# 06 రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణాలు (Linear Equations in Two Variables)

Z4V3U6

## 6.1 పరిచయం

ఈ కింది సమస్యల లాంటివి మీకు అనేక సార్లు ఎదురయ్యే ఉంటాయి.

(i) ఐదు పెన్నుల వెల ₹ 60 అయిన ఒక్క పెన్ను వెల ఎంత?

(ii) ఒక సంఖ్యకు 7 కలిపిన ఫలితము 51 అవుతుంది. అయిన ఆ సంఖ్యను కనుగొనుము.

సందర్భము (i) లో పెన్ను వెల తెలియదు. సందర్భం (ii) లో సంఖ్య ఎంతో తెలియదు. మరి ఇలాంటి సమస్యలను ఎలా సాధించగలుగుతాము? ఇలాంటి సందర్భాలలో తెలియని రాశులను $x, y$ లేదా $z$ లచే సూచిస్తూ సమీకరణాలను తయారుచేసుకుంటాం.

ఉదాహరణకి సందర్భాలు (i) కి

5 × పెన్ను వెల = ₹60 అని రాయవచ్చు.

పెన్ను వెల ₹'y' అనుకుంటే

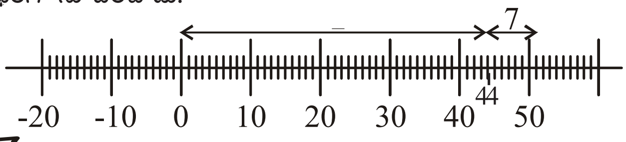
అప్పుడు $5 \times y = 60$ లేదా $5y = 60$ అవుతుంది.

దీనిని సాధించడం ద్వారా పెన్ను ఖరీదును కనుగొనవచ్చు.

ఇదే విధంగా సందర్భం (ii) కు కూడా ఒక సమీకరణాన్ని తయారుచేసి దానిని సాధించడం ద్వారా సంఖ్యను కనుగొనవచ్చు.

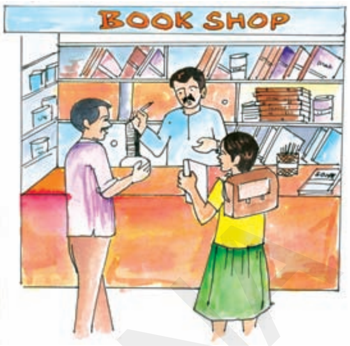
$x + 3 = 0$, $x + \sqrt{3} = 0$ మరియు $\sqrt{2}\,x + 5 = 0$ వంటి సమీకరణాలు ఏకచరరాశిలో రేఖీయ సమీకరణాలకు ఉదాహరణలు. ఇలాంటి రేఖీయ సమీకరణాలకు ఒకే ఒక విలువ సాధనగా ఉంటుందనేది మీకు తెలుసు. ఈ సాధనను సంఖ్యారేఖపై ఎలా సూచించాలో కూడా మీరు నేర్చుకొని యున్నారు.

హనీఫ్ పై సందర్భము (ii) యొక్క సాధనను సంఖ్యారేఖపై ఈ కింది విధంగా సూచించాడు.




SCERT, TELANGANA

## 6.2 రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణాలు




**ఈ కింది సందర్భమును పరిశీలించండి.**

కావ్య ఒకసారి వాళ్ల నాన్నగారితో కలిసి 4 నోటు పుస్తకాలు 2 పెన్నులు కొనడానికి పుస్తకాల దుకాణానికి వెళ్లింది. ఈ మొత్తం వస్తువులకు వాళ్ల నాన్నగారు ₹ 100 చెల్లించినాడు.

కావ్యకు ఒక్కొక్క నోటు పుస్తకము వెల, ఒక్కొక్క పెన్ను వెల విడివిడిగా తెలియదు. ఈ సమాచారమును మీరు సమీకరణ రూపంలో రాయగలరా?

ఇచ్చట మనకు ఒక్కొక్క నోటు పుస్తకము వెల కూడా తెలియదు. అనగా రెండు తెలియని రాశులు గలవు. వీనిని సూచించుటకు $x$ మరియు $y$ లను ఉపయోగిద్దాం. అనగా ఒక్కొక్క నోటు పుస్తకము వెల ₹$x$ మరియు ఒక్కొక్క పెన్ను వెల ₹$y$ అనుకొనిన పై సమాచారమును

సమీకరణ రూపంలో $4x + 2y = 100$ అని రాయవచ్చు.

పై సమీకరణంలో $x$ మరియు $y$ ల ఘాతాంకాలను పరిశీలించారా?

పై సమీకరించ '$x$', '$y$' చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణ రూపంలో ఉంది.

**ఒక రేఖీయ సమీకరణములో రెండు చరరాశులు ఉంటే దానిని రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణము అంటాము.**

అనగా $4x + 2y = 100$ అనునది రెండు చరరాశులుగల రేఖీయ సమీకరణమునకు ఒక ఉదాహరణ.

సాధారణంగా చరరాశులను '$x$' మరియు '$y$' లచే సూచించడం సాంప్రదాయమైనప్పటికీ ఇతర అక్షరాలను కూడా వాడవచ్చు. ఉదాహరణకు

$p + 3q = 50$, $\sqrt{3}u + \sqrt{2}v = \sqrt{11}$, $\frac{s}{2} - \frac{t}{3} = 5$ మరియు $3 = \sqrt{5}x - 7y$ ఇవన్నీ కూడా రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణాలు అవుతాయి.

ఇవే సమీకరణాలను వరుసగా ఈ కింది విధంగా కూడా రాయవచ్చు అని గమనించండి.

$$p + 3q - 50 = 0,\ \sqrt{3}u + \sqrt{2}v - \sqrt{11} = 0,\ \frac{s}{2} - \frac{t}{3} - 5 = 0 \text{ మరియు } \sqrt{5}x - 7y - 3 = 0.$$

రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణం యొక్క సాధారణ రూపము $ax + by + c = 0$. $a, b, c$ లు వాస్తవసంఖ్యలు, $a, b$ లు రెండూ ఒకేసారి సున్నాకావు.

**ఉదాహరణ-1 :** సచిన్ మరియు సెహ్వాగ్ కలిసి 137 పరుగుల చేశారు. ఈ సమాచారమును రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణంగా వ్యక్తపరచండి.

**సాధన :** సచిన్ చేసిన పరుగుల సంఖ్యను '$x$' మరియు సెహ్వాగ్ చేసిన పరుగుల సంఖ్యను '$y$' అనుకొనిన

SCERT, TELANGANA

పై దత్తాంశమును సమీకరణ రూపంలో

$x + y = 137$ గా రాయవచ్చు.

**ఉదాహరణ-2 :** హేమ వయస్సు, మేరి వయస్సుకు 4 రెట్లు. ఈ దత్తాంశమునకు సరిపోవు రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణమును రాయుము?

**సాధన :** హేమ వయస్సును '$x$' సంవత్సరాలు అని మేరి వయస్సును '$y$' సంవత్సరాలు అనుకొనుము.

అయితే దత్తాంశము ప్రకారము

హేమ వయస్సు = మేరి వయస్సుకు 4 రెట్లు.

అనగా $x = 4y$

$\Rightarrow x - 4y = 0$ (ఎలా?)

ఇది ఒక రేఖీయ సమీకరణము అయినది.

**ఉదాహరణ-3 :** ఒక సంఖ్య, దానిలోని అంకెలను తారుమారు చేయగా వచ్చే సంఖ్య కంటే 27 ఎక్కువ. సంఖ్యలోని ఒకట్ల, పదుల స్థానములోని అంకెలను వరుసగా $x, y$ అనుకొని ఈ దత్తాంశమునకు సరిపోవు రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణమును రాయుము?

**సాధన :** ఒకట్ల స్థానములోని అంకె x మరియు పదుల స్థానములోని అంకె y అనుకొనిన ఆ సంఖ్య $=10y + x$

సంఖ్యలోని అంకెలను తారుమారు చేయగా వచ్చే సంఖ్య = $10x + y$ (రెండు అంకెల సంఖ్య యొక్క స్థానవిలువలు గుర్తుకు తెచ్చుకోండి).

$\therefore$ దత్తాంశము ప్రకారము

సంఖ్య − తారుమారు చేయగా వచ్చే సంఖ్య = 27.

$\therefore\ 10y + x - (10x + y) = 27$

$\Rightarrow\ 10y + x - 10x - y - 27 = 0$

$\Rightarrow\ 9y - 9x - 27 = 0$

$\Rightarrow\ y - x - 3 = 0$

$\therefore$ కావలసిన సమీకరణము $x - y + 3 = 0$.

**ఉదాహరణ-4 :** కింది ప్రతి సమీకరణమును $ax + by + c = 0$ రూపంలో రాసి a, b మరియు c విలువలను కనుగొనుము?

i) $3x + 4y = 5$　　ii) $x - 5 = \sqrt{3}y$

iii) $3x = y$　　iv) $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = \frac{1}{6}$

v) $3x - 7 = 0$

**సాధన :** (i) $3x + 4y = 5$ ను

$3x + 4y - 5 = 0$ గా రాయవచ్చు.

ఇచ్చట $a = 3, b = 4$ మరియు $c = -5$.

SCERT, TELANGANA

(ii) $x - 5 = \sqrt{3}y$ ని

$1.x - \sqrt{3}y - 5 = 0$ గా రాయవచ్చు.

ఇచ్చట $a = 1, b = -\sqrt{3}$ మరియు $c = -5$.

(iii) సమీకరణము $3x = y$ ని

$3x - y + 0 = 0$ గా రాయవచ్చు.

