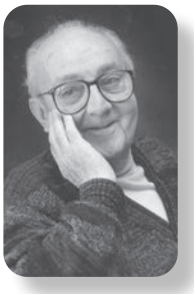
அத்தியாயம்

7 காலத் தொடர்வரிசையும் முன்கணிப்பும்



G.E.P பாக்ஸ்
1919–2013

G.E.P பாக்ஸ், E.S. பியர்சானின் மேற்பார்வையின் கீழ் இலண்டன் பல்கலைக்கழகத்தில் முனைவர் பட்டம் பெற்ற பிரிட்டிஷ் புள்ளியியலாளர் மற்றும் 20ஆவது நூற்றாண்டின் சிறந்த புள்ளியியலாளர்களில் ஒருவராவார். இவர் 1978 ஆம் ஆண்டு அமெரிக்கன் புள்ளியியல் சங்கம் மற்றும் 1979 ஆம் ஆண்டு கணித நிறுவனம் ஆகியவற்றின் தலைவராகப் பணியாற்றினார். பாக்ஸ்– காக்ஸி மாற்றங்கள் காலத்தொடர் வரிசையில் பாக்ஸ்–ஜென்கின்ஸ் மாதிரிகள் ஆகியவற்றோடு இவருடைய பெயர் தொடர்புடையதாகும்.

G.M ஜென்கின்ஸ்
1932–1982

G.M ஜென்கின்ஸ் பிரிட்டிஷ் புள்ளியியலாளர் தன்னுடைய முனைவர் பட்டத்தினை இலண்டன் பல்கலைக் கல்லூரியில் F.N டேவிட் மற்றும் N.L ஜான்சன் ஆகியோரின் மேற்பார்வையின் கீழ் பெற்றார். இவர் 1960ஆம் ஆண்டுகளில் ஆராய்ச்சி பிரிவுக் குழு மற்றும் ராயல் புள்ளியியல் சமூகச்சபையில் பணியாற்றினார். இவர் கணித புள்ளியியல் நிறுவனத்திலும் உறுப்பினராக தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டார்.

பாக்ஸ் மற்றும் ஜென்கின்ஸ் இருவரும் நகரும் சராசரி (Auto regressive) மாதிரிகளுக்குப் பெரும் பங்காற்றியுள்ளதால் (Auto-regressive model) அவர்கள் பெயராலேயே பாக்ஸ்–ஜென்கின்ஸ் மாதிரிகள் என அழைக்கப்படுகிறது.

கற்றல் குறிக்கோள்கள்

- ❖ காலத்தொடர் வரிசையைப் புரிந்து கொள்ளுதல்.
- ❖ மேல்நோக்கு மற்றும் கீழ்நோக்கு போக்கினை அறிந்து கொள்ளுதல்.
- ❖ அரைசராசரி மற்றும் நகரும் சராசரியை பயன்படுத்தி போக்கினைக் கணக்கிடுதல்.
- ❖ மீச்சிறு வர்க்க முறையில் போக்கினைக் காணுதல்.
- ❖ பருவகால குறியீடுகளைக் கணக்கீடு செய்தல்.
- ❖ சுழல் மற்றும் ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகள் குறித்து தெரிந்துகொள்ளுதல்.
- ❖ முன்கணிப்பினைப் பற்றி அறிந்து கொள்ளுதல்.

4TQHA

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 194 12-12-2021 19:26:31

அறிமுகம்

நவீன யுகத்தில் நம்மைச் சுற்றிலும் நாம் தரவுகளைக் காண்கிறோம். கடந்த காலத்தினை மதிப்பிடுவதற்கும் வருங்காலத்தினுள் செல்வதற்கும் தரவு சேகரிப்பு மற்றும் தொகுப்பு தேவையாகிறது. அழுத்தமாகக் கூறுகையில் தரவுகளைச் சேகரிக்கும் நேரம் என்பது விரிவான பல வழிகளில் மிக முக்கியமான ஒன்றாகும் காலப்போக்கில் சில காரணிகள் மாற்றமடைகின்றன அவற்றின் மதிப்புகளும் மாறிக்கொண்டே செல்கின்றன. சில நேரங்களில் கண்டறிந்த மதிப்புகள் காலப்போக்கில் மாறுவதில்லை. எனினும் சமகால இடைவெளியில் எடுக்கப்படும் அளவைகள் காலத்தொடர் வரிசை தரவுகளாக உள்ளன. அடுத்தடுத்த கால இடைவெளியில் சேகரிக்கப்பட்டு, கண்டறிந்து, பதியப்பட்ட புள்ளியியல் தரவுகள் பொதுவாக காலத்தொடர் வரிசை எனக் குறிப்பிடப்படுகிறது. காலத்தொடர்வரிசையில் கடந்த கால மற்றும் தற்கால தரவுகள் ஒப்பிடப்படுகின்றன. இது மேலும் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட தொடர் வரிசையை ஒப்பிடுகின்றது. காலத்தொடர்வரிசையின் முக்கிய நோக்கமானது கால மாறுபாட்டினை அளவிடுவதாகும்.

எப்பொழுதும் மாறிக்கொண்டிருக்கும் வணிக மற்றும் பொருளாதார சூழலில், எதிர்கால நிகழ்வுகளின் போக்கு குறித்த யோசனை தேவையாகிறது. மேலும் பொருத்தமான காலத்தொடர்வரிசை பகுப்பாய்வு இதை அடைவதற்கு உதவுவதோடு எதிர்கால வணிக முன்கணிப்பிற்கு வழிவகுக்கிறது. இத்தகைய முன்கணிப்புகள் போட்டி உத்திகளின் திட்டமிடல் மற்றும் திட்டமிடல் வளர்ச்சிக்கு முக்கிய உள்ளீடுகளாகப் பணியாற்றுகிறது.

7.1 வரையறை

காலத்தொடர் வரிசை என்பது ஒழுங்கான இடைவெளியில் சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளி விவரத் தொகுப்பு ஆகும். இவ்வகை சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்களில் ஏற்படும் மாற்றத்தினைக் கணக்கிட காலத்தொடர் வரிசை பயன்படுகிறது.

7.1.1 வரையறைகள்

மூரிஸ் ஹம்பர்க்கன் கூற்றுப்படி "காலத்தொடர் வரிசை என்பது காலவாரியாக ஒழுங்கு படுத்தப்பட்ட புள்ளியியல் விவரங்கள்" ஆகும்.

யா–லூன்–சோ காலத்தொடர் வரிசையை "பொருளியியல் மாறி அல்லது கூட்டு மாறிகளின் வெவ்வேறு கால இடைவெளிகளில் நடைபெற்ற அளவீடுகளின் தொகுப்பு" என வரையறுக்கிறார்.

W.Z. ஹிர்ச் "காலத்தொடர் வரிசை பகுப்பாய்வின் முக்கிய நோக்கம் பொருளாதார நிகழ்வுகளின் போக்கை புரிந்து கொண்டு, எதிர்காலத்தில் போக்கின் தன்மையை விளக்க, மதீப்பீடு செய்வதாகும்" என்கிறார்.

7.1.2 காலத்தொடர்வரிசையின் பயன்பாடுகள்

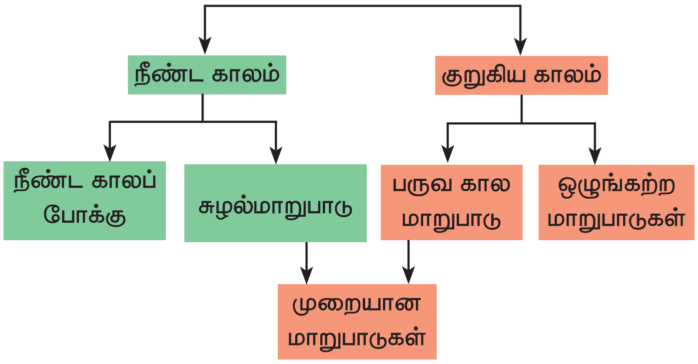
- ஏற்கனவே கண்டறியப்பட்ட மதிப்புகளிலிருந்து எதிர்காலத்தின் மதிப்பினை யூகிக்கப் பயன்படுகிறது.
- பொருளாதாரம் மற்றும் வர்த்தகத்தில் ஏற்படும் மாற்றங்களைக் காணப்பயன்படுகிறது.
- சாதனைகளை மதிப்பிட உதவுகிறது.
- மாதிரி வகை அறிதல் (pattern recognition), குறிப்பலை செயலாக்கம் (Signal processing), வானிலை முன்கணிப்பு (Weather Forecasting), நிலநடுக்கம் குறித்து யூகித்தல் (Earthquake prediction) போன்ற இடங்களில் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

காலத்தொடர் வரிசை என்பது வணிக நிர்வாகிகளின் விற்பனை, விலை, கொள்கை மற்றும் உற்பத்தி ஆகியவற்றை மேம்படுத்த பயன்படும் ஒரு சிறந்த கருவி ஆகும்.

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 195 12-12-2021 19:26:31

7.2 காலத்தொடர் வரிசையின் பிரிவுகள்

காலத்தொடர் வரிசையில் மாற்றங்களை ஏற்படுத்தும் காரணிகளைக் காலத்தொடர் வரிசையின் பிரிவுகள் என்கிறோம்.



காலத்தொடர் வரிசையின் பிரிவுகளாவன

1. நீண்ட காலப் போக்கு (T)
2. பருவ கால மாறுபாடு (S)
3. சுழல் மாறுபாடுகள் (C)
4. ஒழுங்கற்ற (வாய்ப்பு) மாறுபாடுகள் (R)

காலத்தொடர் வரிசை பிரிவுகளுக்கிடையேயான அணுகுமுறைகள்

காலத்தொடர் வரிசைத் தரவுகளைப் பிரித்தெடுக்க இருஅணுகுமுறைகளைக் கையாளலாம்.

