

क्षेत्रफल और परिमिति (AREA AND PERIMETER)

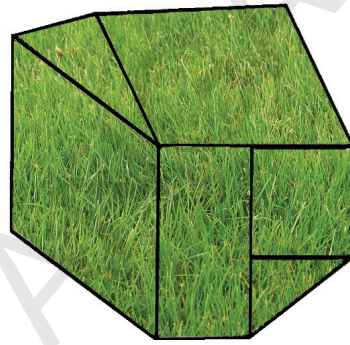
13

13.0 परिचय

इसमें आप बेडोल खेत (चित्र 1) का क्षेत्रफल जानना चाहती है। इस लिए उसने अपने खेत को यथा क्रम त्रिभुज, आयत समानान्तर चतुर्भुज, सम चतुर्भुज और वर्ग (चित्र 2) में विभाजित करती है। वह सोचती है कि इन सभी आकारों का क्षेत्रफल ज्ञात करके वह अपने खेत का क्षेत्रफल ज्ञात कर लेगी।



चित्र 1



चित्र 2

इससे पूर्व हमने जाना कि वर्ग और आयत का क्षेत्रफल कैसे ज्ञात किया जाता है। इस अध्याय में हम समानान्तर चतुर्भुज त्रिभुज और समचतुर्भुज के क्षेत्रफल को ज्ञात करने की विधि जानेंगे। आइए पूर्व में सीखे गये वर्ग और आयत के क्षेत्रफल एवं परिमिति ज्ञात करने की विधि का पुनः अवलोकन करें।



अभ्यास - 1

1. नीचे दी गई तालिका की पूर्ति करो।

चित्र	आकार	क्षेत्रफल	परिमिति
	आयत	$l \times b = lb$	_____
	वर्ग	_____	$4a$

2. कुछ वर्गों का माप नीचे तालिका में दिया गया है। उसमें रिक्त स्थानों की पूर्ति करो।

वर्ग की भुजा	क्षेत्रफल	परिमिति
15 से.मी	225 वर्ग से.मी	
		88 से.मी

3. कुछ आयत के माप की तालिका नीचे दी गई है। उसमें रिक्त स्थानों की पूर्ति करो।

लम्बाई	चौड़ाई	क्षेत्रफल	परिमिति
20 से.मी	14 से.मी		
	12 से.मी		60 से.मी
15 से.मी		150 से.मी	

13.1 समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल (Area of a parallelogram)

समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल चित्र 1 के आकार को देखिए। यह एक समानान्तर चतुर्भुज है। आइए सीखें इस का क्षेत्रफल कैसे ज्ञात किया जाता है।

क्रिया 1

- एक कागज पर एक समानान्तर चतुर्भुज उतारिए।
- उसे समानान्तर चतुर्भुजाकार में काटिए।
- चित्र 2 में दर्शाएनुसार बिन्दु रेखा को काटिए। एक त्रिभुजाकार कागज का टुकड़ा अलग होगा।

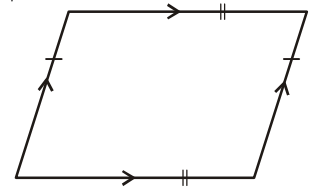


Figure 1

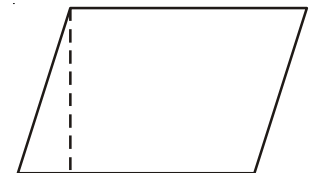


Figure 2

- उस त्रिभुजाकार टुकड़े को चित्र 3 में दर्शाएनुसार आकृति के दूसरी ओर लगाइए दोनों टुकड़े मिलने पर आयत का निर्माण होगा।



Figure 3

क्या तुम कह सकते हो कि चित्र 2 का समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल चित्र 3 के आयत के क्षेत्रफल के समान होगा? आप पाओगे कि यह सत्य है।

उपर्युक्त क्रिया में आपने देखा कि समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल आयत के क्षेत्रफल के समान है।

हम जानते हैं कि आयत का क्षेत्रफल - लम्बाई $\times$ चौड़ाई और यह भी जानते हैं कि आयत की लम्बाई समानान्तर चतुर्भुज के आधार बराबर है और आयत की चौड़ाई समानान्तर चतुर्भुज की ऊँचाई के समान है।

इसलिए समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल - आयत का क्षेत्रफल

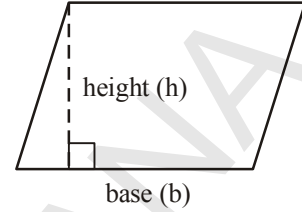
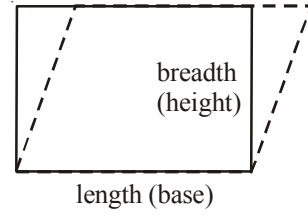
$$= \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई}$$

$$= \text{आधार} \times \text{ऊँचाई} \quad ($$

$$(\text{लम्बाई} = \text{आधार}, \text{चौड़ाई} = \text{ऊँचाई})$$

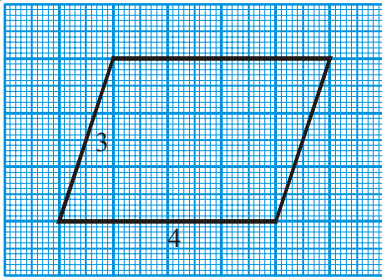
जैसे कि समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल - आधार **(b)** X आसन्न

$$\text{(h) भुजा की ऊँचाई } A = bh$$



उदाहरण 1: प्रत्येक समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

(i)



हल :

समानान्तर चतुर्भुज का आधार (b) = 4 इकाई

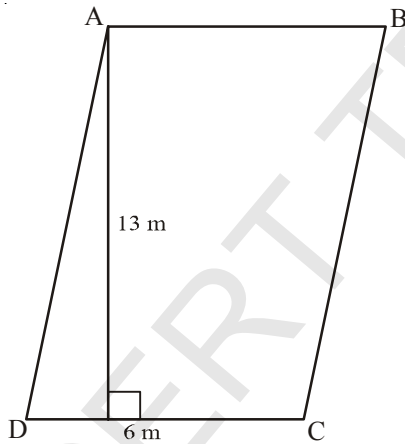
समानान्तर चतुर्भुज की ऊँचाई (h) = 3 इकाई

समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल (A) = bh

इसलिए, $A = 4 \times 3 = 12$ वर्ग इकाई

समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल - 12 वर्ग इकाई

(ii)



हल :

समानान्तर चतुर्भुज का आधार (b) = 6 मी

समानान्तर चतुर्भुज की ऊँचाई (h) = 13 मी

समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल (A) = bh

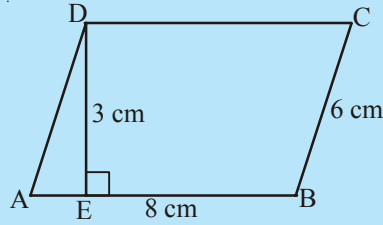
इसलिए, $A = 6 \times 13 = 78$ वर्ग मी

समानान्तर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल 78 वर्ग मी होगा।

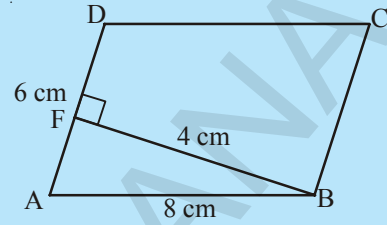


प्रयास करो

चित्र 1 के समानान्तर चतुर्भुज की भुजाएँ 8 से.मी और 6 से.मी है। उस समानान्तर चतुर्भुज का आधार क्या होगा? ऊँचाई क्या होगा? उसका क्षेत्रफल क्या होगा? चित्र 2 में समानान्तर चतुर्भुज का आधार क्या होगा? उसकी ऊँचाई क्या होगी? उसका क्षेत्रफल क्या होगा? क्या चित्र 1 और चित्र 2 के क्षेत्रफल समान है?