ఇచ్చట $a = 3, b = -1$ మరియు $c = 0$.

(iv) ఇచ్చిన సమీకరణము $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = \frac{1}{6}$.

$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} - \frac{1}{6} = 0$ ;

$a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$ మరియు $c = \frac{-1}{6}$

(v) $3x - 7 = 0$ ని

$3x + 0.y - 7 = 0$ గా రాయవచ్చు.

$\therefore a = 3, b = 0; c = -7$

**ఉదాహరణ-5 :** ఈ కింది ప్రతి సమీకరణము $ax + by + c = 0$ రూపంలోకి మార్చి $a, b$ మరియు $c$ విలువలను కనుగొనుము?

i) $x = -5$

ii) $y = 2$

iii) $2x = 3$

iv) $5y = -3$



SCERT TELANGANA

సాధన :

| వరుస సంఖ్య | ఇవ్వబడిన సమీకరణము | $ax + by + c = 0$ రూపము | a, b, c విలువలు | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | a | b | c |
| 1 | $x = -5$ | $1.x + 0.y + 5 = 0$ | 1 | 0 | 5 |
| 2 | $y = 2$ | $0.x + 1.y - 2 = 0$ | 0 | 1 | –2 |
| 3 | $2x = 3$ | --- | --- | --- | --- |
| 4 | $5y = -3$ | ---- | ---- | --- | --- |

## ఇవి చేయండి

2. కింది రేఖాసమీకరణాలను $ax + by + c = 0$ రూపంలో రాసి, ప్రతి సందర్భంలోనూ a, b మరియు c విలువలు రాయండి.

i) $3x + 2y = 9$ ii) $-2x + 3y = 6$ iii) $9x - 5y = 10$

iv) $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} - 5 = 0$ v) $2x = y$

## అభ్యాసం 6.1

1. కింది సమీకరణాలను $ax+by+c=0$ రూపంలో రాసి a, b మరియు c విలువలను కనుగొనుము?

i) $8x + 5y - 3 = 0$ ii) $28x - 35y = -7$ iii) $93x = 12 - 15y$

iv) $2x = -5y$ v) $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 7$ vi) $y = \frac{-3}{2}x$

vii) $3x + 5y = 12$

2. కింది ప్రతి సమీకరణమును

$ax + by + c = 0$ గా రాసి a, b మరియు c విలువలను కనుగొనుము?

i) $2x = 5$ ii) $y - 2 = 0$ iii) $\frac{y}{7} = 3$ iv) $x = \frac{-14}{13}$

SCERT, TELANGANA

3. ఈ దత్తాంశమునకు సరిపోవు రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణమును రాయుము.

(i) రెండు సంఖ్యల మొత్తము 34.

(ii) ఒక బాల్ పెన్ను ఖరీదు, సిరాపెన్ను ఖరీదులో సగానికి కంటే ₹ 5 లు తక్కువ.

(iii) భార్గవికి వచ్చిన మార్కులు, సింధు మార్కులకు రెట్టింపు కంటే 10 ఎక్కువ.

(iv) ఒక పెన్సిల్ వెల ₹ 2 మరియు ఒక బాల్ పెన్ను వెల ₹ 15. షీలా కొన్ని పెన్సిల్స్‌ను, కొన్ని బాల్ పెన్నులను కొని ₹ 100 లు చెల్లించింది.

(v) యామిని, ఫాతిమా 9వ తరగతి చదువుచున్నారు. వీరివురు కలసి ప్రధాన మంత్రి సహాయ నిధికి ₹ 200/- లు విరాళమిచ్చారు.

(vi) ఒక సంఖ్య, దానిలోని అంకెలను తారుమారుచేయగా వచ్చే సంఖ్యల మొత్తము 121. (సూచన: మొదటి సంఖ్యలో ఒకట్ల స్థానములోని అంకె 'x' మరియు పదుల స్థానములోని అంకె 'y' అనుకొనుము)

## 6.3 రేఖీయ సమీకరణాల సాధన

$3x - 4 = 8$ వంటి ఏకచరరాశిలో రేఖీయ సమీకరణాలకు ఒకే ఒక సాధన ఉంటుందని మీకు తెలుసు.

$3x - 4 = 8$ సమీకరణానికి సాధన ఏమిటి?

$3x - 2y = 5$ సమీకరణాన్ని పరిశీలిద్దాం.

ఇలాంటి సమీకరణాలకు సాధనను ఏ విధంగా కనుక్కోగలము? సాధనలో ఒకే ఒక విలువ ఉంటుందా? ఒకటి కంటే ఎక్కువ విలువలు అవసరమా? పరిశీలించండి.

$x = 3$ ఈ సమీకరణానికి ఒక సాధన అవుతుందని మీరు చెప్పగలరా? పరిశీలిద్దాం!

$x = 3$ ని పై సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించిన

$$3(3) - 2y = 5$$

$$9 - 2y = 5$$

అయితే y యొక్క అన్ని విలువలకు పై సమీకరణము తృప్తిపడుతుందని చెప్పలేము. అంటే ఇప్పటికీ ఇచ్చిన సమీకరణం యొక్క సాధనను కనుగొనలేము. '$x$' తో పాటు '$y$' విలువ కూడా తెలిసినప్పుడే అది సాధన అవుతుంది. $y$ యొక్క విలువను పై $9 - 2y = 5$ నుంచి పొందగలము. $9 - 2y = 5 \Rightarrow 2y = 4$ లేదా $y = 2$

అనగా $3x - 2y = 5$ సమీకరణంను తృప్తిపరిచే విలువలు $x = 3$ మరియు $y = 2$. అంటే రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణమును తృప్తిపరచడానికి '$x$' కు ఒక విలువ, $y$ కి ఒక విలువ, మొత్తం రెండు విలువలు అవసరము.

ఈ విధంగా రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణమును తృప్తిపరిచే 'x' మరియు 'y' విలువల జతను దాని సాధన అంటాము.

$3x - 2y = 5$ యొక్క సాధన $x = 3$ మరియు $y = 2$ అని మనము గమనించాము. దీనిని $(3, 2)$ గా రాస్తాము. ఇలా రాస్తున్నప్పుడు మొదట '$x$' విలువనూ తరువాత '$y$' విలువను రాస్తాము.

ఇదే సమీకరణానికి ఇతర సాధన ఏమైనా ఉన్నదా? ఏదైనా ఒక సంఖ్యను ఉదాహరణకు $x = 4$ తీసుకొని దీనిని $3x - 2y = 5$ లో ప్రతిక్షేపించిన ఈ సమీకరణము $12 - 2y = 5$ అవుతుంది. ఇది ఏకచరరాశిలో రేఖీయ సమీకరణమని గమనించగలరు. దీనిని సాధించుట ద్వారా y యొక్క విలువను కనుగొనుము.

$$y = \frac{12-5}{2} = \frac{7}{2},$$ కావున $\left(4, \frac{7}{2}\right)$ కూడా మరిఒక సాధన అవుతుంది $3x - 2y = 5$.

మీరు మరికొన్ని సాధనలను కనుగొనగలరా? $(1, -1)$ లో ప్రయత్నించండి. పై చర్చ నుంచి రెండు చరరాశులుగల రేఖీయ సమీకరణానికి చాలా సాధనలు ఉందునని నిర్ధారించగలము.

***సూచన :*** ఇలాంటి సమీకరణాలలో $x = 0$ ప్రతిక్షేపించి '$y$' విలువను, $y = 0$ ప్రతిక్షేపించి '$x$' విలువను కనుగొనుట ద్వారా రెండు సాధనలను సులభంగా పొందగలము.

### ప్రయత్నించండి

పై సమీకరణమునకు 5 సాధనలను కనుగొనుము.

**ఉదాహరణ-6 :** $4x + y = 9$ సమీకరణమునకు 4 వేరువేరు సాధనలను కనుగొనుము. (పట్టికలో ఖాళీలను పూరింపుము)

**సాధన :**

| వరుస సంఖ్య | $x$ విలువ లేదా $y$ విలువ | రెండవ చరరాశి విలువ | | సాధన |
|---|---|---|---|---|
| 1. | $x = 0$ | $4x + y = 9$ | $\Rightarrow 4 \times 0 + y = 9$<br>$\Rightarrow y = 9$ | (0,9) |
| 2. | $y = 0$ | $4x + y = 9$ | $\Rightarrow 4x + 0 = 9$<br>$\Rightarrow 4x = 9$<br>$\Rightarrow x = 9/4$ | $\left(\frac{9}{4}, 0\right)$ |
| 3. | $x = 1$ | $4x + y = 9$ | $\Rightarrow 4 \times 1 + y = 9$<br>$\Rightarrow 4 + y = 9$<br>$\Rightarrow y = 5$ | ——— |
| 4. | $x = -1$ | | ——— | $(-1, 13)$ |

$\therefore$ $(0, 9)$, $\left(\frac{9}{4}, 0\right)$, $(1, 5)$ మరియు $(-1, 13)$ లు కొన్ని సాధనలు.

SCERT, TELANGANA

**ఉదాహరణ-7 :** కింది వానిలో ఏవి $x + 2y = 4$ సమీకరణానికి సాధన అవుతాయి. (పట్టికలో ఖాళీలను పూరింపుము)

i) $(0, 2)$ ii) $(2, 0)$ iii) $(4, 0)$ (iv) $(\sqrt{2}, -3\sqrt{2})$

v) $(1, 1)$ vi) $(-2, 3)$

**సాధన :** ఒక జతను ఇచ్చిన సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించినపుడు LHS = RHS అయిన ఆ జతను ఇచ్చిన సమీకరణం యొక్క సాధన అంటామని మనకు తెలుసు.

