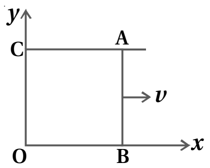
1. **એક ખૂબજ મોટા વિસ્તારમાં $\vec{B} = B_0 \sin(\omega t)\hat{k}$ ચુંબકીયક્ષેત્ર પ્રસ્થાપિત કરેલ છે. આ વિસ્તારમાં આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે xy-સમતલમાં બે સમાંતર તારો વચ્ચે d લંબાઈનો તાર AB ઘર્ષણરહિત v વેગથી ગતિ કરે છે. AB તારનો અવરોધ R છે તથા સમાંતર તારોનો અવરોધ અવગણ્ય છે. સમાંતર તારો વચ્ચેનું અંતર d છે. જો તાર AB v વેગથી ગતિ કરતો હોય, તો પરિપથમાં પ્રેરિત થતો પ્રવાહ શોધો. તાર AB ને અચળ વેગ v થી ગતિ કરાવવા માટે કેટલું બાહ્ય બળ આપવું પડે ?**



➠ ધારોકે AB તાર t સમયે $x = x$ પર છે.

AB તારમાં ઉદ્ભવતું પ્રેરિત emf,

$$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt}$$
$$= \frac{d}{dt}(\text{AB})$$
$$= \frac{d}{dt}\left[(dx)\cdot(B_0 \sin(\omega t))\right]$$
$$= dB_0 \frac{d}{dt}[x \times \sin(\omega t)]$$
$$= dB_0\left[x\frac{d}{dt}\sin(\omega t) + \sin(\omega t)\frac{dx}{dt}\right]$$
$$= dB_0\,[x\omega\cos(\omega t) + v\sin(\omega t)]$$

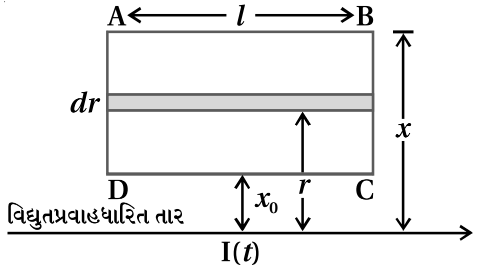
➠ હવે પ્રેરિત પ્રવાહ,

$$I = \frac{\varepsilon}{R}$$
$$I = \frac{B_0 d}{R}(x\omega\cos(\omega t) + v\sin(\omega t))$$

➠ સળિયાની અચળ વેગી ગતિ ચાલુ રાખવા માટે જરૂરી બળ $F = IlB$ અનુસાર,

$$F = I\frac{B_0 d}{R}[x\omega\cos(\omega t) + v\sin(\omega t)](d)[B_0\sin(\omega t)]$$
$$F = \frac{B_0^2 d^2}{R}[x\omega\cos(\omega t) + v\sin(\omega t)] \times \sin\omega t$$

2. **એક અનંત લંબાઈનો $I(t)$ પ્રવાહધારિત સુરેખ તાર વિચારો તથા $\frac{dI}{dt} = \lambda$ = અચળ. તો આકૃતિમાં દર્શાવેલ લંબચોરસ ABCD બંધ પરિપથમાં ઉદ્ભવતા પ્રવાહનું સૂત્ર મેળવો. ABCD બંધગાળાનો અવરોધ R છે.**



➠ ABCD લંબચોરસ ગૂંચળાંમાં ધારોકે l લંબાઈ અને dr જાડાઈની એક પટ્ટી અનંત લંબાઈના તારથી r અંતરે છે.

➠ આ પટ્ટી પાસે અનંત લંબાઈના પ્રવાહધારિત તાર વડે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર,

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$ (સમતલને લંબ બહાર આવતી દિશામાં)

➠ પટ્ટી સાથે સંકળાતું ફ્લક્સ,

$$d\phi = Bda = Bldr$$

$$d\phi = \frac{\mu_0 Ildr}{2\pi r}$$

➠ સમગ્ર ABCD બંધ ગાળા સાથે સંકળાતું ફ્લક્સ,

$$\phi = \int_{x_0}^{x} \frac{\mu_0 Il}{2\pi r} dr$$

$$= \frac{\mu_0 Il}{2\pi} [\ln r]_{x_0}^{x}$$

$$\phi = \frac{\mu_0 Il}{2\pi} \ln\left(\frac{x}{x_0}\right)$$

➠ પ્રેરિત emf,

$$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\frac{\mu_0 Il}{2\pi} \ln\left(\frac{x}{x_0}\right)\right]$$

$$= \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\frac{x}{x_0}\right) \frac{dI}{dt}$$

$$\varepsilon = \frac{\mu_0 l\lambda}{2\pi} \ln\left(\frac{x}{x_0}\right) \quad \left(\because \frac{dI}{dt} = \lambda\right)$$

