1. એક પાસાના ત્રણ પૃષ્ઠ પર 1, બે પૃષ્ઠ પર 2 અને એક પર 5 અંકિત હોય, તો તેને ઉછાળતાં મળતી સંખ્યાઓનો મધ્યક .... છે.

(A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) $\frac{8}{3}$

જવાબ (B) 2

➡

X	P(X)	$x_i\ p(x_i)$
1	$\frac{3}{6}$	$\frac{3}{6}$
2	$\frac{2}{6}$	$\frac{4}{6}$
5	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$
		$\sum x_i p(x_i) = \frac{12}{6}$

મધ્યક $E(X) = \Sigma x_i\, p(x_i)$

$$= \frac{12}{6} = 2$$

∴ વિકલ્પ (B) આવે.

2. ધારો કે પત્તાંની થોકડીમાંથી બે પત્તાં યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે છે. ધારો કે X એ મળેલ એક્કાઓની સંખ્યા દર્શાવે છે, તો E(X) નું મૂલ્ય .... છે.

(A) $\frac{37}{221}$ (B) $\frac{5}{13}$ (C) $\frac{1}{13}$ (D) $\frac{2}{13}$

જવાબ (D) $\frac{2}{13}$

➡ પત્તાંની થોકડીમાંથી બે પત્તાં યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે છે.

X = મળેલ એક્કાઓની સંખ્યા

$$P(X = 0) = \frac{48C_2}{52C_2} = \frac{48 \times 47}{52 \times 51} = \frac{188}{221}$$

$$P(X = 1) = \frac{4C_1 \times 48C_1}{52C_2} = \frac{4 \times 48 \times 2}{52 \times 51} = \frac{32}{221}$$

$$P(X = 2) = \frac{4C_2}{52C_2} = \frac{4 \times 3}{52 \times 51} = \frac{1}{221}$$

X :	0	1	2
P(X) :	$\frac{188}{221}$	$\frac{32}{221}$	$\frac{1}{221}$

$E(X) = \Sigma x_i\, p(x_i)$

$$= 0 \times \frac{188}{221} + 1 \times \frac{32}{221} + 2 \times \frac{1}{221}$$

$= \frac{34}{221} = \frac{2}{13}$

∴ વિકલ્પ (D) આવે.

3. યાદચ્છિક ચલ Xનું સંભાવના વિતરણ નીચે મુજબ છે : kનું મેળવો.

X :	–2	–1	0	1	2	3
P(X) :	$\frac{1}{10}$	k	$\frac{1}{5}$	$2k$	$\frac{3}{10}$	k

➡ $k = \frac{1}{10}$

4. એક અસમતોલ પાસો ઉછાળવામાં આવે છે.
યાદચ્છિક ચલ X નીચે પ્રમાણે વ્યાખ્યાયિત છે.

$X(w) = \begin{cases} 1, \text{ જો પાસા પર યુગ્મ નંબર આવે.} \\ 0, \text{ જો પાસા પર અયુગ્મ નંબર આવે.} \end{cases}$

Xનું સંભાવના વિતરણ મેળવો.

➡

X :	0	1
P(X) :	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

5. સરખી રીતે ચીપેલ 52 પત્તાંમાંથી ત્રણ પત્તાં લેવામાં આવે છે. રાજાની સંખ્યા માટેનું સંભાવના વિતરણ મેળવો.

➡

X :	0	1	2	3
P(X)	: $\frac{4324}{5525}$	$\frac{1128}{5525}$	$\frac{72}{5525}$	$\frac{1}{5525}$

6. 16 સારી નારંગીની સાથે 4 ખરાબ નારંગી મિક્સ કરવામાં આવે છે. આમાંથી બે નારંગી લેવામાં આવે છે. ખરાબ નારંગીની સંખ્યા માટેનું સંભાવના વિતરણ મેળવો.

➡

X :	0	1	2
P(X) :	$\frac{12}{19}$	$\frac{32}{19}$	$\frac{3}{95}$

7. એક પેટીમાં 3 લીલા અને 5 સફેદ દડાઓ છે. તેમાંથી ત્રણ દડા વારાફરતી પુરવણી સહિત લેવામાં આવે છે.
લીલા દડાઓની સંખ્યા માટેનું સંભાવના વિતરણ મેળવો.

➡

X :	0	1	2	3
P(X) :	$\frac{5}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{1}{56}$

8. યાદચ્છિક ચલ Xનું સંભાવના વિતરણ નીચે પ્રમાણે છે : જ્યાં $C > 0$ (i) C (ii) $P(X < 2)$ (iii) $P(1 < X \leq 2)$ શોધો.

X :	0	1	2
P(X) :	$3C^2$	$4C-10C^2$	$5C-1$

➡ (i) $\frac{1}{3}$ (ii) $\frac{1}{3}$ (iii) $\frac{2}{3}$

9. યાદચ્છિક ચલ Xનું સંભાવના વિતરણ નીચે પ્રમાણે છે : $P(X < 3)$, $P(X \geq 3)$ તથા $P(0 < X < 5)$ શોધો.