ఇవ్వబడిన సమీకరణము $x + 2y = 4$

| వరుస సంఖ్య | ఇవ్వబడిన జతలు | LHS యొక్క విలువ | RHS యొక్క విలువ | LHS, RHS ల మధ్య సంబంధం | సాధన అగును / సాధన కాదు |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. | $(0, 2)$ | $x + 2y = 0 + (2 \times 2)$ <br> $= 0 + 4 = 4$ | 4 | $\therefore$ LHS=RHS | $\therefore (0, 2)$ సాధన అగును |
| 2. | $(2, 0)$ | $x + 2y = 2 + (2 \times 0)$ <br> $= 2 + 0 = 2$ | 4 | ...... | $(2, 0)$ సాధన కాదు |
| 3. | $(4, 0)$ | $x + 2y = 4 + (2 \times 0)$ <br> $= 4 + 0 = 4$ | 4 | LHS = RHS | సాధన అగును ___ |
| 4. | $(\sqrt{2}, -3\sqrt{2})$ | $x + 2y = \sqrt{2} + 2(-3\sqrt{2})$ <br> $= \sqrt{2} - 6\sqrt{2}$ <br> $= -5\sqrt{2}$ | ___ | LHS $\neq$ RHS | $(\sqrt{2}, -3\sqrt{2})$ సాధన కాదు |
| 5. | $(1, 1)$ | ___ | 4 | LHS $\neq$ RHS | $(1, 1)$ సాధన కాదు |
| 6. | ___ | $x + 2y = -2 + (2 \times 3)$ <br> $= -2 + 6 = 4$ | 4 | LHS = RHS | $(-2, 3)$ సాధన అగును |

SCERT, TELANGANA

**ఉదాహరణ-8 :** $5x - 7y = k$ కు $x = 3, y = 2$ సాధన అయిన k విలువను కనుగొనుము. k విలువతో వచ్చే సమీకరణం రాయండి.

**సాధన :** $x = 3, y = 2$ సాధన అని ఇవ్వబడింది కనుక

$5x - 7y = k$ అయిన $5 \times 3 - 7 \times 2 = k$

$\Rightarrow 15 - 14 = k$

$\Rightarrow 1 = k$

$\therefore k = 1$

కావలసిన సమీకరణం $5x - 7y = 1$.

**ఉదాహరణ-9 :** $5x + 3y - 7 = 0$ యొక్క సాధన $x = 2k + 1$ మరియు $y = k$ అయిన k విలువ ఎంత?

**సాధన :** $5x + 3y - 7 = 0$ సమీకరణమునకు $x = 2k + 1; y = k$ సాధన ఇవ్వబడింది.

$\Rightarrow 5(2k + 1) + 3k - 7 = 0$

$\Rightarrow 10k + 5 + 3k - 7 = 0$

$\Rightarrow 13k - 2 = 0$ (ఇది ఒక ఏకచరరాశిలో రేఖీయ సమీకరణము).

$\Rightarrow 13k = 2$

$\therefore k = \frac{2}{13}$

## అభ్యాసం 6.2

1. కింది వానికి ప్రతీ సమీకరణానికి మూడు వేరువేరు సాధనలను కనుగొనుము.

   i) $3x + 4y = 7$  ii) $y = 6x$  iii) $2x - y = 7$

   iv) $13x - 12y = 25$  v) $10x + 11y = 21$  vi) $x + y = 0$

2. కింది సమీకరణాలకు (0, a) మరియు (b, 0) రూపంలోని సాధనలను కనుగొనండి.

   i) $8x - y = 34$  ii) $3x = 7y - 21$  iii) $5x - 2y + 3 = 0$

3. కింది వానిలో ఏవి $2x - 5y = 10$ సమీకరణానికి సాధనలు అవుతాయి.

   i) (0, 2)  ii) (0, –2)  iii) (5, 0)  iv) $(2\sqrt{3}, -\sqrt{3})$  v) $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

4. $2x + 3y = k$ సమీకరణానికి $x = 2, y = 1$ సాధన అయిన k విలువను కనుగొనుము. ఫలిత సమీకరణమునకు మరి రెండు సాధనలను కనుగొనుము?

5. $3x - 2y + 6 = 0$ కు $x = 2 - \alpha$ మరియు $y = 2 + \alpha$ సాధన అయిన '$\alpha$' విలువను కనుగొనుము? ఫలిత సమీకరణంనకు 3 సాధనలను కనుగొనుము.

6. $3x + ay = 6$ కు $x = 1, y = 1$ సాధన అయితే a విలువ ఎంత?

7. రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణాలను ఏవైనా ఐదింటిని రాయండి. ప్రతి సమీకరణానికి 3 వేరువేరు సాధనలను కనుగొనండి.

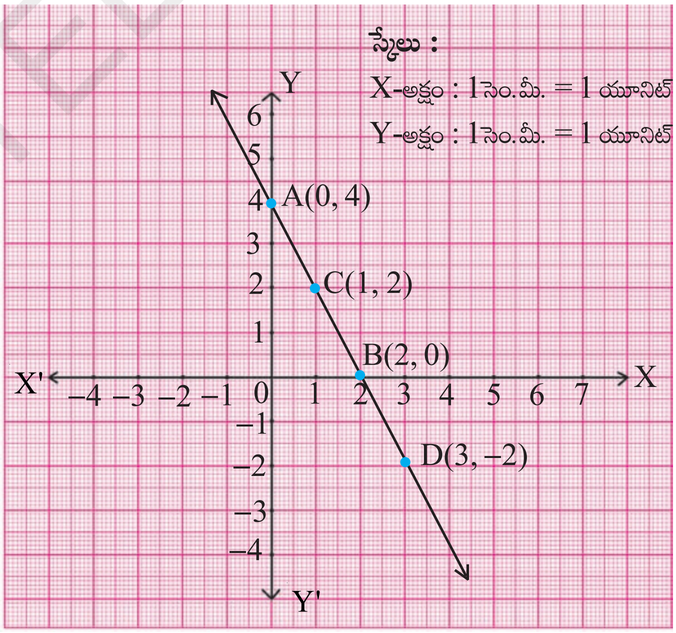
## 6.4 రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణానికి గ్రాఫ్

ప్రతి రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణానికి చాలా సాధనలు ఉంటాయని నేర్చుకున్నాం. అయితే ఈ సాధనలను గ్రాఫ్ పేపర్‌పై చూపగలమా? ప్రతీ సాధనలో రెండు విలువలుంటాయని మనకు తెలుసు. కనుక వీనిని గ్రాఫ్ పేపర్‌పై బిందువులుగా గుర్తించవచ్చు.

$4 = 2x + y$ ని తీసుకుందాం. దీనిని $y = 4 - 2x$ గా రాయవచ్చు. దీని ఆధారంగా ఒక నియమిత x విలువకు y విలువను కనుగొనవచ్చు. ఉదాహరణకు $x = 2$ అయిన $y = 0$. అనగా $(2, 0)$ ఒక సాధన అవుతుంది. ఈ విధంగా పట్టికలో చూపిన విధంగా x, y విలువలు ఒకదాని కింద ఒకటి వచ్చునట్లు రాద్దాం.

**సాధనల పట్టిక**

| x | $y = 4 - 2x$ | (x, y) |
|---|---|---|
| 0 | $y = 4 - 2(0) = 4$ | (0, 4) |
| 2 | $y = 4 - 2(2) = 0$ | (2, 0) |
| 1 | $y = 4 - 2(1) = 2$ | (1, 2) |
| 3 | $y = 4 - 2(3) = -2$ | (3, –2) |




ప్రతి x విలువకు ఒక y విలువ ఉండటం పట్టిక నుంచి మనం గమనించవచ్చు. X-అక్షం వెంట '*x*' విలువను Y-అక్షం వెంట y విలువను తీసుకొని (0, 4), (2, 0), (1, 2) మరియు (3, -2) బిందువులను గ్రాఫ్ పేపర్‌పై గుర్తించుము. నీవు ఏమి గమనించావు? ఈ బిందువులను కలిపిన పక్క పటములో చూపిన విధంగా $\overleftrightarrow{AD}$ రేఖ వస్తుంది.

మిగిలిన బిందువులు (సాధనలు) కూడా $\overleftrightarrow{AD}$ రేఖపైనే ఉంటాయా?

రేఖపై నున్న మరిఒక బిందువు (4,– 4) ను తీసుకోండి. ఇది సాధన అవుతుందా?

$x = 0$ అయిన
$y = 4 - 2x = 4 - 2(0) = 4$
$x = 2$ అయిన
$y = 4 - 2(2) = 0$

$\overleftrightarrow{AD}$ రేఖ మీద గల మరొక బిందువును తీసుకొనుము. ఈ బిందువు యొక్క నిరూపణలు సమీకరణంను తృప్తిపరుస్తాయో లేదో పరిశీలించుము. అనగా ఈ బిందువు సాధన అవుతుందో లేదో పరిశీలించుము.

ఇప్పుడు $\overleftrightarrow{AD}$ రేఖ మీద లేని మరొక బిందువును తీసుకొనుము. ఉదాహరణకు (1, 1) తీసుకొనుము. ఇది సమీకరణమును తృప్తి పరుస్తుందా? అంటే సాధన అవుతుందా?

$\overleftrightarrow{AD}$ రేఖ మీద లేకుండా సమీకరణమును తృప్తిపరిచే బిందువును కనుగొనగలవా?

