு அரைக்கோளத்தின் வளைவு புறப்பரப்பளவு $= 2\pi r^2$
9. ஒரு அரைக்கோளத்தின் மொத்த புறப்பரப்பளவு $= 3\pi r^2$
10. ஒரு கனச்செவ்வகத்தின் கன அளவு $= l \times b \times h$
11. ஒரு கனச்சதுரத்தின் கன அளவு $= a^3$
12. ஒரு உருளையின் கன அளவு $= \pi r^2 h$
13. ஒரு கூம்பின் கன அளவு $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$
14. r ஆரத்தை உடைய ஒரு கோளத்தின் கன அளவு $= \frac{4}{3} \pi r^3$
15. ஒரு அரைக்கோளத்தின் கன அளவு $= \frac{2}{3} \pi r^3$

(இங்கே எழுத்துக்களான l, b, h, a, r முதலியவை சூழநிலையைப் பொருத்து வழக்கமான பொருளையே குறிக்கும்)

ஊஊஊ

புள்ளியியல் (Statistics)

14.1 முன்னுரை

நம் அன்றாட வாழ்வில் உண்மைகளும், எண்பதிவுகளின் படங்கள், அட்டவணைகள், வரைபடங்கள் இன்னும் பல ஏராளமான செய்திகளை நாம் தெரிந்துக்கொள்கிறோம். இந்த செய்திகளை செய்திதாள்கள், தொலைக்காட்சிகள் வார மாத இதழ்கள் இன்னும் பல தகவல் மூலக்காரணங்களால் அறியப்படுகிறது. இவைகளின் தொடர்புகளைக் கொண்டு கிரிக்கெட் பந்து அடித்தல் அல்லது பந்து வீசுகளின் சராசரியைக் கண்டுபிடித்தல், தொழிற்சாலையின் லாப நட்டங்கள், ஒரு நகரத்தின் தட்ப வெப்பங்கள், ஐந்தாண்டு திட்டங்களின்படி பல்வேறு வட்டப்பகுதிகளின் செலவுகள், தேர்தல்களின் முடிவுகள் இன்னும் பலவற்றை அறிந்து கொள்ளலாம். இந்த உண்மைகள் அல்லது கனித அறிவியலின் ஒரு குறிப்பிட்ட நோக்கத்துடன் கூடிய தொகுப்புக்களே விவரங்கள் 'Data' என்றழைக்கப் படுகின்றன. விவரங்கள் என்பது லத்தின் வார்த்தை டாட்டும் (datum) என்ற வார்த்தையின் பன்மையாகும். உண்மையில் கூறப்போனால் விவரங்கள் என்ற வார்த்தை உனக்கு புதியதானதல்ல. விவரங்கள் மற்றும் விவரங்களை கையாளும் முறைகளை ஏற்கனவே நீங்கள் முந்தின வகுப்புக்களில் படித்துள்ளீர்கள்.

நாம் வமும் இவ்வுலகம் அதிகமான செய்திகளை மூல காரணமாக கொண்டவையாக உள்ளது. நம் வாழ்க்கையின் ஒவ்வொரு பகுதியும் ஒன்று அல்லது மற்றொன்று அமைப்பில் நாம் உபயோகித்து உள்ளோம். இப்படிப்பட்ட விவரங்களிலிருந்து அர்த்தமுள்ள செய்திகளை எப்படி தொகுத்தெடுப்பது என்று அறிந்து கொள்வது முக்கியத்துவத்துவம் வாய்ந்தது. இதுபோன்று அர்த்தமுள்ள செய்திகளின் தொகுப்புக்களைப் பற்றி படிக்கும் கணிதத்தின் ஒரு பகுதியே 'புள்ளியியல்' ஆகும்.

‘புள்ளியியல்’ (Statistics) என்ற வார்த்தை (Status) என்ற லத்தின் வார்த்தையிலிருந்து கொண்டு வரப்பட்ட வார்த்தை ஆகும். அதனுடைய பொருள் ‘a (political) state’ அதாவது நிலையான அரசியல் ஆகும். மக்களின் நிலையான வாழ்விற்கு தேவையான விவரங்களின் தொகுப்புதான் புள்ளியியல் என்று ஆரம்ப காலத்தில் கருதப்பட்டது. காலங்கள் மாறியபோது புள்ளியியல் என்பது விவரங்களின் தொகுப்பு மற்றும் படைப்பு என்பது மட்டுமல்லாமல் விவரங்களின் விளக்கங்களையும் முடிவில் பெற்ற பொருட்களின் புள்ளியியல் என்ற நோக்குடன் பெரிதாக்கப் பட்டுள்ளது. புள்ளியியல் என்பது விவரங்களின் தொகுப்பு, நடத்துதல், அலகதல் மற்றும் விளக்குதல் ஆகும். புள்ளியியல் என்பதற்கு பலவித அமைப்புகளில், பலவிதமான பொருள் விளக்கங்கள் உண்டு.

கீழ் கண்ட வாக்கியத் தொடர்களை கவனி ‘சமீபகால பதிப்பு’

1. எனக்கு ‘இந்தியாவின் கல்விப் புள்ளியியலின் சமீபகால பதிப்பு கிடைக்குமா?
2. ‘புள்ளியியல்’ என்பது அன்றாட வாழ்க்கைக்கு உபயோகமானதாக இருப்பதால் அதைப்பற்றி படிக்க நான் ஆசைப்படுகிறேன்.

முதல் வாக்கியத் தொடரில், எண்கள் சம்பந்தப்பட்ட விவரங்கள் என்ற பண்மை பொருளில் உபயோகப் படுத்தப்பட்டுள்ளது. இதில் இந்தியாவில் உள்ள பல கல்வி நிறுவனங்களும் அடங்கியுள்ளன. பல மாநிலங்களின் கல்வி நிலைகள், தரங்கள் மற்றும் பல இதில் அடங்கியுள்ளன. இரண்டாம் வாக்கியத் தொடரில், புள்ளியியல் என்ற வார்த்தை ஒருமைப் பெயரில் உபயோகப் படுத்தப்பட்டுள்ளது. அதாவது புள்ளியில், ஒரு பாடம் என்ற பொருளில் விவரங்களின் தொகுப்பு, படைப்பு, விவரங்களை அலகதல் மற்றும் விவரங்களின் அர்த்தமுள்ள முடிவுகளை கொண்டு வருதல், ஆகியவைகளை கொண்டதாக உள்ளது.

இந்தப்பாடத்தில் விவரங்களைப் பற்றிய கருத்துக்களை விரிவாக அலசிப் பார்க்கலாம்.

14.2 விவரங்களை சேகரித்தல்

பின் வரும் செயல்பாடுகளை நிறைவேற்ற விவரங்களை சேகரிக்கப்பட்டத்தின் மேல் பயிற்சிகளை தொடங்கலாம்.

செயல்பாடு 1: உன்னுடைய வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களை நான்கு குழுக்களாக பிரிக்கவும். பின் வரும் வகைகளான விவரங்களை ஒன்று சேர்த்து வேலைகளை ஒவ்வொரு குழுவுக்கும் பிரித்து கொடுக்கவும்.

- (i) உன்னுடைய வகுப்பில் 20 மாணவர்களின் உயரங்கள்.
- (ii) ஒரு மாதத்தில் உன்னுடைய வகுப்பில் ஒவ்வொரு நாளில் வராதவர்கள் எண்ணிக்கை.
- (iii) உன்னுடன் உடன் படிக்கும் வகுப்பு மாணவர்களின் குடும்ப உருப்பினர்களின் எண்ணிக்கை.
- (iv) உன்னுடைய பள்ளிக்கூடத்தை சுற்றியிருக்கும் 15 செடிகளின் உயரம்.

சேர்ந்துள்ள மாணவர்களுக்கு முடிவுகளை போகசெய். ஒவ்வொரு குழுவானது அவர்களுடை விவரங்களை சேகரித்தது எப்படி.

- (i) ஒவ்வொரு மாணவன் மற்றும் ஒவ்வொரு விவரங்களிலிருந்து தகவல்களை அவர்கள் சேகரித்தது. தகவல்கள் பெற சம்பந்தப்பட்ட நபர் அல்லது வீடாக இருக்கும்.
- (ii) கிடைக்க கூடிய பள்ளிக்கூட தஸ்தாவேஜிகள் மூலங்களிலிருந்து சில தகவல் பெற்றார்களா?

முதல் நிகழ்வில் அவள் அல்லது அவன் ஞாபக சக்தியில் திடமான குறிக்கோள் கொண்ட அவளையே அல்லது அவளையே ஆய்வாளரால் சேகரிக்கப்பட்ட தகவலினால் கிடைத்த விவரங்களை **தொடக்க விவரங்கள்** என அழைப்போம்.

இரண்டாவது நிகழ்வில், சேகரித்த தகவலை ஏற்கனவே உள்ளவேறு மூலத்திலிருந்து சேர்க்கப்பட்ட தகவலை, கிடைத்த விவரங்கள் **இரண்டாம் நிலை** விவரங்கள் என அழைப்போம். அதுப்போன்ற விவரங்களை வேறொரு அமைப்பில் சிலரால் சேகரிக்கப்பட்டது அது. ஒரு நம்பகமான மூலம் என நிச்சயப்படுத்திய அதிக பொறுப்போடு தேவைக்கு பயன்படுத்தவும். இப்பொழுது, விவரங்களை எப்படி சேகரிப்பது நீகட்டாயம் புரிந்துக்கொள்ள வேண்டும் மற்றும் தொடக்க மற்றும் இரண்டாம் நிலையான விவரங்களை இடையே உள்ள பேதத்தை காண்.

பயிற்சில் 14.1

1. அன்றாட வாழ்க்கையிலிருந்து நீ சேகரித்த விவரங்களை ஐந்து உதாரணங்களில் கொடு.
2. தொடக்க (அல்லது) இரண்டாம் நிலை விவரங்கள் என மேலேயுள்ள கேள்வி 1 இல் விவரங்களை வகைப் படுத்து.

14.3 விவரங்களை வழங்குதல்

விவரங்களை சேகரிக்கும் சம்பத்தப்பட்ட வேலை முடியும் தருவாயில், உடனே, கருத்துகளை, எளிதாகப் புரிந்து கொள்ளும் விதத்தில், பொருளுள்ளதாகவும், கண்ணோட்டத்தின் முக்கிய பகுதியைக் காட்டுவததாகவும் வழங்குவதற்கான அறிமுக வழிகளை ஆய்வாளர்கள் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். சில எடுத்துக்காட்டுகளின் வழியாக விவரங்களை அறிமுகப் படுத்த வெவ்வேறு வழிகள் இப்பொழுது நினைவுப்படுத்திக் கொள்.

எடுத்துக்காட்டு 1 : கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணித பரீட்சையில் 10 மாணவர்களுக்கு கிடைத்த மதிப்பெண்கள் என கருது.

55 36 95 73 60 42 25 78 75 62

இந்த வடிவத்திலுள்ள விவரங்களை தனித்த விவரங்கள் என அழைப்போம். இந்த வடிவத்தை அருகில் பார்க்கும்போது, உயர்ந்த மற்றும் குறைந்த மதிப்பெண்களை உன்னால் கண்டுபிடிக்க முடியுமா? அதிகபட்ச மற்றும் குறைந்த பட்ச மதிப்புகளை தேட சில நேரத்தை நீ எடுத்துக் கொள்வாயாக? மதிப்பெண்களான இவைகளை ஏறும் அல்லது இறங்கும் வரிசையில் வரிசை படுத்து வதில் இது குறைந்த நேரத்தை எடுத்துக் கொள்ளும் என தெரியாதா? ஏறும் வரிசையில் போல் மதிப்புகளை வரிசைப்படுத்து.

25 36 42 55 60 62 73 75 78 95

இப்பொழுது, குறைந்த மதிப்பெண்கள் 25 மற்றும் உயர்ந்த மதிப்பெண்கள் 95 என்பதை நாம் தெளிவாக பார்க்கலாம், விவரங்களில் உள்ள அதிக மற்றும் குறைந்த மதிப்புகளின் வித்தியாசத்தை விவரங்களின் வீச்சு என அழைப்போம் அப்படியாயின், இந்த நிகழ்வின் வீச்சு ஆனது $95-25=70$ ஆகும்.

குறிப்பாக கவனிக்க வேண்டிய பரிச்சோதனையின் எண்கள் அதிகமாக இருந்தால், அதிகமான நேரத்தை ஏறும் அல்லது இறங்கும் வரிசையில்

விவரங்களை அறிமுகப்படுத்தும் படி இது எடுத்துக் கொள்ளும், இதே நிகழ்வுபோல் அடுத்த உதாரணத்திலும் உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 2: 9 ஆம் வகுப்பு பள்ளிகூடத்தில் 30 மாணவர்களுக்கு (100 மதிப்பெண்களுக்கான) கிடைத்த மதிப்பெண்கள் என கருது.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 10 | 20 | 36 | 92 | 95 | 40 | 50 | 56 | 60 | 70 |
| 92 | 88 | 80 | 70 | 72 | 70 | 36 | 40 | 36 | 40 |
| 92 | 40 | 50 | 50 | 56 | 60 | 70 | 60 | 60 | 88 |

மதிப்பெண்களான அவைகளை நிகழ்வெண் என அழைத்தால் மதிப்பெண்களான சில எண்கள்களை மாணவர்களின் எண்ணிக்காக கிடைத்தது எனபதை அது நினைவுக்கூறும்.

உதாரணத்திற்கு, 4 மாணவர்களுக்கு கிடைத்த 70 மதிப்பெண்கள், அது போல் 70க்கு நிகழ்வு எண் புரிந்துக்கொள்ள கூடிய அதிக எளிமையான விவரங்களை செய்ய முடியும், இதை அட்டவணையில் நாம் எழுதலாம், கீழே கொடுக்கப்பட்டதைப் போல:

அட்டவணை 14.1

| மதிப்பெண்கள் (x) | மாணவர்களின் எண்ணிக்கை (அதாவது நிகழ்வெண்) (f) |
|---------------------|---|
| 10 | 1 |
| 20 | 1 |
| 36 | 3 |
| 40 | 4 |
| 50 | 3 |
| 56 | 2 |
| 60 | 4 |
| 70 | 4 |
| 72 | 1 |
| 80 | 1 |
| 88 | 2 |
| 92 | 3 |
| 95 | 1 |
| மொத்தம் | 30 |

அட்டவணை 14.1 குழுவற்ற நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை அல்லது சதாரணமாக ஒரு நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை. என அழைக்கலாம். இந்த அட்டவணைகளை தயார் செய்ய எண்களின் குறியைக்கூட பயன் படுத்தலாம். அடுத்த எடுத்துக்காட்டில் உள்ளதைப் போல்.