X :	0	1	2	3	4	5	6	7	8
P(X) :	a	$3a$	$5a$	$7a$	$9a$	$11a$	$13a$	$15a$	$17a$

➥ $\frac{1}{9}, \frac{8}{9}, \frac{8}{27}$

10. યાદચ્છિક ચલ Xનું સંભાવના વિતરણ P(X) નીચે આપેલ સ્વરૂપનું છે. k કોઈક સંખ્યા છે.

$$P(X=x)=\begin{cases}0.1 & , x=0\\ kx & , x=1 \text{ અથવા } 2\\ k(5-x), & x=3 \text{ અથવા } 4\\ 0 & , \text{અન્યથા}\end{cases}$$

(i) k નું મૂલ્ય શોધો.

(ii) $P(X < 2)$ તથા $P(X \geq 2)$ મેળવો.

➥ (i) 0.15 (ii) 0.25 (iii) 0.75

11. ત્રણ સિક્કાને ઉછાળવામાં આવે છે. જો X એ સિક્કા પર મળતી છાપની સંખ્યા દર્શાવે તો મધ્યક, વિચરણ અને પ્રમાણિત વિચલન મેળવો.

➥ $\frac{3}{2}, \frac{3}{4}$, 0.87

12. સરખી રીતે ચીપેલ 52 પત્તાંમાંથી પુરવણી સહિત બે પત્તાં લેવામાં આવે છે. X એ મળેલ રાણીની સંખ્યા દર્શાવે તો મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન મેળવો.

➥ $\frac{2}{13}$, 0.153

13. 1થી 5 સંખ્યાઓ લખેલ 5 કાર્ડ્ઝ છે. તેમાંથી બે કાર્ડ પુરવણી વગર યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે છે. જો X એ કાર્ડ પરની સંખ્યાઓનો સરવાળો દર્શાવે તો તેનો મધ્યક અને વિચરણ શોધો.

➥ 6, 3

14. ત્રણ સિક્કા ઉછાળવાની રમતમાં જો બધી છાપ અથવા બધા કાંટા મળે તો વ્યક્તિ ₹ 5 મેળવે છે અને જો એક અથવા બે છાપ મળે તો વ્યક્તિ ₹ 3 ગુમાવે છે. તો આ માહિતીની ગાણિતિક અપેક્ષા મેળવો.

➥ –1

15. બે સમતોલ પાસાને એક વખત ઉછાળવામાં આવે છે. બંને પાસા પર મળતા પૂર્ણાંકોમાં ન્યૂનતમ પૂર્ણાંક એ યાદચ્છિક ચલ X છે. ચલ Xની ગાણિતિક અપેક્ષા અને વિચરણ મેળવો.

➥ 2.53, 1.96

16. એક યાદચ્છિક ચલ Xનું સંભાવના વિતરણ નીચે મુજબ છે :

X :	–1	0	1	2	3
P(X) :	0.2	0.1	k	$2k$	0.1

તો તેનું પ્રમાણિત વિચલન મેળવો.

➥ 1.3

17. એક પાસાને બે વખત ફેંકવામાં આવે છે. યાદચ્છિક ચલ X એ પાસા ઉપર મળતાં અયુગ્મ પૂર્ણાંકોની સંખ્યા દર્શાવે તો તેનું વિચરણ મેળવો.

➥ $\frac{1}{2}$

18. એક યાદચ્છિક ચલ X એ 1થી 100 પૂર્ણાંકમાંથી કોઈપણ પૂર્ણાંક ધારણ કરે તેની સંભાવના સમાન છે.
તો $E(X)$, $E(X^2)$ અને $Var(X)$ મેળવો.

➥ $\frac{101}{2}, \frac{6767}{2}, \frac{3333}{4}$

19. સમતોલ પાસાને બે જોડને ચાર વખત ઉછાળવામાં આવે છે. જો યાદચ્છિક ચલ X એ પાસા પર સમાન અંકો મળે તે દર્શાવે તો મધ્યક શોધો.

➥ $\frac{2}{3}$

20. નીચેનાં સંભાવના વિતરણનો મધ્યક મેળવો.

X :	0	1	2	3	4	5
P(X) :	0.15	0.20	0.10	0.05	0.30	0.20

➥ 2.75

21. **એક પાત્રમાં 5 લાલ રંગના અને 2 કાળા રંગના દડા છે. બે દડા યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે છે. ધારો કે X એ કાળા રંગના દડાઓની સંખ્યા દર્શાવે છે. X ની શક્ય કિંમતો કઈ-કઈ છે ? શું X યાદચ્છિક ચલ છે ?**

➥ એક પાત્રમાં 5 લાલ રંગના અને 2 કાળા રંગના દડા છે. બે દડા યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવાના છે. આ પસંદગી RR, RB, BR તથા BB રીતે થઈ શકે. જ્યાં R = લાલ દડો તથા

B = કાળો દડો દર્શાવે છે.

X એ કાળા રંગના દડાઓની સંખ્યા દર્શાવે છે.

∴ યાદચ્છિક ચલ Xની કિંમત 0, 1 અને 2 મળે.

