Sl. No.

C–DTN–L–TUB

STATISTICS

Paper—II

Time Allowed : Three Hours	Maximum Marks : 300

INSTRUCTIONS

Each question is printed both in Hindi and in English.

Answers must be written in the medium specified in the Admission Certificate issued to you, which must be stated clearly on the cover of the answer-book in the space provided for the purpose. No marks will be given for the answers written in a medium other than that specified in the Admission Certificate.

Candidates should attempt Question Nos. ***1*** *and* ***5*** *which are compulsory, and any* ***three*** *of the remaining questions selecting at least* ***one*** *question from each Section.*

The number of marks carried by each question is indicated at the end of the question.

Assume suitable data if considered necessary and indicate the same clearly.

Symbols/Notations used carry usual meanings, unless otherwise indicated.

Charts/Figures, wherever required, are to be drawn in the answer-book itself and ***not*** *on separate graph sheet.*

ध्यान दें : अनुदेशों का हिन्दी रूपान्तर इस प्रश्न-पत्र के पिछले पृष्ठ पर छपा है।

Section—A

1. Answer the following : 12×5=60

(a) For a finite irreducible aperiodic Markov chain with n-step transition probabilities $P_{ij}^{(n)}$, show that $\lim_{n \to \infty} P_{ij}^{(n)}$ exists and is independent of the initial state.

(b) Describe briefly about the queue system $(M/G/1)$. Obtain the expected number of persons in the system from $P(z)$.

(c) State the procedure for double sampling attributes plan for lot disposition. Also derive its OC and ASN functions.

(d) Use simplex method to solve the following LPP :

$$\text{Maximize } Z = x_1 - x_2 + 3x_3$$

subject to

$$x_1 + x_2 + x_3 \le 10$$
$$2x_1 - x_3 \le 2$$
$$2x_1 - 2x_2 + 3x_3 \le 0$$
$$x_1,\ x_2,\ x_3 \ge 0$$

(e) Discuss an inventory model with probabilistic demand.

खण्ड—क

1. निम्नलिखित के उत्तर दीजिए : 12×5=60

(क) n-पद संक्रमण प्रायिकताओं $P_{ij}^{(n)}$ सहित एक परिमित अखंडनीय अनावर्ती मार्कोव शृंखला के लिए सिद्ध कीजिए कि $\lim_{n \to \infty} P_{ij}^{(n)}$ का अस्तित्व है और वह प्रारंभिक अवस्था से स्वतंत्र है।

(ख) पंक्ति प्रणाली $(M/G/1)$ के बारे में संक्षिप्त वर्णन कीजिए। प्रणाली में $P(z)$ से प्रत्याशित व्यक्तियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

(ग) प्रचय व्यवस्था के संदर्भ में एक गुणों वाली द्विशः प्रतिचयन आयोजना के लिए कार्यविधि को लिखिए तथा इसके लिए संकारक अभिलक्षण (OC) और माध्य प्रतिदर्श संख्या (ASN) के फलनों को भी व्युत्पन्न कीजिए।

(घ) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या (LPP) को एकधा विधि का प्रयोग करके हल कीजिए :

अधिकतमीकरण कीजिए $Z = x_1 - x_2 + 3x_3$

बशर्ते कि

$$x_1 + x_2 + x_3 \le 10$$
$$2x_1 - x_3 \le 2$$
$$2x_1 - 2x_2 + 3x_3 \le 0$$
$$x_1, \; x_2, \; x_3 \ge 0$$

(ङ) प्रायिकतात्मक माँग वाले एक तालिका निदर्श की व्याख्या कीजिए।

2. (a) Justify the use of artificial variables in obtaining LPP. When should slack and surplus variables be used for solving linear programming problem? 10

(b) Explain the economic cost project models used in queueing theory. 20

(c) State the limitations for game theory. Following is the pay-off matrix for players *A* and *B*. Using dominance property, obtain the optimum strategies for both the players and determine the value of the game : 10

		Player *B*				
		I	*II*	*III*	*IV*	*V*
Player *A*	*I*	2	4	3	8	4
	II	5	6	3	7	8
	III	6	7	9	8	7
	IV	4	2	8	4	3

(d) Explain the concept of recurrence and transience in the case of finite Markov chains. 20