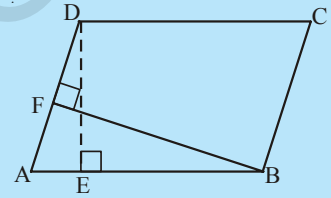


चित्र 1



चित्र 2

समानान्तर चतुर्भुज की किसी भी भुजा को हम आधार ले सकते हैं। चित्र 1 में DE भुजा AB पर लम्ब है। इसलिए AB उस समानान्तर चतुर्भुज का आधार और DE उसकी ऊँचाई है। चित्र 2 में BF भुजा AD पर लम्ब है। जैसे AD उसका आधार है और BF उसकी ऊँचाई है।



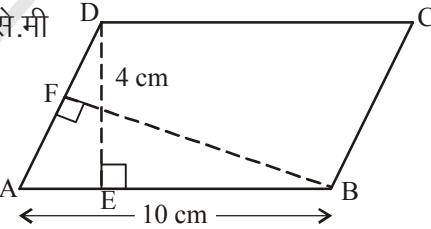
प्रयत्न करो

- समानान्तर चतुर्भुज ABCD में $AB = 10$ से.मी और $DE = 4$ से.मी

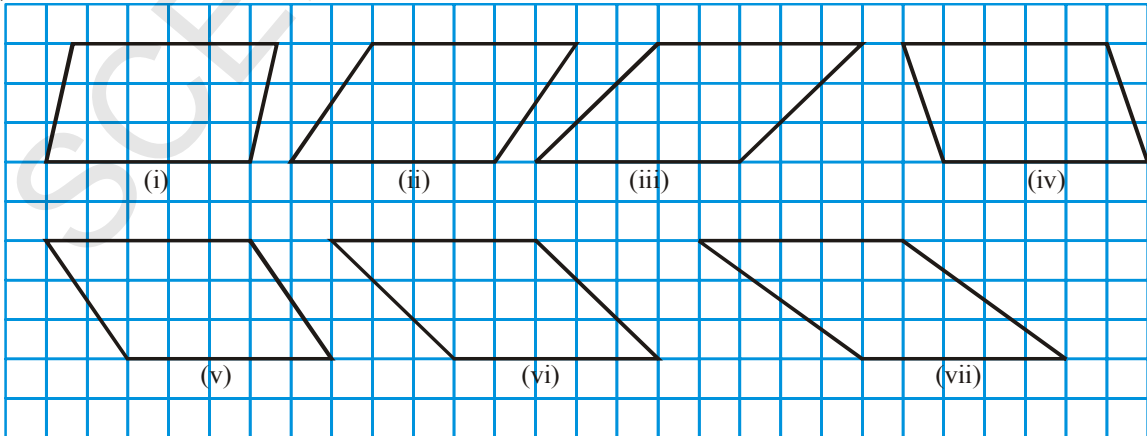
ज्ञात करो (i) ABCD का क्षेत्रफल।

(ii) यदि BF, से.मी हो तो $AD = 6$ से.मी

लम्बाई ज्ञात करो



- नीचे दिए गए समानान्तर चतुर्भुज का गहन अध्ययन करो।



- (i) प्रत्येक वर्गों को गिनते हुए हर समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो। हर समानान्तर चतुर्भुज में दो अपूर्ण वर्गों को गिन कर एक पूर्ण वर्ग मानो।

नीचे दी गई तालिका को क्रम बद्ध पूर्ण करो :-

समानान्तर चतुर्भुज	आधार	ऊँचाई	क्षेत्रफल	वर्गों की गिनती से क्षेत्रफल		
				पूर्ण वर्ग की संख्या	अपूर्ण वर्ग की संख्या $\times \frac{1}{2}$	कुल पूर्ण वर्ग
(i)	5 इकाई	3 इकाई	$5 \times 3 = 15$ वर्ग इकाई	12	$6 \times \frac{1}{2}$	15
(ii)						
(iii)						
(iv)						
(v)						
(vi)						
(vii)						

- (ii) समान आधार और समान ऊँचाई वाले समानान्तर चतुर्भुज बनाने पर क्या उनका क्षेत्रफल समान होगा।



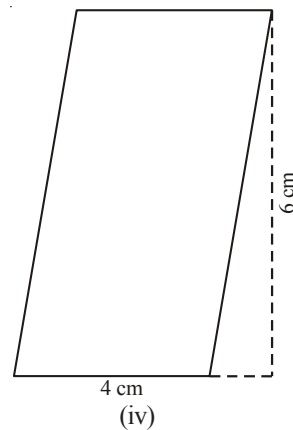
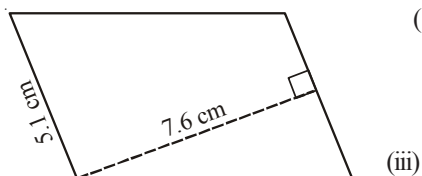
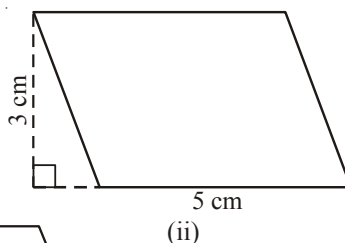
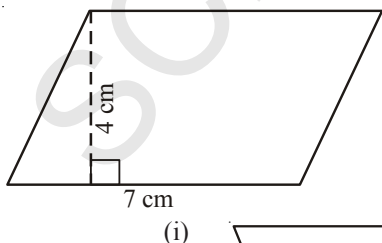
प्रयत्न करो

- (i) आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करने के सूत्र में और समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करने के सूत्र में क्या सम्बन्ध है।
- (ii) आयत एक समानान्तर चतुर्भुज है। पर समानान्तर चतुर्भुज एक आयत नहीं है,