X = 0 ⇒ કાળા રંગનો દડો ન મળે.

X = 1 ⇒ કાળા રંગનો એક દડો મળે.

X = 2 ⇒ કાળા રંગના બે દડા મળે.

X એ યાદચ્છિક ચલ છે.

22. **ધારો કે જ્યારે સિક્કાને 6 વખત ઉછાળવામાં આવે છે ત્યારે X એ છાપની સંખ્યા અને કાંટાની સંખ્યાનો તફાવત દર્શાવે છે. X ની શક્ય કિંમતો શું છે ?**

➥ એક સિક્કાને 6 વખત ઉછાળવામાં આવે છે. છાપની સંખ્યા તથા કાંટાની સંખ્યા નીચે પ્રમાણે મળે :

છાપની સંખ્યા :	6	5	4	3	2	1	0
કાંટાની સંખ્યા :	0	1	2	3	4	5	6
છાપની સંખ્યા અને કાંટાની સંખ્યાનો તફાવત :	6	4	2	0	2	4	6

જો યાદચ્છિક ચલ X એ છાપની સંખ્યા અને કાંટાની સંખ્યાનો તફાવત દર્શાવે તો Xની શક્ય કિંમત 0, 2, 4, 6 મળે છે.

23. **યાદચ્છિક ચલ Xનું સંભાવના વિતરણ P(X) નીચે આપેલ સ્વરૂપનું છે. k કોઈક સંખ્યા છે :** $P(X) = \begin{cases} k, & x = 0 \\ 2k, & x = 1 \\ 3k, & x = 2 \\ 0, & \text{અન્યથા} \end{cases}$

(a) **kનું મૂલ્ય શોધો.**

(b) **$P(X < 2)$, $P(X \le 2)$, $P(X \ge 2)$ શોધો.**

➥ અહીં યાદચ્છિક ચલ Xનું સંભાવના વિતરણ નીચે પ્રમાણે છે :

X :	0	1	2
P(X) :	k	$2k$	$3k$

➥ અહીં યાદચ્છિક ચલ Xનું સંભાવના વિતરણ નીચે પ્રમાણે છે :

(a) $\sum_{i=1}^{n} p(x_i) = 1$

$\therefore P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 1$

$\therefore k + 2k + 3k = 1$

$\therefore k = \frac{1}{6}$

(b) $P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1)$

$= k + 2k = 3k$

$= \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$

6 2

$P(X \le 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$

$= k + 2k + 3k = 6k$

$= 6\left(\frac{1}{6}\right) = 1$

$P(X \ge 2) = P(X = 2) = 3k$

$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

24. **નીચેના પૈકી કયાં વિતરણ યાદચ્છિક ચલનાં સંભાવના વિતરણ નથી તે લખો. તમારા જવાબનું સમર્થન કરો :**

(i)

X	0	1	2
P(X)	0.4	0.4	0.2

(ii)

X	0	1	2	3	4
P(X)	0.1	0.5	0.2	–0.1	0.3

(iii)

Y	–1	0	1
P(Y)	0.6	0.1	0.2

(iv)

Z	3	2	1	0	–1
P(Z)	0.3	0.2	0.4	0.1	0.05

➥ **(i)**

Y	–1	0	1
P(Y)	0.6	0.1	0.2

અહીં $P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$

$= 0.4 + 0.4 + 0.2$

$= 1$

તથા $p(x_i) \ge 0,\ i = 0, 1, 2$

∴ આપેલ વિતરણ એ યાદચ્છિક ચલ Xનું સંભાવના વિતરણ છે.

(ii)

X	0	1	2	3	4
P(X)	0.1	0.5	0.2	–0.1	0.3

અહીં $P(X = 3) = -0.1 < 0$. જે શક્ય નથી.

∴ આપેલ વિતરણ એ યાદચ્છિક ચલ Xનું સંભાવના વિતરણ નથી.

(iii)

Y	–1	0	1
P(Y)	0.6	0.1	0.2

અહીં $P(Y = -1) + P(Y = 0) + P(Y = 1)$

$= 0.6 + 0.1 + 0.2$

$= 0.9 \ne 1$

∴ આપેલ વિતરણ એ યાદચ્છિક ચલ Yનું સંભાવના વિતરણ નથી.

(iv)

Z	3	2	1	0	–1
P(Z)	0.3	0.2	0.4	0.1	0.05

અહીં $P(Z = 3) + P(Z = 2) + P(Z = 1) + P(Z = 0) + P(Z = -1)$

$= 0.3 + 0.2 + 0.4 + 0.1 + 0.05$

$= 1.05 \neq 1$

$\therefore$ આપેલ વિતરણ એ યાદચ્છિક ચલ Zનું સંભાવના વિતરણ નથી.

25. 30 વીજળીના ગોળાઓમાંથી 6 ગોળા ખામીયુક્ત છે. પુરવણી સહિત 4 ગોળાઓનો નિદર્શ યાદચ્છિક રીતે લીધો છે. ખામીયુક્ત ગોળાઓની સંખ્યા માટેનું સંભાવના વિતરણ શોધો.