**మన పరిశీలనలతో ఒక పట్టికను తయారుచేద్దాం :**

1. సమీకరణం యొక్క ప్రతి సాధన, రేఖపై బిందువుగా ఉంటుంది.
2. రేఖపై ప్రతి బిందువు సమీకరణానికి సాధన అవుతుంది.
3. రేఖపై లేని బిందువు సమీకరణానికి సాధన కాదు మరియు సమీకరణానికి సాధన కాని బిందువు రేఖపై ఉండదు.
4. సమీకరణానికి సాధనలయ్యే అన్ని బిందువుల సముదాయమే ఆ సమీకరణం యొక్క రేఖాచిత్రము ( గ్రాఫ్ ) అవుతుంది.

$ax + by + c = 0$ (a, b లు రెండూ ఒకేసారి సున్నాలు కావు) రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణం యొక్క రేఖాచిత్రము ఒక సరళరేఖ కావడం మనం గమనించాము. అందువలననే ఈ సమీకరణాలను రేఖీయ సమీకరణాలు అంటాం.

### 6.4.1 రేఖీయ సమీకరణాల రేఖాచిత్రం (గ్రాఫ్) :

**సోపానాలు :**

1. రేఖీయ సమీకరణాన్ని రాయండి.
2. సమీకరణంలో $x = 0$ ను ప్రతిక్షేపించి అనురూప y విలువను కనుగొనుము.
3. సమీకరణంలో $y = 0$ ను ప్రతిక్షేపించి అనురూప x విలువను కనుగొనుము.
4. సోపానాలు 2, 3 లలోని x, y విలువలను x, y నిరూపకాలుగా తీసుకొని బిందువులను రాయుము.
5. ఈ బిందువులను గ్రాఫ్ పేపరుపై గుర్తించుము.
6. బిందువులను కలుపుము.

గీయబడిన రేఖ రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణము యొక్క గ్రాఫ్‌ను ఇస్తుంది. అయితే ఈ రేఖ యొక్క ఖచ్చితత్వమును నిర్ధారించుటకు మరికొన్ని బిందువులు తీసుకోవడం మంచిది. మరికొన్ని సాధనలను కనుగొనుటకు 'x' కు వేరువేరు విలువలను తీసుకొని సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించి వానికి అనురూపమైన 'y' విలువలను కనుగొనాలి.

### ప్రయత్నించండి

ఒక గ్రాఫ్ పేపరుపై (2, 4) బిందువును గుర్తించుము. ఈ బిందువు గుండా ఒక రేఖను గీచి కింది ప్రశ్నలకు సమాధానమిమ్ము.

1. ఈ (2, 4) బిందువు గుండా మరిఒక రేఖను గీయగలవా?
2. ఇలాంటి ఎన్ని రేఖలను గీయగలము?
3. (2, 4) బిందువు సాధనగాగల రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణాలు ఎన్ని ఉన్నాయి?

**ఉదాహరణ-10 :** $y - 2x = 4$ సమీకరణమునకు రేఖాచిత్రమును గీచి కింది ప్రశ్నలకు సమాధానమిమ్ము.

(i) (2, 8) బిందువు రేఖపై ఉన్నదా? (2, 8) సమీకరణం యొక్క సాధన అవుతుందా? (2, 8) ను సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించుట ద్వారా సరిచూడుము.

(ii) (4, 2) బిందువు రేఖపై ఉన్నదా? బీజీయపద్ధతి ద్వారా (4, 2) సమీకరణానికి సాధన అవుతుందేమో సరిచూడుము.

(iii) రేఖాచిత్రము నుంచి మరొక మూడు సాధనలను కనుగొనుము. అదే విధముగా సాధనలు కాని వానిని మూడింటిని కనుగొనుము.

**సాధన :** ఇవ్వబడిన సమీకరణము $y - 2x = 4 \Rightarrow y = 2x + 4$

**సాధనల పట్టిక**

| x | $y = 2x + 4$ | (x, y) | బిందువు |
|---|---|---|---|
| 0 | $y = 2(0) + 4 = 4$ | (0, 4) | A(0, 4) |
| –2 | $y = 2(-2)+4 = 0$ | (–2, 0) | B(–2, 0) |
| 1 | $y = 2(1) + 4 = 6$ | (1, 6) | C(1, 6) |

A, B మరియు C బిందువులను గ్రాఫ్ మీద గుర్తించి వానిని కలిపిన పటములో చూపించిన విధంగా కలిపితే $\overleftrightarrow{BC}$ రేఖ వస్తుంది. ఇదియే మనకు కావలసిన $y - 2x = 4$ యొక్క రేఖాచిత్రము అవుతుంది.

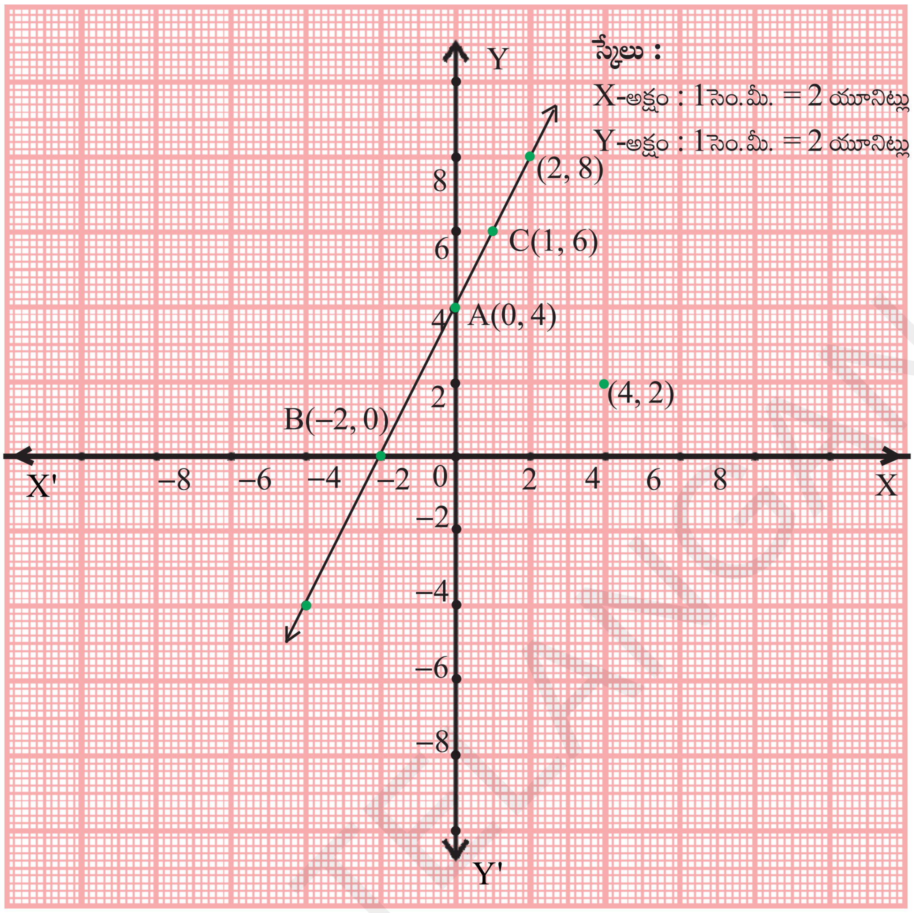
(i) (2, 8) బిందువును గ్రాఫ్ పేపరుపై గుర్తించిన BC రేఖపై ఉండడం గమనించవచ్చు.

బీజీయ పద్ధతిలో సరిచూచుట (2, 8) బిందువును సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించిన

$LHS = y - 2x = 8 - 2x2 = 8 - 4 = 4 = RHS,$

కనుక (2, 8) సాధన అవుతుంది.

SCERT, TELANGANA




(ii) (4, 2) బిందువును గ్రాఫ్ పేపర్‌పై గుర్తించిన అది $\overleftrightarrow{BC}$ రేఖమీద లేకపోవడాన్ని మీరు గమనించవచ్చు.

బీజీయ పద్ధతిలో సరిచూచుట : (4, 2) ను ఇచ్చిన సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపిస్తే.

$$LHS = y - 2x = 2 - 2\times4 = 2 - 8 = -6 \neq RHS, \therefore (4, 2)$$ సాధనకాదు.

(iii) ఒకరేఖ మీది ఏ బిందువైనా సమీకరణానికి సాధన అవుతుందని మనకు తెలుసు. కనుక రేఖ మీద ఏవైనా మూడు బిందువులు తీసుకుంటే అవి సాధనలు అవుతాయి ఉదాహరణకు (-4, -4), (-3, -2) మరియు (-1, 2) అదేవిధంగా రేఖమీదలేని ఏ బిందువు కూడా సాధన కాదని తెలుసు. కనుక రేఖ మీద లేని ఏవైనా మూడు బిందువులను తీసుకుంటే అవి సాధనలు కావు.

ఉదాహరణకు : (1, 5); (2, 1); (4, 1) లు

**ఉదాహరణ-11 :** $x - 2y = 3$ యొక్క రేఖాచిత్రమును గీయుము.

రేఖాచిత్రము నుంచి ఈ కింది వానిని కనుగొనుము?