3. (a) Determine the optimal strategies for the game with the following pay-off matrix : 25

		B		
		I	*II*	*III*
A	*I*	4	3	1
	II	0	1	2

2. (क) रैखिक प्रोग्रामन समस्या (LPP) को प्राप्त करने में कृत्रिम चरों के प्रयोग का औचित्य बताइए। रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल करने में न्यूनतापूरक और आधिक्यपूरक चरों का उपयोग कब करते हैं? 10

(ख) पंक्ति सिद्धान्त में प्रयोग होने वाले आर्थिक लागत परियोजना निदर्शों की व्याख्या कीजिए। 20

(ग) खेल सिद्धान्त के लिए परिसीमाओं को लिखिए। खिलाड़ियों *A* और *B* के लिए भुगतान आव्यूह निम्नलिखित है। प्रमुखता गुणधर्म का उपयोग करते हुए दोनों खिलाड़ियों के लिए अनुकूलतम युक्तियाँ प्राप्त कीजिए और खेल का मान मालूम कीजिए : 10

		खिलाड़ी B				
		I	*II*	*III*	*IV*	*V*
खिलाड़ी A	*I*	2	4	3	8	4
	II	5	6	3	7	8
	III	6	7	9	8	7
	IV	4	2	8	4	3

(घ) परिमित मार्कोव शृंखलाओं के संदर्भ में पुनरावृत्ति और क्षणिकता की संकल्पना को समझाइए। 20

3. (क) निम्नलिखित भुगतान आव्यूह के साथ खेल के लिए इष्टतम युक्तियाँ मालूम कीजिए : 25

		B		
		I	*II*	*III*
A	*I*	4	3	1
	II	0	1	2

(b) A supermarket has 2 girls ringing up sales at the counters. If the service time for each customer is exponential with mean 4 minutes and if people arrive in a Poisson fashion at the rate of 10 per hour—

(i) what is the probability of having to wait for service;

(ii) what is the expected percentage of idle time for each girl? 20

(c) A company uses annually 24000 units of a raw material which costs ₹ 1·25 per unit. Placing each order costs ₹ 22·5 and the carrying cost is 5·4% per year of the average inventory. Find the economic lot-size and the total inventory cost (including cost of material). 15

4. (a) The following table shows all the necessary information on the available supply to each warehouse, the requirements for each market and the unit transportation cost from each warehouse to each market :

		Market				
		I	*II*	*III*	*IV*	*Supply*
Warehouse	*A*	5	2	4	3	22
	B	4	8	1	6	15
	C	4	6	7	5	8
Requirement		7	12	17	9	

(ख) एक सुपर-बाजार में 2 लड़कियाँ काउंटरों पर बिक्री की घंटी बजा रही हैं। यदि प्रत्येक उपभोक्ता के लिए सेवा समय, माध्य 4 मिनट के साथ चरघातांकी हो और यदि व्यक्ति 10 प्रति घंटा की दर से एक प्वाँसों प्रकरण के अनुसार आगमित होते हों, तो—

(i) सेवा के लिए प्रतीक्षा करने की प्रायिकता क्या है;

(ii) प्रत्येक लड़की के लिए व्यर्थ समय का प्रत्याशित प्रतिशत क्या है? 20

(ग) एक कंपनी एक कच्चे माल की 24000 इकाइयाँ, जिसकी लागत ₹ 1·25 प्रति इकाई है, प्रति वर्ष उपयोग करती है। प्रत्येक ऑडर देने में ₹ 22·5 लगते हैं और अपने पास रखने की लागत माध्य तालिका की 5·4% प्रति वर्ष है। आर्थिक प्रचय-आमाप और कुल तालिका लागत (माल की लागत सहित) प्राप्त कीजिए। 15

4. (क) निम्नलिखित सारणी में सभी आवश्यक सूचनाएँ दर्शित हैं। प्रत्येक गोदाम को उपलब्ध पूर्ति, प्रत्येक बाजार के लिए आवश्यकताएँ और प्रत्येक गोदाम से प्रत्येक बाजार तक प्रति इकाई परिवहन लागत नीचे दी हुई है :

		बाजार				
		I	*II*	*III*	*IV*	*पूर्ति*
गोदाम	*A*	5	2	4	3	22
	B	4	8	1	6	15
	C	4	6	7	5	8
आवश्यकता		7	12	17	9	

The shipping clerk has worked out the following schedule from experience :

12 units from *A* to *II*
1 unit from *A* to *III*
9 units from *A* to *IV*
15 units from *B* to *III*
1 unit from *C* to *III*
7 units from *C* to *I*

(i) Check and verify if the clerk has the optimal schedule.