எடுத்துக்காட்டு 3 : வன மஹோட்சவ நேரத்தில் 100 பள்ளிகூடங்களான ஒவ்வொன்றிலும் 100 செடிகளை நட்டார்கள். ஒரு மாதத்திற்கு பிறகு, அறிக்கையாதெனில் அது காப்பாற்றப்பட்ட செடிகளின் எண்ணிக்கை இதுவாகும்.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 95 | 67 | 28 | 32 | 65 | 65 | 69 | 33 | 98 | 96 |
| 76 | 42 | 32 | 38 | 42 | 40 | 40 | 69 | 95 | 92 |
| 75 | 83 | 76 | 83 | 85 | 62 | 37 | 65 | 63 | 42 |
| 89 | 65 | 73 | 81 | 49 | 52 | 64 | 76 | 83 | 92 |
| 93 | 68 | 52 | 79 | 81 | 83 | 59 | 82 | 75 | 82 |
| 86 | 90 | 44 | 62 | 31 | 36 | 38 | 42 | 39 | 83 |
| 87 | 56 | 58 | 23 | 35 | 76 | 83 | 85 | 30 | 68 |
| 69 | 83 | 86 | 43 | 45 | 39 | 83 | 75 | 66 | 83 |
| 92 | 75 | 89 | 66 | 91 | 27 | 88 | 89 | 93 | 42 |
| 53 | 69 | 90 | 55 | 66 | 49 | 52 | 83 | 34 | 36 |

விவரங்களை எளிமையாக புரிந்து கொள்வதற்காக, 20-29, 30-39, 90-99 போல குழுக்களாக நாம் சுருக்கலாம் (23 லிருந்து 98 வரை யிலிருந்த விவரங்கள் அமைப்பால்) குழுவுகளான இவைகளை ‘பிரிவுகள்’ அல்லது ‘பிரிவு இடை வெளிகள்’, மற்றும் அதன் அளவை பிரிவு அளவு (அல்லது) பிரிவு அகலம் என அழைப்போம், இந்த நிகழ்வில் 10 ஆக உள்ளது. ஒவ்வொரு பிரிவுகளான இவைகளில், மிக குறைந்த எண்ணை குறைந்த பிரிவு அளவு மற்றும் மிக பெரிய எண்ணை உயர்ந்த பிரிவு அளவு என அழைக்கலாம் எடுத்துக்காட்டாக 20 - 29கள், குறைந்த பிரிவு அளவு 20 ஆகும். மற்றும் உயர்ந்த பிரிவு அளவு 29 ஆகும்.

அதனுடன், பயன் படுத்திய எண்குறிகளை நினைவுக்கூறவும், பின்வரும் வடிவத்தை அட்டவணையில் சுருக்கி மேலாகிய விவரங்களாகும்.

அட்டணை 14.2

| சாகாமலிருக்கும் செடிகளின் எண்ணிக்கை | எண்ணிக்கை குறி | பள்ளிகளின் எண்ணிக்கை நிகழ்வெண் |
|-------------------------------------|----------------|--------------------------------|
| 20-29 | III | 3 |
| 30-39 | ௩௩ IIII | 14 |
| 40-49 | ௩௩ II | 12 |
| 50-49 | ௩ III | 8 |
| 60-69 | ௩௩௩ III | 18 |
| 70-79 | ௩௩ | 10 |
| 80-89 | ௩௩௩௩ III | 23 |
| 90-99 | ௩௩ II | 12 |
| மொத்தம் | | 100 |

அறிமுகப்படுத்திய விவரங்களை சுருக்கிய வடிவத்தில் மற்றும் விவரங்கள் சுருங்க, மற்றும் கண்ணோட்டத்தில் சில முக்கிய அம்சங்களை கவனித்ததை சாத்தியமாக்கும். இதனை குழுவு நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை என அழைப்போம். இங்கே அந்த 50% எளிதாக கவனி அல்லது காப்பற்றப்பட்ட அதிகமான செடிகள் $8+18+10+23+12 = 71$ பள்ளிக் கூடங்கள்.

ஒன்றின் மீது ஒன்று வராத மேலேயுள்ள அட்டவணை பிரிவுகளை கவனிக்கவும். குறைந்த அளவில் அதிக பிரிவுகளால் செய்யப்பட்டோ, அல்லது அதிக அளவில் சிறிதான பிரிவுளோ கொண்டிருக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக, இடைவெளிகளான 22-26, 27-31 என்னும் எடுத்துக் கொண்டு அட்டணை தயார் செய்யலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 4: ஒரு வகுப்பில் 38 மாணவர்களின் எடைகள் கொடுக்கப்பட்ட நிகழ்வு பரவல் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டதை கருதவும்:

அட்டவணை 14.3

| எடைகள் (கி.கி.மில்) | மாணவர்களின் எண்ணிக்கை |
|---------------------|-----------------------|
| 31-35 | 9 |
| 36-40 | 5 |
| 41-45 | 14 |
| 46-50 | 3 |
| 51-55 | 1 |
| 56-60 | 2 |
| 61-65 | 2 |
| 66-70 | 1 |
| 71-75 | 1 |
| மொத்தம் | 38 |

இப்பொழுது இந்த வகுப்பில் சேர்க்கப்பட்ட 35.5 கி.கி மற்றும் 40.5 கி.கி எடையுள்ள இரண்டு புதிய மாணவர்கள் ஆவார், ஆகையில் இவைகளை இடைவெளிகளான இதனுள் சேர்த்துக் கொள்ள முடியுமா? முடியக்கூடிய ஒன்றில் 35 (அ) 40 ஐ கூட்டமுடியாது பின் வருவனாற்றுள் ஒன்றும் இல்லை. ஏன் எனில் இரண்டு தொடர் பிரிவுகளில் உள்ள உயர்ந்த அளவு மற்றும் குறைந்த அளவின் நடுவில் இடைவெளி இருக்கும். இடைவெளிகளை ஒரே மாதிரியான தொடர் இடைவெளியில் இருக்கும் உயர்ந்த அளவு மற்றும் குறைந்த அளவு இடைவெளியாக நாம் பிரிக்கவேண்டும். இதற்க்காக, உயர்ந்த அளவுள்ள பிரிவு மற்றும் குறைந்த அளவான பிரிவுக்கு பின்னால் வரும் பிரிவின் நடுவில் உள்ள வித்தியாசத்தை கண்டுபிடி. ஒவ்வொரு உயர்ந்த அளவு வித்தியாசமான இந்த பாதியை கூட்டவும் மற்றும் ஒவ்வொரு குறைந்த அளவிலிருந்து அதேப்போல் கழிக்கவும்.

உதாரணத்திற்கு 31 - 35 மற்றும் 36 - 40 ஐ கருதவும்.

மிக குறைந்த அளவான $36-40 = 36$

மிக அதிக அளவான $31-35 = 35$

வித்தியாசம் ஆனது $= 36-35=1$

ஆகையால், வித்தியாசத்தில் பாதி $= \frac{1}{2} = 0.5$

அப்படியாயின் 31-35 லிருந்து உருவான புதிய இடைவெளி பிரிவு ஆனது (31-0.5) - (35+0.5), அதாவது 30.5-35.5 ஆகும். அதேபோன்று 36-40 லிருந்து உருவான புதிய இடைவெளி பிரிவானது (36-0.5) - (40 + 0.5) அதாவது 35.5-40.5 ஆகும்.

இதே மாதிரி தொடர்ந்தால், உருவாகும் பிரிவுகளும் தொடர்ந்து வரும். 30.5-35.5, 35.5-40.5, 40.5-45.5, 45.5-50.5, 50.5-55.5, 55.5-60.5, 60.5-65.5, 65.5-70.5, 70.5-75.5.

பிரிவுகளான இவைகளில் புதிய மாணவர்களின் எடையை சேர்ப்பது என்பது இப்பொழுது சாத்தியமாகும். ஆனால், மற்றொரு பிரச்சனை மேலே முளைக்கும் ஏன் எனில் 35.5 - 40.5 மற்றும் 30.5-35.5 பிரிவுகளில், 35.5-40.5 35.5 இரண்டிலும் தோன்றுகிறது. கருத்தில் கொண்ட எடை எந்த பிரிவில் இருக்கும் என யோசிக்கவும்.

இரண்டு பிரிவிலும் இருக்கும் என கருதினால், இதை இரண்டு முறை எண்ணப்படும்.

வழக்கப்படி 35.5-40.5 பிரிவில் 35.5 யானது இருக்கும்; 30.5-35.5 இல் இருக்காது. அதேபோன்று, 40.5 என்பது 40.5-45.5 பிரிவில் இருக்கும். 35.5 - 40.5 இல் இருக்காது ஆகையால், புதிய எடைகள் ஆன 35.5 கி.கி. மற்றும் 40.5 கி.கி முறையே 35.5 - 40.5 மற்றும் 40.5 - 45.5 இல் சேர்க்கப்படும். இப்பொழுது, நினைப்புகளான இவைகளைக் கொண்டு, கீழே காட்டியுள்ளப்படி புதிய நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையில் இருக்கும்.

அட்டவணை 14.4

| எடைகள் (கி.கி.யில்) | மாணவர்களின் எண்ணிக்கை |
|---------------------|-----------------------|
| 30.5 – 35.5 | 9 |
| 35.5 – 40.5 | 6 |
| 40.5 – 45.5 | 15 |
| 45.5 – 50.5 | 3 |
| 50.5 – 55.5 | 1 |
| 55.5 – 60.5 | 2 |
| 60.5 – 65.5 | 2 |
| 65.5 – 70.5 | 1 |
| 70.5 – 75.5 | 1 |
| மொத்தம் | 40 |

இப்பொழுது, செயல்பாடு 1 இல் நீ சேகரித்த விவரங்களை நகர்த்தவும். நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையான இவைகளை அறிமுகப்படுத்தும் படி இந்த நேரத்தில் நாம் கேட்போம்

செயல்பாடு 2: அதே நான்கு குழுவுகளைக் கொண்டு தொடரவும். நிகழ்வெண் பரவலை அட்டவணையிலிருந்து உன்னுடைய விவரங்களை மாற்றவும். பிரிவு அளவுகளை தகுந்தபடி வசதிக்கு ஏற்ற பிரிவுகளாக தேர்ந்தெடுக்கவும். விவரங்களின் வீச்சு மற்றும் விவரங்களுடைய வகை அறிவில் வைத்துக் கொள்.

பயிற்சி 14.2

1. பின் வருவனவற்றில் பதிவு செய்யப்பட்டவை எட்டாம் வகுப்பில் 30 மாணவர்களின் இரத்த குழு (Blood group) ஆனவை

A, B, O, O, AB, O, A, O, B, A, O, B, A, O, O,

A, AB, O, A, A, O, O, AB, B, A, O, B, A, B, O.

ஒரு நிகழ்வெண் பரவலை அட்டவணையாக வடிவத்தில் விவரங்களை குறிக்கவும். மாணவர்களிடையே பொதுவாக மிகுந்திருக்கும், மற்றும் அரியதாக இருக்கும் இரத்தக்குழுக்கள் எவை?

2. பின் வருவனவற்றில் காண்பது 40 பொறி இயலாளர்கள் வேலை செய்யும் இடத்திலிருந்து தங்கும் இடத்திற்கும் இடையே உள்ள தூரம் (கி.மீ) இவ்வாறாகும்.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 5 | 3 | 10 | 20 | 25 | 11 | 13 | 7 | 12 | 31 |
| 19 | 10 | 12 | 17 | 18 | 11 | 32 | 17 | 16 | 2 |
| 7 | 9 | 7 | 8 | 3 | 5 | 12 | 15 | 18 | 3 |
| 12 | 14 | 2 | 9 | 6 | 15 | 15 | 7 | 6 | 12 |

பிரிவு அளவு 5 ஆக கொண்டு, முதல் பிரிவு 0-5 (5 ஆனது சேர்க்கையில் இல்லை) என்றமைந்த ஒரு குழுவுள்ள நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையை அமைக்கவும். இந்த அட்டவணையிலிருந்து முக்கியமாக நீ அறிவது என்ன?

3. பின் வருவனவற்றில் 30 நாட்களைக் கொண்ட ஒரு மாதத்தில் குறிப்பிட்ட ஒரு நகரத்தின் (%இல்) ஈரத்தன்மையை சம்பதப்படுத்தியது இதுவாகும்.

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 98.1 | 98.6 | 99.2 | 90.3 | 86.5 | 95.3 | 92.9 | 96.3 | 94.2 | 95.1 |
| 89.2 | 92.3 | 97.1 | 93.5 | 92.7 | 95.1 | 97.2 | 93.3 | 95.2 | 97.3 |
| 96.2 | 92.1 | 84.9 | 90.2 | 95.7 | 98.3 | 97.3 | 96.1 | 92.1 | 89 |

- (i) 84-86, 86-88 போன்ற பிரிவுகளுள்ள ஒரு குழுவுள்ள நிகழ்வெண் பரவலை அட்டவணையை அமைக்கவும்.

(ii) விவரங்கள் எந்த மாதம் அல்லது பருவகாலத்தைப் பற்றியது.

(iii) இந்த விவரங்களின் வீச்சு என்ன?

4. 50 மாணவர்களின் உயரங்கள், செண்டிமீட்டருக்கு மிக நெருக்கமாக அளக்கப்பட்டுள்ளது என்பதை வருவனற்றில் பின் காண்.

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 161 | 150 | 154 | 165 | 168 | 161 | 154 | 162 | 150 | 151 |
| 162 | 164 | 171 | 165 | 158 | 154 | 156 | 172 | 160 | 170 |
| 153 | 159 | 161 | 170 | 162 | 165 | 166 | 168 | 165 | 164 |
| 154 | 152 | 153 | 156 | 158 | 162 | 160 | 161 | 173 | 166 |
| 161 | 159 | 162 | 167 | 168 | 159 | 158 | 153 | 154 | 159 |

(i) 160-165, 165-170 போன்றது போல இடைவெளி பிரிவுகளை எடுத்துக் கொண்டு ஒரு குழுவுள்ள நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையில் மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களை பிரதி இடு.

(ii) அட்டவணையிலிருந்து அவர்களின் உயரங்களைப் பற்றி நீ என்ன முடிவு செய்துள்ளாய்?