(i) கூட்டல் அணுகுமுறை (ii) பெருக்கல் அணுகுமுறை

மேற்கூறிய இரு முறைகளும் நான்கு தரவுகளைப் பிரித்தெடுப்பது, நான்கு பிரிவுகளுக்கிடையே உள்ள உறவின்தன்மையைப் பொறுத்து அமைகிறது.

கூட்டல் அணுகுமுறை

காலத்தொடர் வரிசையின் நான்கு பிரிவுகளும் ஒன்றையொன்று சாராத நிலையில் கூட்டல் அணுகுமுறை பயன்படுகிறது. சார்பற்றவை என்பது பிரிவுகளின் அளவோ, அவற்றிற்கிடையே உள்ள இயக்கங்களோ (நகருதலின் தன்மை) மற்ற பிரிவுகளைப் பாதிப்பதில்லை என்பதாகும். இந்த யூகத்தின் அடிப்படையில் காலத்தொடர் வரிசையின் அளவு நான்கு பிரிவுகளின் தனித்தனித் தாக்கங்களின் கூடுதலாகும்.

$$Y = T + C + S + R$$

இங்கு Y – காலத்தொடர் வரிசையின் அளவு

T = போக்கு மதிப்பு, C = சுழல் மாறுபாடு, S = பருவ கால மாறுபாடு, R = ஒழுங்கற்ற மாறுபாடு

கூட்டல் அணுகுமுறையில் அனைத்து நான்கு பிரிவுகளும் ஒரே அலகைப் பெற்றிருக்கும்.

பெருக்கல் அணுகுமுறை

காலத்தொடர் வரிசை பிரிவுகள் நான்கும் ஒன்றையொன்று சார்ந்தவையாக இருக்கும் நிலையில் பெருக்கல் அணுகுமுறை பயன்படுகிறது. இந்த யூகத்தின் அடிப்படையில் காலத்தொடர் வரிசையின் அளவானது நான்கு பிரிவுகளின் பெருக்குத் தொகையாகும்.

$$Y = T \times C \times S \times R$$

இரு அணுகுமுறைகளுக்கிடையேயான வேறுபாடு

பெருக்கல் அணுகுமுறை	கூட்டல் அணுகுமுறை
(i) காலத்தொடர் வரிசையின் நான்கு பிரிவுகளும் ஒன்றையொன்று சார்ந்தவை	காலத்தொடர் வரிசையின் நான்கு பிரிவுகளும் ஒன்றையொன்று சாராதவை
(ii) பிரிவுகளின் மடக்கை மதிப்புகள் கூட்டல் அணுகுமுறையுடையவை	பிரிவுகள் கூட்டல் அணுகு முறையுடையவை

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 196 12-12-2021 19:26:31

7.3 காலத்தொடர் வரிசையின் பிரிவுகளாவன

(i) நீண்ட காலப் போக்கு

இவ்வகைப்போக்கு,தரவுகளின் நீண்ட காலப்போக்கின் மேல்நோக்கிய அல்லது கீழ்நோக்கிய திசையில் நகரும் தன்மையைக் குறிக்கிறது. எடுத்துக்காட்டாக உற்பத்தியில் மாற்றங்கள், மூலதன அமைப்பு விகிதத்தின் ஏற்றம், மக்கள் தொகை பெருக்கம் போன்றவை, ஏறுமுகம் கொண்ட போக்கினையும், மருத்துவ வசதி அதிகரித்துள்ளதாலும் சுகாதார சூழ் நிலையாலும் இறப்பு விகிதம் இறங்கு முகம் கொண்ட போக்கினையும் குறிக்கிறது. மேற்கூறிய போக்குகள் மெதுவாக நடைபெற்று காலத்தொடர் வரிசையில் படிப்படியாக மாற்றத்தை செயல்படுத்துகின்றன.

போக்கினை அளவிடும் முறைகள்

போக்கு கீழ்க்கண்ட கணித முறைகளில் அளவிடப்படுகிறது.

1. வரைபட முறை
2. அரை சராசரி முறை
3. நகரும் சராசரி முறை
4. மீச்சிறு வர்க்க முறை

7.3.1 வரைபட முறை

வரைபட முறையில் போக்கை அளப்பது மிகவும் எளிமையானதாகும். இம்முறையில் காலத்தொடர் வரிசையின் காலம் X அச்சிலும், மதிப்புகள் Y அச்சிலும் எடுக்கப்பட்டு வரைபடதாளில் குறிக்கப்படுகின்றன. பின்னர் குறிக்கப்பட்ட புள்ளிகளைக் கையால் இணைத்து வளைவரை வரைய வேண்டும். வரையப்பட்ட போக்குகோடு முன்கணிப்பு மதிப்பு காண விரிவுபடுத்தப்படலாம்.

போக்குக்கோட்டை வரையும் பொழுது கீழ்க்கண்ட முக்கிய கருத்துக்களைக் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும்.

(i) வளைவரை சீராக இருக்க வேண்டும்.

(ii) கோடு அல்லது வளைவரையின் மேல் மற்றும் கீழ் உள்ள புள்ளிகள் சம எண்ணிக்கையில் இருக்க வேண்டும்.

(iii) போக்குக்கோட்டின் மேலே உள்ள புள்ளிகளிலிருந்து போக்கு கோட்டிற்கு உள்ள செங்குத்து தூர வித்தியாசத்தின் வர்க்கங்களின் கூடுதல், போக்குக் கோட்டின் கீழ் உள்ள புள்ளிகளிலிருந்து போக்குக் கோட்டிற்கு உள்ள செங்குத்து தூர வித்தியாசத்தின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமமாக இருக்க வேண்டும்.

நிறைகள்:

- இது மிகவும் எளிதாக கணக்கிடப்படும் போக்கு முறையாகும்.
- கணித கணக்கீடு தேவை இல்லை.
- நேரிய போக்கு இல்லையெனினும் இம்முறை பயன்படுத்தப்படலாம்.

குறைகள்:

- இது மிகவும் சார்புடையது
- வெவ்வெறு புள்ளியியலாளர்களால் கண்டறியப்படும் போக்கு மதிப்புகள் வெவ்வேறானவை. எனவே நம்பகத்தன்மை அற்றதாகும்.

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 197 12-12-2021 19:26:31

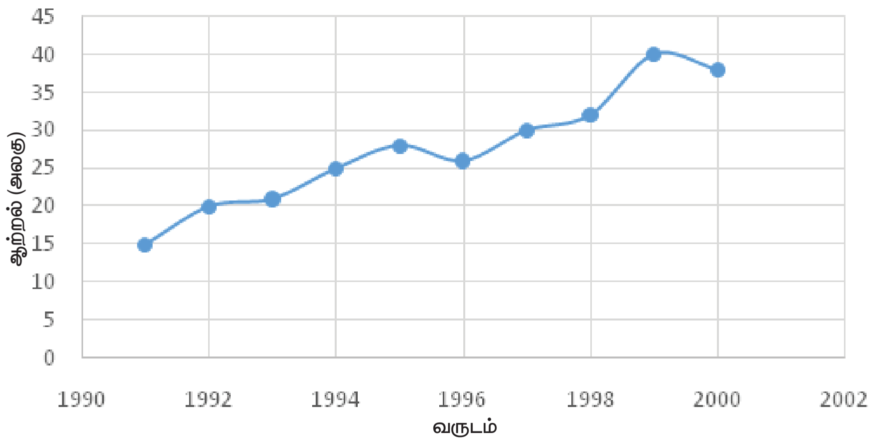
எடுத்துக்காட்டு 7.1

ஒரு பகுதியில் வீடுகளில் ஓராண்டிற்குப் பயன்படுத்தப்படும் மின் தேவையின் அளவு பின்வருமாறு:

வருடம்	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
ஆற்றல் (அலகுகள்)	15	20	21	25	28	26	30	32	40	38

மேற்காண் தரவுகளுக்கு வரைபடம் வரைக.

தீர்வு:



7.3.2 அரைசராசரி முறை

இம்முறையில் கொடுக்கப்பட்ட விவரங்கள் இரு அரை பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டு அதன் சராசரி கொடுக்கப்பட்ட வருடங்களின் மத்தியில் எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது.

(i) கொடுக்கப்பட்ட விவரங்கள் இரட்டை எண்ணிக்கையில் இருந்தால் விவரங்கள் இரு சம பகுதிகளாக பிரிக்கப்படுகிறது. இரு பகுதிகளின் சராசரிகளும் கண்டறியப்பட்டு பின் ஒவ்வொரு பகுதியின் மத்திய வருடத்தில் குறிக்கப்பட வேண்டும்.

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்கள் ஒற்றை எண்ணிக்கையில் இருந்தால் விவரங்களை இரு சமபகுதிகளாகப் பிரிக்க இயலாது. நடுவில் உள்ள வருடத்தினை விலக்கிவிடலாம். இருசமபகுதிகளாகப் பிரித்தபின் ஒவ்வொரு பகுதியின் சராசரியும் கண்டறியப்படுகிறது. இவ்வாறு அரை சராசரி கிடைக்கப்பெறுகிறது.

(ii) வருடாந்திர போக்கு மதிப்பினை மைய வருட போக்கு மதிப்புடன் கூட்டுவதாலோ அல்லது கழிப்பதாலோ பிந்தைய அல்லது முந்தைய வருடங்களின் போக்கு மதிப்பினைப் பெறலாம்.