➡ 30 વીજળીના ગોળામાંથી 6 ગોળા ખામીયુક્ત છે. પુરવણી સહિત 4 ગોળાઓનો નિદર્શાવકાશ યાદચ્છિક રીતે લીધો છે. યાદચ્છિક ચલ X એ ખામીયુક્ત ગોળાઓની સંખ્યા દર્શાવે છે. તેથી Xની શક્ય કિંમત 0, 1, 2, 3 તથા 4 છે.

30 ગોળામાંથી 6 ખામીવાળા હોવાથી

30 – 6 = 24 ગોળા ખામીરહિત થાય.

D = ગોળો ખામીયુક્ત હોય.

$\therefore P(D) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

$P(D') = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

$P(X = 0) = P$ (એક પણ ગોળો ખામીયુક્ત નથી.)

$= P(\{D'D'D'D'\})$

$= \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{256}{625}$

$P(X = 1) = P$ (એક ગોળો ખામીયુક્ત છે)

$= P(\{DD'D'D', D'DD'D', D'D'DD', D'D'D'D\})$

$= 4 \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{256}{625}$

$P(X = 2) = P$ (બે ગોળા ખામીયુક્ત છે.)

$= P(\{DDD'D', D'DDD', D'D'DD, D'DD'D, DD'D'D, DD'DD'\})$

$= 6 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{96}{225}$

$P(X = 3) = P$ (ત્રણ ગોળા ખામીયુક્ત છે.)

$= P(\{DDDD', D'DDD, DDD'D, DD'DD\})$

$= 4 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{16}{625}$

$P(X = 4) = P$ (ચારેય ગોળા ખામીયુક્ત છે.)

$= P\{DDDD\}$

$= \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{625}$

$\therefore$ યાદચ્છિક ચલ Xનું સંભાવના વિતરણ નીચે પ્રમાણે મળે છે :

X :	0	1	2	3	4
P(X) :	$\frac{256}{625}$	$\frac{256}{625}$	$\frac{96}{625}$	$\frac{16}{625}$	$\frac{1}{625}$

26. એક સિક્કો અસમતોલ છે. તેને ઉછાળતાં છાપ મળવાની સંભાવના તે કાંટો મળે તેની સંભાવના કરતાં ત્રણ ગણી છે. જો સિક્કાને બે વાર ઉછાળવામાં આવે, તો કાંટાની સંખ્યા માટેનું સંભાવના વિતરણ શોધો.

➡ એક સિક્કો અસમતોલ છે.

ધારો કે કાંટો મળવાની સંભાવના $= q$

$\therefore$ છાપ મળવાની સંભાવના $= 3q$

હવે $q + 3q = 1 \Rightarrow q = \frac{1}{4}$

$\therefore$ કાંટો મળવાની સંભાવના $= \frac{1}{4}$

છાપ મળવાની સંભાવના $= \frac{3}{4}$

સિક્કાને બે વાર ઉછાળવામાં આવે છે. યાદચ્છિક ચલ X એ કાંટાની સંખ્યા દર્શાવે તો Xની શક્ય કિંમત 0, 1, 2 છે.

P(X = 0) = P (એક પણ કાંટો ન હોય)

= P (HH)

$= \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$

P(X = 1) = P (એક કાંટો હોય)

= (TH, HT)

$= \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{6}{16}$

P(X = 2) = P (બંને કાંટા હોય)

= P (TT)

$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

યાદચ્છિક ચલ Xનું સંભાવના વિતરણ નીચે પ્રમાણે મળે છે :

X :	0	1	2
P(X) :	$\frac{9}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{1}{16}$

27. એક યાદચ્છિક ચલ X નું સંભાવના વિતરણ નીચે પ્રમાણે છે :

મૂલ્ય નક્કી કરો : (i) k (ii) P(X < 3) (iii) P(X > 6) (iv) P(0 < X < 3)

X	0	1	2	3	4	5	6	7
P(X)	0	k	$2k$	$2k$	$3k$	k^2	$2k^2$	$7k^2 + k$

➡ **(i)** $\sum_{i=1}^{n} p(x_i) = 1$

$\Rightarrow$ P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) + P (X = 6) + P(X = 7) = 1

$\Rightarrow 0 + k + 2k + 2k + 3k + k^2 + 2k^2 + 7k^2 + k = 1$

$\Rightarrow 10k^2 + 9k - 1 = 0$

$\Rightarrow 10k^2 + 10k - k - 1 = 0$

$\Rightarrow (k + 1)(10k - 1) = 0$

$\Rightarrow k = -1$ અથવા $k = \frac{1}{10}$

પરંતુ $k = -1$ શક્ય નથી કારણ કે $p(x_i) \geq 0$

$\therefore k = \frac{1}{10}$

(ii) P(X < 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)

$= 0 + k + 2k$

$= 3k$

$= \frac{3}{10} \qquad \left(\because k = \frac{1}{10}\right)$

(iii) P(X > 6) = P(X = 7)

$= 7k^2 + k$

$$= 7\left(\frac{1}{10}\right)^2 + \frac{1}{10}$$

$$= \frac{7}{100} + \frac{1}{10} = \frac{17}{100}$$

(iv) $P(0 < X < 3) = P(X = 1) + P(X = 2)$

$$= k + 2k = 3k$$

$$= \frac{3}{10}$$

28. એક સમતોલ સિક્કાને ત્રણ વખત ઉછાળતાં મળતી છાપની સંખ્યાનો મધ્યક શોધો.