(ii) Find the optimal schedule and the minimum total shipping cost. 25

(b) Construct a control chart for $\overline{X}$ and R from the following data on the basis of samples of 5 being taken every hour (each set of 5 has been arranged in ascending order of magnitude). Comment on the state of control. What will be the future control limits for $\overline{X}$ and R charts? 20

42	42	19	36	42	51	60	18	15	69	64	61
65	45	24	54	51	74	60	20	30	109	90	78
75	68	80	69	57	75	72	27	39	117	93	94
78	72	81	77	59	78	95	42	54	118	109	109
87	90	81	84	78	132	135	60	62	153	112	139

Table Value
For $n = 5$
$A_2 = 0 \cdot 577$, $D_3 = 0$, $D_4 = 2 \cdot 11$

(c) Explain the different types of redundancies and their role in improving the reliability of a system. 15

लदान क्लर्क ने अपने अनुभव से निम्नलिखित अनुसूची तैयार की है :

12 इकाइयाँ A से II तक

1 इकाई A से III तक

9 इकाइयाँ A से IV तक

15 इकाइयाँ B से III तक

1 इकाई C से III तक

7 इकाइयाँ C से I तक

(i) जाँच और सत्यापन कीजिए कि क्या क्लर्क के पास इष्टतम अनुसूची है।

(ii) इष्टतम अनुसूची और न्यूनतम कुल लदान लागत प्राप्त कीजिए। 25

(ख) निम्नलिखित आँकड़ों से, प्रति घंटा आमाप 5 के लिये गये प्रतिदर्शों के आधार पर (प्रत्येक 5 के समूह को परिमाण के आरोही क्रम में व्यवस्थित किया गया है), $\overline{X}$ और R के लिए एक नियंत्रण चार्ट की रचना कीजिए। नियंत्रण की स्थिति पर टिप्पणी कीजिए। $\overline{X}$ और R चार्टों की आगामी नियंत्रण सीमाएँ क्या होंगी? 20

42	42	19	36	42	51	60	18	15	69	64	61
65	45	24	54	51	74	60	20	30	109	90	78
75	68	80	69	57	75	72	27	39	117	93	94
78	72	81	77	59	78	95	42	54	118	109	109
87	90	81	84	78	132	135	60	62	153	112	139

सारणी मान

$n = 5$ के लिए

$A_2 = 0 \cdot 577, \quad D_3 = 0, \quad D_4 = 2 \cdot 11$

(ग) एक प्रणाली की विश्वसनीयता को सुधारने के लिए विभिन्न प्रकार के अतिरेकों और उनकी भूमिका को समझाइए। 15

Section—B

5. Answer the following : 12×5=60

(a) Explain the identification problem, and state the rank and order conditions for identifying a model equation. Show that these conditions are necessary and sufficient.

(b) Define and describe quasi-stable theory of population.

(c) State Laspeyre's and Paasche's index number of prices, and examine whether they satisfy the various tests for index numbers.

(d) Explain the concept for moving average model and autoregressive moving average model [ARMA (p, q)].

(e) Explain how the infant mortality rate is constructed.

6. (a) Explain Durbin-Watson test for auto-correlation under a general linear model. 20

(b) Explain in detail two-stage least squares method for estimation. 20

(c) Describe in detail the problem of multi-collinearity with an example. 20

खण्ड—ख

5. निम्नलिखित के उत्तर दीजिए : $12 \times 5 = 60$

(क) अभिनिर्धारण समस्या को समझाइए और एक निदर्श समीकरण को पहचानने के लिए कोटि और क्रम प्रतिबन्धों को लिखिए। दिखाइए कि ये प्रतिबन्ध आवश्यक तथा पर्याप्त हैं।