நிறைகள்

- இம்முறை மிகவும் எளிமையானது மற்றும் புரிந்து கொள்வது எளிது.
- கணித கணக்கீடு அதிகமற்றது.

குறிப்பு

அரை சராசரி முறையில் சராசரிகளின் வித்தியாசம் குறை எண் எனில் போக்கு மதிப்புகள் இறங்கு வரிசையில் இருக்கும்.

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 198 12-12-2021 19:26:32

குறைகள்

- நேரிய போக்கிற்கு மட்டுமே பயன்படுத்த இயலும்.
- கூட்டு சராசரி பயன்படுத்தப்படுவதால் விளிம்பு மதிப்புகளால் பாதிக்கப்படக்கூடியது.

எடுத்துக்காட்டு 7.2

வனத்துறையில் பெறப்படும் வருமான விவரத்திற்கு அரைசராசரி முறையைப் பயன்படுத்தி போக்கு மதிப்புகள் காண்க.

வருடம்	2008	2009	2010	2011	2012	2013
வருமானம் (கோடியில்)	46.17	51.65	63.81	70.99	84.91	91.64

ஆதாரம்: முதன்மை தலைமைக்காப்பாளர், வனத்துறை, சென்னை-15. (பக்கம். 231)

தீர்வு:

வருடம்	வருமானம்	அரைப்பகுதியின் மொத்தம்	அரை சராசரி	போக்கு மதிப்புகள்
2008	46.17			44.332
2009	51.65	161.63	53.877	53.877
2010	63.81			63.422
2011	70.99			72.968
2012	84.91	247.54	82.513	82.513
2013	91.64			92.052

மைய ஆண்டுகளுக்கிடையேயான வித்தியாசம் = 2012 – 2009 = 3

அரை சராசரிகளுக்கிடையேயான வித்தியாசம் = 82.513 – 53.877 = 28.636

அதிகரிக்கும் வருடாந்திர போக்கு மதிப்பு $= \dfrac{28.636}{3} = 9.545$

மைய ஆண்டின் முந்தைய மற்றும் பிந்தைய வருடங்களின் போக்கு மதிப்புகள் வருடாந்திர போக்கு மதிப்பினை அரைசராசரியுடன் முறையே கழித்தும், கூட்டியும் பெறலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 7.3

தொடர்ச்சியான 7 ஆண்டு கணக்கெடுப்பில் இந்திய மக்கள் தொகை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அவ்விவரங்களுக்கு அரைசராசரி முறையைப் பயன்படுத்தி போக்கு மதிப்புகள் காண்க.

கணக்கெடுப்பு ஆண்டு	1951	1961	1971	1981	1991	2001	2011
மக்கள் தொகை (இலட்சங்களில்)	301.2	336.9	412.0	484.1	558.6	624.1	721.4

தீர்வு:

அரை சராசரி முறையைப் பயன்படுத்தி போக்கு மதிப்புகள் பின்வருமாறு:

கணக்கெடுப்பு ஆண்டு	மக்கள் தொகை (இலட்சங்களில்)	அரை மொத்தம்	அரை சராசரி	போக்கு மதிப்புகள்
1951	301.2			278.86
1961	336.9	1050.1	350.03	350.03
1971	412.0			421.2
1981	484.1			492.37
1991	558.6			563.54
2001	624.1	1904.1	634.7	634.71
2011	721.4			705.88

மைய ஆண்டுகளுக்கிடையேயான வித்தியாசம் = 2001 – 1961 = 40

அரை சராசரிகளுக்கிடையேயான வித்தியாசம் = 634.7 – 350.03 = 284.67

அதிகரிக்கும் பத்தாண்டு போக்கு மதிப்பு = $\frac{284.67}{4} = 71.17$

எடுத்துக்காட்டாக, 1951 ஆம் வருட மக்கள்தொகை = 350.03 – 71.17 = 278.86

2011 ஆம் வருட மக்கள் தொகை = 634.7 + 71.17 = 705.87

மைய ஆண்டின் முந்தைய மற்றும் பிந்தைய ஆண்டுகளின் போக்கு மதிப்புகள், பத்தாண்டு போக்கு மதிப்பினை அரைசராசரியுடன் முறையே கழித்தும், கூட்டியும் பெறலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 7.4

அரைசராசரி முறையைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் விவரங்களுக்கு போக்கு மதிப்புகள் காண்க.

வருடம்	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972
வெளுக்கும் தூள் (Bleaching powder) உற்பத்தி (டன்னில்)	7.4	10.8	9.2	10.5	15.5	13.7	16.7	15

தீர்வு:

அரை சராசரி முறைப்படி போக்கு மதிப்புகள்

வருடம்	வெளுக்கும் தூள் உற்பத்தி	அரை மொத்தம்	அரை சராசரி	போக்கு மதிப்புகள்
1965	7.4			7.315
1966	10.8	37.9	9.475	8.755
1967	9.2			10.195
1968	10.5			11.635
1969	15.5			13.075
1970	13.7	60.9	15.225	14.515
1971	16.7			15.955
1972	15			17.395

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 200 12-12-2021 19:26:33

மைய ஆண்டுகளுக்கிடையேயான வித்தியாசம் = 1970.5 – 1966.5 = 4

அரை சராசரிகளுக்கிடையேயான வித்தியாசம் = 15.225 – 9.475 = 5.75

அதிகரிக்கும் வருடாந்திர போக்கு மதிப்பு $= \frac{5.75}{4} = 1.44$

அரைவருட அதிகரிக்கும் போக்கு மதிப்பு $= \frac{1.44}{2} = 0.72$

1967 ம் வருட போக்கு மதிப்பு 0.72 ஐ 1966.5 இன் போக்கு மதிப்பினைக் கூட்டக்கிடைக்கும்

$$9.475 + 0.72 = 10.195$$

1968-ன் போக்கு மதிப்பு, 1968 = 10.195 + 1.44 = 11.635

இவ்வாறு மற்ற போக்கு மதிப்புகளைத் தேவையான வருடங்களுக்கு ஏற்பக் கணக்கிடலாம்.

7.3.3 நகரும் சராசரி முறை

தொடர் முறையில் (Sequence) உள்ள மாறுபட்ட மதிப்புகளின் கூட்டு சராசரியின் தொடர் வரிசை (Series) நகரும் சராசரியாகும். கொடுக்கப்பட்ட வருடங்களுக்கு சீரான வளைவரையை வரையும் மற்றொரு முறையாகும்.

நகரும் சராசரி பருவகால சராசரியைக் காண அதிகளவில் பயன்படுத்தப்படுகிறது. காலத்தொடர் வரிசையின் சுழல், பருவகால மற்றும் ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகளை நீக்கி போக்கு மதிப்புகளைக்காண நகரும் சராசரி முறை உதவுகிறது. தரவுகளின் எண்ணிக்கையை பொறுத்து நகரும் சராசரியின் கால அளவு இருக்கும்.

இம்முறையைப் பயன்படுத்தும் போது நகரும் சராசரியின் கால அளவைத் தேர்ந்தெடுப்பது முக்கியமான முடிவாகும். நகரும் சராசரி முறையில் மாறுபாட்டினை சீரானதாக்குவதில் கால அளவு குறிப்பிடத்தக்கதாகும். பொதுவாக வருடங்களின் எண்ணிக்கை அதிகமாக இருப்பின் போக்கு வளைவரை சீரானதாக இருக்கும்.

நிறைகள்

- எளிதாகப் பயன்படுத்த முடியும்
- கால நிலை, ஏற்ற இறக்கத்தொடர் வரிசையில் பயன்படுத்தப்படலாம்.
- முடிவுகளின் தன்மை வெவ்வேறு நபர்கள் கண்டறிந்தாலும் மாறாத் தன்மையுடையது.
- இம்முறையினைக் கொடுக்கப்பட்ட வருடங்களின் முந்தைய மற்றும் பிந்தைய வருடங்களின் போக்கினைக் காணப் பயன்படுத்தலாம்.

குறைகள்

- காலத்தொடர் வரிசையில் முறையான கால இடைவெளி இருந்தால் மட்டுமே பயன்படுத்த இயலும்.
- நகரும் சராசரியைக் காண சரியான கால அளவை அல்லது கால இடைவெளியைத் தேர்ந்தெடுப்பது கடினமாகும்.
- முதல் மற்றும் கடைசியில் சில வருடங்களுக்கு, போக்கு மதிப்பினைக் காண இயலாது.

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 201 12-12-2021 19:26:34

நகரும் சராசரி – வருடங்களின் எண்ணிக்கை ஒற்றை எண் எனில் (3 வருடங்கள்)

3 வருட நகரும் சராசரியைக் காண கீழ்க்காணும் படிகளைக் கருத்தில் கொள்ள வேண்டும்.

1. முதல் மூன்று வருடங்களுக்கான மதிப்புகளைக் கூட்டி மைய வருடத்திற்கு நேராக இடம்பெறச் செய்யவேண்டும். (இக்கூடுதல் மதிப்பு நகரும் மொத்தம் எனப்படும்).
2. முதல் மதிப்பை விடுத்து அடுத்த மூன்று வருட மதிப்புகளைக்கூட்டி அம்மூன்று வருடங்களுக்கு மைய வருடத்திற்கு நேராக இடம்பெறச் செய்யவேண்டும்.
3. இதே செயல்முறை கொடுக்கப்பட்ட கடைசி வருடத்திற்கான மதிப்பு கணக்கிடும் வரை தொடர வேண்டும்.
4. 3 வருட நகரும் மொத்த மதிப்புகள் 3 ஆல் வகுக்கப்பட்டு 3 வருட நகரும் சராசரி கிடைக்கப்பெறும். இம்மதிப்புகளே தேவையான போக்கு மதிப்புகளாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 7.5

பண்ணைத்துறை அல்லாத/சிறிய அளவிலான தொழில்களுக்கு கூட்டுறவு வங்கிகள் வழங்கும் கடன் தொகை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. 3 வருட நகரும் சராசரி காண்.