➥ એક સમતોલ સિક્કાને ત્રણ વખત ઉછાળવામાં આવે છે. યાદૃચ્છિક ચલ X એ છાપની સંખ્યા દર્શાવે તો Xની શક્ય કિંમત 0, 1, 2, 3 થાય. $n(S) = 8$

$P(X = 0) = P$ (એક પણ છાપ ન મળે)

$$= P(\{TTT\}) = \frac{1}{8}$$

$P(X = 1) = P$ (એક છાપ મળે)

$$= P(\{HTT, THT, TTH\}) = \frac{3}{8}$$

$P(X = 2) = P$ (બે છાપ મળે)

$$= P(\{HHT, HTH, THH\}) = \frac{3}{8}$$

$P(X = 3) = P$ (ત્રણેય છાપ મળે)

$$= P(\{HHH\}) = \frac{1}{8}$$

યાદૃચ્છિક ચલ Xનું સંભાવના વિતરણ નીચે પ્રમાણે છે :

X :	0	1	2	3
P(X) :	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

મધ્યક $E(X) = \Sigma x_i\, p(x_i)$

$$= 0 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{1}{8}$$

$$= \frac{3}{8} + \frac{6}{8} + \frac{3}{8}$$

$$= \frac{12}{8}$$

$$= \frac{3}{2}$$

29. બે પાસાને એક સાથે ફેંકવામાં આવે છે. જો X 6 મળવાની કુલ સંખ્યા દર્શાવે તો Xની ગાણિતિક અપેક્ષા શોધો.

➥ બે પાસાને એક સાથે ફેંકવામાં આવે છે. અર્થાત્ એક પાસાને બે વખત ફેંકવાની પ્રક્રિયા

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$\therefore n(S) = 6$

A = પાસા પર 6 મળે તો $P(A) = \frac{1}{6}$

$\therefore A'$ પાસા પર 6 ન મળે.

$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

X એ 6 મળવાની કુલ સંખ્યા હોય તો Xની શક્ય કિંમત 0, 1, 2 થાય.

$P(X = 0) = P$ (6 ન મળે.)

$= P(A')\ P(A')$

$= \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$

$P(X = 1) = P$ (એક 6 મળે)

$= P(A)\ P(A') + P(A')\ P(A)$

$= 2 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{10}{36}$

$P(X = 2) = P$ (બે 6 મળે)

$= P(A)\ P(A)$

$= \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

Xનું સંભાવના વિતરણ નીચે પ્રમાણે છે :

X :	0	1	2
P(X) :	$\frac{25}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{1}{36}$

➥ બે પાસાને એક સાથે ફેંકવામાં આવે છે. અર્થાત્ એક પાસાને બે વખત ફેંકવાની પ્રક્રિયા

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$\therefore n(S) = 6$

A = પાસા પર 6 મળે તો $P(A) = \frac{1}{6}$

$\therefore$ A′ પાસા પર 6 ન મળે.

$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

X એ 6 મળવાની કુલ સંખ્યા હોય તો Xની શક્ય કિંમત 0, 1, 2 થાય.

$P(X = 0) = P$ (6 ન મળે.)

$= P(A')\ P(A')$

$= \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$

$P(X = 1) = P$ (એક 6 મળે)

$= P(A)\ P(A') + P(A')\ P(A)$

$= 2 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{10}{36}$

$P(X = 2) = P$ (બે 6 મળે)

$= P(A)\ P(A)$

$= \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

Xનું સંભાવના વિતરણ નીચે પ્રમાણે છે :

X :	0	1	2
P(X) :	$\frac{25}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{1}{36}$

30. પ્રથમ છ ધન પૂર્ણાંકોમાંથી યાદચ્છિક રીતે બે સંખ્યાઓ પસંદ (પુરવણીરહિત) કરી છે. ધારો કે X એ બે મેળવેલી સંખ્યાઓ પૈકી મોટી સંખ્યા દર્શાવે છે. E(X) શોધો.

➥ પ્રથમ છ ધનપૂર્ણાંકોમાંથી યાદચ્છિક રીતે બે સંખ્યાઓ પુરવણીરહિત પસંદ કરી છે.