➠ પ્રેરિત પ્રવાહ,

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\mu_0 l\lambda}{2\pi R} \ln\left(\frac{x}{x_0}\right)$$

3. **$r = 0$ જ્યાં r = વર્તુળાકાર વિસ્તારની ત્રિજ્યા ઊગમબિંદુ કેન્દ્ર હોય તથા a ત્રિજ્યાવાળા xy-સમતલમાં રહેલા એક વર્તુળાકાર વિસ્તારમાં ($r \le a$) Z-અક્ષની દિશામાં ચુંબકીયક્ષેત્ર $\vec{B}$ પ્રસ્થાપિત કરેલ છે. Q વિદ્યુતભાર ધરાવતી m દળની b ત્રિજ્યા ધરાવતો (જ્યાં $b > a$) એક વર્તુળાકાર રિંગને xy-સમતલમાં ઊગમબિંદુ કેન્દ્ર રહે તે રીતે સમકેન્દ્રિય રીતે ગોઠવેલ છે જે ભ્રમણ કરી શકે છે. જો $t = 0$ થી $t = \Delta t$ સમયમાં રિંગ સાથે સંકળાતું ચુંબકીયક્ષેત્ર શૂન્ય બની જતું હોય, તો ત્યારે રિંગની કોણીય ઝડપ ω શોધો.**

➠ Δt સમયમાં રિંગ સાથે સંકળાતું ચુંબકીય ફ્લક્સ મહત્તમથી શૂન્ય બની જાય છે. આથી રિંગમાં પ્રેરિત emf ઉદ્ભવે છે તથા રિંગમાં પ્રેરિત વિદ્યુતક્ષેત્ર પણ ઉદ્ભવે છે.

પ્રેરિત emf = વિદ્યુતક્ષેત્ર × ($2\pi b$) [$\because V = Ed$ પરથી]

➠ પરંતુ, પ્રેરિત emf $\varepsilon = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\pi a^2 B - 0}{\Delta t} = \frac{B\pi a^2}{\Delta t}$

$$\therefore \frac{B\pi a^2}{\Delta t} = F(2\pi b)$$

$$\therefore E = \frac{Ba^2}{2b\Delta t}$$

➠ રિંગ પર લાગતું બળ, $F = QE = \frac{QBa^2}{2b\Delta t}$

➠ રિંગ પર લાગતું ટૉર્ક,

$$T = rF\sin\theta = \frac{bQBa^2}{2b\Delta t} = \frac{QBa^2}{2\Delta t}$$

➠ હવે ટૉર્ક = કોણીય વેગમાનના ફેરફારનો સમયદર,

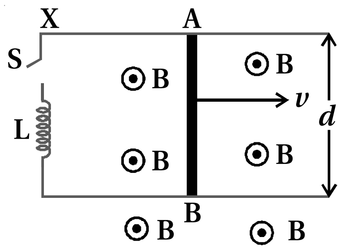
$$\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

$$= \frac{mvb - 0}{\Delta t}$$

$$\frac{QBa^2}{2\Delta t} = \frac{mb^2\omega}{\Delta t}$$

$$\therefore\ \omega = \frac{QBa^2}{2mb^2}$$

4. **આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે બે સમાંતર વાહક તારો વચ્ચે AB સળિયો (અવરોધ R) અચળ વેગ v સાથે સરકી રહ્યો છે. જો $t = 0$ સમયે કળ (Switch) s ચાલુ (ON) કરવામાં આવે, તો t સમયે સળિયા AB માંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ શોધો. નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર $\vec{B}$ સમતલને લંબ બહાર આવતી દિશામાં છે.**



➠ d લંબાઈનો સળિયો AB v જેટલી અચળ ઝડપથી $\vec{B}$ ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબરૂપે ગતિ કરી રહ્યો છે. આથી સળિયાના બે છેડા વચ્ચે emf પ્રેરિત થશે.