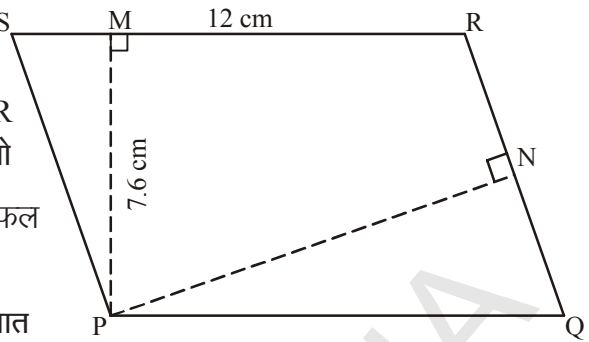


अभ्यास - 2

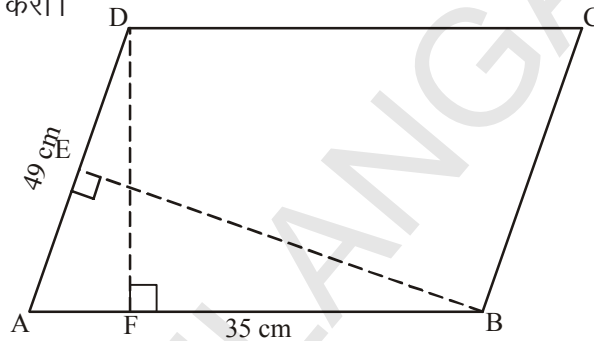
1. प्रत्येक समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो?



2. PQRS एक समानान्तर चतुर्भुज है। P से S तक उसकी ऊँचाई SR तक PM है और P से उसकी ऊँचाई QR तक PN होगी। यदि SR = 12 से.मी. और PM = 7.6 से.मी. हो तो
- समानान्तर चतुर्भुज PQRS का क्षेत्रफल ज्ञात करो।
 - यदि QR = 8 से.मी. हो तो PN ज्ञात करो।



3. समानान्तर चतुर्भुज ABCD की भुजाएँ DF और BE हैं तथा उसकी ऊँचाई AB और AD है। उसका क्षेत्रफल 1470 वर्ग से.मी है। यदि AB=35 से.मी और AD=49 से.मी हो तो BE और DF की लम्बाई ज्ञात करो।



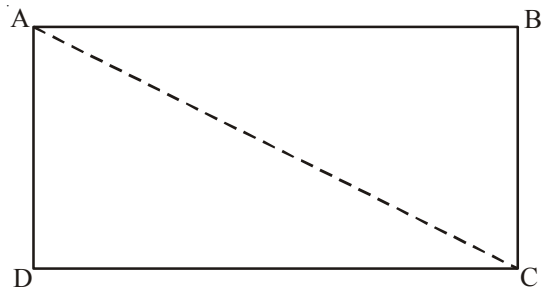
- एक समानान्तर चतुर्भुज की ऊँचाई उसके आधार का एक तिहाई है। यदि उसका क्षेत्रफल 192 वर्ग से.मी को उसका आधार और ऊँचाई ज्ञात करो।
- एक समानान्तर चतुर्भुज के आधार और ऊँचाई का अनुपात 5:2 है। उसका क्षेत्रफल 360 वर्ग मी हो तो आधार और ऊँचाई ज्ञात करो।
- एक वर्ग और समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल समान है। यदि वर्ग की भुजा 40 से.मी. समानान्तर चतुर्भुज की ऊँचाई 20 से.मी. हो तो समानान्तर चतुर्भुज का आधार ज्ञात कीजिए।

13.2 त्रिभुज का क्षेत्रफल

13.2.1 त्रिभुज आयात का भाग होता है

आयात का एक भाग है त्रिभुज एक आयात उतारिए एककर्ण द्वारा उसे दो त्रिभुजों में विभक्त करो।

एक त्रिभुज को दुसरे पर रख कर देखे क्या उनका क्षेत्रफल समान है? क्या हम कह सकते हैं कि



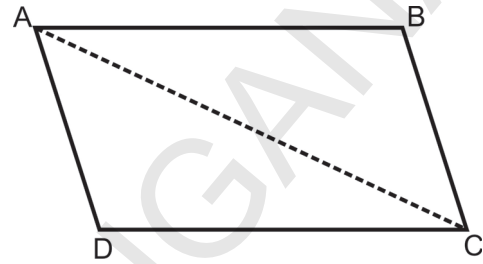
वे त्रिभुज एक दुसरे के अनुरूप है। हम पाते हैं कि दोनों त्रिभुज एक दूसरे के अनुरूप हैं। इस कारण आयत का क्षेत्रफल दोनों त्रिभुजों के क्षेत्रफल के योग के समान होता है।

इसलिये प्रत्येक त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times (\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल})$

$$= \frac{1}{2} \times (l \times b) = \frac{1}{2} lb$$

13.2.2 त्रिभुज समानान्तर चतुर्भुज का भाग होता है

चित्र के अनुसार एक समानान्तर चतुर्भुज लो उसे एक कर्ण के साथ काटे हम दो त्रिभुज पाते हैं। दोनों त्रिभुज का एक दूसरे पर रखने क्या वे समान आकार के होंगे उनका क्षेत्रफल समान होगा?



हम पाते हैं कि समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल दो त्रिभुजों के क्षेत्रफल के योग समान होगा।

इसलिए प्रत्येक त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times (\text{समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल})$

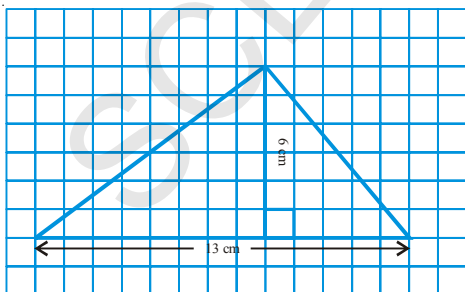
त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times (\text{आधार} \times \text{ऊँचाई})$

$$= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} bh$$



उदा -2 त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो

हल :



त्रिभुज का आधार (b) = 13 सें.मी.

त्रिभुज की ऊँचाई (h) = 6 सें.मी.

त्रिभुज का क्षेत्रफल (A) $= \frac{1}{2} (\text{आधार} \times \text{ऊँचाई})$ या $\frac{1}{2} bh$

$$\text{इसलिए, } A = \frac{1}{2} \times 13 \times 6$$

$$= 13 \times 3 = 39 \text{ सें.मी.}^2$$

इसलिए त्रिभुज का क्षेत्रफल 39 सें.मी.² है

उदा 3 : त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो

हल: त्रिभुज का आधार (b) = 8 सें.मी.

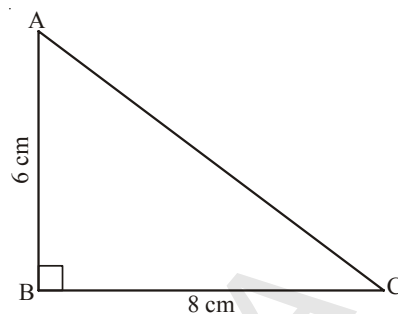
त्रिभुज की ऊँचाई (h) = 6 सें.मी.