∴ s = { 12, 13, 14, 15, 16,
21, 23, 24, 25, 26,
31, 32, 34, 35, 36,
41, 42, 43, 45, 46,
51, 52, 53, 54, 56,
61, 62, 63, 64, 65 }

∴ n(S) = 30

X એ બે મેળવેલ સંખ્યાઓ પૈકીની મોટી સંખ્યા દર્શાવે છે :

X :	2	3	4	5	6
P(X) :	$\frac{2}{30}$	$\frac{4}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{8}{30}$	$\frac{10}{30}$

$$E(X) = \Sigma x_i\, p(x_i)$$
$$= 2 \times \frac{2}{30} + 3 \times \frac{4}{30} + 4 \times \frac{6}{30} + 5 \times \frac{8}{30} + 6 \times \frac{10}{30}$$
$$= \frac{4 + 12 + 24 + 40 + 60}{30}$$
$$= \frac{140}{30}$$
$$= \frac{14}{3}$$

31. એક બેઠકમાં, એક નિશ્ચિત દરખાસ્તની તરફેણમાં 70 % સભ્યો અને તેની વિરોધમાં 30 % સભ્યો છે. એક સભ્ય યાદચ્છિક રીતે પસંદ કર્યો અને જો તે વિરોધ કરે, તો આપણે X = 0 અને જો તે તરફેણમાં હોય તો X = 1 લઈએ. E(X) અને Var(X) શોધો.

➥ એક નિશ્ચિત દરખાસ્તની તરફેણમાં 70% સભ્યો અને તેની વિરોધમાં 30% સભ્યો છે.

P(X = 0) = P (વિરોધ કરે) $= \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$

P(X = 1) = P (તરફેણ કરે) $= \frac{70}{100}$

X	P(X)	$x_i\, p(x_i)$	$x_i^2\, p(x_i)$
0	$\frac{3}{10}$	0	0
1	$\frac{7}{10}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{7}{10}$

$$E(X) = \Sigma x_i\, p(x_i)$$
$$= 0 + \frac{7}{10}$$
$$= 0.7$$

$$Var(X) = \Sigma x_i^2\, p(x_i) - [E(X)]^2$$

$= 0 + \frac{7}{10} - [0.7]^2$

$= 0.7 - 0.49 = 0.21$

32. (i) સિક્કાને બે વખત ઉછાળતાં મળતી છાપની સંખ્યા
(ii) ત્રણ સિક્કાઓને એકસાથે ઉછાળતાં મળતી કાંટાની સંખ્યા
(iii) સિક્કાને ચાર વખત ઉછાળતાં મળતી છાપની સંખ્યા
હોય, તો આ ત્રણેય કિસ્સાઓમાં સંભાવના વિતરણ શોધો.

➥ **(i)** સિક્કાને બે વખત ઉછાળવામાં આવે છે.
S = {HH, HT, TH, TT}
યાદૃચ્છિક ચલ X એ છાપની સંખ્યા દર્શાવે છે.
Xની શક્ય કિંમત 0, 1, 2 મળે.

P(X = 0) = P (છાપ ન મળે) $= P(TT) = \frac{1}{4}$

P(X = 1) = P (એક છાપ મળે) = P (HT અથવા TH)
$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

P(X = 2) = P (બે છાપ મળે) $= P(HH) = \frac{1}{4}$

યાદૃચ્છિક ચલ Xનું સંભાવના વિતરણ નીચે પ્રમાણે મળે છે :

X :	0	1	2
P(X) :	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

(ii) ત્રણ સિક્કાઓ એક સાથે ઉછાળવામાં આવે છે.
S = {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, TTH, THT, TTT}
યાદૃચ્છિક ચલ X એ કાંટાની સંખ્યા દર્શાવે છે.
Xનું શક્ય મૂલ્ય 0, 1, 2, 3 મળે છે.

P(X = 0) = P (કાંટો ન મળે) $= P(HHH) = \frac{1}{8}$

P(X = 1) = P (એક કાંટો મળે) = P(HHT અથવા HTH અથવા THH) $= \frac{3}{8}$

P(X = 2) = P (બે કાંટા મળે) = P(HTT અથવા TTH અથવા THT) $= \frac{3}{8}$

P(X = 3) = P (ત્રણ કાંટા મળે) $= P(TTT) = \frac{1}{8}$

યાદૃચ્છિક ચલ Xનું સંભાવના વિતરણ નીચે પ્રમાણે મળે છે :

X :	0	1	2	3
P(X) :	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

➥ **(i)** સિક્કાને બે વખત ઉછાળવામાં આવે છે.
S = {HH, HT, TH, TT}
યાદૃચ્છિક ચલ X એ છાપની સંખ્યા દર્શાવે છે.
Xની શક્ય કિંમત 0, 1, 2 મળે.

$P(X = 0) = P$ (છાપ ન મળે) $= P(TT) = \frac{1}{4}$

$P(X = 1) = P$ (એક છાપ મળે) $= P$ (HT અથવા TH)

$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$P(X = 2) = P$ (બે છાપ મળે) $= P(HH) = \frac{1}{4}$

યાદૃચ્છિક ચલ Xનું સંભાવના વિતરણ નીચે પ્રમાણે મળે છે :

X :	0	1	2
P(X) :	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

(ii) ત્રણ સિક્કાઓ એક સાથે ઉછાળવામાં આવે છે.

S = {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, TTH, THT, TTT}

યાદૃચ્છિક ચલ X એ કાંટાની સંખ્યા દર્શાવે છે.

Xનું શક્ય મૂલ્ય 0, 1, 2, 3 મળે છે.