வருடம்	2004-05	2005-06	2006-07	2007-08	2008-09	2009-10	2010-11	2011-12	2012-13	2013-14	2014-15
மாவட்ட மைய கூட்டுறவு வங்கி வழங்கிய கடன் தொகை (கோடியில்)	41.82	40.05	39.12	24.72	26.69	59.66	23.65	28.36	33.31	31.60	36.48

தீர்வு:

மூன்று ஆண்டுகளுக்கான நகரும் சராசரியைக் கடைசி நிரலில் காணலாம்.

வருடம்	மாவட்ட மைய கூட்டுறவு வங்கி வழங்கிய கடன் தொகை	3 வருட நகரும் மொத்தம்	3 வருட நகரும் சராசரி
2004-05	41.82	-	-
2005-06	40.05	120.99	40.33
2006-07	39.12	103.89	34.63
2007-08	24.72	90.53	30.18
2008-09	26.69	111.07	37.02
2009-10	59.66	110	36.67
2010-11	23.65	111.67	37.22
2011-12	28.36	85.32	28.44
2012-13	33.31	93.27	31.09
2013-14	31.60	101.39	33.80
2014-15	36.48	-	-

நகரும் சராசரி – வருடங்களின் எண்ணிக்கை இரட்டை எண் எனில் (4 வருடங்கள்)

1. முதல் நான்கு வருடங்களுக்கான மதிப்புகளைக் கூட்டி அதனை 2 வது மற்றும் 3 வது வருட மையத்தில் எழுதவேண்டும். (இக்கூடுதல் 4 வருட நகரும் மொத்தம் எனப்படும்)

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 202 12-12-2021 19:26:34

2. முதல் மதிப்பை விடுத்து இரண்டாவது வருடத்திலிருந்து அடுத்த வருட மதிப்புகளைக் கூட்டி நான்கு வருடங்களுக்கும் மையத்தில் எழுத வேண்டும்.
3. இதே செயல் முறை கொடுக்கப்பட்ட கடைசி வருட மதிப்புகள் எடுக்கப்படும் வரை தொடர வேண்டும்.
4. 4 வருட நகரும் மொத்தத்தில் இரு மதிப்புகளைக்கூட்டி 3 ஆவது வருடத்திற்கு நேரே எழுத வேண்டும்.
5. முதல் 4 வருட நகரும் மொத்தத்தை விடுத்து அடுத்த 4 வருட நகரும் மொத்த மதிப்புகளைக்கூட்டி 4 வது வருடத்திற்கு நேரே எழுத வேண்டும்.
6. இச்செயல்முறை 4 வருட நகரும் மொத்த மதிப்புகள் அனைத்தும் கூட்டப்பட்டு மையப்படுத்தும் வரை தொடர வேண்டும்.
7. 4 வருட நகரும் மொத்த மைய மதிப்புகள் 8 ஆல் வகுக்கப்பட்டு நகரும் சராசரி பெறப்படுகிறது. இம்மதிப்பே தேவையான போக்கு மதிப்பாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 7.6

கொடுக்கப்பட்ட தொடர் வரிசை 4 வருட சுழற்சியில் உள்ளது எனக்கொண்டு நகரும் சராசரி கணக்கிடுக.

வருடம்	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
ஆண்டு மதிப்பு	154.0	140.5	147.0	148.5	142.9	142.1	136.6	142.7	145.7	145.1	137.8

தீர்வு:

4 ஆண்டுகளுக்கான நகரும் சராசரியைக் கடைசி நிரலில் காணலாம்.

வருடம்	ஆண்டு மதிப்பு	4 வருட நகரும் மொத்தம்	மைய நிலைப் படுத்தப்பட்ட நகரும் மொத்தம்	போக்கு மதிப்புகள்
1998	154.0			
		-		
1999	140.5		-	
		590.0		
2000	147.0		1168.9	146.11
		578.9		
2001	148.5		1159.4	144.93
		580.5		
2002	142.9		1150.6	143.83
		570.1		
2003	142.1		1134.4	141.8
		564.3		
2004	136.6		1131.4	141.43
		567.1		
2005	142.7		1137.2	142.15
		570.1		
2006	145.7		1141.4	142.68
		571.3		
2007	145.1		-	
		-		
2008	137.8			

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 203 12-12-2021 19:26:34

7.3.4 மீச்சிறு வர்க்க முறை

காலத்தொடர் வரிசையின் நான்கு பிரிவுகளில் நீண்ட காலப் போக்கு, நீண்ட காலத்தின் போக்கு திசையினை குறிக்கிறது. போக்கு மதிப்பினைக் கணித நுட்பத்தின் உதவியுடன் காணும் ஒரு முறை மீச்சிறு வர்க்க முறையாகும். இம்முறை மிகவும் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இம்முறையில் உண்மையான மற்றும் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்புகளின் வித்தியாசங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் மீச்சிறு மதிப்பாகும். எனவே இம்முறையில் கண்டறியப்படும் போக்கு கோடு மிகப் பொருத்தமான நேர்க்கோடு என அழைக்கப்படுகிறது.

வருங்கால மதிப்பீட்டிற்கும் முன் கணிப்பிற்கும் இது பெரிதும் உதவுகிறது. பொருளாதார மற்றும் வணிக காலத்தொடர் வரிசைகளின் போக்கு மதிப்புகளைக் காண்பதில் முக்கிய பங்கு வகிக்கிறது.

மீச்சிறு வர்க்க முறையில் போக்கு மதிப்புகளைக் காணல்.

மீச்சிறு வர்க்கமுறை, கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளுக்குப் பொருத்தமான சமன்பாட்டினைக் காணும் ஒரு சிறந்த கருவியாகும்.

n சோடி மதிப்புகள் கொடுக்கப்பட்டு அத்தரவுகளுக்குப் பொருத்தமான கோடு தேவைப்படுகிறது எனில் பொதுவான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடானது

$$y = a + bx \text{ ஆகும்.}$$

இதில் a மற்றும் b ஆகியவை மாறிலியாகும். a மற்றும் b இன் எந்தவொரு மதிப்புக்கும் ஒரு நேர்க்கோடு கிடைக்கும் மற்றும் அம்மதிப்புகள் கிடைக்கப்பெற்ற பின் x இன் மதிப்புகளை பிரதியிட்டு y இன் மதிப்புகளைக் கண்டறியலாம். $y = a + b\,x$ என்ற சமன்பாடு x மற்றும் y –க்கு இடையேயான நேரிய உறவினை வெளிப்படுத்தும் ஒரு சிறந்த சமன்பாடாக இருக்க வேண்டுமெனில் y_i இன் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்புகள் $\hat{y}_i$ கண்டறிந்த மதிப்புகளுக்கு வெகு அருகில் இருக்கவேண்டும் $y_i = 1, 2, \ldots, n$. மீச்சிறு வர்க்கமுறையின் கொள்கைப்படி பொருத்தமான சமன்பாடு கண்டறிந்த மற்றும் எதிர்ப்பார்க்கப்படும் மதிப்புகளுக்கு இடையேயான வித்தியாசத்தின் வர்க்கத்தினை மீச் சிறியதாக்கும்போது கிடைப்பதாகும். அதாவது $\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\hat{y}_i\right)^2$ ஐ மீச்சிறு மதிப்பாக்கவேண்டும்.

$\sum\left(y_i-\hat{y}_i\right)^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(y_i-a-bx_i\right)^2$ ஆனது மீச்சிறுமதிப்பாகும். இம்முறை இரு இயல்நிலை சமன்பாடுகளைப் பெற்றுத்தரும்.

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = na + b\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (7.1)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = a\sum_{i=1}^{n} x + b\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \qquad (7.2)$$

இவ்விரு சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க a மற்றும் b இன் மதிப்புகள் கிடைக்கும் மற்றும் போக்கு சமன்பாட்டின் பொருத்தலானது, (பொருத்தமான கோடு)

$$y = a + bx \qquad (7.3)$$

x_i இன் கண்டறிந்த மதிப்புகளை 7.3இல் பிரதியிட y_i போக்கு மதிப்புகள் கிடைக்கும் $i = 1, 2, \ldots, n$.

குறிப்பு: பொதுவாக நேர அலகு சீரான கால இடைவெளியிலும் மற்றும் அடுத்தடுத்த எண்களாகவும் இருக்கும். எனவே மையவருடம் ஆதியாக எடுக்கப்படும்போது நேரமாறி x_i–ன் கூடுதல் பூச்சியமாக குறைக்கப்படுகிறது $\left(\sum_{i=1}^{n} x_i = 0\right)$.

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 204 12-12-2021 19:26:36

எனவே நமக்கு (7.1) மற்றும் (7.2) ஐ சுருக்கும்போது

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} \text{ மற்றும் } b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2} \text{ என கிடைக்கிறது.}$$

கால இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கை ஒற்றை எண் அல்லது இரட்டை எண்ணாக இருப்பின் அதற்கு தகுந்தவாறு போக்கு மதிப்புகளை மீச்சிறு வர்க்கமுறை பயன்படுத்தி கணக்கிடலாம்.