(ख) जनसंख्या के स्थायी-कल्प के सिद्धान्त की परिभाषा दीजिए और उसका वर्णन कीजिए।

(ग) लैस्पेयर तथा पाशे के मूल्यों के सूचकांक को लिखिए और जाँच कीजिए कि ये सूचकांकों के लिए विभिन्न परीक्षणों को सन्तुष्ट करते हैं या नहीं।

(घ) गतिमान माध्य निदर्श और स्वसमाश्रयी गतिमान माध्य निदर्श [ARMA (p, q)] की धारणा को समझाइए।

(ङ) समझाइए कि शिशु मर्त्यता दर किस प्रकार से रचित होता है।

6. (क) एक व्यापक रैखिक निंदर्श के अन्तर्गत स्वसहसम्बन्ध के लिए डर्बिन-वाट्सन परीक्षण को समझाइए। 20

(ख) आकलन के लिए द्विचरण न्यूनतम वर्ग विधि को विस्तार से समझाइए। 20

(ग) एक उदाहरण के साथ बहुसंरेखता की समस्या की विस्तार से चर्चा कीजिए। 20

7. *(a)* Explain in detail the three tests for fixed base index numbers. 25

(b) Project Weibull distribution as a failure model. Derive its hazard function. What is a bathtub curve? 20

(c) Explain different measures of mortality. Briefly discuss about the procedures for finding standardization of rates through direct and indirect methods. 15

8. *(a)* Specify the time and factor reversal tests for a price index number. Illustrate by a standard price index number which satisfies both the tests. Prove your claim. 25

(b) Write a note on Central Statistical Organization. 20

(c) Write briefly on : 15

(i) Methods for collection of official statistics in India

(ii) Reliability and limitations of data collection

7. (क) स्थिर आधार वाले सूचकांकों के लिए तीन परीक्षणों को विस्तार से समझाइए। 25

(ख) वेबुल बंटन को एक असफलता निदर्श के रूप में दर्शाइए। इसके संकटग्रस्तता फलन को व्युत्पन्न कीजिए। एक बाथटब वक्र क्या है? 20

(ग) मर्त्यता के विभिन्न मापों की व्याख्या कीजिए। प्रत्यक्ष तथा अप्रत्यक्ष विधियों द्वारा दरों के मानकीकरण प्राप्त करने की प्रक्रिया के विषय में संक्षेप में चर्चा कीजिए। 15

8. (क) एक मूल्य सूचकांक के लिए कालोत्क्रमण और उपादान उत्क्रमण परीक्षणों का उल्लेख कीजिए। एक मानक मूल्य सूचकांक, जो कि दोनों परीक्षणों को सन्तुष्ट करता हो, का उदाहरण देते हुए समझाइए। अपने दावे को सिद्ध कीजिए। 25

(ख) केन्द्रीय सांख्यिकीय संगठन पर एक टिप्पणी लिखिए। 20

(ग) निम्नलिखित पर संक्षेप में लिखिए : 15

(i) भारतवर्ष में सरकारी आँकड़े एकत्र करने के तरीके

(ii) आँकड़ों को एकत्र करने की विश्वसनीयता और प्रतिबन्ध

★ ★ ★

सांख्यिकी

प्रश्न-पत्र—II

समय : तीन घण्टे | पूर्णांक : 300

अनुदेश

प्रत्येक प्रश्न हिन्दी और अंग्रेजी दोनों में छपा है।

प्रश्नों के उत्तर उसी माध्यम में लिखे जाने चाहिए, जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है, और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख उत्तर-पुस्तक के मुख-पृष्ठ पर अंकित निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए। प्रवेश-पत्र पर उल्लिखित माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे।

*प्रश्न संख्या **1** और **5** अनिवार्य हैं। बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम **एक** प्रश्न चुनकर किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए।*

प्रत्येक प्रश्न के लिए नियत अंक प्रश्न के अंत में दिए गए हैं।

यदि आवश्यक हो, तो उपयुक्त आँकड़ों का चयन कीजिए तथा उनको निर्दिष्ट कीजिए।

प्रतीकों/संकेतनों के प्रचलित अर्थ हैं, जब तक अन्यथा न कहा गया हो।

*चार्ट/चित्र, जहाँ आवश्यक हो, उत्तर-पुस्तक पर बनाइए, पृथक् ग्राफ पेपर पर **नहीं**।*

Note : English version of the Instructions is printed on the front cover of this question paper.