$P(X = 0) = P$ (કાંટો ન મળે) $= P(HHH) = \frac{1}{8}$

$P(X = 1) = P$ (એક કાંટો મળે) $= P$(HHT અથવા HTH અથવા THH) $= \frac{3}{8}$

$P(X = 2) = P$ (બે કાંટા મળે) $= P$(HTT અથવા TTH અથવા THT) $= \frac{3}{8}$

$P(X = 3) = P$ (ત્રણ કાંટા મળે) $= P(TTT) = \frac{1}{8}$

યાદૃચ્છિક ચલ Xનું સંભાવના વિતરણ નીચે પ્રમાણે મળે છે :

X :	0	1	2	3
P(X) :	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

33. જો સફળતા (i) 4 કરતાં મોટી સંખ્યા (ii) ઓછામાં ઓછા એક પાસા પર પૂર્ણાંક 6 મળે, એ પ્રમાણે વ્યાખ્યાયિત થતી હોય તો પાસાને બે વખત ઉછાળવામાં સફળતા મળવાની સંખ્યાઓનું સંભાવના વિતરણ શોધો.

➥ (i) પાસાને ઉછાળતાં મળતો નિદર્શાવકાશ

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

$\therefore n(S) = 6$

A = 4 કરતાં મોટી સંખ્યા = {5, 6}

$\therefore P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

હવે $P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

પાસાને બે વખત ઉછાળવામાં આવે છે.

∴ યાદૃચ્છિક ચલ Xની શક્ય કિંમત 0, 1, 2 છે.

$P(X = 0) = P$

(બંને પાસા પર 4થી મોટી સંખ્યા મળે નહીં)

$= P(A')\ P(A')$

$= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

$P(X = 1) = P$

(એક જ પાસા પર 4થી મોટી સંખ્યા મળે.)

$= 2P(A)\ P(A')$

$= 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

$P(X = 2) = P$ (બંને પાસા પર 4થી મોટી સંખ્યા મળે.)

$= P(A)\ P(A)$

$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

∴ યાદૃચ્છિક ચલ Xનું સંભાવના વિતરણ નીચે પ્રમાણે મળે છે :

X :	0	1	2
P(X):	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$

➥ (i) પાસાને ઉછાળતાં મળતો નિદર્શાવકાશ

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$\therefore n(S) = 6$

A = 4 કરતાં મોટી સંખ્યા = {5, 6}

$\therefore P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

હવે $P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

પાસાને બે વખત ઉછાળવામાં આવે છે.

∴ યાદૃચ્છિક ચલ Xની શક્ય કિંમત 0, 1, 2 છે.

$P(X = 0) = P$

(બંને પાસા પર 4થી મોટી સંખ્યા મળે નહીં)

$= P(A')\ P(A')$

$= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

$P(X = 1) = P$

(એક જ પાસા પર 4થી મોટી સંખ્યા મળે.)

$= 2P(A)\ P(A')$

$= 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

$P(X = 2) = P$ (બંને પાસા પર 4થી મોટી સંખ્યા મળે.)

$= P(A)\ P(A)$

$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

∴ યાદૃચ્છિક ચલ Xનું સંભાવના વિતરણ નીચે પ્રમાણે મળે છે :

X :	0	1	2
P(X):	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$

34. ધારો કે X એ બે સમતોલ પાસાઓને ઉછાળતાં મળતી સંખ્યાઓનો સરવાળો દર્શાવે છે. તો Xનું વિચરણ અને પ્રમાણિત વિચલન શોધો.

➥ બે પાસાઓને ઉછાળવામાં આવે છે.

મળતો નિદર્શાવકાશ S = { 11, 12, 13, 14, 15, 16

21, 22, 23, 24, 25, 26

31, 32, 33, 34, 35, 36
41, 42, 43, 44, 45, 46
51, 52, 53, 54, 55, 56
61, 62, 63, 64, 65, 66}

$\therefore\ n(S) = 36$

X એ બે સમતોલ પાસા પર મળતી સંખ્યાઓનો સરવાળો દર્શાવે છે. Xની શક્ય કિંમત 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 થાય.

$P(X = 2) = P(\{11\}) = \frac{1}{36}$

$P(X = 3) = P(\{12, 21\}) = \frac{2}{36}$

$P(X = 4) = P(\{22, 13, 31\}) = \frac{3}{36}$

$P(X = 5) = P(\{14, 41, 23, 32\}) = \frac{4}{36}$

$P(X = 6) = P(\{15, 51, 24, 42, 33\}) = \frac{5}{36}$

$P(X = 7) = P(\{16, 61, 25, 52, 34, 43\}) = \frac{6}{36}$

$P(X = 8) = P(\{26, 62, 35, 53, 44\}) = \frac{5}{36}$

$P(X = 9) = P(\{36, 63, 45, 54\}) = \frac{4}{36}$

$P(X = 10) = P(\{46, 64, 55\}) = \frac{3}{36}$

$P(X = 11) = P(\{56, 65\}) = \frac{2}{36}$

$P(X = 12) = P(\{66\}) = \frac{1}{36}$

➡ બે પાસાઓને ઉછાળવામાં આવે છે.