➠ પ્રેરિત emf $\varepsilon = Bvd$

➠ હવે $t = 0$ સમયે કળ (Switch) ચાલુ કરતાં ઈન્ડક્ટરમાં પ્રવાહ વધવા લાગશે. ધારોકે ઈન્ડક્ટરનો પ્રવાહ I છે, તો કિર્ચોફના બીજા નિયમ અનુસાર,

$$\varepsilon = V_R + V_L$$

$$Bvd = IR + L\frac{dI}{dt}$$

$$\therefore\ \frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = \frac{Bvd}{L}$$

➠ આ રેખીય વિકળ સમીકરણનો ઉકેલ,

$$I = \frac{Bvd/L}{R/L} + A\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$$

$$I = \frac{Bvd}{R} + Ae^{-\frac{R}{L}t} \qquad \dots (1)$$

➠ જ્યાં A અચળાંક છે જેનો ઉકેલ પ્રારંભિક શરત પરથી મળે જ્યારે $t = 0$ ત્યારે $I = 0$

$$\therefore\ 0 = \frac{Bvd}{R} + A(1)$$

$$A = \frac{Bvd}{R}$$

➠ સમીકરણ (1) પરથી,

$$I = \frac{Bvd}{R} - \frac{Bvd}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$I = \frac{Bvd}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$ જે માંગેલ પ્રવાહનું સૂત્ર છે.

5. **એક અતિ લાંબા સોલેનોઈડમાં એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાઓ n અને તેનો વ્યાસ a છે. તેના કેન્દ્ર પર N આંટાઓ અને b વ્યાસ (જ્યાં $b < a$) ધરાવતું એક નાનું ગૂંચળું મૂકવામાં આવે છે. હવે જો સોલેનોઈડમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ સમય સાથે રેખીય રીતે વધારવામાં આવે, તો નાના ગૂંચળાંમાં ઉદ્‌ભવતું પ્રેરિત emf શોધો. અહીં પ્રવાહ**

$I(t) = mt^2 + C$ વિધેય અનુસાર બદલાય છે. પ્રેરિત emf $\rightarrow t$ નો આલેખ પણ દોરો.

➠ અતિ લાંબા સૉલેનોઈડ વડે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર,

$B = \mu_0 nI$

➠ નાના ગૂંચળાં સાથે સંકળાતું ચુંબકીય ફ્લક્સ,

$\phi = NAB$

$= N(\pi b^2)(\mu_0 nI)$

$\phi = \mu_0 N\pi b^2 nI$

➠ નાના ગૂંચળાંમાં ઉદ્ભવતું પ્રેરિત emf,

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(\mu_0 Nn\pi b^2 I)$$

$$= -\mu_0 Nn\pi b^2 \frac{dI}{dt}$$

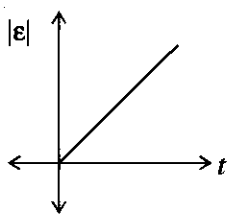
$$= -\mu_0 Nn\pi b^2 \frac{d}{dt}(mt^2 + C)$$

$$= -\mu_0 Nn\pi b^2 m(2t)$$

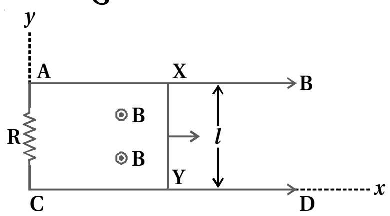
$$= -(2\mu_0 Nn\pi b^2 m)t$$

$|\varepsilon| = (2\mu_0 Nn\pi b^2 m)t$ જે $y = mx$ પ્રકારનું છે.

➠ પ્રેરિત emf $|\varepsilon| \rightarrow t$ નો આલેખ,



6. **m દળ અને અવગણ્ય અવરોધ ધરાવતો એક વાહક તાર xy ને સમાંતર તારો AB અને CD વચ્ચે આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર ઘર્ષણરહિત સરકે છે. AC વિભાગને લીધે બંધ પરિપથનો અવરોધ R છે. AB અને CD તારો આદર્શ વાહક છે. જો ચુંબકીયક્ષેત્ર $\vec{B} = B(t)\hat{k}$ હોય તો,**



(i) XY તારના પ્રવેગનું સૂત્ર મેળવો.

(ii) જો $\vec{B}$ અચળ હોય તો XY તારનો વેગ $v(t)$ શોધો. પ્રારંભિક વેગ u_0 ધારો.

(iii) (ii) માટે સાબિત કરો કે તારનો ગતિઊર્જાનો ઘટાડો ઉદ્ભવતી ઉષ્મા ઊર્જાના વ્યય જેટલો હોય છે.

➠ ધારોકે, બે સમાંતર તારો $y = 0$ અને $y = l$ પર છે.

➠ ધારોકે $t = 0$ સમયે તાર XY, $x = 0$ પર છે તથા t સમયે તાર x અંતરે છે.