(i) $x = -5$ అయ్యే విధంగా ఒక సాధన (x, y)

(ii) $y = 0$ అయ్యే విధంగా ఒక సాధన (x, y)

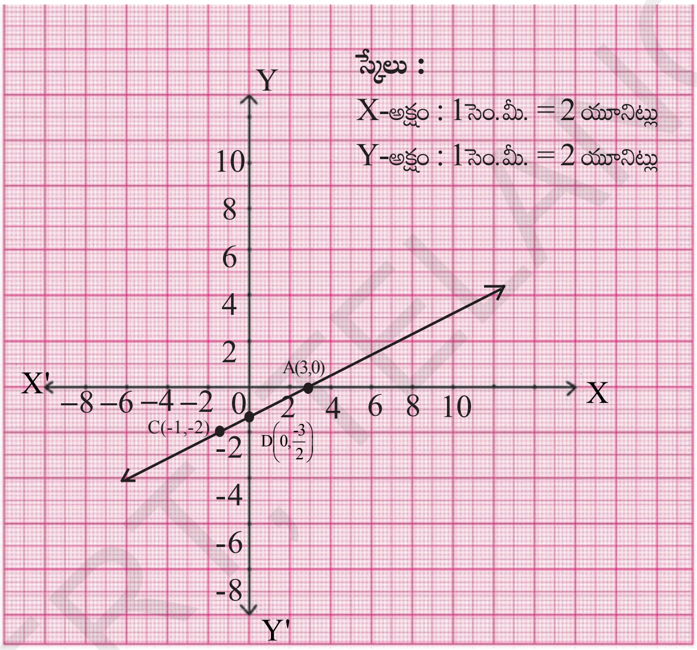
(iii) $x = 0$ అయ్యే విధంగా సాధన (x, y)

**సాధన :** $x - 2y = 3 \Rightarrow y = \dfrac{x-3}{2}$

**సాధనల పట్టిక**

| x | $y = \frac{x-3}{2}$ | (x, y) | బిందువు |
|---|---|---|---|
| 3 | 0 | (3, 0) | A |
| 1 | – 1 | (1, – 1) | B |
| – 1 | – 2 | (– 1, – 2) | C |

గ్రాఫ్ పేపరుపై A, B, C బిందువులు గుర్తించి వానిని కలిపిన కింది పటములో చూపిన విధంగా రేఖ వస్తుంది. ఈ రేఖయే కావలసిన $x - 2y = 3$ యొక్క రేఖాచిత్రము అవుతుంది.




(i) $x = -5$ అయ్యే ఒక సాధన (x, y) ని మనము కనుగొనవలె. అనగా రేఖమీద ఉంటూ దాని x-నిరూపకము '– 5' అయ్యే బిందువును కనుగొనవలె. దీనిని కనుగొనుటకు $x = -5$ వద్ద నుంచి Y-అక్షమునకు సమాంతరంగా ఒక రేఖను గీయవలె. అది గ్రాఫ్‌ను 'P' వద్ద ఖండిస్తుంది అనుకొనుము. ఈ బిందువు 'P' నుంచి X-అక్షానికి సమాంతరంగా రేఖ గీచిన అది Y-అక్షమును – 4 వద్ద ఖండిస్తుంది (తాకుతుంది).

కనుక P బిందువు నిరూపకాలు = (– 5, – 4)

P(– 5, – 4) బిందువు $x - 2y = 3$ రేఖపై ఉన్నది కావున అది ఒక సాధన అవుతుంది.

(ii) $y = 0$ అయ్యే విధంగా ఒక సాధన (x, y) ని కనుగొనాలి.

$y = 0$ కనుక బిందువు (x, 0) అవుతుంది. కావున $y = 0$ కనుక బిందువు X-అక్షంపై ఉంటూ $x - 2y = 3$ రేఖాచిత్రము మీద ఉండే బిందువును కనుగొనాలి.

రేఖాచిత్రము నుంచి ఇలాంటి బిందువు (3, 0) అని గమనించగలము.

$\therefore$ సాధన = (3, 0).

(iii) $x = 0$ అయ్యే విధంగా ఒక సాధన (x, y) ని కనుగొనవలె.

$x = 0$ కనుక బిందువు (0, y) అవుతుంది. అనగా బిందువు Y-అక్షంపై ఉంటుంది. అంటే Y-అక్షంపై ఉంటూ $x - 2y = 3$ గ్రాఫ్ మీద ఉండే బిందువును కనుగొనాలి.

రేఖాచిత్రము నుంచి ఇలాంటి బిందువు $\left(0, \frac{-3}{2}\right)$ అని గుర్తించగలము.

$\therefore$ సాధన = $\left(0, \frac{-3}{2}\right)$.

## అభ్యాసం 6.3

1. కింది వాని యొక్క రేఖాచిత్రాలను గీయుము.

   i) $2y = -x + 1$ ii) $-x + y = 6$ iii) $3x + 5y = 15$ iv) $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 3$

2. కింది వాని యొక్క రేఖాచిత్రాలను గీసి, ప్రశ్నలకు సమాధానమిమ్ము?

   i) $y = x$ ii) $y = 2x$ iii) $y = -2x$ iv) $y = 3x$ v) $y = -3x$

   i) ఇవన్నీ $y = mx$ (m ఏదైనా వాస్తవ సంఖ్య) రూపంలో ఉన్నాయా?

   ii) వీని రేఖాచిత్రాలన్నీ మూలబిందువుగుండా పోతున్నాయా?

   iii) ఈ రేఖాచిత్రాల ఆధారంగా నీవేమి నిర్ధారించగలవు?

3. $2x + 3y = 11$ యొక్క రేఖాచిత్రాన్ని గీయుము? దీని నుంచి $x = 1$ అయిన y విలువ ఎంత కనుగొనుము?

4. $y - x = 2$ యొక్క రేఖాచిత్రాన్ని గీయుము? దీని నుంచి

   i) $x = 4$ అయినప్పుడు y విలువను

   ii) $y = -3$ అయినప్పుడు x విలువను కనుగొనుము.

5. $2x+3y=12$ యొక్క రేఖాచిత్రం గీయుము. దీని నుంచి

   i) y-నిరూపకము 3 అయ్యే విధంగా

   ii) x-నిరూపకము -3 అయ్యే విధంగా సాధనలను కనుగొనండి.

6. కింది సమీకరణాలను రేఖాచిత్రాలను గీయండి. ఇది నిరూపక అక్షాలను ఖండించే బిందువులను కనుగొనండి.

   i) $6x - 3y = 12$ ii) $-x + 4y = 8$ iii) $3x + 2y + 6 = 0$

SCERT, TELANGANA

7. రజియా మరియు ప్రీతి ఒక పాఠశాలలో 9వ తరగతి చదువుచున్నారు. వీరు సహజ విపత్తులు సంభవించినప్పుడు బాధితులకు సహాయం చేయుట కొరకు ఏర్పాటుచేసిన ప్రధానమంత్రి సహాయనిధికి ₹ 1000 ఇచ్చారు. ఈ సమాచారమునకు సరిపడు సమీకరణమును రూపొందించి దానికి రేఖాచిత్రమును గీయుము.

8. గోపయ్య తన మొత్తం 5000 చ.మీ. వైశాల్యం కలిగిన రెండు వేరువేరు పొలాలలో వరిని, గోధుమలను పండించాడు. దీనికి సరిపడు సమీకరణంను రూపొందించి దానికి రేఖాచిత్రమును గీయుము.

9. 6 కి.గ్రా. ద్రవ్యరాశిగల వస్తువుపై బలాన్ని ప్రయోగించినప్పుడు అది పొందిన త్వరణము, ప్రయోగించిన బలానికి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది. ఈ పరిశీలనకు సరిపడు సమీకరణమును రాసి, దానికి రేఖాచిత్రమును గీయుము.

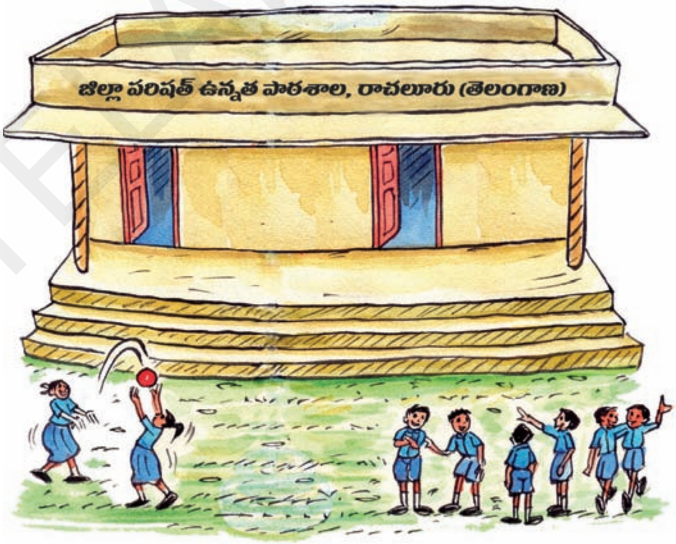
10. ఒక పర్వతము మీద నుంచి ఒక రాయి కింద పడుతూఉంది. దేనియొక్క వేగము V = 9.8t. (t = కాలము) దీనికి అనుగుణమైన రేఖాచిత్రమును గీచి, దాని నుంచి '4' సెకండ్ల సమయంలో దాని వేగమెంతో కనుగొనుము.

**ఉదాహరణ-12 :** ఒక పాఠశాలలో 25% బాలికలు. మిగిలినవారు బాలురు. ఈ సమాచారమునకు సరిపోవు రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణమును రూపొందించి దానికి రేఖాచిత్రము గీయుము. రేఖాచిత్రము నుంచి ఈ కింది ప్రశ్నలకు సమాధానమును రాబట్టుము.

(i) బాలికల సంఖ్య 25 అయిన బాలుర సంఖ్య ఎంత?

(ii) బాలుర సంఖ్య 45 అయిన బాలికల సంఖ్య ఎంత?