நிறைகள்

- மீச்சிறு வர்க்க முறை சொந்த விருப்பு, வெறுப்புகளை முழுவதுமாக நீக்குகிறது.
- கொடுக்கப்பட்ட காலத்திற்கான போக்கு மதிப்புகள் அனைத்தையும் பெறலாம்.
- இம்முறையில் வருங்கால போக்கு மதிப்புகளை முன்கணிப்பு செய்ய இயலும்.

குறைகள்

- இம்முறையில் கணக்கிடுவது மற்ற முறைகளைவிட மிகவும் கடினமாகும்.
- புதிய மதிப்புகளை சேர்க்கும் போது கணக்கீடுகளை மீண்டும் செய்யவேண்டும்.
- இது சுழல், பருவகால மற்றும் முறையற்ற மாறுபாடுகளை கருத்தில் கொள்வதில்லை
- போக்கு மதிப்புகளை உடன் வருகின்ற சில காலங்களுக்கு மட்டுமே மதிப்பிட இயலும், நீண்ட கால அளவிற்கு மதிப்பிட இயலாது

மீச்சிறு வர்க்கமுறையை பயன்படுத்தி போக்கு மதிப்பினைக் காண்பதற்கான படிகள்

வருடங்களின் எண்ணிக்கை (n) **ஒற்றை எண்** எனில்

i) எல்லா வருடங்களிலும் முதல் வருடத்தை கழிக்கவும் (x)

ii) மைய மதிப்பு (A) எடுக்கவும்

iii) $u_i = x_i - A$ கணக்கிடுக

iv) u_i^2 மற்றும் $u_i y_i$ காண்க

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

மீச்சிறு வர்க்க முறையின் போக்கு கோடு மிகப் பொருத்தமான நேர்க்கோடு ஆகும்.

இயல்நிலை சமன்பாடுகளை பயன்படுத்த:

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = na + b\sum_{i=1}^{n} u_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} u_i y_i = a\sum_{i=1}^{n} u_i + b\sum_{i=1}^{n} u_i^2$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} \text{ மற்றும் } b = \frac{\sum_{i=1}^{n} u_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} u_i^2} \text{ காண்}$$

மிகப்பொருத்தமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு:

$$y = a + b\,u = a + b\,(x - A)$$

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 205 12-12-2021 19:26:36

எடுத்துக்காட்டு 7.7

கீழ்க்காணும் தொழில் துறை தொழிலாளர்களின் நுகர்வோர் விலை குறியீட்டு எண்களுக்கு மீச்சிறு வர்க்கமுறையில் போக்கு கோடு பொருத்துக.

வருடம்	2010	2011	2012	2013	2014
குறியிட்டு எண்	166	177	198	221	225

தீர்வு:

வருடம்	குறியீட்டு எண்	$X = x_i - 2010$	$u_i = X - A$ $= X - 2$	u_i^2	$u_i y_i$	போக்கு மதிப்புகள்
2010	166	0	–2	4	–332	165
2011	177	1	–1	1	–177	181.2
2012	198	2	0	0	0	197.4
2013	221	3	1	1	221	213.6
2014	225	4	2	4	450	229.8
	$\sum_{i=1}^{5} y_i = 987$		$\sum_{i=1}^{5} u_i = 0$	$\sum_{i=1}^{5} u_i^2 = 10$	$\sum_{i=1}^{5} u_i y_i = 162$	

நேர்க் கோட்டின் சமன்பாடு $y = a + bx$

$= a + bu$, இங்கு $u = X - 2$

இயல்நிலை சமன்பாடுகளிலிருந்து:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \frac{987}{5} = 197.4$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} u_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} u_i^2} = \frac{162}{10} = 16.2$$

$$y = 197.4 + 16.2\,(X - 2)$$
$$= 197.4 + 16.2\,X - 32.4$$
$$= 16.2\,X + 165$$

அதாவது, $y = 165 + 16.2X$

போக்கு மதிப்புகளைக் காண $X = 0, 1, 2, 3, 4$ என பிரதியிட வேண்டும்.

$X = 0, y = 165 + 0 = 165$

$X = 1, y = 165 + 16.2 = 181.2$

$X = 2, y = 165 + 32.4 = 197.4$

$X = 3, y = 165 + 48.6 = 213.6$

$X = 4, y = 165 + 64.8 = 229.8$

எனவே, 2010, 2011, 2012, 2013 மற்றும் 2014 இன் போக்கு மதிப்புகள் முறையே 165, 181.2, 197.4, 213.6 மற்றும் 229.8 ஆகும்.

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 206 12-12-2021 19:26:40

மீச்சிறு வர்க்கமுறையைப் பயன்படுத்தி போக்கு மதிப்புகளைக் காண்பதற்கான படிகள்: வருடங்களின் எண்ணிக்கை (n) **இரட்டை எண்** எனில்.

i) எல்லா வருடங்களிலும் முதல் வருடத்தைக் கழிக்கவும் (x)

ii) $u_i = 2X - (n - 1)$ காண்க

iii) u_i^2 மற்றும் $u_i y_i$ காண்க

சென்ற முறைக்குப் பயன்படுத்திய அதே வழிமுறைகளைப் பின்பற்ற போக்கு மதிப்புகளைக் கணக்கிடலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 7.8

6 வருடங்களில் தமிழ்நாட்டிற்கு வரும் வெளிநாட்டு சுற்றுலா பயணிகளின் எண்ணிக்கை கீழ்க்காணும் அட்டவனையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. போக்கு மதிப்புகளை மீச்சிறு வர்க்கமுறையைப் பயன்படுத்திக் கணக்கிடுக.

வருடம்	2005	2006	2007	2008	2009	2010
வருகை எண்ணிக்கை (இலட்சங்களில்)	12	13	18	20	24	28

தீர்வு:

வருடம் x	வருகை எண்ணிக்கை y_i	$X = x_i - 2005$	$u_i = 2X - 5$	u_i^2	$u_i y_i$
2005	12	0	–5	25	–60
2006	13	1	–3	9	–39
2007	18	2	–1	1	–18
2008	20	3	1	1	20
2009	24	4	3	9	72
2010	28	5	5	25	140
	$\sum_{i=1}^{6} y_i = 115$		$\sum_{i=1}^{6} u_i = 0$	$\sum_{i=1}^{6} u_i^2 = 70$	$\sum_{i=1}^{6} u_i y_i = 115$

நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $y = a + bx$

$$= a + bu \text{ இங்கு } u = 2X - 5$$

இயல்நிலைச் சமன்பாடுகளை பயன்படுத்தி

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \frac{115}{6} = 19.17$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} u_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} u_i^2} = \frac{115}{70} = 1.64$$

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 207 12-12-2021 19:26:45

$$y = a + bu$$
$$= 19.17 + 1.64\,(2X - 5)$$
$$= 19.17 + 3.28X - 8.2$$
$$= 3.28X + 10.97$$

அதாவது, $y = 10.97 + 3.28X$

தேவையான வருடங்களுக்கு போக்கு மதிப்புகள் பெற $X = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ என சமன்பாட்டில் பிரதியிடவும். மேலும்,

$X = 0, y = 10.97 + 0 = 10.97$

$X = 1, y = 10.97 + 3.28 = 14.25$

$X = 2, y = 10.97 + 6.56 = 17.53$

$X = 3, y = 10.97 + 9.84 = 20.81$

$X = 4, y = 10.97 + 13.12 = 24.09$

$X = 5, y = 10.97 + 16.4 = 27.37$

$\therefore$ 2005,2006,2007,2008,2009 மற்றும் 2010 ன் போக்கு மதிப்புகள் 10.97, 14.25, 17.53, 20.81, 24.09 மற்றும் 27.37 ஆகும்.

(ii) பருவ கால மாறுபாடுகள்

பருவ கால மாறுபாடுகள் என்பது ஒரு வருடத்திற்குள் பருவத்திற்கேற்ப ஏற்படக்கூடிய ஏற்ற இறக்கங்களாகும்.

பருவ கால மாறுபாடுகளைக் காண காலத்தொடர் வரிசையின் இயல்பிற்கேற்ப தரவுகள் காலாண்டு, மாத, வார அல்லது நாள் அடிப்படையில் பதிவு செய்யப்பட வேண்டும். பருவ கால மாற்றத்திற்கான முக்கிய காரணமானது பருவகாலம், தட்ப வெப்பநிலை மற்றும் சமூக காட்சிகளால் மாறிகளில் ஏற்படும் மாற்றங்களேயாகும்.

பருவ கால மாறுபாட்டின் முக்கிய நோக்கம் அதன் விளைவைப் படிப்பதோடு, போக்குகளிலிருந்து தனிமைப் படுத்துவதும் ஆகும்.

பருவ கால குறியீடுகள் காண்பதற்கான முறைகள்

பருவ கால குறியீடுகளை நான்கு முறைகளில் காணலாம்.

1. எளிய சராசரி முறை
2. போக்கு விகித முறை
3. சதவீத நகரும் சராசரி முறை
4. தொடர் உறவு முறை

மேலே குறிப்பிட்டவற்றில் பருவகால குறியீடுகளைக்காண நாம் முதலில் எளிய சராசரி முறையைப் பற்றி விவாதிப்போம்.

7.3.5 எளிய சராசரி முறை

இந்தமுறையில் ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டின் ஒவ்வொரு 4 பருவத்திற்கான காலத் தொடரின் தரவு, வருடத்தின் பருவ கால சராசரியின் சதவீதங்களாக வெளிப்படுத்தப்படுகிறது.

எளிய சராசரி முறையில் வருடங்களின் பல்வேறு பருவங்களின் சதவீதங்களின் சராசரி காணப்படுகிறது. பருவங்கள் ஒவ்வொன்றின் சதவீதமும் பருவ காலக்குறியீடு ஆகும்.