5. நகரமான ஒன்றில் காற்றில் பத்து லட்சத்தில் (மில்லியின்) ஒரு பங்கு சல்பர் டை ஆக்ஸைடு திரட்டலை கண்டு பிடித்து போக்குவதைப் பற்றி படிப்போம். பின் வருவன 30 நாட்களில் கிடைத்த விவரங்கள் இதுவாகும்.

| | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|
| 0.03 | 0.08 | 0.08 | 0.09 | 0.04 | 0.17 |
| 0.16 | 0.05 | 0.02 | 0.06 | 0.18 | 0.20 |
| 0.11 | 0.08 | 0.12 | 0.13 | 0.22 | 0.07 |
| 0.08 | 0.01 | 0.10 | 0.06 | 0.09 | 0.18 |
| 0.11 | 0.07 | 0.05 | 0.07 | 0.01 | 0.04 |

(i) 0.00-0.04, 0.04-0.08 என்பது போல் பரவலக்கூடிய இடைவெளி பிரிவுகள் உள்ள இந்த விவரங்களை ஒரு குழுவுள்ள நிகழ்வெண் பரவலாக செய்யவும்.

(ii) எத்தனை நாட்களில், பத்து லட்சத்தில் ஒரு பங்கு 0.11 விட அதிகமான சல்பர்-டை ஆக்ஸைடு திரட்டல் இருக்கும்.

6. ஒரேகாலத்தில் 30 முறைகளில் 3 நாணயங்களை சுண்டியிடப்பட்டது. பின்வருவனற்றுள் கீழே குறிக்கப்பட்டு காணப்படும் தலைகளின் எண்ணிக்கை ஒவ்வொரு முறையானது.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 3 | 0 |
| 1 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 0 | 1 | 2 | 1 |
| 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 2 | 2 | 0 |

மேலே கொடுக்கப்பட்ட பரவலுக்கு ஒரு நிகழ்வெண் பரவலையை தயார் செய்யவும்.

7. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள 50 தசமஸ்த்தான இடங்கள் வரை π மதிப்பு இதுவாகும்.

3.14159265358979323846264338327950288419716939937510

- (i) தசம புள்ளிக்கு பிறகு 0 விலிருந்து 9 வரையிலுள்ள ஸ்த்தானங்களை நிகழ் வெண் பரவலை அட்டவணை செய்யவும்.
- (ii) கிடைக்கக்கூடிய ஸ்த்தானங்களில் அடிக்கடி கிடைக்க கூடிய மிக அதிக மற்றும் மிக குறைவானது யாது?
8. முந்தைய வாரத்தில் TV நிகழ்ச்சி நிரல்களை கவனித்த மணிகநேரம் எண்ணிக்கையை சுற்றியிருந்த 30 குழந்தைகளிடம் கேட்கப்பட்டு. பின்வரும் முடிவுகளை காண.

| | | | | | | | | | |
|----|---|---|----|---|----|----|---|----|----|
| 1 | 6 | 2 | 3 | 5 | 12 | 5 | 8 | 4 | 8 |
| 10 | 3 | 4 | 12 | 2 | 8 | 15 | 1 | 17 | 6 |
| 3 | 2 | 8 | 5 | 9 | 6 | 8 | 7 | 14 | 12 |

- (i) இந்த விவரங்களுக்கு ஒரு பட்டியலிடப்பட்ட நிகழ்வெண் பரவலை அட்டவணை செய்யவும், 5 அகலமுள்ள பிரிவுகளை எடுத்துக்கொள்ளவும் மற்றும் ஒன்றான இடைவெளி பிரிவானது 5 - 10 ஆகும்.
- (ii) ஒரு வாரத்தில் 15 அல்லது அதையும் விட அதிக மணிகநேரம் டெலிவிஷனை கவனித்த குழந்தைகள் எவ்வளவு?
9. ஒரு குறிப்பிட்ட வகையான கார் பேட்டரியை தயாரிப்பது ஒரு கம்பெனி ஆகும். பின் வருவனற்றுள் பதிவான அதுப்போன்ற 40 பேட்டரியின் வாழ்நாள் (வருடங்களில்) இது வாகும்.

| | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 2.6 | 3.0 | 3.7 | 3.2 | 2.2 | 4.1 | 3.5 | 4.5 |
| 3.5 | 2.3 | 3.2 | 3.4 | 3.8 | 3.2 | 4.6 | 3.7 |
| 2.5 | 4.4 | 3.4 | 3.3 | 2.9 | 3.0 | 4.3 | 2.8 |
| 3.5 | 3.2 | 3.9 | 3.2 | 3.2 | 3.1 | 3.7 | 3.4 |
| 4.6 | 3.8 | 3.2 | 2.6 | 3.5 | 4.2 | 2.9 | 3.6 |

இந்த விவரங்களுக்கு ஒரு குழுவுள்ள நிகழ்வெண் பரவல அட்டவணையை அமைக்கவும். 2-2.5 இடைவெளி தொடக்கத்திலிருந்து 0.5 அளவில் இருக்கும்படி இடைவெளி பிரிவை பயன் படுத்தவும்.

14.4 விவரங்களை வரைப்படங்களில் பிரதியிடுதல்.

ஏற்கனவே விவாதிக்கப்பட்ட அட்டவனையால் விவரங்கள் பிரதிநிதியானது. விவரங்களான பிரதிநிதியை மற்றொரு கவனத்திற்கு திருப்புவோம் இப்பொழுது அதுதான் வரைப்பட பிரதிநிதியாகும். ஒரு படம் ஆயிரம் வார்த்தைகளுக்கு சமம் என்பதை நன்றாக கூறியுள்ளனர். வரைப்பட வாயிலாக காட்டியுள்ள தனிப்பட்ட விவரங்களை அதனுள் எப்பொதும் மிக நன்றாக வெவ்வேறு படுத்தலாம். உண்மையான விவரங்களை விட புரிந்துக் கொள்வதற்கு எளிதாக மற்றும் பிரதிநிதியானது, இந்த பிரிவில் பிரதிநிதியான வரைப்படத்தை பின்வருவனற்றுள் நாம் படிப்போம்.

(A) செவ்வக வரைப்படங்கள் (Bar graphs)

(B) ஒழுங்கான அகலம் மற்றும் வெவ்வேறுபடும் அகலங்கள் கொண்ட நிகழ்வெண் செவ்வகம்

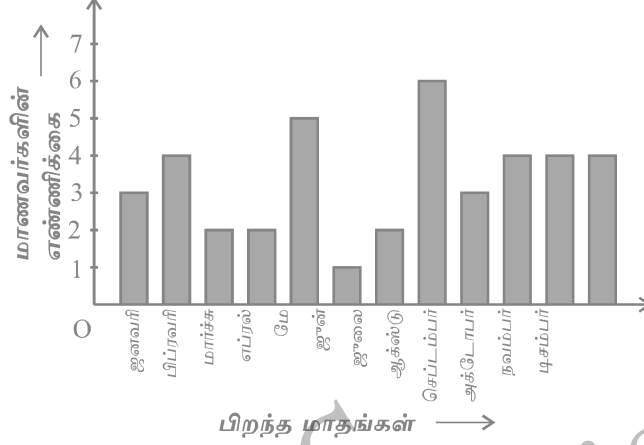
(C) நிகழ்வெண் பல கோணம் (Frequency Polygons)

(A) செவ்வக வரைப்படங்கள் (Bar graphs)

முந்தைய வகுப்புகளில், ஏற்கனவே நீ படித்துள்ள, மற்றும் அமைக்கப்பட்ட செவ்வக வரைப்படங்கள். அதிக வழக்கப்படியான அனுகதக்க வழியாக அதனை இங்கே விவாதிக்கலாம். ஒரு அச்சின் மீது (x - அச்ச என்க), சமமான இடைவெளிகளை இடையே கொண்டு, ஒரே அளவு அகலங்களை உடைய செவ்வகங்களினால் ஒரு மாறிக்கு உண்டான வெவ்வேறு விவரங்களைக் கொண்டு வரையப்படுதவதே செவ்வக வரைப்படங்கள் எனப்படும்.

மற்றொரு அச்ச (Y -அச்ச என, கூறு) மீது காட்டியுள்ள படி மாறியின் மதிப்புகள் ஆகும் மற்றும் செவ்வக உயரங்கள் அந்த மாறியின் மதிப்புகளை பொருந்தியது ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5: 9 ஆம் வகுப்பு குறிப்பிட்ட பிரிவில், அவர்களுடைய பிறந்த மாதங்களை பற்றி 40 மாணவர்களிடம் கேட்டுள்ளோம் மற்றும் இதுவரை கிடைத்த விவரங்களைக் கொண்டு பின்வரும் வரைப்படத்தை தயார் செய்யவும்.



படம் 14.1

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள செவ்வக வரைப்படத்தை கவனி மற்றும் பின்வருவன கேள்விகளுக்கு விடை அளிக்கவும்.

(i) நவம்பர் மாதத்தில் பிறந்த மாணவர்கள் எவ்வளவு பேர்?

(ii) எண்ணிக்கையில் அதிகமாக மாணவர்கள் பிறந்த மாதம் எது?

தீர்வு : 'பிறந்த மாதம்' என்பது இங்கே மாறி என குறிப்பிடவும் மற்றும் 'பிறந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை' மாறியின் மதிப்பாகும்.

(i) நவம்பர் மாதத்தில் பிறந்த மாணவர்கள் 4

(ii) ஆகஸ்ட் மாதத்தில் பிறந்த மாணவர்கள் எண்ணிக்கையில் மிக அதிகமானவர்கள்.

பின்வரும் உதாரணங்களை கருத்தில் கொண்டு செவ்வக வரைப்படங்களை அமைப்பது எப்படி என்று நினைவுக்கு கொண்டுவரவும்.

எடுத்துக்காட்டு 6 : ரூ. 20,000 ஒரு மாதத்திற்கான ஒரு குடும்பத்தின் வருமானமாகும். வெவ்வேறு தலைப்புகள் கீழே ஒரு மாதத்திற்கு ஆகும் திட்டமிட்டப்படி செலவு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

அட்டவணை 14.5

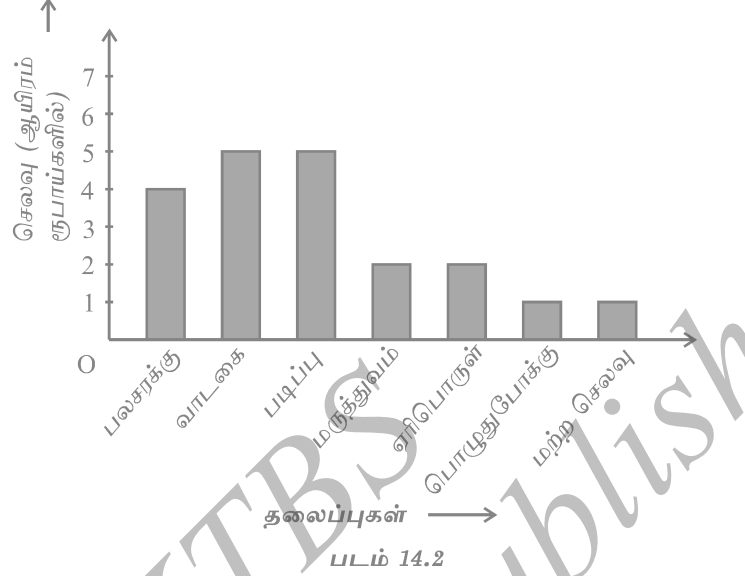
| தலைப்புகள் (Heads) | செலவுகள் (ஆயிரம் ரூபாயில்) |
|----------------------|----------------------------|
| பலசரக்கு | 4 |
| வாடகை | 5 |
| குழந்தைகளின் படிப்பு | 5 |
| மருத்துவம் | 2 |
| எரிபொருள் | 2 |
| பொழுது போக்கு | 1 |
| மற்ற செலவு | 1 |

மேலேயுள்ள விவரங்களுக்கு ஒரு செவ்வக வரைப்படம் வரைக.

தீர்வு: பின்வரும் படிநிலைகளில் உள்ள விவரங்களுக்கு செவ்வக வரைப்படம் ஒன்று நாம் வரைய வேண்டும். ஆயிரம் ரூபாய் இரண்டாவது நிரல் அளவு என்பதை குறித்துக் கொள். ஆகையால், ரூ. 4000 என்பது பலசரக்கு செலவு எதிரில் நிற்கும் 4 ஆகும்..

1. எந்த அளவையாவது தேர்ந்தெடுத்து கிடைக்கை அச்சு மீது தலைப்புகளை மாறியை பிரதிப்படுத்தவும். இருப்பினும், செவ்வகத்தின் அகலங்களை பற்றி நமக்கு முக்கியமில்லை, ஆனால் தெளிவுக்காக, எல்லா செவ்வகங்களின் அகலங்கள் சமமாக இருக்கும் படி எடுத்துக்கொள் மற்றும் நடுவில் இருக்கும் இடை வெளிகள் சமமாக இருக்கும் படி பராமரிக்கவும். ஒரு அலகை ஒரு தலை என பிரதிப் படுத்தவும்.
2. செங்குத்த அச்சின் மீது செலவுக்கான (மதிப்பு) நாம் பிரதிநிதிப் படுத்தியுள்ளோம் அதனால் ரூ. 5000 என்பது மிக அதிகமான செலவு. ரூ. 1000 அலகு 1 போல தேர்ந்தெடுத்துக் கொள்.
3. முதல் தலைப்பை பிரதிநிதி படுத்துவது பலசரக்கு ஆகும். அதற்கான செவ்வகத்தின் அகலம் அலகு 1 மற்றும் உயரம் அலகு 4.
4. இதேப்போன்று, இரண்டு தொடர்ச்சியான செவ்வகத்தின் நடுவில் 1 அலகு இருக்குமாறு இடைவெளி விட்டு பிரதிநிதியிக்கு மற்றொரு தலைப்பாகும்.

படம் 14.2 இல் ஒரு செவ்வக வரைபடம் வரையப்பட்டுள்ளது.



இங்கே, ஒரு கண்ணோட்டத்தில் விவரங்களுடை குணாதிசயங்களை சம்பந்தப்படுத்தி பார்ப்பதற்கு உனக்கு எளிதாக இருக்கும், உதாரணத்திற்கு, மருத்துவ செலவானது கல்விக்கு ஆகும் செலவு இரண்டு மடங்கை விட அதிகமாக இருக்கும். ஆதலால், அட்டவணை வடிவத்தை விட விவரங்களை பிரிதிநிதியிடுவது நன்றாக இருக்கும் என சில வழிகளில் இது தொண்டு செய்யும்.

செயல் பாடு 3 : செயல் முறை 1 இல் ஒரே மாதிரியான 4 குழுக்களிடும் தொடரும், தகுந்த செவ்வக வரைப்படங்களில் விவரங்களை பிரிதியிடுக, வரைப்படங்களின் இடைவெளி பிரிவுகள் தொடரும் நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை எப்படியென்று இப்பொழுது நீ பார்க்கலாம்.