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल (A)} = \frac{1}{2} bh$$

$$\text{इसलिए, } A = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24 \text{ सें.मी.}^2$$

$$\text{इसलिए } \triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} = 24 \text{ सें.मी.}^2$$

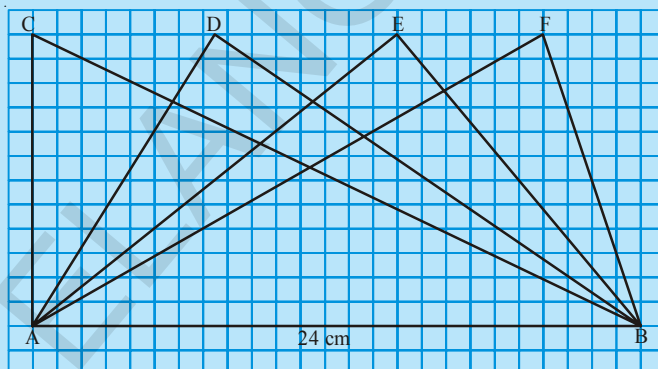
ध्यान दो की समकोण त्रिभुज दो भुजाएँ उसकी ऊँचाई भी है।



प्रयास करो

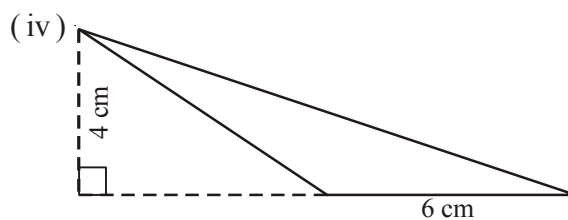
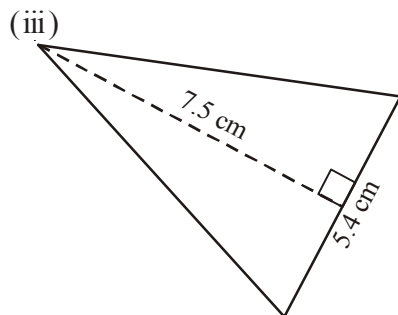
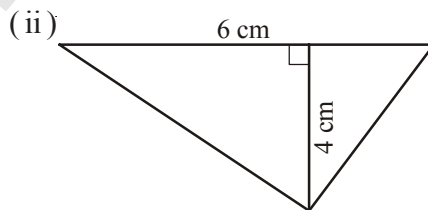
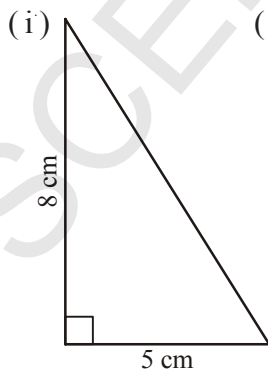
इस चित्र के सभी त्रिभुज का आधार AB = 24 सें.मी. है। क्या आधार AB पर बनाए गए सभी त्रिभुज की ऊँचाई समान है?

क्या सभी त्रिभुज का क्षेत्रफल है। उत्तर की सहायता से कारण बताओ क्या वे एक दूसरे के अनुरूप हैं?

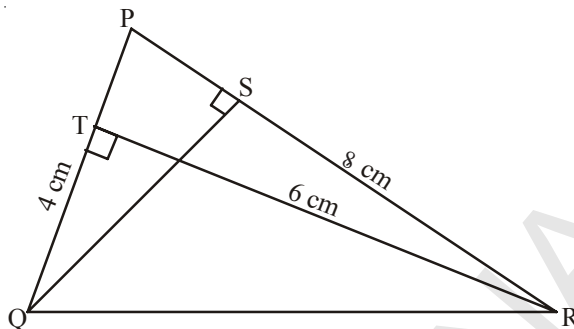


अभ्यास - 3

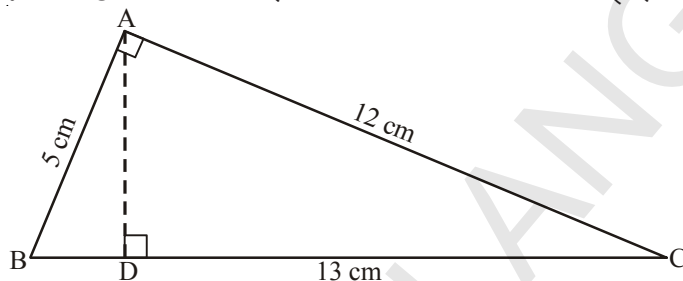
1. नीचे दिए गए त्रिभुजों के क्षेत्रफल ज्ञात करो।



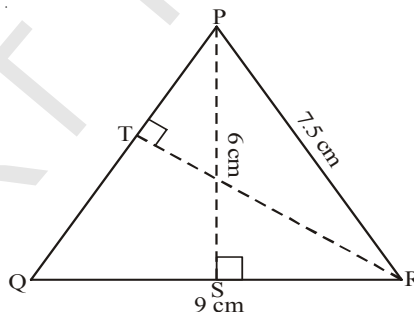
2. ΔPQR में, $PQ = 4$ सें.मी, $PR = 8$ सें.मी, $RT = 6$ सें.मी. है। तो (i) ΔPQR का क्षेत्रफल ज्ञात करें (ii) QS की लम्बाई ज्ञात करो.



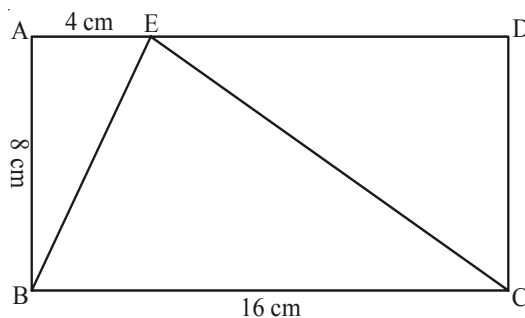
3. ΔABC में A पर समकोण है। BC पर AD लम्ब है। $AB = 5$ सें.मी, $BC = 13$ सें.मी., $AC = 12$ सें.मी. ΔABC का क्षेत्रफल ज्ञात करो और AD की लम्बाई ज्ञात करो.



4. ΔPQR एक समद्विबाह त्रिभुज है। जिसमें $PQ = PR = 7.5$ सें.मी और $QR = 9$ सें.मी है. P से QR पर PS ऊँचाई 6 सें.मी है। ΔPQR का क्षेत्रफल ज्ञात करो. PQ से R की ऊँचाई RT ज्ञात करो.

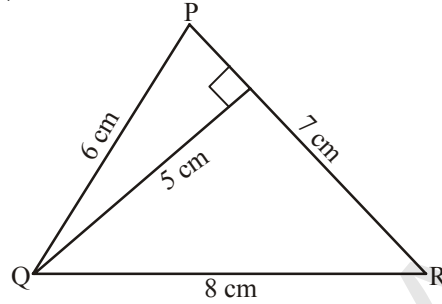


5. ABCD आयत में $AB = 8$ सें.मी, $BC = 16$ सें.मी और $AE = 4$ सें.मी है. ΔBCE का क्षेत्रफल ज्ञात करे. ΔBAE और ΔCDE के क्षेत्रफल का योग ΔBEC के क्षेत्रफल के समान होगा, क्यों?