મળતો નિદર્શાવકાશ S = { 11, 12, 13, 14, 15, 16
21, 22, 23, 24, 25, 26
31, 32, 33, 34, 35, 36
41, 42, 43, 44, 45, 46
51, 52, 53, 54, 55, 56
61, 62, 63, 64, 65, 66}

$\therefore\ n(S) = 36$

X એ બે સમતોલ પાસા પર મળતી સંખ્યાઓનો સરવાળો દર્શાવે છે. Xની શક્ય કિંમત 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 થાય.

$P(X = 2) = P(\{11\}) = \frac{1}{36}$

$P(X = 3) = P(\{12, 21\}) = \frac{2}{36}$

$P(X = 4) = P(\{22, 13, 31\}) = \frac{3}{36}$

$P(X = 5) = P(\{14, 41, 23, 32\}) = \frac{4}{36}$

$P(X = 6) = P(\{15, 51, 24, 42, 33\}) = \frac{5}{36}$

$P(X = 7) = P(\{16, 61, 25, 52, 34, 43\}) = \frac{6}{36}$

$P(X = 8) = P(\{26, 62, 35, 53, 44\}) = \frac{5}{36}$

$P(X = 9) = P(\{36, 63, 45, 54\}) = \frac{4}{36}$

$P(X = 10) = P(\{46, 64, 55\}) = \frac{3}{36}$

$P(X = 11) = P(\{56, 65\}) = \frac{2}{36}$

$P(X = 12) = P(\{66\}) = \frac{1}{36}$

35. એક વર્ગમાં 15 વિદ્યાર્થીઓ છે. તેમની વય 14, 17, 15, 14, 21, 17, 19, 20, 16, 18, 20, 17, 16, 19 અને 20 વર્ષ છે. એક વિદ્યાર્થી પસંદ કરવામાં આવ્યો છે. પ્રત્યેક વિદ્યાર્થી પસંદ થવાની સમાન સંભાવના હતી અને પસંદ થયેલા વિદ્યાર્થીની વય X નોંધી છે. યાદૃચ્છિક ચલ Xનું સંભાવના વિતરણ શું છે ?
Xનો મધ્યક, વિચરણ અને પ્રમાણિત વિચલન શોધો.

➡ એક વર્ગમાં 15 વિદ્યાર્થીઓ છે.

$\therefore n(S) = 15$

યાદૃચ્છિક ચલ X એ પસંદ થયેલ વિદ્યાર્થીની વય દર્શાવે છે.

X	X વય ધરાવતાં વિદ્યાર્થીની સંખ્યા	P(X)	$x_i(px_i)$	$x_i^2\, p(x_i)$
14	2	$\frac{2}{15}$	$\frac{28}{15}$	$\frac{392}{15}$
15	1	$\frac{1}{15}$	$\frac{15}{15}$	$\frac{225}{15}$
16	2	$\frac{2}{15}$	$\frac{32}{15}$	$\frac{512}{15}$
17	3	$\frac{3}{15}$	$\frac{51}{15}$	$\frac{867}{15}$
18	1	$\frac{1}{15}$	$\frac{18}{15}$	$\frac{324}{15}$
19	2	$\frac{2}{15}$	$\frac{38}{15}$	$\frac{722}{15}$
20	3	$\frac{3}{15}$	$\frac{60}{15}$	$\frac{1200}{15}$
21	1	$\frac{1}{15}$	$\frac{21}{15}$	$\frac{441}{15}$
			$\Sigma x_i(px_i) = \frac{263}{15}$	$\Sigma_{x_i}^2\, p(x_i) = \frac{4683}{15}$

મધ્યક $\mu = \Sigma x_i(px_i)$

$= \frac{263}{15} = 17.53$

➡ એક વર્ગમાં 15 વિદ્યાર્થીઓ છે.

$\therefore\ n(S) = 15$

યાદચ્છિક ચલ X એ પસંદ થયેલ વિદ્યાર્થીની વય દર્શાવે છે.

X	X વય ધરાવતાં વિદ્યાર્થીની સંખ્યા	P(X)	$x_i(px_i)$	$x_i^2\ p(x_i)$
14	2	$\frac{2}{15}$	$\frac{28}{15}$	$\frac{392}{15}$
15	1	$\frac{1}{15}$	$\frac{15}{15}$	$\frac{225}{15}$
16	2	$\frac{2}{15}$	$\frac{32}{15}$	$\frac{512}{15}$
17	3	$\frac{3}{15}$	$\frac{51}{15}$	$\frac{867}{15}$
18	1	$\frac{1}{15}$	$\frac{18}{15}$	$\frac{324}{15}$
19	2	$\frac{2}{15}$	$\frac{38}{15}$	$\frac{722}{15}$
20	3	$\frac{3}{15}$	$\frac{60}{15}$	$\frac{1200}{15}$
21	1	$\frac{1}{15}$	$\frac{21}{15}$	$\frac{441}{15}$
			$\Sigma x_i(px_i) = \frac{263}{15}$	$\Sigma_{x_i}^2\ p(x_i) = \frac{4683}{15}$

મધ્યક $\mu = \Sigma x_i(px_i)$

$$= \frac{263}{15} = 17.53$$