(B) நிகழ்வெண் செவ்வகம்

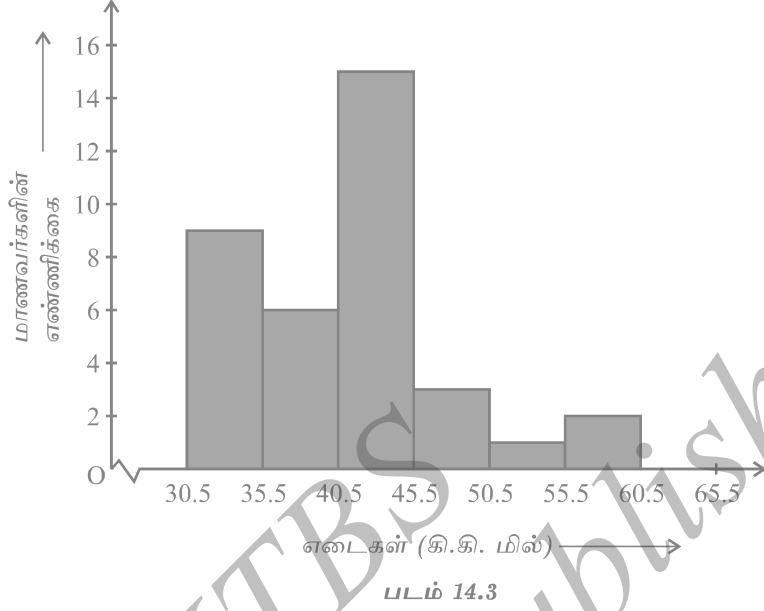
செவ்வக வரைப்படம் போல இது பிரிதிநிதியிடப்பட்ட வடிவமாகும். ஆனால் தொடர் இடைவெளி பிரிவுகளில் இது பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது. இப்பொதைக்கு, ஒரு நிகழ்வெண் பரவலை அட்டணை 14.6 என கருதுக ஒரு வகுப்பில் 36 மாணவர்களின் எடையை பிரிதிநிதிப் படுத்தும்.

அட்டவணை 14.6

| எடைகள் (கி.கி.இல்) | மாணவர்களின் எண்ணிக்கை |
|--------------------|-----------------------|
| 30.5 – 35.5 | 9 |
| 35.5 – 40.5 | 6 |
| 40.5 – 45.5 | 15 |
| 45.5 – 50.5 | 3 |
| 50.5 – 55.5 | 1 |
| 55.5 – 60.5 | 2 |
| மொத்தம் | 36 |

பின்வருமாறுள்ள வரைபட்டத்தில் மேல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களை இது பிரதிநிதிப்படுத்தும்.

- (i) ஒரு தகுந்த அலகை கொண்டு X அச்சின் மீது எடைகளை பிரதிநிதிப்படுத்து. 5 கி.கி = 1 செ.மீ அளவு என தேர்ந்தெடு. X அச்சின் மீது முதல் இடைவெளியானது பூச்சியத்தில் இருந்து அல்லாமல் 3.05 லிருந்து தொடங்குவதால், அச்சின் மீது உடைப்பட்டு அல்லது வளைவுகளால் குறிக்கப்பட்டு இருக்கும்.
- (ii) தகுந்த அளவைக் கொண்டு செங்குத்த அச்சின் மீது நிகழ் வெண் மாணவர்கள் எண்ணிக்கையை பிரதிநிதியாக்கும். மிக அதிக நிகழ்வெண் 15 ஆகும் அப்படியெனில், மிக அதிகமான நிகழ்வெண்ணை சரிப்படுத்தி அளவை நாம் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.
- (iii) பிரிவு அளவுக்கு சமமாக அகலத்தை (அல்லது செவ்வக பட்டை) கொண்ட செவ்வகங்கள் இப்பொழுது நாம் வரையவேண்டும். பிரிவு இடைவெளிகளை சார்ந்த நிகழ்வெண்கள் ஒத்த நீளங்கள் மற்றும் பிரிவு அளவின் படி அகலத்தைக் கொண்ட (செவ்வக பட்டைகள்) செவ்வகங்களை இப்பொழுது வரையலாம்.
- (iv) இவ்வழியில், படம் 14.3 இல் காட்டியுள்ளப்படி வரைப்படம் ஒன்று கிடைக்கும்.



தொடர்ச்சியான செவ்வகங்களின் நடுவில் இடைவெளிகள் இல்லாமல் அங்கே இருப்பதை கவனி, கன வரைப்படங்கள் போல் தோன்றும் இந்த முடிவான வரைப்படங்கள். இது ஒரு செவ்வக நிகழ்வெண் என அழைப்போம், தொடர்பிரிவுகளுடைய பரவல் நிகழ்வெண் ஒரு குழுவுள்ளதாக பிரிதிநிதியாக்கப்பட்ட வரைப்படமாகும். அதனோடு ஒரு செவ்வக வரைப்படம் அல்லாமல், இதன் அமைப்பினுள் முக்கியமான பங்கு வகிக்கும் செவ்வகத்தின் அகலங்கள்.

இவ்வாறு செய்கையில் செவ்வகத்தின் பரப்பளவுகள் நிகழ்வெண்களை ஒத்த விகிதத்திற்கு நேராக நிற்கும். எப்படியிருப்பினும், அதன் பிறகு செவ்வகத்தின் அகலங்கள் சமமாக இருக்கும், நிகழ்வெண்கள் விகிதத்தின்படி செவ்வகத்தின் நீளங்கள் ஆகும். அது ஏனெனில், (iii) கூறியதைப்போல் நாம் நீளத்தை கொண்டுள்ளோம்.

இப்பொழுது மேலே ஒன்றிலிருந்து வித்தியாசமான ஒரு சூழ்நிலை எனக்ருது.

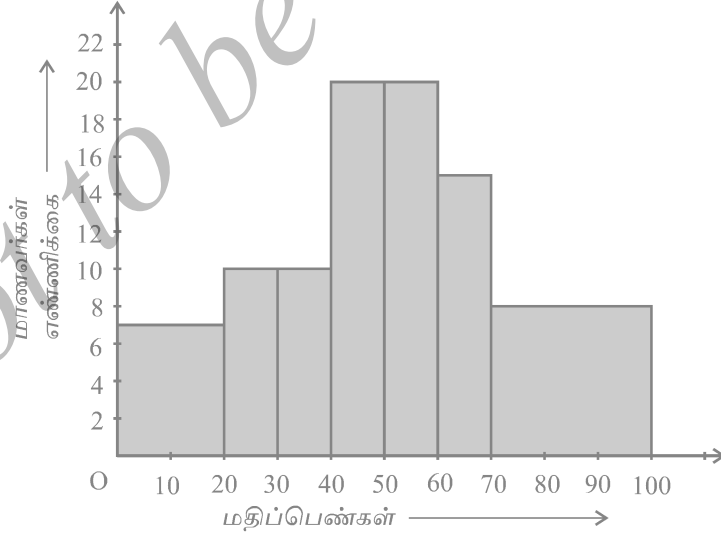
எடுத்துக்காட்டு 7 :100 மதிப்பெண்கள் உள்ள ஒரு கணித தேர்வில் இரண்டு பிரிவுகளுடை மாணவர்களின் செயல்களை அராய வேண்டுமென ஒரு ஆசிரியர்க்கு தேவைப்பட்டது. அவர்களுடைய செயல்களை பார்க்கவும். சில மாணவர்கள் 20 மதிப்பெண்களுக்கு குறைவாகவும் மற்றும் சில மாணவர்கள் 70 மதிப்பெண்கள் அல்லது அதற்கும் மேல் என்பதை அவள்

கண்டுபிடித்தாள். 0-20, 20-30, 60-70, 70-100 வருமாறு வெவ்வேறு அளவுகளில் இடைவெளியுள்ள குழுவுகளாக இருக்க அவள் முடிவு செய்தாள். கீழ்வருவன அட்டவணையை அவள் உருவாக்கினாள்.

அட்டவணை 14.7

| மதிப்பெண்கள் | மாணவர்களின் எண்ணிக்கை |
|----------------|-----------------------|
| 0-20 | 7 |
| 20-30 | 10 |
| 30-40 | 10 |
| 40-50 | 20 |
| 50-60 | 20 |
| 60-70 | 15 |
| 70 க்கு அதிகம் | 8 |
| மொத்தம் | 90 |

படம் 14.4 இல் கட்டியுள்ளப்படிப் போல் ஒரு மாணவனால் தயாரிக்கப்பட்ட இந்த அட்டவணை ஒரு செவ்வக நிகழ்வெண் ஆகும்.



படம் 14.4

வரைப்படத்தின் பிரிதிநிதியினை ஜாக்கிரதையாக பரீட்சிக்கவும். விவரங்களை அது சரியாக பிரிதிநிதியாக்குமா என நீ யோசி? கிடையாது. படம் ஒன்று தவறாக கொடுக்கும் வரைபடமாகும். முன்னதாக நாம் குறிப்பிட்டதுப் போல், ஒரு செவ்வக நிகழ்வெண்ணின் நிகழ்வெண்கள் இதுபோன்ற பிரச்சனைகள் எழாது, ஏன்னில் எல்லா செவ்வகங்களின் அகலம் சமமாக இருக்கும். ஆனால் இங்கே, செவ்வகத்தின் அகலங்கள் வெவ்வேறுபடும். சரியான படத்தை இந்த செவ்வக நிகழ்வெண் மேல் கொடுக்காது. உதாரணத்திற்கு, 60-70 அதைவிட 70-100 இடைவெளியில் அதிகமான நிகழ்வெண்ணை காட்டும். நிகழ்வு அதுவானது அல்ல.

அகையால், நிகழ்வெண்கள் விகிதப்படி அப்படியானால் மறுப்படியும் பரப்பளவுகளுக்கான செவ்வகத்தின் நீளங்களை இப்பொழுதே மாற்றங்கள் செய்வது நமக்கு தேவையான ஒன்றாகும்.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பின்வரும் படி நிலைகளின் பின்பற்றவும்.

1. மிககுறைந்தபிரிவு அளவுகளைக்கொண்டபிரிவு இடைவெளியுள்ளதை தேர்ந்தெடுக்கவும். மேலயுள்ள எடுத்துக்காட்டில், மிக்குறைந்த இடைவெளியின் அளவு 10.
2. இடைவெளி அளவு 10 விகிதப்படி மாற்றங்களுக்கு பிறகு செவ்வகங்களின் நீளமாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, பிரிவின் அளவு 20 இருக்குமாயின், செவ்வகத்தின் நீளம் 7 ஆகும். பிரிவின் அளவு 10 ஆகும்போது, செவ்வகத்தின் நீளம் $\frac{7}{20} \times 10 = 3.5$ ஆகும்.

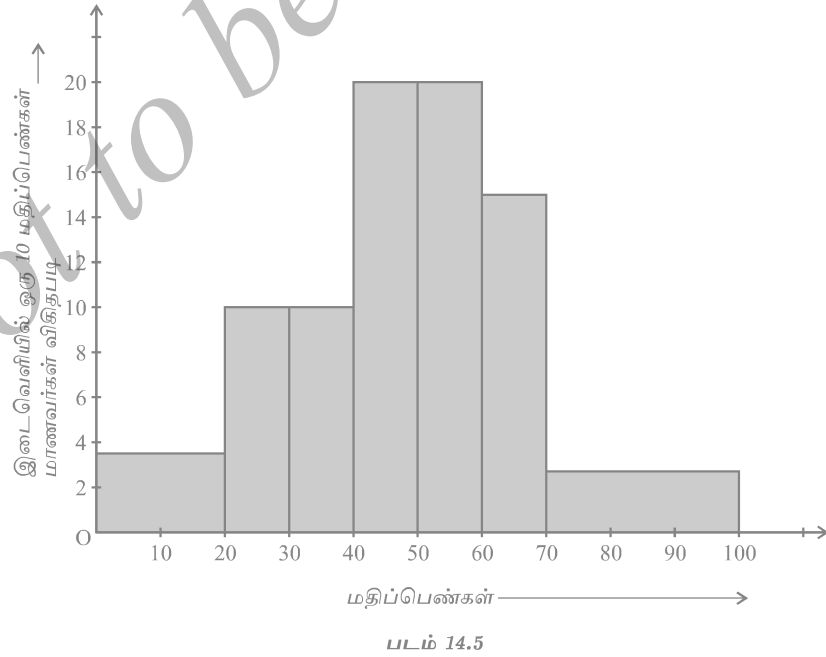
ஒரேமாதிரியான, வகையில் முன்னுக்கு போல, பின்வரும் அட்டவணை கிடைக்கும்.

அட்டவணை 14.8

| மதிப்பெண்கள் | நிகழ்வெண் | பிரிவுகளின் அகலம் | செவ்வகத்தின் நீளம் |
|--------------|-----------|-------------------|---------------------------------|
| 0-20 | 7 | 20 | $\frac{7}{20} \times 10 = 3.5$ |
| 20-30 | 10 | 10 | $\frac{10}{10} \times 10 = 10$ |
| 30-40 | 10 | 10 | $\frac{10}{10} \times 10 = 10$ |
| 40-50 | 20 | 10 | $\frac{20}{10} \times 10 = 20$ |
| 60-70 | 15 | 10 | $\frac{15}{10} \times 10 = 15$ |
| 70-100 | 8 | 30 | $\frac{8}{30} \times 10 = 2.67$ |

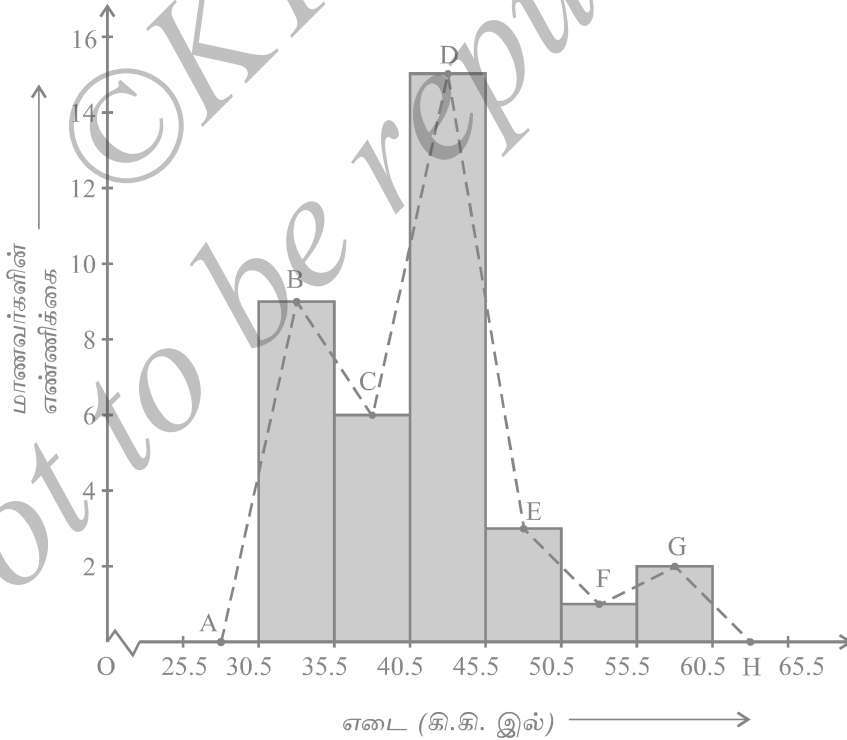
அப்படியானால், ஒவ்வொரு நிகழ்விலும், மதிப்பெண்களின் இடைவெளி 10 ஆயின் நீளத்தை கணக்கிடலாம், “இடைவெளி 10 மதிப்பெண்கள் வீதப்படி மாணவர்களுக்கு இவைகளை நீளம் என்று அழைக்கலாம்.”