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 208 12-12-2021 19:26:45

பருவகால குறியீடு காண்பதற்கான முறைகள்

i) கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களைப் பருவ வாரியாக வரிசைப்படுத்துக.

ii) அனைத்து வருடங்களின் பருவங்களின் தரவுகள் கூட்டப்பட்டு பருவகால சராசரி கணக்கிடப்படுகிறது.

iii) பருவகால சராசரியின் சராசரி கணக்கிடப்படுகிறது.
(மொத்த சராசரி = பருவகால சராசரியின் மொத்தம் / 4).

iv) ஒவ்வொரு பருவகால சராசரியும் மொத்த சராசரியால் வகுத்து, சதவீதமாக குறிப்பிடப்படுவது பருவக்காலக் குறியீடு ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 7.9

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தமிழ்நாட்டில் பதிவான மழை (மி.மீ) விவரத்திற்கு பருவகால குறியீடுகளை எளிய சராசரி முறையில் காண்

வருடம்	பருவங்கள்			
	I	II	III	IV
2001	118.4	260.0	379.4	70
2002	85.8	185.4	407.1	8.7
2003	129.8	336.5	403.1	12.0
2004	283.4	360.7	472.1	14.3
2005	231.7	308.5	828.8	15.9

தீர்வு:

வருடம்	பருவங்கள்			
	I	II	III	IV
2001	118.4	260.0	379.4	70
2002	85.8	185.4	407.1	8.7
2003	129.8	336.5	403.1	12.0
2004	283.4	360.7	472.1	14.3
2005	231.7	308.5	828.8	15.9
பருவகால மொத்தம்	849.1	1451.1	2490.5	120.9
பருவகால சராசரி	169.82	290.22	498.1	24.18
பருவகால குறியீடு	69	118	203	10

$$\text{மொத்த சராசரி} = \frac{\text{பருவகால சராசரியின் மொத்தம்}}{4}$$

$$= \frac{169.82 + 290.22 + 498.1 + 24.18}{4}$$

$$= \frac{982.32}{4} = 245.58$$

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 209 12-12-2021 19:26:45

$$\text{பருவகால குறியீடு} = \frac{\text{பருவ கால சராசரி}}{\text{மொத்த சராசரி}} \times 100$$

$$\text{I பருவகால குறியீடு} = \frac{169.82}{245.58} \times 100 = 69.15 \approx 69$$

$$\text{II பருவகால குறியீடு} = \frac{290.22}{245.58} \times 100 = 118.18 \approx 118$$

$$\text{III பருவகால குறியீடு} = \frac{498.1}{245.58} \times 100 = 202.83 \approx 203$$

$$\text{IV பருவகால குறியீடு} = \frac{24.18}{245.58} \times 100 = 9.85 \approx 10$$

குறிப்பு

பருவகலக்குறியீடுகளின் கூடுதல் 400 ஆக இருக்க வேண்டும் என்பதனை கவனத்தில் கொள்ளவேண்டும்

எடுத்துக்காட்டு 7.10

இந்தியாவில் பதிவான மழை (மி.மீ) விவரம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது அவ்விவரத்திற்கு பருவகால குறியீடு காண்க.

வருடம் / பருவங்கள்	2009	2010	2011	2012
I	38.2	38.5	55	50.5
II	166.8	250.9	277.7	197
III	612.6	773.1	717.8	706.1
IV	72.2	153.1	65.8	101.1

தீர்வு:

வருடம்	பருவங்கள்			
	I	II	III	IV
2009	38.2	166.8	612.6	72.2
2010	38.5	250.9	773.1	153.1
2011	55	277.7	717.8	65.8
2012	50.5	197	706.1	101.1
பருவகால மொத்தம்	182.2	892.4	2809.6	392.2
பருவகால சராசரி	45.55	223.1	702.4	98.05
பருவகால குறியீடு	17	83	263	37

$$\text{மொத்த சராசரி} = \frac{\text{பருவகால சராசரி மொத்தம்}}{4}$$

$$= \frac{45.55 + 223.1 + 702.4 + 98.05}{4}$$

$$= \frac{1069.10}{4} = 267.28$$

$$\text{பருவகால குறியீடு} = \frac{\text{பருவகால சராசரி}}{\text{மொத்த சராசரி}} \times 100$$

$$\text{I பருவகால குறியீடு} = \frac{45.55}{267.28} \times 100 = 17.04 \approx 17$$

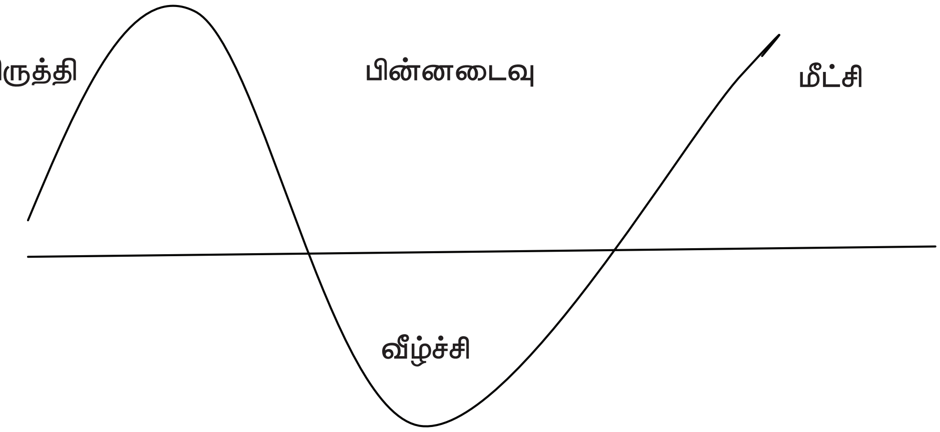
$$\text{II பருவகால குறியீடு} = \frac{223.1}{267.28} \times 100 = 83.47 \approx 83$$

$$\text{III பருவகால குறியீடு} = \frac{702.4}{267.28} \times 100 = 262.80 \approx 263$$

$$\text{IV பருவகால குறியீடு} = \frac{98.05}{267.28} \times 100 = 36.69 \approx 37$$

(iii) சுழல் மாறுபாடுகள்

காலத்தொடர் வரிசையின் போக்குக் கோட்டின் ஏற்றத்தாழ்வுடைய காலநிலை இயக்கங்கள் சுழல் மாறுபாடுகளாகும். இவை நீண்ட கால அடிப்படையில் சுழற்சி முறையில் ஏற்படுகின்றன. எடுத்துக்காட்டாக வணிகச் சூழல் என்பது.



காலத்தொடர்வரிசையின் சுழல் முறையானது வணிகத்தில் ஏற்படும் அபிவிருத்தி மற்றும் பின்னடைவு, உயர்வு மற்றும் தாழ்வு, ஏற்றம் மற்றும் வீழ்ச்சியைக் குறிப்பிடுகிறது. பெரும்பாலான வணிகத்தில் சில சமயம் ஒரு மேல் நோக்குப் போக்கும், பின் இறங்கும் போக்கும் ஏற்பட்டு தாழ்ந்த நிலையை அடையும்.மீண்டும் ஏற்றமடைந்து அதிகபட்ச நிலையை அடையும். இவ்வாறு தொடர்ச்சியாக ஏற்படும் அபிவிருத்தி மற்றும் வீழ்ச்சி ஆகியவை இயற்கையான நிகழ்வாக கருதப்படுகிறது.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

வணிக சுழற்சியால் சுழற்சி இயக்கங்கள் (சுழல் மாறுபாடுகள்) ஏற்படுகின்றன.

(iv) ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகள்

நடைமுறையில் சுழல் மாறுபாடுகள் அல்லது பருவகால மாறுபாடுகள் அல்லது நீண்டகாலப்போக்கின் தன்மைக்கு காரணமாக இருக்க இயலாத கூறுகள் ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகள் என வகைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

குறிப்பு

முறையற்ற மாறுபாடுகளை அளவிடவோ, தனித்துப் பிரித்துக் கூறவோ எந்தவித புள்ளியியல் முறைகளும் இல்லை.

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 211 12-12-2021 19:26:45

பேட்டர்சனின் கூற்றுப்படி, "காலத்தொடர் வரிசையின் ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகளானது போக்கு, சுழல் மற்றும் பருவ காலமாறுபாடு ஏற்பட இயலாத அசாதாரண (அரிய) சூழ்நிலையில் நிகழ்வதாகும்"

ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகள் ஏற்படுவதையோ அதனால் ஏற்படும் விளைவினையோ முன்னரே கணிக்க இயலாததால் இதனை கணக்கிட எந்த நிலையான முறையும் உருவாக்கப்படவில்லை. காலத்தொடர் வரிசையில் நீண்ட காலப் போக்கு, பருவகால மற்றும் சுழல் மாறுபாடுகளை கணக்கிட்ட பிறகு விடுபட்ட எஞ்சிய பகுதியை ஒழுங்கற்ற மாறுபாடாக கொள்ளப்படுகிறது.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகள், முறையற்ற மாறுபாடுகள் எனவும் அழைக்கப்படுகிறது.

7.4 முன்கணிப்பு

புள்ளிவிவர பின்னணி இல்லாமல் தன்னிச்சையான முன்கணிப்புக்கிடையே நம்பகத்தன்மை கொண்டமுன் கணிப்பிற்கு எந்த அளவிற்கு அடித்தளமாக விளங்குகிறது என்பதே புள்ளியியலின் முக்கியத்துவம் ஆகும்.