(iii) బాలుర సంఖ్యకు మూడు వేరువేరు విలువలను తీసుకొని అనురూపంగా బాలికల సంఖ్యను కనుగొనుము. అదే విధంగా బాలికల సంఖ్యకు మూడు వేరువేరు విలువలను తీసుకొని అనురూపంగా బాలుర సంఖ్యను కనుగొనుము.




**సాధన :** బాలికల సంఖ్యను 'x' మరియు బాలుర సంఖ్యను 'y' అనుకొనిన

మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్య = x + y

ఇచ్చిన దత్తాంశము ప్రకారము బాలికల సంఖ్య

మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్యలో = 25% అంటే,

$x = (x + y)$ లో 25%

$$= (x + y) \times \frac{25}{100} = \frac{1}{4}(x + y)$$

$$x = \frac{1}{4}(x+y)$$

$\therefore \quad 4x = x + y$

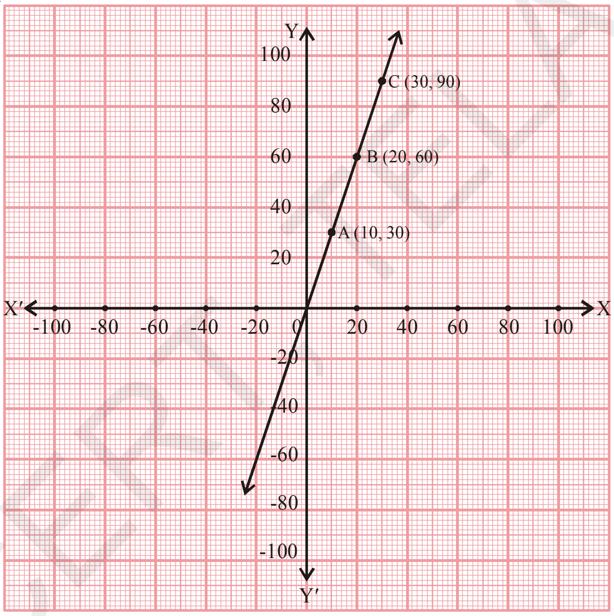
$3x = y$

$\therefore$ కావలసిన సమీకరణము $3x = y$ లేదా $3x - y = 0$.

**సాధనల పట్టిక**

| x | y = 3x | (x, y) | బిందువు |
|---|---|---|---|
| 10 | 30 | (10, 30) | A |
| 20 | 60 | (20, 60) | B |
| 30 | 90 | (30, 90) | C |

గ్రాఫ్ పై A, B మరియు C బిందువులను గుర్తించి వానిని కలిపిన కింది పటములో చూపిన విధంగా AB రేఖ ఏర్పడుతుంది.




స్కేలు :
X-అక్షం : 1సెం.మీ. = 20 బాలికలు
Y-అక్షం : 1సెం.మీ. = 20 బాలురు

రేఖాచిత్రము నుంచి ఈ కింది వానిని కనుగొనగలము.

(i) బాలికల సంఖ్య 25 అయిన బాలుర సంఖ్య 75.

(ii) బాలుర సంఖ్య 45 అయిన బాలికల సంఖ్య15.

(iii) బాలుర సంఖ్యకు మీకు నచ్చిన మూడు వేరువేరు సంఖ్యలను తీసుకొని వానికి అనురూపమైన బాలిక సంఖ్యను, అదే విధంగా బాలికల సంఖ్యకు మీకు నచ్చిన మూడు వేరువేరు సంఖ్యలను తీసుకొని వానికి అనురూపమైన బాలుర సంఖ్యను కనుగొనుము. ఇచ్చట గ్రాఫ్‌ను, సమీకరణమును పరిశీలించండి. సమీకరణము $y = 3x$ రూపంలో ఉంది మరియు సరళరేఖ మూల బిందువుగుండా పోతుంది. $y = mx$ (m ఏదైనా వాస్తవ సంఖ్య) సమీకరణమునకు రేఖాచిత్రము గీచిన అది మూల బిందువు గుండా పోతుంది అని గమనిస్తారు.

**ఉదాహరణ-13 :** కింది ప్రతి రేఖాచిత్రానికి నాలుగు సమీకరణాలు ఇవ్వబడినాయి. వానిలో రేఖాచిత్రాన్ని సూచించు సరియైన సమీకరణమును గుర్తించుము.

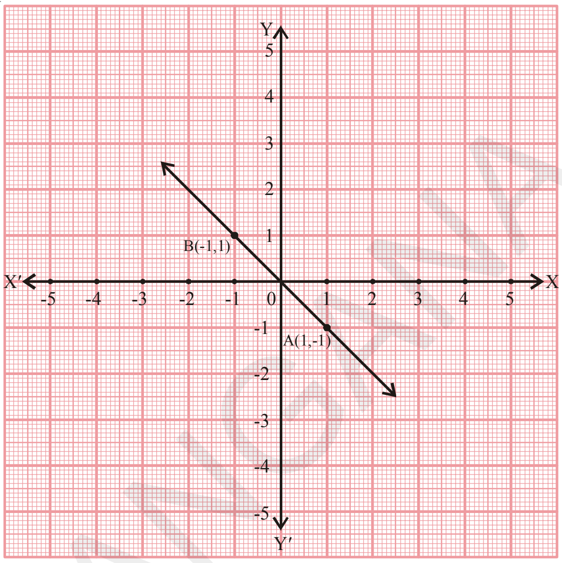
(i) సమీకరణాలు :

A) $y = x$

B) $x + y = 0$

C) $y = 2x$

D) $2 + 3y = 7x$




**స్కేలు :**

X-అక్షం: 1సెం.మీ.=1 యూనిట్లు

Y-అక్షం: 1సెం.మీ.=1 యూనిట్లు

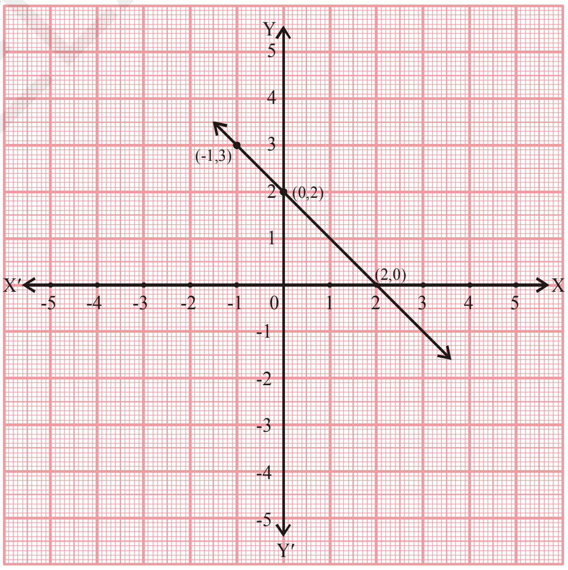
(ii) సమీకరణాలు :

A) $y = x + 2$

B) $y = x - 2$

C) $y = -x + 2$

D) $x + 2y = 6$




**స్కేలు :**

X-అక్షం: 1సెం.మీ.=1 యూనిట్లు

Y-అక్షం: 1సెం.మీ.=1 యూనిట్లు

**సాధన :**

(i) రేఖాచిత్రము $(1, -1)$ $(0, 0)$ $(-1, 1)$ బిందువులు ఒకే రేఖపై ఉండడం మనం గమనించవచ్చు. అనగా ఇవి కావలసిన సమీకరణానికి సాధనలు అవుతాయి. అంటే ఈ బిందువులను కావలసిన సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపిస్తే అది తృప్తి చెందుతుంది. మరి ఒక విధంగా చెప్పాలంటే ఈ బిందువులను ఏ సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపిస్తే అది తృప్తి చెందుతుందో అదియే కావలసిన సమీకరణము.

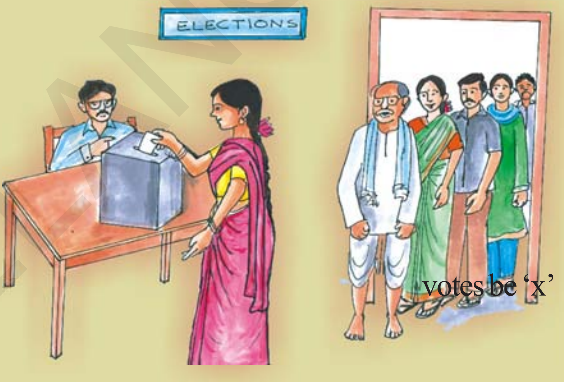
$(1, -1)$ బిందువును మొదటి సమీకరణము $y = x$ లో ప్రతిక్షేపించిన అది తృప్తి చెందదు. కనుక $y = x$ కావలసిన సమీకరణం కాదు. అయితే రెండవ సమీకరణము తృప్తి చెందుతుంది. నిజానికి పై మూడు బిందువులకు ఈ సమీకరణము తృప్తి చెందుతుంది. కనుక $x + y = 0$ కావలసిన సమీకరణం అవుతుంది.

మిగిలిన రెండు సమీకరణాలలో ఈ బిందువులను ప్రతిక్షేపించినప్పుడు అవి తృప్తి చెందవు. కనుక అవి కావలసిన సమీకరణాలుకావు.

(ii) రేఖాచిత్రములో (2, 0), (0, 2) మరియు (−1, 3) బిందువులు రేఖపై ఉన్నాయి. ఈ బిందువులు మొదటి, రెండవ సమీకరణాలను తృప్తిపరచవు. మూడవ సమీకరణము $y = -x + 2$ ను తీసుకుందాం. దీనిలో పై బిందువులను ప్రతిక్షేపించినప్పుడు అది తృప్తి చెందుతుంది. కనుక $y = -x + 2$ కావలసిన సమీకరణం అవుతుంది. ఈ బిందువులు $x + 2y = 6$ ను తృప్తిపరుస్తాయేమో పరిశీలించుము?