ஆகையால், படம் 14.5 கொடுக்கப்பட்ட அகலம் வெவ்வேறுபடும் எனில் இது சரியான செவ்வக நிகழ்வெண் ஆகும்.



(C) நிகழ்வெண் பலகோணம் (Frequency Polygon)

விவரங்கள் மற்றும் நிகழ்வெண்கள் பிரதிநிதியிடும் வழியில் பார்ப்பது இன்னொன்றாகும் இது ஒரு பலகோணம் ஆகும். இது பார்பதற்கு என்னவாக இருக்கும். படம் 14.3 இல் பிரதிநிதியிடுவது செவ்வகம் நிகழ்வெண் என கருது. இந்த செவ்வக நிகழ்வெண்ணின் அடுத்தடுத்து செவ்வகங்களின் மேல் பக்கங்களில் உள்ள கோட்டு துண்டுகளின் மையப்புள்ளிகளை இணைக்கவும். BCDEFG மற்றும் G இவைகள் மையப்புள்ளிகளாகும், துண்டு கோடுகளால் இணைக்கும்போது, BCDEFG படம் நமக்கு கிடைக்கும் (படம் 14.6ஐ பார்) பலகோணத்தை பூர்த்திசெய்ய வேண்டுமெனில், 30.5-35.5 முன்னால் நிகழ்வெண் பூஜ்யத்துடன் கூடிய ஒரு இடைவெளி பிரிவு இருக்கும் என கருது மற்றும் 55.5-60.5 ஒன்றுக்கு பின்னால், A மற்றும் H முறையே அதனுடைய மையப்புள்ளிகளாகும், படம் 14.3 இல் காட்டிய விவரங்களை ஒத்த நிகழ்வெண் பலகோணம் ABCDEFGH ஆகும் இதனை படம் 14.6 இல் நாம் காட்டியுள்ளோம்.



படம் 14.6

இருப்பினும், மிக குறைந்த பிரிவுகளில் முன்னுக்குபோன பிரிவுகள் அங்கே வெளிப்படுத்தில்லை மற்றும் மிக உயர்ந்த பிரிவுகளில் பின்னுக்கு போன பிரிவுகள் அங்கே வெளிப்படுவதில்லை, முதல் பிரிவிற்கு முன்னும் மற்றும் கடைசி பிரிவிற்கு பிறகுமாக இரு பிரிவுகளை, நிகழ்வெண்கள் பூச்சியமாகக் கொண்டு சேர்ப்பதினால் உறுவாகும் நிகழ்வெண்பலகோணத்தின் பரப்பரவை, நிகழ்வெண் செவ்வகத்தின் பரப்பிற்கு சமமாகிறது. (குறிப்பு: சர்வசம முக்கோணங்களின் தன்மைகளை பயன் படுத்தவும்).

இப்பொழுது, எழும் கேள்விக்கு: முதல் பிரிவில் முன்னுக்குபோல பிரிவுகளில் அங்கே பிரிவுகள் இல்லையெனில் பலகோணத்தை பூர்த்தி செய்வது எப்படி? சூழ்நிலை அதுப்போன்றது என கருதவும்.

எடுத்துக்காட்டு 8 : மதிப்பெண்களை கருத்தில் கொண்டு, 100 மதிப்பெண்களுக்கு ஒரு தேர்வுக்கான வகுப்பில் 51 மாணவர்களுக்கு கிடைத்த மதிப்பெண்கள். 14.9 அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

அட்டவணை 14.9

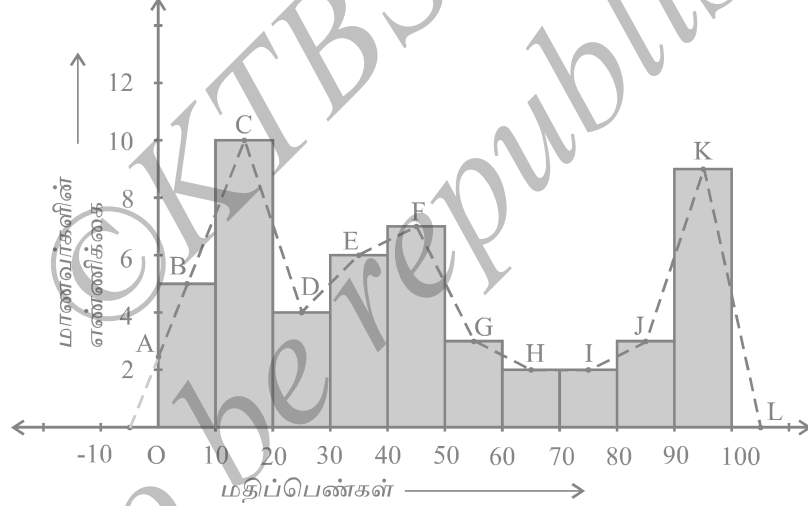
| மதிப்பெண்கள் | மாணவர்களின் எண்ணிக்கை |
|----------------|-----------------------|
| 0-10 | 5 |
| 10-20 | 10 |
| 20-30 | 4 |
| 30-40 | 6 |
| 40-50 | 7 |
| 50-60 | 3 |
| 60-70 | 2 |
| 70-80 | 2 |
| 80-90 | 3 |
| 90-100 | 9 |
| மொத்தம் | 51 |

இந்த நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையில் ஒத்த நிகழ்வெண் பலகோணம் ஒன்று வரைக.

தீர்வு : இந்த விவரங்களுக்கு முதலில் ஒரு செவ்வக நிகழ்வெண்ணை வரைக B, C, D, E, F, G, H, I, J, K முறையே செவ்வகங்களைப் போலுள்ள

மேலிருக்கும் மையப்புள்ளிகளை குறிக்கவும். இங்கே 0-10, என்பது முதல் பிரிவு ஆகையால் 0-10 முன்னுக்கு போல பிரிவுகளை கண்டு பிடிக்கவும். நாம் எதிர்மறை திசையில் படுக்கிடக்கை அச்சில் நீளப்படுத்துவும் மற்றும் (-10),-0 இடைவெளி பிரிவுக்கு மையப்புள்ளிகளை கண்டுபிடி. முதல் முடிவுப்புள்ளி, அதாவது, படுக்கை அச்சில் மேலேயுள்ள எதிர்மறை திசையில் நிகழ்வெண் பூஜ்யமாக கொண்ட மையப்புள்ளியை B இணைக்கும்.

குறிக்கப்பட்ட புள்ளி ஆனது செங்குத்த அச்ச இந்த துண்டு கோடுகளை சந்திக்கும். கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களில் கடைசி பிரிவில் பின்னுக்கு வருவது போல பிரிவில் உள்ள மையப்புள்ளியை 'L' எனவாகும். ஆகவே OABCDEFGHIJKL என்பது ஒரு நிகழ்வெண் பலகோணம் அதை படம் 14.7 இல் காட்டியுள்ளோம்.



படம் 14.7

நிகழ்வெண் செவ்வகங்களை வரையாமல் நிகழ்வெண் பல கோணத்தையும் வரையலாம். இதற்க்காக, விவரங்களை பயன் படுத்தி இடைவெளி பிரிவுகளான மையப்புள்ளிகள் நமக்கு தேவை. இடைவெளி பிரிவுகளான மையப்புள்ளிகளை மதிப்பெண் பிரிவுகள் என அழைப்பேம்.

ஒரு இடைவெளி பிரிவுகளில் உள்ள மதிப்பெண் பிரிவுகளை கண்டுபிடி, ஒரு பிரிவிலுள்ள மேல் அளவு (Limit) மற்றும் கீழ் அளவு இரண்டையும் கூட்டி மற்றும் 2 ஆல் வகுக்கவும்.

அப்படியெனில்

$$\text{மதிப்பெண் பிரிவுகள்} = \frac{\text{மேல் அளவு} + \text{கீழ் அளவு}}{2}$$

உதாரணமாக இதை கருதவும்.

எடுத்துக்காட்டு 9 : ஒரு நகரத்தில், பின் வருவன அட்டவணையில். கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையில் விலை வாசிக்கான அறிகுறியை படித்து செய்யப்பட்ட கவனிப்புகள் ஒரு வாரத்திற்காகும்.

அட்டவணை 14.10

| விலை வாசியின் அட்டவணை | வாரங்களின் எண்ணிக்கை |
|-----------------------|----------------------|
| 140-150 | 5 |
| 150-160 | 10 |
| 160-170 | 20 |
| 170-180 | 9 |
| 180-190 | 6 |
| 190-200 | 2 |
| மொத்தம் | 52 |

மேலேயுள்ள விவரங்களுக்கு ஒரு நிகழ்வெண் பல கோணம் ஒன்று வரைக (நிகழ்வெண் செவ்வகம் அமைக்காமல்)

தீர்வு : ஒரு நிகழ்வெண் செவ்வகத்தை வரையாமல் தேவையான நிகழ்வெண் பல கோணத்தை நாம் வரையலாம். மேலே கொடுக்கப்பட்ட பிரிவுகளில் மதிப்பெண்களை கண்டுபிடிப்போம், அதாவது 140-150, 150-160,.....

140150 குள் உள்ள பெரிய அளவு = 150, மற்றும் குறைந்த அளவு = 140

$$\text{ஆகையால் பிரிவின் மதிப்பெண்} = \frac{150+140}{2} = \frac{290}{2} = 145.$$

இதை தொடர்ந்து, மற்ற பிரிவுகளின் மதிப்பெண்களை கண்டுபிடிக்கவும்.

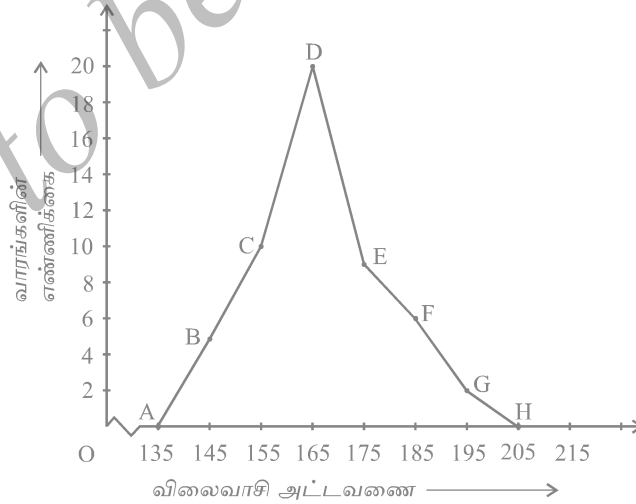
ஆகையால், பின்வரும் அட்டவணையில் காட்டியுள்ளபடி ஒரு புதிய அட்டவணை கிடைத்தது.

அட்டவணை 14.11

| பிரிவுகள் | பிரிவின் மதிப்பெண் | நிகழ்வெண் |
|-----------|--------------------|-----------|
| 140-150 | 145 | 5 |
| 150-160 | 155 | 10 |
| 160-170 | 165 | 20 |
| 170-180 | 175 | 9 |
| 180-190 | 185 | 6 |
| 190-200 | 195 | 2 |
| மொத்தம் | | 52 |

கிடைமான அச்சில் நீள வட்டத்தில் பிரிவுகளின் மதிப்பெண் குறியிடும் போது ஒரு நிகழ்வெண் பலகோணத்தை இப்பொழுது நாம் வரையலாம். செங்குத்த அச்சில் நிகழ்வெண்களும் மற்றும் மேலும் துண்டுக கோடுகளான B (145,5), C (155,10), D (165,20), E (175,9), F (185,6) மற்றும் G (195,2) இந்த புள்ளிகளை இணைக்கவும்.

நிகழ்வெண் பூஜ்ஜியத்தோடு (மிக குறைந்த பிரிவான 140-150)க்கு முன்னால்) 130-140 பிரிவிற்கான மதிப்பெண் இன் ஒத்த புள்ளிகளை குறியிடுவதை நாம் மறக்கூடாது. அதாவது A (135,0) மற்றும் G (195,2) விற்கு பின்னால் உடனடியாக உண்டாகும் புள்ளி H (205,0) ஆகும். ஆகையால், (படம் 14.8 ஐ பார்) ABCDEFGH என்பது ஒரு முடிவான நிகழ்வெண் பலகோணமாகும்.



தொடர்ச்சியாகவும் மற்றும் மிகப்பெரியதாக இருக்கும் விவரங்களை குறிக்க நிகழ்வெண் பலகோணம் பயன்படுகிறது. ஒரே மாதிரியான இயற்கைக்குணமான விவரங்களைக் கொண்ட இரண்டு வித்தியாசமான கனங்களை ஒப்பிடும்போது இது மிகபயனுள்ளதாகும், எடுத்துக்காட்டாக, ஒரே மாதிரியான வகுப்பில் இரண்டு வித்தியாசமான பிரிவுகளின் செயலாற்றலை குறிக்கலாம்.

பயிற்சி 14.3

1. உலகம் முழுவதும் பரவியுள்ள 15-44 (வருடங்களில்) வயதுகளில் இடையே இருக்கும் பெண்களின் நடுவில் உள்ள இறப்பு மற்றும் நோய்வாய்க்கான காரணங்கள் ஒரு சங்கம் ஆராய்ந்து, பின் வரும் எண்கள் (% இல் கண்டது)

| வ.எ. | காரணங்கள் | பெண்களின் துர்மரணம் விகிதம் (%) |
|------|-----------------------------|---------------------------------|
| 1 | இனவிருத்தி உடல்நிலை. | 31.8 |
| 2 | நரம்பியல் மனோ நிலை | 25.4 |
| 3 | காயங்கள் | 12.4 |
| 4 | இருதய இரத்த ஓட்டத்தின் நிலை | 4.3 |
| 5 | சுவாச சம்பந்தமான நிலை | 4.1 |
| 6 | மற்ற காரணங்களுக்கு | 22.0 |

(i) மேலேயுள்ள கொடுக்கப்பட்டுள்ளதை வரைப்படமாக பிரதி இடு.