முன்கணிப்பு என்பது வணிகம் மற்றும் வர்த்தகத்தின் எதிர்கால நிலை குறித்த நிச்சயமற்ற தன்மையை குறைப்பதேயாகும். யூகித்தலை மட்டும் நம்பியிராமல் ஒரு தொழிலதிபர் தன் வருங்கால தொடர் நடவடிக்கைகளுக்குக் காலூன்றுவதற்கு முன்கணிப்பு உதவுகிறது.

7.4.1 வரையறை

"முன்கணிப்பு என்பது கடந்த கால மற்றும் தற்போதைய விவரங்களைப் பகுத்தாய்ந்து வருங்கால நிலையின் கடினமான மதிப்பீட்டினைத் தருவதாகும்".

T.S. லேவிஸ் மற்றும் R.A. ஃபாக்ஸ் (T.S. Levis and R.A. Fox) ஆகியவர்களின் கூற்றுப்படி "கடந்த கால விவரங்களில் இருந்து வருங்காலத்தில் ஏற்படும் மாற்றங்களை மதிப்பீடு செய்வதே முன்கணிப்பு ஆகும்".

குறிப்பு

1. நீண்ட கால போக்கில், நீண்ட கால முன்கணிப்பினை கண்டறியலாம்.
2. பருவகாலமாறுபாட்டில்,குறுகியகால முன்கணிப்பினை கண்டறியலாம்.

வணிகம் மற்றும் தொழில், அரசாங்கம், பொருளாதாரம், சூழ்நிலை அறிவியல், மருத்துவம், சமூக அறிவியல், அரசியல் மற்றும் நிதி ஆகிய துறைகளில் பரவியுள்ள முக்கியமான சிக்கல் முன் கணிப்பு ஆகும்.

முன்கணிப்பினை குறுகிய கால, நடுத்தர கால, நீண்ட கால முன்கணிப்பு என வகைப்படுத்தலாம்.

சில குறிப்பிட்ட காலத்திற்கு (நாட்கள், வாரங்கள், மாதங்கள்) வருங்காலத்தைப் பற்றி முன் கூட்டியே யூகித்தல் குறுகிய கால முன் கணிப்பு ஆகும்.

ஒன்று அல்லது இரண்டு வருடங்களுக்கு விரிவாக்கி வருங்காலத்தைப்பற்றி முன்கூட்டி யூகிப்பது நடுத்தர கால முன்கணிப்பு ஆகும்.

பல வருடங்களுக்கு விரிவாக்கி பெறப்படுவது நீண்டகால முன்கணிப்பு ஆகும்.

செயல்பாட்டு மேலாண்மையிலிருந்து வரவு செலவு திட்டம், மற்றும் புதிய ஆராய்ச்சிக்கான தேர்வு மற்றும் மேம்பாட்டு திட்டங்கள் ஆகிய செயல் பாடுகளுக்கு குறுகிய மற்றும் நடுத்தர கால முன் கணிப்புகள் தேவைப்படுகின்றன. நீண்டகால முன் கணிப்புகள் திட்டமிடலில் (யுக்தி) முக்கிய பங்கு வகிக்கிறது.

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 212 12-12-2021 19:26:45

நினைவில் கொள்க

- காலத்தொடர் வரிசை என்பது காலவாரியாக ஒழுங்குபடுத்தப்பட்ட விவரங்களாகும்.
- காலத்தொடர் வரிசையின் பிரிவுகளாவன: நீண்ட காலப்போக்கு, பருவகால மாறுபாடுகள், சுழல் மாறுபாடுகள் மற்றும் ஒழுங்கற்ற (முறையற்ற) மாறுபாடுகள்.
- நீண்ட காலப் போக்கினைக் கணக்கிடும் முறைகளாவன: வரைபடமுறை, அரை சராசரிமுறை, நகரும் சராசரி முறை மற்றும் மீச்சிறு வர்க்க முறை.
- மீச்சிறு வர்க்க முறையில் பெறப்பட்ட கோடு $y = a + b\,x$ மிகப்பொருத்தமான நேர்க்கோடு எனப்படும்.
- மீச்சிறு வர்க்க முறையில் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள்.

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = na + b\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = a\sum_{i=1}^{n} x + b\sum_{i=1}^{n} x_i^2$$

- பருவ கால குறியீடுகளை எளிய சராசரிமுறையைப் பயன்படுத்திப் பெறலாம்.
- "முன்கணிப்பு என்பது கடந்த கால மற்றும் தற்போதைய விவரங்களைப் பகுத்தாய்ந்து வருங்கால நிலையின் கடினமான மதிப்பீட்டினைத் தருவதாகும்".
- முன்கணிப்பின் முறைகள் குறுகிய காலம், நடுத்தரகாலம் மற்றும் நீண்டகாலமாக இருக்கலாம்.

GCADK

பயிற்சிகள் 7

I. மிகச் சரியான விடையைத் தெரிவு செய்க:

1. காலத்தொடர் வரிசையில் எழுச்சி அல்லது வீழ்ச்சியின் ஒட்டுமொத்த போக்கு

   (அ) பருவகால மாறுபாடுகள் (ஆ) நீண்ட காலப் போக்கு

   (இ) சுழல் மாறுபாடுகள் (ஈ) ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகள்

2. காலத்தொடர் வரிசையில் குறுகிய கால மாறுபாடு தொடர்புடைய பிரிவானது

   (அ) சுழல் மாறுபாடு (ஆ) ஒழுங்கற்ற மாறுபாடு

   (இ) பருவகால மாறுபாடு (ஈ) நீண்ட காலப் போக்கு

3. சுழல் மாறுபாடுக்கான காரணங்கள்

   (அ) போக்குவிகிதம் (ஆ) பருவகாலம்

   (இ) போக்கு (ஈ) வணிகச்சுழல்

4. ஒரு நிறுவனத்தின் பத்தாண்டு கால வருடாந்திர வருவாய் தகவல்கள் குறிப்பது

   (அ) காலத்தொடர் வரிசை (ஆ) குறியீட்டெண்கள்

   (இ) முன்கணிப்பு (ஈ) மேற்கூறிய ஏதுமில்லை

5. காலத்தொடர் வரிசையில் நீண்ட கால மாறுபாடு தொடர்புடைய பிரிவானது

(அ) சுழல் மாறுபாடு (ஆ) ஒழுங்கற்ற மாறுபாடு

(இ) பருவகால மாறுபாடு (ஈ) நீண்ட கால போக்கு

6. காலத்தொடர்வரிசையில் தரவுகள் பதிவு செய்யப்படுகிறது

(அ) குறிப்பிட்ட கால இடைவெளியில் (ஆ) சம கால இடைவெளியில்

(இ) அடுத்தடுத்த நேரங்களில் (ஈ) மேற் கூறிய அனைத்தும்

7. காலத்தொடர் வரிசையில் ______ கூறுகள் உள்ளன.

(அ) இரண்டு (ஆ) மூன்று

(இ) நான்கு (ஈ) இவற்றில் ஏதுமில்லை

8. காலத்தொடர் வரிசையில் ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகள் ஏற்படுவதற்கான காரணம்

(அ) நீண்ட கால போக்கு (ஆ) பருவ கால மாறுபாடுகள்

(இ) சுழல் மாறுபாடுகள் (ஈ) கணிக்க முடியாத காரணிகள்

9. அபிவிருத்தி, பின்னடைவு, வீழ்ச்சி மற்றும் மீட்சி ஆகியவை தொடர்புடையது

(அ) நீண்ட கால போக்கு (ஆ) பருவ கால மாறுபாடுகள்

(இ) சுழல் மாறுபாடுகள் (ஈ) ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகள்

10. காலத்தொடர் வரிசையின் கூறுகள் T, S, C மற்றும் I உள்ளடக்கிய கூட்டு வடிவமைப்பு

(அ) $Y = T \times S \times C \times I$ (ஆ) $Y = T + S + C + I$

(இ) $Y = T \times S + C \times I$ (ஈ) $Y = T \times S \times C + I$

11. நவம்பர் முதல் மார்ச் வரையிலான காலகட்டத்தில் ஐஸ்கிரீம் விற்பனை அளவின் வீழ்ச்சியோடு தொடர்புடையது

(அ) பருவகால மாறுபாடு (ஆ) சுழல் மாறுபாடு

(இ) ஒழுங்கற்ற மாறுபாடு (ஈ) நீண்ட காலப் போக்கு

12. வணிக முன்கணிப்பு மேற்கொள்ள அடிப்படையானது

(அ) எதிர்கால விவரங்கள் (ஆ) கடந்த கால விவரங்கள்

(இ) வரி முறைப்படுத்துதல் (ஈ) அரசாங்க கொள்கைகள்

13. பெருக்கல் வடிவமைப்பில் காலத்தொடர் வரிசையின் நான்கு கூறுகளும்

(அ) சார்பற்றவை (ஆ) ஒன்றையொன்று சார்ந்தவை

(இ) மாறிலி (ஈ) மேற்கூறிய ஏதுமில்லை

14. மீச்சிறு வர்க்க முறையில் கண்டறிந்த மற்றும் எதிர்பார்க்கபடும் மதிப்புகளின் வித்தியாசத்தின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் ஆனது

(அ) பூச்சியம் (ஆ) மீச்சிறு மதிப்பு

(இ) மாறிலி (ஈ) மீப்பெரு மதிப்பு

15. ______ அளவிடுவதற்கு அல்லது தனிமைப்படுத்துவதற்கு புள்ளியியல் யுத்தி எதுவும் இல்லை.