## అభ్యాసం 6.4

1. ఒక ఎలక్షన్‌లో 60% ఓటర్లు తమ ఓటు హక్కును వినియోగించుకొనినారు. దీనికి సరిపడు రేఖాచిత్రముగీచి, దాని నుంచి కింది వానిని కనుగొనుము.




(i) 1200 ఓటర్లు మాత్రమే తమ ఓటు హక్కును వినియోగించుకొన్న మొత్తం ఓటర్లు ఎంత మంది?

(ii) మొత్తం ఓటర్ల సంఖ్య 800 అయిన ఓటు హక్కును వినియోగించుకున్నవారెందరు?

[**సూచన :** ఓటు హక్కు వినియోగించుకున్న వారి సంఖ్య 'x' మరియు మొత్తం ఓటర్ల సంఖ్య 'y' అనుకొనిన $x = 60\%\ y$]

2. రూప పుట్టినప్పుడు ఆమె తండ్రి 25 సం॥ల వయస్సు ఉంది. ఈ దత్తాంశమునకు సరిపోవు సమీకరణమును రాసి దానికి రేఖాచిత్రము గీసి దాని నుంచి ఈ కింది వానిని కనుగొనుము?

(i) రూపకు 25 సం॥ల వయస్సు ఉన్నప్పుడు ఆమె తండ్రి వయస్సు.

(ii) రూప తండ్రికి 40 సం॥ల వయస్సు ఉన్నప్పుడు రూప వయస్సు.

3. ఒక ఆటో మొదటి గంట ప్రయాణానికి ₹ 15, తరువాత ప్రతీ గంట ప్రయాణానికి ₹ 8 లు వసూలు చేయును. దూరమును 'x' కి.మీ.చ చెల్లించిన మొత్తం సొమ్మును 'y' అనుకొని ఈ సమాచారమునకు సరిపడు సమీకణమును రాసి దానికి రేఖాచిత్రము గీయుము.

రేఖాచిత్రము నుంచి చెల్లించిన మొత్తము ₹ 55 అయితే ప్రయోగించిన దూరమును మరియు 7 గంటలు ప్రయాణిస్తే చెల్లించవలసి మొత్తమును కనుగొనుము.

4. పుస్తకాలను అద్దెకిచ్చే ఒక లైబ్రరీ మొదటి మూడు రోజులకు ఒక స్థిర మొత్తాన్ని ఆ తరువాత ప్రతిరోజుకు కొంత అదనపు మొత్తాన్ని వసూలు చేస్తుంది. జాన్ ఒక పుస్తకాన్ని 7 రోజులు ఉంచుకొని ₹ 27 లు చెల్లించాడు. మొదటి మూడు రోజుల స్థిర మొత్తాన్ని x మరియు ఆ తరువాత ప్రతీరోజుకూ అదనంగా చెల్లించే మొత్తాన్ని y అనుకొని దీనిని తెలిపే సామాన్య సమీకరణాన్ని గ్రాఫ్ రూపంలో గీయండి. దీని ఆధారంగా చెల్లించే స్థిరమొత్తము ₹ 7 అయిన ప్రతీరోజూ అదనంగా చెల్లించే మొత్తాన్ని కనుగొనుము. అలాగే ప్రతీరోజూ అదనంగా చెల్లించే మొత్తము ₹ 4 అయిన మొదటి మూడు రోజులకు చెల్లించవలసిన స్థిరమొత్తమును కనుగొనుము.



SCERT, TELANGANA

5. హైదరాబాద్ రైల్వేస్టేషన్‌లో ఒక కారును నిలిపిఉంచినందుకు మొదటి రెండు గంటలకు ₹ 50 ఆ తరువాత ప్రతి గంటకు ₹10 లు చెల్లించవలెను. ఈ సమాచారమునకు సరిపడు సమీకరణమును రాసి, రేఖాచిత్రమును గీయుము. దాని నుంచి కింది వానిని కనుగొనుము.

   (i) 3 గం॥లు కారును ఉంచిన చెల్లించిన మొత్తము (ii) 6 గం॥లు కారును ఉంచిన చెల్లించిన మొత్తము

   (iii) రేఖ చెల్లించిన మొత్తము ₹ 80 అయిన ఆమె ఎన్ని గంటలు కారును నిలిపి ఉంచింది.

6. సమీరా కారును ఒకే వేగము 60 కి.మీ. / గంట వేగముతో నడుపుతుంది. అయిన దూరము – కాలమునకు రేఖాచిత్రము గీసి, దాని నుంచి ఈ కింది సమయాలలో సమీరా ప్రయాణించిన దూరమును కనుగొనుము.

   (i) $1\frac{1}{2}$ గంట (ii) 2 గంటలు (iii) $3\frac{1}{2}$ గంటలు

7. నీటిలో హైడ్రోజన్ మరియు ఆక్సిజన్‌ల అణుభారాల నిష్పత్తి 1:8. అయిన ఈ సమాచారాన్ని తెలియజేయు సమీకరణమును రూపొందించి దానికి రేఖాచిత్రం గీయించి. దీని నుంచి ఆక్సిజన్ పరిమాణము 12 గ్రా॥ అయిన హైడ్రోజన్ పరిమాణమును, హైడ్రోజన్ పరిమాణము $\frac{3}{2}$ గ్రా॥ అయినప్పుడు ఆక్సిజన్ పరిమాణమును కనుగొనుము.

   [**సూచన :** హైడ్రోజన్ మరియు ఆక్సిజన్ పరిమాణాలను వరుసగా 'x', 'y' అనుకొనిన $x : y = 1:8 \Rightarrow 8x = y$]

8. 28 లీటర్ల పాలు, నీళ్ల మిశ్రమములో వాని నిష్పత్తి 5:2. అయిన మిశ్రమమునకు, పాలకు మధ్యగల సంబంధను తెలియజేయు సమీకరణమును రూపొందించి దానికి రేఖాచిత్రము గీయుము. దాని నుంచి పై మిశ్రమములో పాల పరిమాణమును కనుగొనుము.

   [**సూచన :** మిశ్రమమునకు, పాలకు మధ్యగల నిష్పత్తి $= 5 + 2 : 5 = 7 : 5$]

9. అమెరికా, కెనడా దేశాలలో ఉష్ణోగ్రతను ఫారన్‌హీట్ మానంలో కొలుస్తారు. అయితే ఇండియా లాంటి దేశాలలో సెల్సియస్ మానంలో కొలుస్తారు. ఫారన్‌హీట్ మానానికి సెల్సియస్ మానానికి సెల్సియస్ మానానికి మార్చగల సంబంధం కింది సమీకరణం తెలియజేస్తుంది.

$$F = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32$$

   (i) సెల్సియస్ డిగ్రీలను x-అక్షం మీద, ఫారన్‌హీట్ డిగ్రీలలో y-అక్షం మీద తీసుకొని పై సమీకరణానికి రేఖాచిత్రము గీయుము.

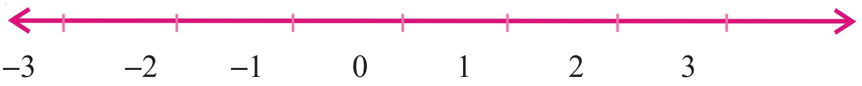
   (ii) 30°C కి సమానమైన ఫారన్‌హీట్ మానంలోని ఉష్ణోగ్రతలను కనుగొనుము.

   (iii) 95°F కు సమానమైన సెల్సియస్ మానంలోని ఉష్ణోగ్రతను కనుగొనుము.

   (iv) సెల్సియస్ మానములోనూ, ఫారన్‌హీట్ మానంలోనూ ఒక సంఖ్యా విలువలు కలిగిఉండే ఉష్ణోగ్రత ఏదైనా ఉందా? దాని విలువను కనుగొనుము.

## 6.5 X- అక్షము మరియు Y- అక్షములకు సమాంతరంగా ఉండే రేఖల సమీకరణాలు

$x = 3$ సమీకరణాన్ని పరిశీలిద్దాం. దీనిని ఏకచరరాశిలో రేఖీయ సమీకరణంగా పరిగణించినప్పుడు దీనికి ఏకైక సాధన $x = 3$ ఉంటుంది. దీనిని సంఖ్యారేఖపై ఒక బిందువుగా కింద చూపిన విధంగా చూపవచ్చు.




అయితే ఇదే సమీకరణాన్ని రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణంగా భావించినప్పుడు దీనిని $x + 0.y - 3 = 0$ గా రాయవచ్చు. ఈ సమీకరణానికి చాలా సాధనలు ఉంటాయి. వానిలో కొన్నింటిని కింది పట్టికలో పొందుపరుద్దాం.

ఇచ్చట y యొక్క గుణకము సున్నా కనుక y విలువ ఏదైనప్పటికీ x విలువ 3 అవుతుంది.