(ii) உலகம் முழுவதும் பரவியுள்ள இறப்பு மற்றும் பெண்களின் உடல் நலமின்மை பெரும் காரணம் என்பது எந்த சூழ்நிலையில்?

(iii) மேற்கூறிய (ii) ஆம் கேள்வியில் உள்ள பெருங்காரணமானது. அவ்வாறு அமைந்ததற்கு முக்கியபங்கு வகிக்கும் ஏதேனும் இரண்டு காரணிகளை ஆசிரியர் உதவியைக் கொண்டு கண்டுபிடிக்க முயற்சி செய்.

2. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள இந்திய பொது நல ஸ்தாபனத்தில் வித்தியாசமான பிரிவுகளில் ஒரு ஆயிரம் சிறுவர்களுக்கு (10க்கு அருகாமையில்) சிறுமிகளின் எண்ணிக்கை மீதிருக்கும் விவரங்கள் பின்வருமாறு.

| பிரிவுகள் | ஒரு ஆயிரம் சிறுவர்களுக்கு பெண்களின் எண்ணிக்கை |
|-------------------------|---|
| ஷெடில் சாதி (SC) | 940 |
| ஷெடில் டிரைபு (ST) | 970 |
| (SC/ST) அல்லாத | 920 |
| பின் தங்கிய மாவட்டங்கள் | 950 |
| பின் தங்காத மாவட்டங்கள் | 920 |
| கிராமம் | 930 |
| நகரம் | 910 |

- (i) ஒரு செவ்வக வரைப்படம் வழியே மேலேயுள்ள தகவல் பிரதிநிதியிடவும்.
- (ii) ஒரு வரைப்படத்திலிருந்து சேரும் முடிவுகள் என்ன என்பதை வகுப்பு அறையில் விவாதிக்கவும்.
3. ஒரு மாநில சட்டசபை தேர்தலில் வெளிவரும் வாக்குகளின் எண்ணிக்கையான வெவ்வேறு அரசியல் கட்சிகள் வெற்றி அடைந்த இடங்களை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

| அரசியல் கட்சிகள் | A | B | C | D | E | F |
|------------------|----|----|----|----|----|----|
| வென்ற இடங்கள் | 75 | 35 | 37 | 29 | 10 | 37 |

- (i) பிரதிநிதியிடப்பட்ட ஒட்டு எண்ணிக்கையின் முடிவுகளை ஒரு செவ்வக வரைப்படமாக வரையவும்.
- (ii) மிக அதிகமான இடங்களை எண்ணிக்கையில் வெற்றி அடைந்த அரசியல் கட்சி யாது?
4. ஒரு மில்லி மீட்டருக்கு சரியாக அளக்கப்பட்ட ஒரு செடியின் 40 இலைகளின் நீளம், மற்றும் கீழ்வரும் அட்டவணையில் பிரதியிதி படுத்திய விவரங்களைப் பெற்றது.

| நீளம் (மி.மீ) | இலைகளின் எண்ணிக்கை |
|---------------|--------------------|
| 118 - 126 | 3 |
| 127 - 135 | 5 |
| 136 - 144 | 9 |
| 145 - 153 | 12 |
| 154 - 162 | 5 |
| 163 - 171 | 4 |
| 172 - 180 | 2 |

- (i) கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களை பிரதிநிதியிட்டு ஒரு நிகழ்வெண் செவ்வகம் வரைக. (குறிப்பு: இடைவெளி பிரிவுகள் தொடர்ச்சியாக இருக்கும்படி முதலில் செய்யவும்)
- (ii) கொடுத்த விவரங்களை தகுந்தபடி பிரதியிதியிட வேறு வரைப்படம் ஏதேனும் உள்ளதா?
- (iii) 153. மி.மீ நீளமுள்ள இலைகளே மிக அதிகமான எண்ணிக்கையில் உள்ளன என்ற முடிவு சரியானதா? ஏன்?
5. 400 நியான் விளக்குகளின் வாழ்நாள் பின்வருவன அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

| வாழ்நாள் (மணிகளில்) | விளக்குகளின் எண்ணிக்கை |
|---------------------|------------------------|
| 300 - 400 | 14 |
| 400 - 500 | 56 |
| 500 - 600 | 60 |
| 600 - 700 | 86 |
| 700 - 800 | 74 |
| 800 - 900 | 62 |
| 900 - 1000 | 48 |

- (i) ஒரு நிகழ்வெண் செவ்வகத்தின் உதவியைக் கொண்டு கொடுக்கப்பட்ட தகவலை பிரதியிடவும்.
- (ii) 700 மணிகளுக்கும் அதிகமாக வாழ்க்கை காலம் உள்ள விளக்குகள் எத்தனை?

6. அவர்களுக்கு கிடைத்த மதிப்பெண்களுக்கு இணங்க இரண்டு பிரிவு மாணவர்களால் கொடுக்கப்பட்ட பரவலை பின் வரும் அட்டவணையில் உள்ளது.

| பிரிவு - A | | பிரிவு - B | |
|--------------|-----------|--------------|-----------|
| மதிப்பெண்கள் | நிகழ்வெண் | மதிப்பெண்கள் | நிகழ்வெண் |
| 0 - 10 | 3 | 0 - 10 | 5 |
| 10 - 20 | 9 | 10 - 20 | 19 |
| 20 - 30 | 17 | 20 - 30 | 15 |
| 30 - 40 | 12 | 30 - 40 | 10 |
| 40 - 50 | 9 | 40 - 50 | 1 |

ஒரே வரைப்படத்தின் மீது இரண்டு பிரிவுகளான மாணவர்களின் மதிப்பெண்களை இரண்டு நிகழ்வெண் பலகோணத்தில் பிரதிநிதிப்படுத்தவும்.

இரண்டு பிரிவுகளின் செயல்களை இரண்டு பலகோணத்திலிருந்து ஒப்பிடவும்.

7. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒரு கிரிக்கெட் பந்தயத்தில் முதல் 600 பந்துகளின் எண்ணிக்கையில் A மற்றும் B ஆன இரண்டு குழுவின் ஓட்டங்களுக்காக எடுத்த மதிப்பெண்கள்:

| பந்துகளின் எண்ணிக்கை | குழு A | குழு B |
|----------------------|--------|--------|
| 1 - 6 | 2 | 5 |
| 7 - 12 | 1 | 6 |
| 13 - 18 | 8 | 2 |
| 19 - 24 | 9 | 10 |
| 25 - 30 | 4 | 5 |
| 31 - 36 | 5 | 6 |
| 37 - 42 | 6 | 3 |
| 43 - 48 | 10 | 4 |
| 49 - 54 | 6 | 8 |
| 55 - 60 | 2 | 10 |

ஒரே வரைபடத்தில், மேல் உள்ள இரண்டு குழுக்களின் விவரங்களை நிகழ்வெண் பலகோணங்களில் பிரதிநிதி படுத்தவும். (குறிப்பு: தொடர்ச்சியான இடைவெளி பிரிவுகளை முதலில் செய்யவும்)

8. பின்வருமாறு நிருவியுள்ள ஒரு பூங்காவில் விளையாடும் வெவ்வேறு குழுக்கள் குழைந்தைகளின் எண்ணிக்கையானது தற்செயலான ஒரு ஆராய்ச்சியாகும்.

| வயது (வருடங்களில்) | குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை |
|-----------------------|---------------------------|
| 1 - 2 | 5 |
| 2 - 3 | 3 |
| 3 - 5 | 6 |
| 5 - 7 | 12 |
| 7 - 10 | 9 |
| 10 - 15 | 10 |
| 15 - 17 | 4 |

மேலேயுள்ள விவரங்களுக்கு பிரதிநிதியளிக்கும்படி ஒரு நிகழ்வெண் செவ்வகத்தை வரைக.

9. ஒரு உள்ளூர் தொலைபேசி விவரங்களடங்கிய புத்தகதிலிருந்து தற்செயலாக தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 100 குடும்பங்களின் பெயர்களாகும்.

| எழுத்துக்களின் எண்ணிக்கை | குடும்ப பெயர்களின் எண்ணிக்கை |
|-----------------------------|---------------------------------|
| 1 - 4 | 6 |
| 4 - 6 | 30 |
| 6 - 8 | 44 |
| 8 - 12 | 16 |
| 12 - 20 | 4 |

- (i) கொடுக்கப்பட்ட தகவலை விவரமாக விளக்கி ஒரு நிகழ்வெண் செவ்வகத்தை வரைக.

- (ii) குடும்ப பெயர்கள் மிக அதிகமான எண்ணிக்கையில் உள்ள இடைவெளி பிரிவினை எழுதவும்.

14.5 மையப்போக்கு அளவைகள்

இந்த பாடத்திற்கு முன்பு, நிகழ்வெண் பரவல அட்டணை, செவ்வக வரைப்படம், நிகழ்வெண் செவ்வகம் மற்றும் நிகழ்வெண் பல கோணம் வழியாக வெவ்வேறு வடிவங்களில் உள்ள விவரங்களை நாம் பிரதிநிதியிட்டுள்ளோம். இப்பொழுது, விவரங்களைத் தெளிந்தறிய, நாம் எல்லா விவரங்களையும் ஆராய வேண்டுமா அல்லது அவற்றின் முக்கியமான அம்சங்களை மட்டும் பிரதியிடும் குறிப்பிட விவரத்தை மட்டும் பார்த்தால் போதுமானதா என்ற கேள்வி எழுகிறது. இது முடியும், மையப்போக்கு அளவைகள் அல்லது சராசரியை பயன் படுத்தலாம்.

சிறு தேர்வு படிக்களை பெற்றுக்கொண்ட இரண்டு மாணவர்களான மேரி மற்றும் ஹரியின் ஒரு சூழ்நிலையென கருதவும். ஐந்து கேள்விகளைக் கொண்ட சிறு தேர்வில், கேள்விகள் ஒவ்வொன்றும் பத்து மதிப்புகளை எடுத்துச் செல்லும். பின்வருமாறு போலுள்ள அவர்களுடைய குறியீடுகள் (அல்லது மதிப்பெண்கள்).

| கேள்விஎண் | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|--------------------|----|---|----|----|----|
| மேரியுடைய குறியீடு | 10 | 8 | 9 | 8 | 7 |
| ஹரியுடைய குறியீடு | 4 | 7 | 10 | 10 | 10 |

சிறு தேர்வு படிக்கள் கிடைத்ததின் மேல், பின் வருமாறு போல அவர்களுடைய சராசரி குறியீடுகள் நிருவியது இருவருடைய தாகும்.

$$\text{மேரியுடைய சராசரி குறியீடு} = \frac{42}{5} = 8.4$$

$$\text{ஹரியுடைய சராசரி குறியீடு} = \frac{41}{5} = 8.2$$

இடையே மேரியுடைய சராசரி (score) குறியீடு ஹரிஸ்யை விட அதிகமானது, மேரி செயலாற்று வதில் ஹரியை விட சிறந்தவள் என உரிமை கொண்டாடினாள், ஆனால் ஹரி அதற்கு ஒத்துக்கொள்ளவில்லை. அவன் இருவருடைய குறியீடுகளை ஏறும் வரிசையில் வரிசைப்படுத்தி மற்றும் கீழே கொடுக்கப்பட்டதைப் போல் மையக் குறியீட்டை காண்க:

| | | | | | |
|---------------------|---|---|----|----|----|
| மேரியின் குறியீட்டு | 7 | 8 | 8 | 9 | 10 |
| ஹரியின் குறியீட்டு | 4 | 7 | 10 | 10 | 10 |

அவனுடைய மத்திய - மிக உயர்ந்த குறியீடு 10 ஆனபடியால் அதை கூறியது ஹரி ஆகும், அது மேரியின் மத்திய மிக உயர்ந்த குறியீடுவை விட அதிகம், அது 8 ஆகும், செயல்பாடுகளில் அவனுடைய மதிப்பு சிறந்ததாகும்.

ஆனால் மேரியை திருப்திபடுத்த முடியவில்லை, மேரியை திருப்திபடுத்த, ஹரி மற்றொரு தந்திரத்தால் அவன் முயற்சி வெளியானது. ஒரே ஒரு முறை குறியீடான 10 மதிப்பெண்கள் மேரியானது அதை ஒப்பிட்டும்கூட (3 முறை) அடிக்கடி அதிகமான குறியீடான 10 மதிப்பெண்கள் என்னுடையது என அவன் கூறினான். ஆகையால், அவனுடைய செயல்தான் சிறந்தது.

இப்பொழுது, ஹரி மற்றும் மேரிக்கு இடையே உள்ள வாக்குவாதம் தீர்மானமாயிற்று. அவர்களுடைய நோக்கத்தினால் செய்யப்பட்டதை தேர்ந்தெடுத்து அளவுகளான மூன்றை பற்றி பார்க்கலாம்.

முதல் நிகழ்வில் ஆன கூட்டுச் சராசரி மேரியுடையது எனகாண், அது குறியீடின் சராசரியாகும். அவனுடைய வாதம் இடைநிலை அளவு என பயன்படுத்தி அது ஹரியுடைய மத்திய குறியீடாகும். முகடையை இரண்டாவது தந்திரமாக பயன் படுத்தி ஹரி அதனை மிக உயர்ந்த அடிக்கடி குறியீட்டை மதிப்பெண் ஆகும்.

இப்பொழுது, கூட்டுச்சராசரியை முதலில் விரிவாக பார்ப்போம்.

கவனிப்புகளின் எண்ணிக்கையின் கூட்டுச்சராசரி (அல்லது சராசரி) என்பது எல்லா கவனிப்புகளின் மதிப்புகளையும் கூட்டுவதால் கிடைக்கும் மதிப்பை கவனிப்பின் மதிப்புகளின் எண்ணிக்கையால் வகுக்கப்படுவதாகும்.

\bar{x} குறியீட்டினால் இதனை குறிப்பிடவும் இதனை $x - \text{bar}$ என படிக்க வேண்டும்.

ஒரு உதாரணத்தை கருத்தில் கொள்.

எடுத்துக்காட்டு 10 : பொது ஜனத்திற்காக சமூக ஊழியம் செய்ய ஒரு வாரத்தில் அவர்கள் செலவு செய்ய வேண்டிய காலத்தை பற்றி 5 மக்களிடம் கேட்டனர். 10, 7, 13, 20 மற்றும் 15 மணிகள் முறையே செய்வோம் என அவர்கள் கூறினர். ஒரு வாரத்திற்கான காலத்தை கூட்டுச்சராசரியாக (அல்லது சராசரியை) கண்டுபிடி.