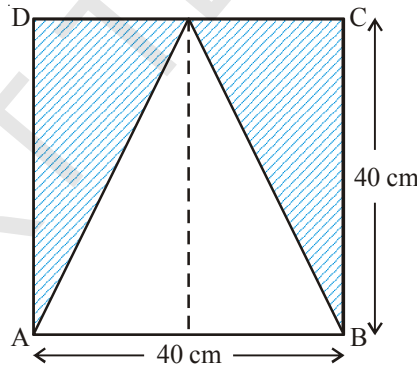


6. रामू ने कहा कि ΔPQR का क्षेत्रफल $A = \frac{1}{2} \times 7 \times 5$ सें.मी²

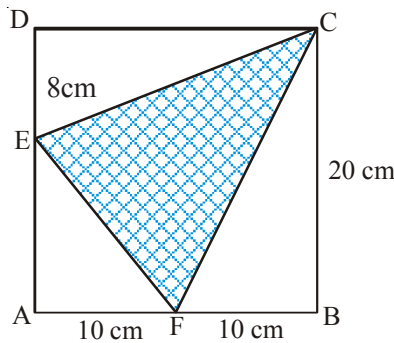
रामू ने कहा कि यह है - $A = \frac{1}{2} \times 8 \times 5$ सें.मी². दोनों में सत्य कौन है और क्यों।



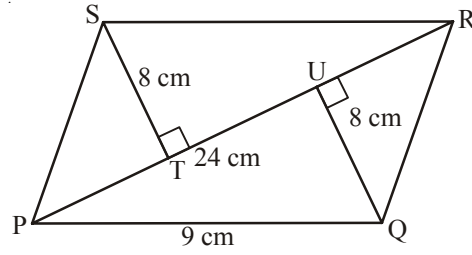
7. त्रिभुज का क्षेत्रफल 220 वर्ग सें.मी है। जिसकी ऊँचाई 11 सें. मी. है, तो उसका आधार ज्ञात करो।
8. त्रिभुज की ऊँचाई आधार की दुगुनी है। यदि उसका क्षेत्रफल 400 वर्ग सें.मी. है तो आधार की लम्बाई और ऊँचाई ज्ञात करें।
9. त्रिभुज का क्षेत्रफल उस आयत के क्षेत्रफल के समान है। जिसकी लम्बाई और चौड़ाई लगभग 20 सें.मी. और 15 सें.मी. है। त्रिभुज का आधार 30 सें.मी हो तो ऊँचाई का ज्ञात करो।
10. चित्र में ABCD छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करो।



11. चित्र में ABCD छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करो।



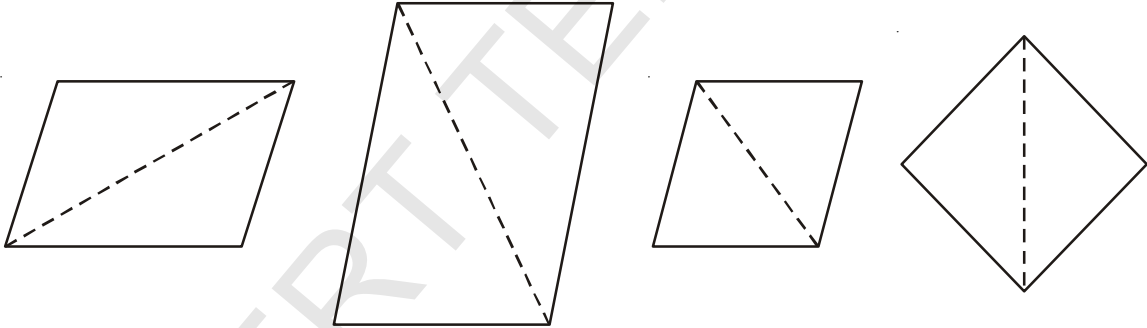
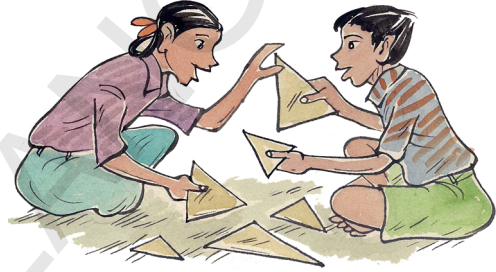
12. समानान्तर चतुर्भुज PQRS का क्षेत्रफल ज्ञात करें। यदि $PR = 24$ सें.मी., $QU = ST = 8$ सें.मी.



13. त्रिभुज के आधार और ऊँचाई का अनुपात 3:2 है। यदि उसका क्षेत्रफल 108 वर्ग सें.मी है तो आधार और ऊँचाई ज्ञात करें।

13.3 समचतुर्भुज का क्षेत्रफल

संतोष और अखिला दोनो अच्छे मित्र है। दोनों ने कागज के टुकड़े से खेलना प्रारंभ किया। एक दिन संतोष ने अखिला को भिन्न-२ कागज के टुकड़े दिए। उन टुकड़ों से उसने भिन्न भिन्न समानान्तर चतुर्भुजाकार आकृतियाँ बनाई वे इस प्रकार है।



संतोष ने अखिला से पूछा किस समानान्तर चतुर्भुज की भुजाएँ समान है। अखिला ने उत्तर दिया अन्तिम दो की भुजाएँ समान है। संतोष ने कहा यदि समानान्तर चतुर्भुज की सभी भुजाएँ समान है तो वह समचतुर्भुज कहलाता है। आइए सीखे कि समचतुर्भुज का क्षेत्रफल किस प्रकार ज्ञात किया जाता है।

समचतुर्भुज का क्षेत्रफल भी समानान्तर चतुर्भुज की तरह उसे दो सर्व समान त्रिभुजों में विभक्त करके ज्ञात करेंगे।

ABCD एक समचतुर्भुज है।

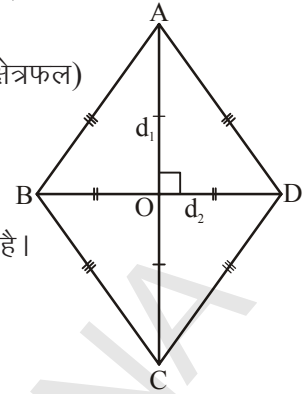
ABCD समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = (ΔACD का क्षेत्रफल) + (ΔACB का क्षेत्रफल)

$$= \left(\frac{1}{2} \times AC \times OD \right) + \left(\frac{1}{2} \times AC \times OB \right)$$