**సాధనల పట్టిక**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | …… |
| y | 1 | 2 | 3 | –1 | –2 | –3 | ….. |
| (x, y) | (3, 1) | (3, 2) | (3, 3) | (3, –1) | (3, –2) | (3, –3) | ….. |
| బిందువులు | A | B | C | D | E | F | ….. |

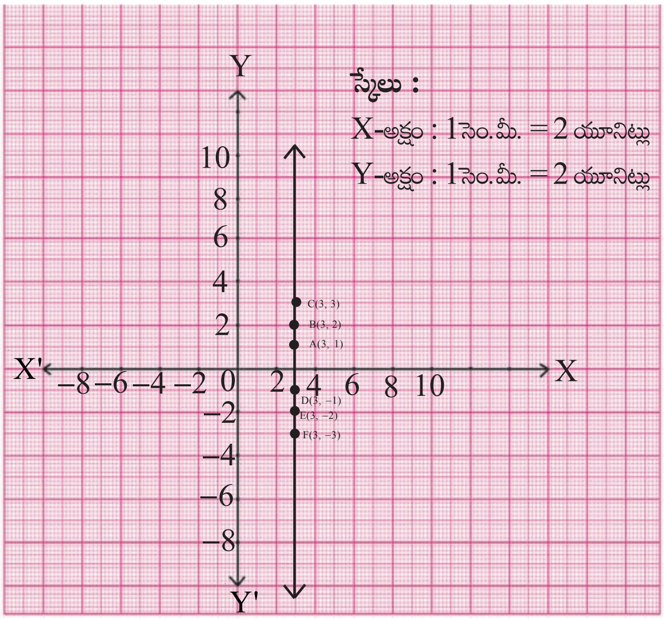
పై పట్టిక నుంచి ఈ సమీకరణము (3, a) రూపంలో అనంత సాధనలను కలిగి ఉంటుందని గమనించగలము. ఇచ్చట 'a' ఒక వాస్తవ సంఖ్య.

పై బిందువులను ఉపయోగించి రేఖాచిత్రము గీస్తే దాని నుంచి నీవేమి గమనించగలవు?

ఇది ఒక సరళరేఖయేనా? ఇది ఏదైనా ఒక రేఖకుగానీ, అక్షానికిగానీ సమాంతరంగా ఉందా? ఇది y-అక్షానికి సమాంతరంగా గల ఒక సరళరేఖ.

ఈ గ్రాఫ్ (రేఖ) y-అక్షం నుంచి ఎంత దూరంలో ఉంది?

$x = 3$ రేఖ, y-అక్షానికి సమాంతరంగా ఉంటూ y-అక్షం నుంచి ధనాత్మక దిశలో 3 యూనిట్ల దూరంలో ఉంటుంది.




SCERT TELANGANA

**ఇవిచేయండి**

1. i) కింది సమీకరణాలకు రేఖాచిత్రాలు గీయండి.

   a) $x = 2$   b) $x = -2$   c) $x = 4$   d) $x = -4$

   ii) ఈ రేఖాచిత్రాలన్నీ Y-అక్షానికి సమాంతరంగా ఉన్నాయా?

   iii) ప్రతీ సందర్భంలో రేఖాచిత్రానికి Y-అక్షానికి మధ్యగల దూరమును కనుగొనుము.

2. i) కింది సమీకరణాలకు రేఖాచిత్రాలను గీయండి.

   a) $y = 2$   b) $y = -2$   c) $y = 3$   d) $y = -3$

   ii) ఈ రేఖాచిత్రాలన్నీ X-అక్షానికి సమాంతరంగా ఉన్నాయా?

   iii) ప్రతీ సందర్భములో రేఖాచిత్రానికి X-అక్షానికి మధ్యగల దూరమును కనుగొనుము.

**పై చర్చల నుంచి ఈ కింది విషయాలను నిర్ధారించగలము:**

1. $x = k$ యొక్క రేఖాచిత్రము (సరళరేఖ) Y-అక్షానికి సమాంతరంగా, k యూనిట్ల దూరంలో ఉంటూ (k, 0) బిందువు గుండా పోల్చుండి.

2. $y = k$ యొక్క రేఖాచిత్రము (సరళరేఖ) X-అక్షానికి సమాంతరంగా k యూనిట్ల దూరంలో ఉంటూ (0, k) బిందువు గుండా పోతుంది.

### 6.5.1 x-అక్షము మరియు y-అక్షాల సమీకరణాలు :

$y = 0$ సమీకరణమును పరిశీలిద్దాం. దీనిని $0.x + y = 0$ గా రాయవచ్చు. ఇప్పుడు దీనికి రేఖాచిత్రమును గీద్దాం.

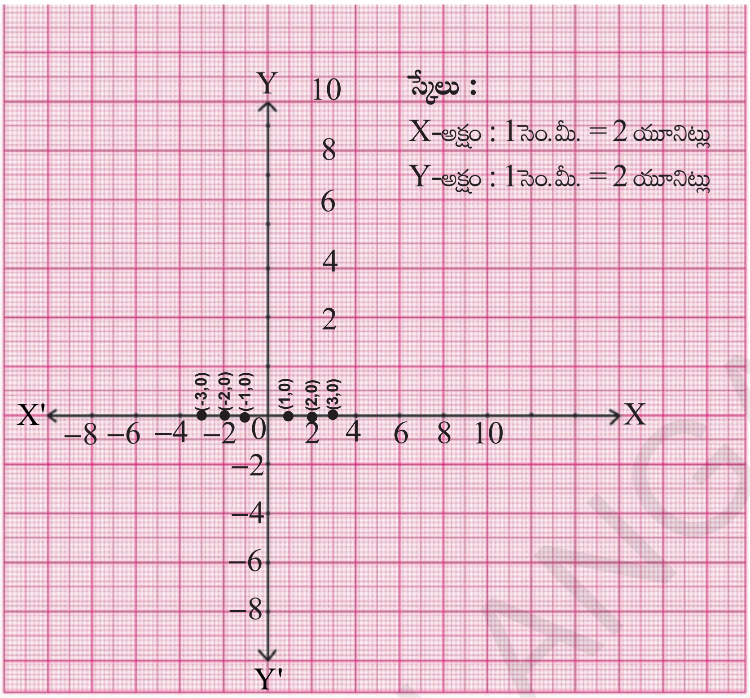
**సాధనల పట్టిక**

| x | 1 | 2 | 3 | –1 | –2 | …… |
|---|---|---|---|---|---|---|
| y | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | ….. |
| (x, y) | (1, 0) | (2, 0) | (3, 0) | (–1, 0) | (–2, 0) | ….. |
| బిందువులు | A | B | C | D | E | ….. |

పై పట్టికలోని బిందువులను గ్రాఫ్‌పై గుర్తించిన అవి రేఖాచిత్రములో చూపిన విధంగా ఉంటాయి.

దీని నుంచి నీవేమి గమనించావు?

SCERT TELANGANA




ఈ బిందువులన్నీ X-అక్షంపై ఉండడం మనం గమనించవచ్చు.

అనగా $y = 0$ సమీకరణం X-అక్షాన్ని సూచిస్తుంది. మరిఒక విధంగా చెప్పాలంటే X-అక్ష సమీకరణం $y = 0$.

### ప్రయత్నించండి

Y-అక్షం సమీకరణమును కనుగొనుము.

### అభ్యాసం 6.5

1. ఈ కింది సమీకరణాలను

   a) సంఖ్యారేఖపై సూచించండి మరియు b) కార్టీజియన్ తలముపై సూచించండి (గ్రాఫ్ గీయండి)

   i) $x = 3$ ii) $y + 3 = 0$ iii) $y = 4$ iv) $2x - 9 = 0$

   v) $3x + 5 = 0$

2. $2x - 11 = 0$ ను

   i) ఏకచరరాశిలో రేఖీయ సమీకరణంగా భావించి ii) రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణంగా భావించి జ్యామితీయ రూపంలో వ్యక్తపరచండి. (గ్రాఫ్ గీయండి)

SCERT, TELANGANA

3. $3x + 2 = 8x - 8$ ను సాధించి సాధనను

   i) సంఖ్యారేఖపై  ii) కార్టీయన్ తలముపై సూచించాలి

4. కింది బిందువుల గుండాపోతూ X-అక్షానికి సమాంతరంగా ఉండే సరళరేఖల సమీకరణాలను కనుగొనుము.

   i) $(0, -3)$  ii) $(0, 4)$  iii) $(2, -5)$  iv) $(3, 4)$

5. కింది బిందువుల గుండాపోతూ Y-అక్షానికి సమాంతరంగా ఉండే సరళరేఖల సమీకరణాలను కనుగొనుము.

   i) $(-4, 0)$  ii) $(2, 0)$  iii) $(3, 5)$  iv) $(-4, -3)$

6. ఏవైనా మూడు సరళరేఖల సమీకరణాలను రాయుము.

   (i) X-అక్షానికి సమాంతరంగా ఉండే  (ii) Y-అక్షానికి సమాంతరంగా ఉండే

## మనం ఏం నేర్చుకున్నాం?

1. ఒక రేఖీయ సమీకరణంలో రెండు చరరాశులున్న దానిని రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణము అంటాము.
2. సమీకరణమును తృప్తి పరిచే ఏ జత '$x$', '$y$' విలువలనైనా దానికి సాధన అవుతుంది.
3. రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణమునకు చాలా సాధనలు ఉంటాయి.
4. రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణానికి రేఖాచిత్రము గీసిన అది ఒక సరళరేఖ సూచిస్తుంది.
5. $y = mx$ రూపంలోని సమీకరణానికి రేఖాచిత్రము గీసిన అది మూల బిందువు గుండా పోతుంది.
6. $x = k$ రూపంలోని రేఖ Y - అక్షానికి సమాంతరంగా, k యూనిట్ల దూరంలో ఉంటూ (k, 0) బిందువు గుండా పోతుంది.
7. $y = k$ రూపంలో ఉన్న సరళరేఖ X-అక్షానికి సమాంతరంగా k యూనిట్ల దూరంలో ఉంటూ (0, k) బిందువు గుండా పోతుంది.
8. X-అక్షము సమీకరణం $y = 0$.
9. Y-అక్షము సమీకరణం $x = 0$.

G4B1E1

SCERT, TELANGANA