தீர்வு : ஏற்கனவே முந்தைய வகுப்புகளில் நாம் படித்த சராசரியானது.

எல்லா கவனிப்புகளின் கூட்டுத்தொகை

கவனிப்புகளின் மொத்த எண்ணிக்கை என்பதற்கு சமமாகும்.

சராசரியை கண்டுபிடிக்க வேலையை சுருக்கி கவனிப்புகளை குறிக்க ஒரு x_i மாறிலியை என பயன்படுத்திகொள். இந்த நிகழ்வில், 1 லிருந்து 5 வரை மதிப்புகளை i எடுத்துக் கொள்ளும். ஆகையால் x_1 , நம்முடைய முதல் கவனிப்பாகும், x_1 ஆல் குறியிடப்பட்டது 10க்கு சமம், $x_2 = 7$, $x_3 = 13$, $x_4 = 20$ மற்றும் $x_5 = 15$.

ஆதலால், சராசரி $\bar{x} = \frac{\text{எல்லா கவனிப்புகளின் கூட்டுத்தொகை}}{\text{கவனிப்புகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$

$$= \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5}$$

$$= \frac{10 + 7 + 13 + 20 + 15}{5} = \frac{65}{5} = 13$$

ஆகையால், ஒரு வாரத்தில் 13 மணி நேரம் சமூக வேலை செய்ய 5 மக்கள் இதற்காக செலவு செய்த காலத்தின் சராசரியாகும்.

இப்பொழுது, சமூக வேலை செய்ய 30 மக்கள் செலவு செய்த நேரத்தின் சராசரியை இந்த நிகழ்வில் நாம் கண்டுபிடிக்கலாம், $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{30}$ என எழுதுவது கடினமான வேலையாகும். கூடுதலுக்காக Σ (Sigma) என்ற கிரேக்க சின்னத்தை நாம் பயன் படுத்த வேண்டும். $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{30}$ எழுதுவதற்கு பதிலாக, நாம் $\sum_{i=1}^{30} x_i$ என எழுதலாம், 1 லிருந்து 30 வரை மாறுப்பட்ட i போல x_i இன் கூட்டு என படிப்போம்.

ஆகையால்,

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{30} x_i}{30}$$

இதேபோல, 'n' கவனிப்புகளில் $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$

எடுத்துக்காட்டு 11: எடுத்துக்காட்டு 2 இல் கொடுக்கப்பட்ட ஒரு பள்ளிக்கூடத்தில் ஒன்பதாம் வகுப்பில் 30 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களுக்கு சராசரியை கண்டுபிடிக்கவும், .

தீர்வு: இப்பொழுது

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{30}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{30} x_i &= 10 + 20 + 36 + 92 + 95 + 40 + 50 + 56 + 60 + 70 + 92 + 88 + 80 \\ &+ 70 + 72 + 70 + 36 + 40 + 36 + 4 + 92 + 40 + 50 + 50 + 56 + 60 \\ &+ 70 + 60 + 60 + 88 = 1779 \end{aligned}$$

$$\therefore \bar{x} = \frac{1779}{30} = 59.3$$

இந்த செயல்முறையில் நேரத்தை இது வீணாக்குமா? இதனை நாம் சுருக்க முடியுமா? (அட்டவணை 14.1 ஐ பார்) விவரங்களுக்கான இதனை ஒரு நிகழ்வெண் அட்டவணை உருவாக்கலாம் என்பதை நாம் குறிப்பிடவேண்டும்.

10 மதிப்பெண்கள் பெற்ற 1 மாணவன். 20 மதிப்பெண்கள் பெற்ற 1 மாணவன், 36 மதிப்பெண்கள் பெற்ற 3 மாணவர்கள், 40 மதிப்பெண்கள் பெற்ற 4 மாணவர்கள், 56 மதிப்பெண்கள் பெற்ற 2 மாணவர்கள், 60 மதிப்பெண்கள் பெற்ற 4 மாணவர்கள், 70 மதிப்பெண்கள் பெற்ற 4 மாணவர்கள், 72 மதிப்பெண்கள் பெற்ற 1 மாணவர்கள், 80 மதிப்பெண்கள் பெற்ற 1 மாணவன், 88 மதிப்பெண்கள் பெற்ற 2 மாணவர்கள் 92 மதிப்பெண்கள் பெற்ற 3 மாணவர்கள் மற்றும் 95 மதிப்பெண்கள் பெற்ற 1 மாணவன் என்பதை அட்டவணையில் காட்டும்.

ஆகையால், மொத்த மதிப்பெண்களை பெற்ற

$$\begin{aligned} &= (1 \times 10) + (1 \times 20) + (3 \times 36) + (4 \times 40) + (3 \times 50) \\ &+ (2 \times 56) + (4 \times 60) + (4 \times 70) + (1 \times 72) + (1 \times 80) \\ &+ (2 \times 88) + (3 \times 92) + (1 \times 95) \end{aligned}$$

$$= f_1 x_1 + \dots + f_{13} x_{13},$$

அங்கே f_i என்பது பதிவான அட்டவணை 14.1 இல் i க்கான நிகழ்வெண் ஆகும்.

விரிவாக, $\sum_{i=1}^{13} f_i x_i$ என இதனை நாம் எழுதலாம்.

$$\begin{aligned} \text{ஆகையால், பெற்ற மதிப்பெண்களின் மொத்தம்} &= \sum_{i=1}^{13} f_i x_i \\ &= 10 + 20 + 108 + 160 + 150 + 112 + 240 + 280 + 72 + 80 + 176 \\ &+ 276 + 95 = 1779 \end{aligned}$$

இப்பொழுது, கவனிப்புகளில் மொத்த எண்ணிக்கை

$$= \sum_{i=1}^{13} f_i = f_1 + f_2 + \dots + f_{13}$$

$$= 1 + 1 + 3 + 4 + 3 + 2 + 4 + 4 + 1 + 1 + 2 + 3 + 1 = 30$$

ஆகையால், சராசரி $\bar{x} = \frac{\text{எல்லா கவனிப்புகளின் கூட்டுத் தொகை}}{\text{கவனிப்புகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$

$$= \left(\frac{\sum_{i=1}^{13} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{13} f_i} \right) = \frac{1779}{30} = 59.3$$

கொடுக்கப்பட்ட அட்டவணையில் விளம்பரம் செய்யப்பட்டது செயல் முறையாகும், அட்டவணை 14.1 இல் திருத்தப்பட்ட வடிவமாகும்.

அட்டவணை 14.12

| மதிப்பெண்கள் (x_i) | மதிப்பெண்கள் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை (f_i) | $f_i x_i$ |
|---------------------------|--|----------------------------------|
| 10 | 1 | 10 |
| 20 | 1 | 20 |
| 36 | 3 | 108 |
| 40 | 4 | 160 |
| 50 | 3 | 150 |
| 56 | 2 | 112 |
| 60 | 4 | 240 |
| 70 | 4 | 280 |
| 72 | 1 | 72 |
| 80 | 1 | 80 |
| 88 | 2 | 176 |
| 92 | 3 | 276 |
| 95 | 1 | 95 |
| | $\sum_{i=1}^{13} f_i = 30$ | $\sum_{i=1}^{13} f_i x_i = 1779$ |

இவ்வாறாக இந்த நிகழ்வில் உள்ள குழுவற்ற நிகழ்வெண் பரவலுக்கு, நீ சூத்திரத்தை பயன் படுத்தலாம்.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

சராசரியை கணக்கிட,

ஹரி மற்றும் மேரிக்கு இடையேயுள்ள விவாதத்தின் சூழ்நிலைக்கு பின்னால் இப்பொழுது நகரவும், மற்றும் மத்திய - மிக உயர்ந்த குறியீடை கண்டுபிடிக்க சிறந்த செயலாகும் என ஹரி கண்டுபிடித்ததை இரண்டாம் நிகழ்வில் ஆகும். ஏற்கனவே விவரித்தது போல், இந்த மையப்போக்கு அளவைகளை இடை நிலையளவு என அழைக்கலாம்.

கொடுக்கப்பட்ட கவனிப்புகளின் எண்ணிக்கைகளை சரியாக இரண்டு பாகங்களாக பிரிக்கும் மதிப்பை நாம் இடை நிலையளவு எனலாம் அது ஆகையால், பின்வருவனைப்பற்றி கணக்கிட குழுவற்ற விவரங்களுக்கான இடையிலையளவை ஏறும் (அல்லது இறங்கும்) வரிசையில் விவரங்களை வரிசைப்படுத்தி அமை:

- (i) கவனிப்புகளின் (Observations) (n) எண்ணிக்கை ஒற்றப்படையாகின் கவனிப்புகள் $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ இடம் ஆனது இடை நிலையளவின் மதிப்பாகும்.

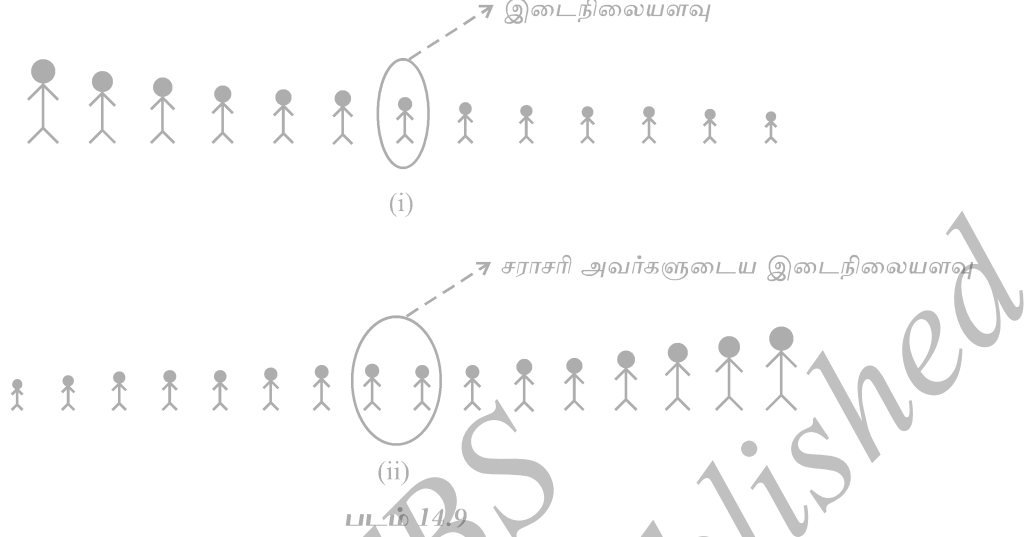
எடுத்துக்காட்டாக, $n = 13$ ஆயின், $\left(\frac{13+1}{2}\right)$ இடத்தின் மதிப்பு, அதாவது

இடைநிலையளவின் கவனிப்பு 7 ஆகும் (படம் 14.9 (i) ஐ பார்க்க)

- (ii) கவனிப்புகளின் (n) எண்ணிக்கை இரட்டையாகின், கவனிப்புகளான $\left(\frac{n}{2}\right)$ மற்றும் $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ சராசரியானது இடைநிலையளவு ஆகும். எடுத்து

க்காட்டாக, $n = 16$ கவனிப்புகளான $\left(\frac{16}{2}\right)$ மற்றும் $\left(\frac{16}{2}+1\right)$ சராசரியானது

இதன் இடைநிலையளவு ஆகும். அதாவது கவனிப்புகளான 8 மற்றும் 9 இன் சராசரி மதிப்புதான் இடைநிலையளவாகும் (படம் (ii) ஐ பார்க்க)



சில எடுத்துக்காட்டுகளின் உதவியைக் கொண்டு விளக்கிச் சொல்லலாம்.
எடுத்துக்காட்டு 12 : பின்வரும் மதிப்புகள் ஒரு வகுப்பில் 9 மாணவர்களின் உயரம் (செ.மீ.) ஆகும்.

155 160 145 149 150 147 152 144 148

இந்த விவரங்களுக்கான இடைநிலையளவை கண்டுபிடி.

தீர்வு: விவரங்களை ஏறும் வரிசையில் வரிசைப்படுத்து பின் வருமாறு போல.

144 145 147 148 (149) 150 152 155 160

இடையே 9 மாணவர்களின் எண்ணிக்கையாகும், அது ஒன்றையாகும், இடையிலையளவை கண்டுபிடிக்க நாம் உயரங்களை கண்டுபிடிப்போம் $\left(\frac{n+1}{2}\right) = \left(\frac{9+1}{2}\right) = 5$ வது மாணவன், அது 149 செ.மீ ஆகும் ஆகையால்,

இடைநிலையளவு, அதாவது இடைநிலையளவின் உயரம் 149 செ.மீ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 13 : பின்வருமாறு, ஒரு தொடர் பந்தயத்தில் ஒரு கபடி குழுவின் குறியீடு இதுவாகும்.

17, 2, 7, 27, 15, 5, 14, 8, 10, 24, 48, 10, 8, 7, 18, 28

குழுக்களால் குறியீட்டு மதிப்புகளுக்கு இடையிலையளவை கண்டுபிடி.

தீர்வு : ஏறும்வரிசையில் குழுவால் குறியீட்டிட்ட மதிப்புகளை வரிசைப்படுத்தவும்.

2, 5, 7, 7, 8, 8, 10, 10, 14, 15, 17, 18, 24, 27, 28, 48

இங்கே விவரங்களின் எண்ணிக்கைகள் 16. ஆகையால், அங்கே நடுவில் இரண்டு எண்கள் இருக்கும் அதாவது $\left(\frac{16}{2}\right)$ மற்றும் $\left(\frac{16}{2}+1\right)$ அதாவது 8 மற்றும்

9 இவை எண் அளவாகும். ஆகையால் 8 மற்றும் 9 எண் அளவின் மதிப்புகளின் சராசரியானது இடையிலையளவு ஆகும்.

$$\text{அதாவது, இடையிலையளவு} = \frac{10+14}{2} = 12$$

ஆகையால், கபடி குழுவால் குறியீடப்பட்ட சராசரியானது இடையிலையளவு ஆகும்.

ஹரி மற்றும் மேரியின் வகை படுத்தாத சச்சரவு அதனால் மறுபடியும் பின்னோக்கி போகவும் சராசரியான முகடை கண்டுபிடிக்க ஹரியால் பயன் படுத்தப்பட்ட மூன்றாவது அளவு ஆகும்.

மிக அதிக முறையில் திரும்ப திரும்ப வரும் கவனிப்புகளின் மதிப்பை முகடு எனலாம், அதாவது மிக அதிகமான நிகழ்வெண் உள்ள கவனிப்புகளை முகடு என அழைக்கலாம்.