कर्ण एक दूसरे की लम्ब समद्विभाजित करते हैं।

$$= \frac{1}{2} AC \times (OD + OB) = \frac{1}{2} AC \times BD$$

$$= \frac{1}{2} d_1 \times d_2 \quad (AC = d_1 \text{ और } BD = d_2)$$



दूसरे शब्दों में कह सकते हैं कि समचतुर्भुज का क्षेत्रफल उसके कर्णों के गुणनफल के आधे के समान होगा।

$$A = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

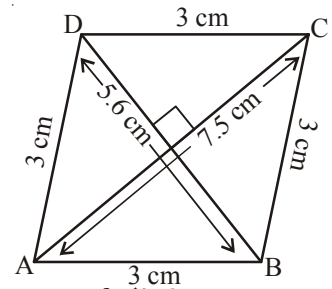
उदा 4 : ABCD समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञान करो।

हल : कर्ण की लम्बाई (d_1) = 7.5 सें.मी

दूसरे कर्ण की लम्बाई (d_2) = 5.6 सें.मी

समचतुर्भुज का क्षेत्रफल (A) = $\frac{1}{2} d_1 d_2$

$$\text{इसलिए, } A = \frac{1}{2} \times 7.5 \times 5.6 = 21 \text{ वर्ग सें.मी}$$



इसलिए, ABCD समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = 21 वर्ग सें.मी

उदा 5: समचतुर्भुज का क्षेत्रफल 60 वर्ग सें.मी है। यदि एक कर्ण 8 सें.मी है तो दूसरा कर्ण ज्ञात करें।

हल : कर्ण की लम्बाई (d_1) = 8 सें.मी

दूसरे कर्ण की लम्बाई = d_2

समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$$\text{इसलिए, } 60 = \frac{1}{2} \times 8 \times d_2$$

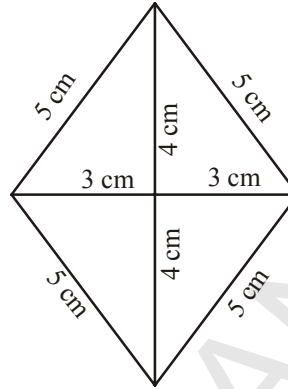
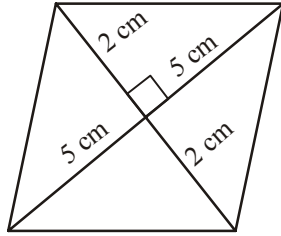
$$d_2 = 15 \text{ सें.मी}$$

इसलिए, दूसरे कर्ण की लम्बाई 15 सें.मी



अभ्यास - 4

1. नीचे दिए गये समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो?



2. रिक्त स्थानों का मूल्य ज्ञात करो-

कर्ण -1 (d_1)	कर्ण -2 (d_2)	समचतुर्भुज का क्षेत्रफल
12 सें.मी	16 सें.मी	
27 सें.मी		2025 वर्ग मी. मी
24 मी	57.6 मी	

- यदि समचतुर्भुज का क्षेत्रफल 216 वर्ग सें.मी और कर्ण की लंबाई 24 सें.मी हो तो दूसरे कर्ण की लंबाई ज्ञात करो।
- एक मकान का फर्श बनाने के लिए 3000 समचतुर्भुजकार टाइल्स का प्रयोग किए गया यदि प्रत्येक टाइल्स के कर्ण 45 सें.मी और 30 सें.मी प्रति वर्ग मी की दर से फर्श पर पालिश करने का कुल खर्च ज्ञात करो, यदि ₹ 2.50 प्रति वर्ग मीटर हो

13.4 वृत्त की परिमिति (Circumference of a circle)

नाजिया एक साइकिल के पहिए से खेल रही है, वह दौड़ती हुए छड़ी की - (इ.एम) सहायता से पहिए को घुमा रही है पहिया एक बार घूमने में कितनी दूरी तय करता है? पहिया एक बार घूमने में जितनी दूरी तय करता है उस पहिए की लंबाई भी उतनी ही है। उस पहिए की गोलाकार लंबाई ही उस पहिए की परिमिति होगी। पहिए द्वारा तय की गई दूरी तय की गयी दूरी उसके घूमने की संख्या में परस्पर क्या सम्बन्ध है।



पहिए द्वारा तय की गई दूरी = पहिए की घूमने की

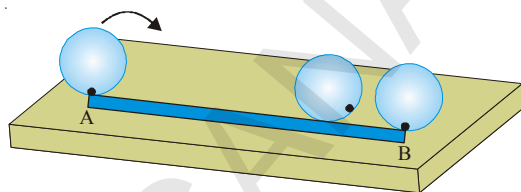
संख्या $\times$ पहिए की गोलाकार लंबाई

क्रिया - 2

जया ने एक अट्ठे को गोलाकार काटा उसे सजाने (इं.एम) के लिए वह गोले के चारो ओर लेस चिपकाना चाहती है, इस रीति से उस अट्ठे की परिमिति जितनी लम्बे लेस की आवश्यकता होगी क्या वह पटरी की सहायता से उस अट्ठे की परीमिति माप सकेगी।

आइए देखते है जया क्या-क्या करती है।

जया ने टेबल पर एक रेखा खींची उसके प्रारंभ मे बिंदु A लगाया, फिर उसने अट्ठे के एक किनारे पर चिन्ह लगाया। उस चिन्हित भाग को रेखा पर गोलाकार अट्ठे के चिन्हित भाग पर रखा। फिर रेखा पर A बिन्दू से उसे घुमाने लगी तब तक घुमाती रही जब तक वह घूम कर पुनःचिन्हित भाग तक आ गया। जिस स्थान पर वह चिन्हीत भाग आया उसे बिन्दु B लगाया अब AB की लम्बाई उस गोलाकार अट्ठे की परिमीति समान होगी उसे AB की लम्बाई जितनी लम्बे लेस की आवश्यकता होगी।



प्रयोग करो-

एक बोतल का ढक्कन लो एक चूड़ी अन्य कोई गोलाकार वस्तु लो इस विधि से उसकी परिमिती ज्ञात करो।

ऊपर बताई गई विधि से प्रत्येक गोलाकार वस्तु की परिमिति ज्ञात करना आसान नहीं है इसलिए हम इसकी विधि का प्रयोग करेगे आइए देखें की वृत्त के व्यास और परिधि में कोई परस्पर सम्बन्ध है। एक व्यक्ती ने अलग अलग त्रिज्या वाले — वृत्ताकार अट्ठे लेकर उनकी परिधि ज्ञात की उसने उनके व्यास और परिधि का अनुपात भी जाना।

उसके द्वारा जाँच की गई तालिक निम्न है-

वृत्त	त्रिज्या	व्यास	परिधि	परिधि और व्यास का अनुपात
1.	3.5 सें.मी	7.0 सें.मी	22.0 सें.मी	$\frac{22}{7} = 3.14$
2.	7.0 सें.मी	14.0 सें.मी	44.0 सें.मी	$\frac{44}{14} = 3.14$
3.	10.5 सें.मी	21.0 सें.मी	66.0 सें.मी	
4.	21.0 सें.मी	42.0 सें.मी	132.0 सें.मी	
5.	5.0 सें.मी	10.0 सें.मी	32.0 सें.मी	
6.	15.0 सें.मी	30.0 सें.मी	94.0 सें.मी	