(அ) சுழல் மாறுபாடுகள் (ஆ) பருவகால மாறுபாடுகள்

(இ) முறையற்ற மாறுபாடுகள் (ஈ) நீண்ட கால போக்கு

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 214 12-12-2021 19:26:45

II. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு (சில சொற்களில்) குறுகிய விடைதருக:

16. காலத்தொடர் வரிசை என்றால் என்ன?
17. காலத்தொடர் வரிசையின் பிரிவுகள் யாவை?
18. போக்கினை அளவிடும் முறைகளைப் பெயரிடுக.
19. ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகள் குறித்து சிறுகுறிப்பு வரைக.
20. பருவகால குறியீடுகள் காணப் பயன்படுத்தப்படும் முறைகளை குறிப்பிடுக?
21. நகரும் சராசரிமுறையின் குறைகள் யாவை?
22. மீச்சிறு வர்க்க முறையின் நிறைகள் யாவை?
23. மீச்சிறு வர்க்க முறையில் பயன்படுத்தப்படும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகளை எழுதுக.
24. முன்கணிப்பு என்பதை வரையறு
25. மூன்று முன்கணிப்பு முறைகள் யாவை?
26. குறுகியகால முன்கணிப்பு என்பது யாது?

III. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு (சில சொற்றொடர்களில்) சுருக்கமான விடைதருக:

27. காலத்தொடர் வரிசையின் பயன்களை எழுதுக.
28. அரைசராசரி முறையை விவரி?
29. நகரும் சராசரி முறையின் நிறைகளை எழுதுக.
30. சுழல் மாறுபாடுகள் என்றால் எள்ள?
31. பருவகால மாறுபாடுகள் என்றால் என்ன?
32. நடுத்தர மற்றும் நீண்டகால முன்கணிப்புகள் யாவை?
33. பருவகால குறியீடுகள் காணும் முறையினை விவரி?
34. பின்வருவன காலத்தொடர்வரிசையின் எந்தவகைப் பிரிவினைச் சாரும்.
    (i) வணிக செயலில் ஏற்படும் ஏற்ற இறக்கங்கள்.
    (ii) ஒரு தொழிற்சாலையில் தீவிபத்தினால் ஏற்படும் நட்டம்.
    (iii) பொதுவாக அதிகரிக்கும் தொலைக் காட்சி பெட்டி விற்பனை.
35. 1990–97 இல் ஏற்றுமதி செய்யப்பட்ட அலகுகளின் எண்ணிக்கை விவரம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. வரைபட முறையை பயன்படுத்தி போக்கு கோடு வரைக.

வருடம்	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
ஏற்றுமதி செய்யப்பட்ட அலகுகளின் எண்ணிக்கை (ஆயிரத்தில்)	12	13	13	16	19	23	21	23

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 215 12-12-2021 19:26:46

36. கீழ்க்காணும் விவரத்திற்கு காலத்தொடர் வரிசை வரைபடம் வரைந்து போக்கினைக் காண்

வருடம்	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
உற்பத்தி (மில்லியன் டன்)	40	44	42	48	51	54	50	56

37. அரை சராசரி முறையை பயன்படுத்தி போக்கு கோடு வரைக

வருடம்	1992	1993	1994	1995	1996	1997
இரும்பு உற்பத்தி (மில்லியன் டன்)	21	23	25	23	26	25

38. ஒரு காரிப்பருவத்தில் இந்தியாவில் நிலக்கடலை விளைச்சல் பின்வருமாறு அதன் 3 வருட நகரும் சராசரியைக் கணக்கிடுக

வருடம்	2003-04	2004-05	2005-06	2006-07	2007-08	2008-09	2009-10
விளைச்சல் (கிகி/ஹெக்டேர்)	1320	909	1097	689	1386	1063	835

39. பருவ கால மாறுபாடுகள் பற்றி நீவிர் அறிவன யாவை?

IV. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விரிவான விடை தருக:

40. மீச்சிறு வர்க்க முறையை விவரி.

41. 1995-2001 வருடங்களில் ATM மையங்களின் எண்ணிக்கை விவரம் பின்வருமாறு.

வருடம்	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
ATM மையங்களின் எண்ணிக்கை	50	63	75	100	109	120	135

அரை சராசரியை பயன்படுத்தி போக்கு மதிப்புகள் காண்

42. கீழ்க்காணும் தரவுகளுக்கு போக்கு மதிப்புகள் காண்க.

வருடம்	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
பருத்தி உபயோக அளவு (ஆயிரம் உருண்டை)	677	696	747	755	766	777	785	836

அரை சராசரி முறையைப் பயன்படுத்துக

43. 2000-01 முதல் 2009-10 வரையிலான இந்தியாவின் உணவு உற்பத்தி விவரம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. 4 வருட நகரும் சராசரியைப் பயன்படுத்தி போக்கு மதிப்புகள் காண்

வருடம்	2000-01	2001-02	2002-03	2003-04	2004-05	2005-06	2006-07	2007-08	2008-09	2009-10
விளைச்சல் (கிகி/ ஹெக்டேர்)	1626	1734	1535	1727	1652	1715	1756	1860	1909	1798

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 216 12-12-2021 19:26:46

44. கீழ்க்காணும் தரவுகளுக்கு மீச்சிறு வர்க்க முறையைப் பயன்படுத்தி 1995 ஆம் வருடத்திற்கான உற்பத்தியைக் கணக்கிடுக.

வருடம்	1990	1991	1992	1993	1994
உற்பத்தி (ஆயிரம் டன்)	70	72	88	90	92

45. 2000 ஆம் வருடத்திற்கான தொலைபேசிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண கீழ்க்கண்டவற்றைக் கண்டறிக.

(1) மீச்சிறு வர்க்க முறையைப் பயன்படுத்தி நேர்க்கோட்டினைப் பொருத்துக.

(2) போக்கு மதிப்புகளைக் காண்க.

வருடம்	1990	1991	1992	1993	1994	1995
தொலைபேசிகளின் எண்ணிக்கை (நூறுகளில்)	20	21	23	25	27	29

46. ஒரு நிறுவனத்தின் ஏற்றுமதி அளவு கீழ்க்கண்டவாறு.

வருடம்	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
ஏற்றுமதி (மில்லியனில்)	12	13	13	16	16	19	23

நேர்க்கோட்டினைப் பொருத்தி 2005 ஆம் வருடத்திற்கான ஏற்றுமதிப்பினை கணக்கிடுக.

47. மழை விவரத்தரவுகளுக்கு பருவகாலக் குறியீட்டினை எளிய சராசரி முறையில் கணக்கிடுக.

காலாண்டு / வருடம்	I	II	III	IV
2000-01	314.5	335.6	16.8	118.4
2001-02	260.0	379.4	70.0	85.8
2002-03	185.4	407.1	8.7	129.8
2003-04	336.5	403.1	12.0	283.4
2004-05	360.7	472.1	14.3	231.7

48. தமிழ்நாட்டில் பெய்த மழை விவரங்களுக்கு (மிமீல்) பருவகால குறியீடுகள் காண்க

காலாண்டு / வருடம்	2009	2010	2011	2012
I	38.2	38.5	55	50.5
II	166.8	250.9	277.7	197
III	612.6	773.1	717.8	706.1
IV	72.2	153.1	65.8	101.1

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 217 12-12-2021 19:26:46

49. கீழ்க்காணும் அட்டவணை சில வருடங்களில் ஏற்பட்ட காலாண்டு செலவினங்களைக் (1 இலட்சங்களில்) குறிக்கிறது. அவ்விவரங்களுக்கு பருவகால குறியீடுகள் காண்க.

பருவம் \ வருடம்	2000	2001	2002	2003
I	78	84	92	100
II	62	64	70	81
III	56	61	63	72
IV	71	82	83	96

50. தமிழ்நாட்டில் கேழ்வரகு உற்பத்திக்காக பயன்படுத்தப்படும் நிலபரப்பு அளவின் (ஆயிரம் ஹெக்டேரில்) விவரம் பின்வருமாறு:

வருடம்	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
பரப்பு (ஆயிரம் ஹெக்டேர்)	118	109	100	95	94	90	82	76

அவற்றிற்கு அரை சராசரி முறையைப் பயன்படுத்தி போக்கு மதிப்புகள் காண்க.

விடைகள்

I **1.** (ஆ) **2.** (இ) **3.** (ஈ) **4.** (அ) **5.** (ஈ)

6. (ஈ) **7.** (இ) **8.** (ஈ) **9.** (இ) **10.** (ஆ)

11. (அ) **12.** (ஆ) **13.** (ஆ) **14.** (ஆ) **15.** (இ)

III **34.** i) சுழல் மாறுபாடுகள் ii) ஒழுங்கற்றமாறுபாடு iii) நீண்டகாலப்போக்கு

37. 22.44, 23, 23.56, 24.11, 24.67, 25.22

38. –, 108.67, 898.33, 1057.33, 1046, 1094.67, –

IV **41.** 48, 63, 77, 92, 107, 121, 136

42. 691.66, 709.72, 727.78, 745.84, 763.91, 781.97, 800.03, 818.09

43. –, –, 1658.75, 1659.625, 1684.875, 1729.125, 1777.875, 1820.375, –, –

44. 70, 76.2, 82.4, 88.6, 94.8, 101

45. 19.52, 21.38, 23.24, 25.1, 26.95, 28.81

2000 ஆம் வருடத்தில் தொலைபேசிகளின் எண்ணிக்கை 3812

46. 10.86, 12.57, 14.29, 16, 17.71, 19.42, 21.14

2005 ஆம் வருடத்திற்கான ஏற்றுமதி 27.97 மில்லியன்கள்.

47. 132, 181, 11, 77

48. 17, 83, 263, 37

49. 117, 91, 83, 109

50. 113, 108, 103, 98, 93, 88, 83, 78

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 218 12-12-2021 19:26:46