மையப்போக்கு அளவைகளை அதிகமாக பயன்படுத்தி செய்த தயாராக்கின்ற ஆடைகள் மற்றும் ஷீ தொழிற்சாலைகள் ஆகும். உற்பத்தி செய்யப்படும் பொருள் அளவை இந்த தொழிற்சாலைகள் முகடின் அறிவை பயன்படுத்தி தான் முடிவு செய்யும்.

எடுத்துக்காட்டின் உதவியைக் கொண்டு விளக்கிச்சொல்லலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 14: 20 மாணவர்கள் பெற்ற (10 மதிப்பெண்களுக்கு) மதிப்பெண்கள் பின்வருமாறு உள்ளதற்கு முகடை கண்டு பிடிக்கவும்.

4, 6, 5, 9, 3, 2, 7, 7, 6, 5, 4, 9, 10, 10, 3, 4, 7, 6, 9, 9

தீர்வு : பின்வரும் அமைப்பின் படி விவரங்களை வரிசைப் படுத்தவும்.

2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 9, 9, 9, 9, 10, 10,

இங்கே மிக அதிகப்பட்ட மாக வந்திருப்பது 9 ஆகும். அதாவது 4 முறையாகும், ஆகையால் 9 முகடாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 15: 5 தொழிலாளர்களின் உள்ள ஒரு சிறு தொழிற்சாலையைக் கருது. அதில் ஒரு மேற்பார்வையாளர் மற்றும் நான்கு தொழிலாளர்களும் உள்ளனர். ஒவ்வொருவரும் ஒரு மாதத்திற்கும் ரூ. 5,000 சம்பளம் வாங்கும் தொழிலாளர்கள் அதே நேரத்தில் ஒரு மாதத்திற்கு ரூ. 15,000 வாங்கும் மேற்பார்வையாளர். தொழிற்சாலையில் இந்த அலகில் வாங்கும் சம்பளத்திற்கு கூட்டுச்சராசரி இடைநிலையளவு மற்றும் முகடை கணக்கிடவும்.

$$\text{தீர்வு : சராசரி} = \frac{5000 + 5000 + 5000 + 5000 + 15000}{5} = \frac{35000}{5} = 7000$$

ஆகையால் சராசரி சம்பளம் ஒரு மாதத்திற்கு ரூ. 7,000 ஆகும்.

இடைநிலையளவை பெற, ஏறும் வரிசையில் சம்பளங்களை வரிசைப்படுத்தவும்.

5000, 5000, 5000, 5000, 15,000

5 என்பது தொழிற்சாலையில் தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கையாக மெனில், கொடுக்கப்பட்ட இடைநிலையளவு $\left(\frac{5+1}{2}\right)$ இடம் = $\left(\frac{6}{2}\right)$ இடம் = 3 வது கவனிப்பாகும். ஆதலால், ஒரு மாதத்திற்கு ரூ. 5000 இடைநிலையளவு ஆகும்.

சம்பளங்களின் முகடை கண்டுபிடிக்க, அதாவது முகடு சம்பளம், 5000, 5000, 5000, 5000, 15,000 விவரங்களின் படி அதிகபட்ச திரும்ப திரும்ப காணப்படுவது 5000 என பார்த்தோம், ஆகையால், ஒரு மாதத்திற்கு ரூ. 5000 சம்பளம் முகடாகும்.

மேலேயுள்ள எடுத்துக்காட்டில் கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு மையப்போக்கு அளவைகள் மூன்றையும் இங்கே ஒப்பிடவும், சம்பளங்களில் யாரேனும் ஒருவருக்கு தோராய மதிப்பீடு கொடுக்காத போது, ஆயினும் ரூ. 7000 சராசரி சம்பளமாகும். அதிகமாக பலனளிக்கும் வகையில் விவரங்களை பிரதிநிதியிடும் போது ரூ. 5000 இடைநிலையளவு மற்றும் முகடு சம்பளமாக எப்பொழுதும் இருக்கும்.

விவரங்களில் உச்ச மதிப்புகள் சராசரியை பாதிக்கும். சராசரியின் பலஹினத்தில் இது ஒன்றாகும் ஆதலால், மிக உயர்ந்த மற்றொரு குறிப்பிடுவெகு தூரத்தில் இருக்கும் சில குறிப்பிடும் விவரங்கள் இருக்குமாகில், பிரதியிடப்பட்ட இந்த விவரங்களுக்கான சராசரி பொருத்தமானதாக இருக்காது (1, 7, 8, 9, 9 போல) அதனால் விவரங்களில் இருக்கும்

கடைக்கோடியான மதிப்புகள் முகடு மற்றும் இடைநிலையளவை பாதிக்காது, இதுப்போன்ற சூழ்நிலையில் சராசரியானது நல்ல மதிப்பீட்டை கொடுக்கும்.

ஹரி மற்றும் மேரியின் சூழ்நிலைக்கு மறுபடியும் திரும்பிவரவும் மற்றும் மூன்று மையப்போக்கு அளவைகளை ஒப்பிடவும்.

| மையப்போக்கு அளவைகள் | ஹரி | மேரி |
|---------------------|-----|------|
| சராசரி | 8.2 | 8.4 |
| இடைநிலையளவு | 10 | 8 |
| முகடு | 10 | 8 |

எந்த மாணவன் சிறந்தவன் என முடிவு செய்வதற்கு இந்த மையப்போக்கு அளவுகள் போதுமானதாக இல்லை. இதை முடிவு செய்வதற்கு இன்னும் அதிகமான சில தகவல்கள் நமக்கு தேவை இதைப்பற்றி உயர் வகுப்புகளில் நீ படிப்பாய்.

பயிற்சி 14.4

1. 10 பந்தயங்களில் வரிசையாக ஒரு குழுவினால் குறியீட்டை கோல்களின் எண்ணிக்கையின் பின்வருமாறு

2, 3, 4, 5, 0, 1, 3, 3, 4, 3

குறியீடான இவைகளுக்கு சராசரி, இடைநிலையளவு மற்றும் முகடை கண்டுபிடி.

2. 15 மாணவர்களுக்கு கொடுக்கப்பட்ட கணித சிறு தேர்வில், பதிவு செய்யப்பட்ட (100 க்கு) மதிப்பெண்கள் பின்வருமாறு:

41, 39, 48, 52, 46, 62, 54, 40, 96, 52, 98, 40, 42, 52, 60

இந்த விவரங்களுக்கு சராசரி, இடைநிலையளவு மற்றும் முகடை கண்டுபிடி.

3. ஏறும் வரிசையில் வரிசை படுத்தி கவனிப்புகள் வருமாறு. அவற்றின் இடைநிலையளவு 63 ஆகுமெனில், 'x' மதிப்பை காண்.

29, 32, 48, 50, x, x+2, 72, 78, 84, 95

4. 14, 25, 14, 28, 18, 17, 18, 14, 23, 22, 14, 18 உடைய முகடுவை கண்டுபிடி.

5. கீழ் வரும் அட்டவணையிலிருந்து ஒரு தொழிற்ச்சாலையின் 60 வேலையாட்களின் சம்பளத்திற்கு சராசரியை கண்டுபிடி.

| சம்பளம் ரூ.யில். | வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை |
|------------------|-------------------------|
| 3000 | 16 |
| 4000 | 10 |
| 5000 | 10 |
| 6000 | 8 |
| 7000 | 6 |
| 8000 | 4 |
| 9000 | 3 |
| 10,000 | 1 |
| மொத்தம் | 60 |

6. கீழ்க்கண்ட சூழ்நிலைகளுக்கு ஒரு உதாரணம் கொடு

- சராசரியே தகுந்த மையப்போக்கு அளவு
- சராசரியானது தகுந்த மையப்போக்கு அவளாக இருக்காமல், இடைநிலையானது தகுந்த மையப்போக்கு அளவாக இருக்கும்.

14.6.தொகுப்பு

இந்தப்பாடத்தில், பின்வரும் குறிப்புகளை நீங்கள் படித்திருப்பீர்கள்.

- உண்மைகள் அல்லது எண்கள், திட்டமான நோக்கத்தோடு சேகரிக்கப்பட்டதை, விவரங்கள் என அழைக்கலாம்.
- புள்ளியியல் என்பது விவரங்களை அறிமுகப்படுத்துதல், ஆராய்தல் மற்றும் பகுத்தறிதல் ஆகியவற்றை செயலாற்றும் துரையாகும்.
- செவ்வக வரைப்படம், நிகழ்வுச் செவ்வகம் மற்றும் நிகழ்வெண் பலகோணம் உருவாகும் வரைப்படத்தின் விவரங்களை அறிமுகப்படுத்துவது எப்படி என்பது.
- பட்டியிலாடாத விவரங்களின் மையப்போக்கு அளவுகள் மூன்று ஆகும்.

- (i) சராசரி : எல்லா மதிப்புகளான கவனிப்புகளை கூட்டுவதால் கிடைக்கும் மதிப்பை மற்றும் மதிப்புகளான கவனிப்புகளை மொத்த எண்ணிக்கையால் வகுக்கப்படுவதாகும் என காண். இதை \bar{x} ஆல் குறிக்கப்படும்.

ஆகையால், $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$, இது பட்டியலிடப்படாத விவரங்களின் பரவலுக்கு,

$$\text{இதுவானது } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

- (ii) இடைநிலையளவு: இது கவனிப்புகளின் நடு மத்தியில் அமைந்த மதிப்பாகும். 'n' ஒற்றையாக இருந்தால், இடைநிலையளவு கவனிப்பின் $= \left(\frac{n+1}{2} \right)$ இட மதிப்பாகும்.

'n' இரட்டையாக இருந்தால் இடைநிலையளவு $= \left(\frac{n}{2} \right)$ இடம் மற்றும் $\left(\frac{n}{2} + 1 \right)$ இடம் ஆகிய மதிப்புகளின் சராசரி.

- (iii) முகடு: மிக அதிக முறையில் திரும்ப திரும்ப தோன்றும் கவனிப்பை முகடு எனலாம்.

பாடல்கள்

நிகழ்தகவு (Probability)

15.1 முன்னுரை

தினசரி வாழ்க்கையில் நாம் பின்வரும் வாக்கியங்களை கடந்து செல்கிறோம்.

1. இன்று மழை ஒரு வேளை பொழியலாம்.
2. அவன் தேர்வில் வெற்றி பெறுவான் என்பதில் எனக்கு சந்தேகமே!
3. முழு ஆண்டு தேர்வில் கவிதா முதல் இடம் அநேகமாக பெறுவாள்.
4. டீசல் விலை அதிகரிக்க அதிக வாய்ப்புகள் உள்ளன.
5. இன்று நடக்க உள்ள கிரிக்கெட் போட்டியில் இந்தியா நாணயத்தை சுண்டுதலில் Toss வெற்றி பெற 50-50 வாய்ப்புகள் உள்ளன.

ஒருவேளை, சந்தேகமே, அநேகமாக, வாய்ப்புகள், போன்ற சொற்கள் உறுதிபாடற்ற தன்மையையே உணர்த்துகின்றன. மேற்கண்ட வாக்கியங்களில் இன்று மழை பொழிந்தாலும் பொழியலாம் அல்லது பொழியாமல் போனாலும் போகலாம். இன்று மழை பொழியலாம் என்பதை நமது முன் அனுபவத்தால் இதே போன்ற சூழநிலையில் கணிக்கின்றோம்.

இதே போன்ற கணிப்புகளே மற்ற வாக்கியங்கள் (2) முதல் (5) வரை மேற்கொள்ளப்பட்டுள்ளன.

யூகங்களின் அடிப்படையில் உறுதிப்பாடற்ற தன்மையினை கணித முறையில் நிகழ்தகவு என்ற அளவினால் அளக்கலாம்.

நிகழ்தகவு என்பது சூதாட்டலிருந்து தோன்றியிருந்தாலும், இது **பௌதீகம்**, மகுத்துவம், வானிலை முன்னறிவிப்பு, வர்த்தகம், உயிரியல் போன்ற பல்வேறு வளரும் துறைகளில் அதிகம் பயன்படுகிறது.

15.2 நிகழ்தகவு - ஒரு சோதனை அணுகுமுறை

(Probability - An experimental Approach)

முந்தைய வகுப்புகளில் நாணயங்களை சுண்டுதல், பகடையை உருட்டுதல் போன்ற பல சோதனைகளின் மூலம் நிகழ்தகவு என்பதையும் அதன் விளைவுகளைப் பற்றியும் சிறிது அறிந்துள்ளீர்கள். இப்பொழுது ஒரு சோதனையின் குறிப்பிட்ட விளைவினை பெறுவதற்கான வாய்ப்புகளை அளப்பதைப் பற்றி படிக்கப் போகிறீர்கள்.



பிளாசி பாஸ்கல்
(1623 – 1662)
படம் 15.1

(நிகழ்தகவு என்ற கருத்தானது ஒருமாறுபட்ட முறையில் தோன்றியது.

1654-ல் செவாலியே-டி-மெர் (Chavalier - de mere) என்பவர் 17ம் நூற்றாண்டின் மிகவும் புகழ்பெற்ற பிரெஞ்சு கணிதவியல் அறிஞர் பிளாசி பாஸ்கல் (Blaise Pascal) என்பவரை சில பகடை கணக்கு களைத் தீர்க்க அணுகினார்.



பியரி-டி-பெர்மார்
(1601 – 1665)
படம் 15.2

அந்த கணக்குகளில் பிளாசி பாஸ்கர் மிகவும் ஆர்வம் கொண்டு, அவற்றை படித்து மற்றொரு பிரெஞ்சு கணித மேதேயான பியரி-டி-பெர்மார் என்பவரிடம் கலந்து ஆலோச்சித்தார். இந்நிகழ்ச்சி நிகழ்தகவு கருத்தியலை, கணிதத்தின் வாயிலாக உருவாக்கியது.

இந்த நிகழ்தகவைப் பற்றிய முதல் புத்தகம் இத்தாலிய கணித அறிஞர் J கார்டான் என்பவரால் எழுதப்பட்டு 1663 ஆம் ஆண்டு வெளியிடப்பட்டது. பெர்னோலி, (1654 – 1705), P. லாப்லாஸ் (1749 – 1827), AA மார்கோவ் (1856 – 1922) மற்றும் A.N கோல்மோகோரோவ் (1903ல் பிறந்தார்) போன்றோர் நிகழ்தகவு கருத்தியலின் வளர்ச்சிக்கு பெரும் பங்களித்தனர்.

செயல்பாடு 1: ஒரு நாணயத்தை எடுத்துக் கொண்டு அதனை 10 முறை சுண்டவும். பூ மற்றும் தலை விழுவதை குறித்துக் கொள்ளவும். உன்னுடைய முடிவை பின்வரும் அட்டவணையில் குறி.