ऊपर दी गई तालिका से आपने क्या जाना। क्या परिधि और व्यास का अनुपात सभी वृत्तों में लगभग समान है। क्या हम कह सकते हैं की वृत्त की परिधि हमेशा उसके व्यास को तिगुनी होती है।

वृत्त के परिधि उसके व्यास का अनुपात $\frac{22}{7}$ या 3.14. होगा इस रीति से यह स्थिर है (π पै) द्वारा सूचित किया जाता है।

इसलिए, $\frac{c}{d} = \pi$ यहाँ वृत्त की परिधि 'c' है और वृत्त का व्यास 'd'

जैसे, $\frac{c}{d} = \pi$
 $c = \pi d$

जैसे की वृत्त का व्यास उसकी त्रिज्या का दुगुना होता है, $d = 2r$

$$c = \pi \times 2r \quad \text{या} \quad c = 2\pi r$$

इस रीति से वृत्त की परिधि = πd या $2\pi r$

उदा 6 : वृत्त की परिधि ज्ञात करो जिसका व्यास 10 सें.मी है ($\pi = 3.14$ लो) हल उ वृत्त का व्यास 10 सें.मी

वृत्त की परिधि

हल : वृत्त का व्यास (d) = 10 सें.मी
 वृत्त की परिधि (c) = πd
 $= 3.14 \times 10$
 $c = 31.4$ सें.मी

इस रीति से वृत्त की परिधि 31.4 सें.मी

उदा 7 : 14 सें.मी त्रिज्या वाले वृत्त की परिधि ज्ञात करो. ($\pi = \frac{22}{7}$ लो)

वृत्त की त्रिज्या (r) = 14 सें.मी

वृत्त की परिधि (c) = $2\pi r$

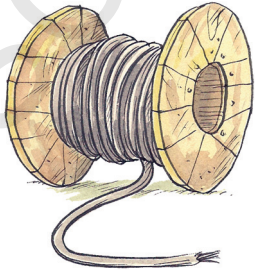
इसलिए, $c = 2 \times \frac{22}{7} \times 14$

$c = 88$ सें.मी

इस रीति से वृत्त की परिधि 88 सें.मी होगी

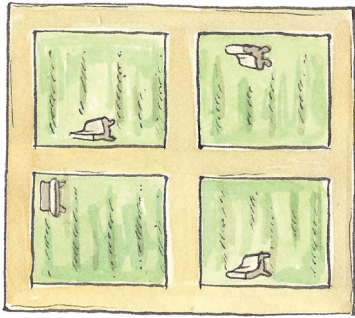


अभ्यास - 5

1. वृत्त की परिधि ज्ञात करें जिसकी त्रिज्याएँ दी गई है।
(i) 35 सें.मी (ii) 4.2 सें.मी (iii) 15.4 सें.मी
2. वृत्त की परिधि ज्ञात करें जिनके व्यास है।
(i) 17.5 सें.मी (ii) 5.6 सें.मी (iii) 4.9 सें.मी
3. (i) $\pi = 3.14$, लेकर वृत्त की परिधि ज्ञात करो। जिनकी त्रिज्याएँ हैं।
(a) 8 सें.मी (b) 15 सें.मी (c) 20 सें.मी
(ii) 44 सें. मी परिधि वाले वृत्त की त्रिज्य $\pi = \frac{22}{7}$ लेकर ज्ञात करें।
4. यदि वृत्त की परिधि 264 सें. मी हो तो उसका त्रिज्य ज्ञात करो। ($\pi = \frac{22}{7}$ ले)
5. 33 सें.मी परिधि वाले वृत्त का व्यास ज्ञात करो।
6. 35 सें. मी त्रिज्या वाला पहिया 660 सें.मी दूरी तय करने के लिये कितनी बार घूमेगा.
($\pi = \frac{22}{7}$ ले)
7. दो वृत्तों के व्यास का अनुपात 3 : 4 है तो दोनों वृत्तों की परिधि का अनुपात ज्ञात करो।
8. एक रोड रोलर 2200 मी दूरी तय करने के लिए 200 बार घूमता है तो उस रोड रोलर की त्रिज्या ज्ञात करें।
9. एक गोलाकार घड़ी के मिनट का काँटा 15 सें.मी दूरी तय करता है वह मिनट का काँटा 1 घण्टे में कितना दूरी तय करेगा। ($\pi = 3.14$ ले)
10.  25 सें.मी वाले गोले पर तार लपेटा गया उसे सीधा करने वर्ग में बदला गया तो उस वर्ग की लम्बाई क्या होगी?

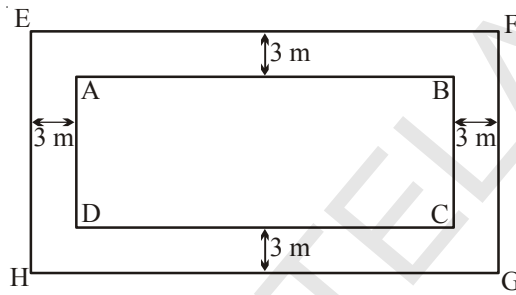


13.5 आयताकार रास्ता (Rectangular Pathway)



बगीचे के बाहर चारो ओर रास्ता है। आइए सीखे उस रास्ते का क्षेत्रफल कैसे ज्ञात करें। तथा उसे बनाने में लगने वाले खर्च ज्ञात करने में उसका प्रयोग करें।

उदा 8 - 60 मी. लम्बा और 40 मी. चौड़ा आयताकार स्थल है। उसके चारों ओर बाहर 3 मी चौड़ा रास्ता बना है तो रास्ते का क्षेत्रफल ज्ञात करो।



हल : मान लो ABCD दिया गया स्थल है। जिसके चारो ओर 3 मी रास्ता है, रास्ते का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिये बड़े आयत EFGH के क्षेत्रफल में से छोटे आयत ABCD का क्षेत्रफल घटाए

$$\text{भीतरी आयत ABCD की लम्बाई} = 60 \text{ मी}$$

$$\text{भीतरी आयत ABCD की लम्बाई} = 40 \text{ मी}$$

$$\text{ABCD आयताकार स्थल का क्षेत्रफल} = (60 \times 40) \text{ वर्ग मी}$$

$$= 2400 \text{ वर्ग मी}$$

$$\text{रास्ते की चौड़ाई} = 3 \text{ मी}$$

$$\text{बाहरी आयत EFGH की लम्बाई} = 60 \text{ मी} + (3+3) \text{ मी}$$

$$= 66 \text{ मी}$$

$$\text{बाहरी आयत EFGH की चौड़ाई} = 40 \text{ मी} + (3+3) \text{ मी}$$

$$= 46 \text{ मी}$$

EFGH बाहरी आयताकार स्थल का क्षेत्रफल = 66×46 वर्ग मी

$$= 3036 \text{ वर्ग मी}$$

इसलिए रास्ते का क्षेत्रफल = $(3036 - 2400)$ वर्ग मी

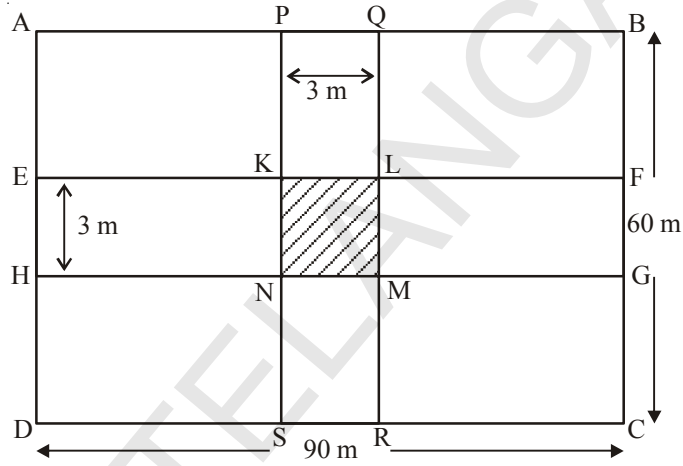
$$= 636 \text{ वर्ग मी}$$

उदा 9-

एक आयताकार खेत के माप 90 मी और 60 मी है, जिसके मध्य से उसे 3 मी चौड़े दो समानान्तर रास्ते बनाए गए हैं जो एक दूसरे की मध्य से काटते हैं तो ज्ञात करो।

(i) रास्ते का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

(ii) ₹ 110 प्रति वर्ग मी की दर से रास्ते को बनाने का खर्च ज्ञात करो।



हल. मान लो ABCD एक आयतकार खेत है PQRS और EFGH 3 मी चौड़े रास्ते हैं।

(i) रास्ते PQRS और EFGH का मध्य भाग KLMN है जो दो बार बनता है। इसलिए उसे बार घटना होगा।

प्रश्न के आधार पर हम जानते हैं की $PQ = 3$ मी, और $PS = 60$ मी.

$EH = 3$ मी, और $EF = 90$ मी. $KL = 3$ मी, और $KN = 3$ मी.

रास्ते का क्षेत्रफल = PQRS आयत का क्षेत्रफल + EFGH आयत का क्षेत्रफल
- KLMN वर्ग का क्षेत्रफल

$$= (PS \times PQ) + (EF \times EH) - (KL \times KN)$$

$$= (60 \times 3) + (90 \times 3) - (3 \times 3)$$

$$= (180 + 270 - 9) \text{ वर्ग मी}$$

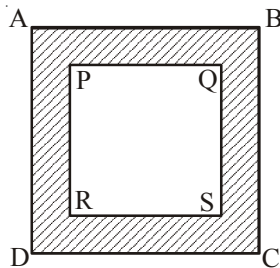
$$= 441 \text{ वर्ग मी}$$

(ii) बनाने का खर्च = ₹ 110 प्रति वर्ग मी

रास्ते के निर्माण का खर्च = 110×441

$$= ₹ 48,510$$

उदा 10. 100 मी भुजा वाले वर्गाकार बगीचे के बाहर 5 मी चौड़ा रास्ता बना है। तो रास्ते का क्षेत्रफल ज्ञात करें। ₹ 250 प्रति 10 वर्ग मी. कि दर से रास्ते पर सीमेंट लगाने का खर्च ज्ञात करो।



हल : मान लो PQRS एक वर्गाकार खेत है जिसकी भुजा 100 कि.मी. है। छायांकित भाग रास्ते को सूचित करता है।

$$AB \text{ की लम्बाई} = 100 + (5 + 5) = 110 \text{ मी}$$

$$\text{वर्ग PQRS का क्षेत्रफल} = (\text{भुजा})^2 = (100 \text{ मी})^2 = 10000 \text{ वर्ग मी}$$

$$\text{वर्ग ABCD का क्षेत्रफल} = (\text{भुजा})^2 = (110 \text{ मी})^2 = 12100 \text{ वर्ग मी}$$

$$\text{इसलिए रास्ते का क्षेत्रफल} = (12100 - 10000) = 2100 \text{ वर्ग मी}$$

प्रति 10 वर्ग.मी. पर सीमेंट लगाने का खर्च = ₹ 250

$$\text{प्रति 1 वर्ग.मी. पर सीमेंट लगाने का खर्च} = \frac{250}{10}$$

$$\begin{aligned} 2100 \text{ वर्ग.मी. सीमेंट लगाने का खर्च} &= \frac{250}{10} \times 2100 \\ &= ₹ 52,500 \end{aligned}$$



अभ्यास - 6

- 45 मी भुजा वाले वर्गाकार खेत का क्षेत्रफल ज्ञात करो जिसे चारों ओर 2.5 मी. चौड़ा रास्ता बना है। तो रास्ते का क्षेत्रफल ज्ञात करो।
- एक विद्यालय के बीचोबीच 18 मी. लम्बा और 12.5 मी चौड़ा हाल है। उसके दीवारों से 50 सें.मी. की दूरी फर्श पर कारपेट नहीं बिछा है तो कारपेट का क्षेत्रफल फर्श और खुले भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

3. एक वर्गाकार घास के मैदान की भूजा 80 मी है। जिसमें टहलने के लिए 4 मी चौड़े समानान्तर रास्ते बने हैं। जो मैदान के मध्य में एक दूसरे को विभक्त करते हैं। तो रास्ते का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
4. माप वाले कमरे के चारों ओर 2 मी चौड़े वरंडा बना है। कमरे की लंबाई-चौड़ाई क्रमशः $8\text{ m} \times 5\text{ m}$ है। तो वरंडे का क्षेत्रफल ज्ञात करो।
5. एक आयताकार बगीचे की लम्बाई 700 मी और चौड़ाई 300 मी है। जिसके मध्य में 10 मी चौड़े दो समानान्तर रास्ते बने हैं। जो एक दूसरे के मध्य में विभक्त करते हैं तो रास्ते का क्षेत्रफल ज्ञात करो और शेष बगीचे का क्षेत्रफल ज्ञात करो।



पूर्वावलोकन

- समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल उसके आधार (b) और ऊँचाई (h) के गुणनफल के समान है वह है $A = bh$ समानान्तर चतुर्भुज की किसी भी भूजा को हम आधार मान सकते हैं।
- त्रिभुज का क्षेत्रफल उसके आधार (b) और ऊँचाई (h) के गुणनफल का आधा होगा वह है $A = \frac{1}{2} bh$.
- समचतुर्भुज का क्षेत्रफल उसके कर्णों के गुणनफल का आधा होगा वह है - $A = \frac{1}{2} d_1 d_2$.
- वृत्त की परिधि $= 2\pi r$ जहाँ वृत्त की त्रिज्या r और $\pi = \frac{22}{7}$ या 3.14

आर्कमिडीज (ग्रीस) 287-212 ई.पू.

इन्होंने पहली बार π की गणना की।

इन्होंने वृत्त की परिधि एवं क्षेत्रफल की गणना करने के लिए सूत्र की खोज की।