(i) બંધ પરિપથ સાથે સંકળાતું ચુંબકીય ફ્લક્સ,

$$\phi = \vec{B}\cdot\vec{A} = BA\cos 0 = BA$$

$$= [B(t)](lx)$$

➠ હવે પ્રેરિત emf,

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt}[B(t)\,lx]$$

$$= -l\left[B(t)\frac{dx}{dt} + x\frac{d}{dt}B(t)\right]$$

$$\varepsilon = -lB(t)v - lx\frac{dB(t)}{dt} \quad \ldots (1)$$

(ગતિકીય emf)(ચુંબકીયક્ષેત્રના ફેરફાર વડે ઉદ્ભવતું emf)

➠ તાર પર લાગતું ચુંબકીય બળ,

$$F = IlB(t)$$

$$= \frac{\varepsilon}{R}lB(t) \qquad \left[\because I = \frac{\varepsilon}{R}\right]$$

$$= \left[-lB(t)v - lx\frac{dB(t)}{dt}\right]\frac{l}{R}B(t)$$

$$ma = -\frac{l^2}{R}B(t)\left[vB(t) + x\frac{dB(t)}{dt}\right]$$

➠ તારનો પ્રવેગ,

$$a = -\frac{l^2B(t)}{mR}\left[vB(t) + x\frac{dB(t)}{dt}\right] \quad \ldots (2)$$

(ii) જો $\vec{B}$ સમય સાથે ન બદલાતું હોય તો $\frac{dB(t)}{dt} = 0$

$$\therefore a = \frac{-l^2B^2}{mR}v$$

$$\therefore \frac{dv}{dt} = \frac{-l^2B^2}{mR}v$$

$$\therefore \frac{1}{v}dv = \frac{-B^2l^2}{mR}dt$$

➠ ધારોકે, બે સમાંતર તારો $y = 0$ અને $y = l$ પર છે.

➠ ધારોકે $t = 0$ સમયે તાર XY, $x = 0$ પર છે તથા t સમયે તાર x અંતરે છે.

(i) બંધ પરિપથ સાથે સંકળાતું ચુંબકીય ફ્લક્સ,

$$\phi = \vec{B}\cdot\vec{A} = BA\cos 0 = BA$$

$$= [B(t)]\,(lx)$$

➠ હવે પ્રેરિત emf,

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt}[B(t)\,lx]$$

$$= -l\left[B(t)\frac{dx}{dt} + x\frac{d}{dt}B(t)\right]$$

$$\varepsilon = -lB(t)v - lx\frac{dB(t)}{dt} \quad \ldots (1)$$

(ગતિકીય emf)(ચુંબકીયક્ષેત્રના ફેરફાર વડે ઉદ્ભવતું emf)

➠ તાર પર લાગતું ચુંબકીય બળ,

$$F = IlB(t)$$

$$= \frac{\varepsilon}{R}lB(t) \qquad \left[\because I = \frac{\varepsilon}{R}\right]$$

$$= \left[-lB(t)v - lx\frac{dB(t)}{dt}\right]\frac{l}{R}B(t)$$

$$ma = -\frac{l^2}{R}B(t)\left[vB(t) + x\frac{dB(t)}{dt}\right]$$

➠ તારનો પ્રવેગ,

$$a = -\frac{l^2B(t)}{mR}\left[vB(t) + x\frac{dB(t)}{dt}\right] \quad \ldots (2)$$

(ii) જો $\vec{B}$ સમય સાથે ન બદલાતું હોય તો $\frac{dB(t)}{dt} = 0$

$$\therefore a = \frac{-l^2B^2}{mR}v$$

$\therefore \ \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{-l^2B^2}{mR}v$

$\therefore \ \dfrac{1}{v}dv = \dfrac{-B^2l^2}{mR}dt$

➠ ધારોકે, બે સમાંતર તારો $y = 0$ અને $y = l$ પર છે.

➠ ધારોકે $t = 0$ સમયે તાર XY, $x = 0$ પર છે તથા t સમયે તાર x અંતરે છે.

(i) બંધ પરિપથ સાથે સંકળાતું ચુંબકીય ફલક્સ,

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA\cos 0 = BA$$
$$= [B(t)]\,(lx)$$

➠ હવે પ્રેરિત emf,

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt}[B(t)\,lx]$$

$$= -l\left[B(t)\frac{dx}{dt} + x\frac{d}{dt}B(t)\right]$$

$$\varepsilon = -lB(t)v - lx\frac{dB(t)}{dt} \qquad \dots (1)$$

(ગતિકીય emf)(ચુંબકીયક્ષેત્રના ફેરફાર વડે ઉદ્ભવતું emf)

➠ તાર પર લાગતું ચુંબકીય બળ,

$$F = IlB(t)$$

$$= \frac{\varepsilon}{R}lB(t) \qquad \left[\because I = \frac{\varepsilon}{R}\right]$$

$$= \left[-lB(t)v - lx\frac{dB(t)}{dt}\right]\frac{l}{R}B(t)$$

$$ma = -\frac{l^2}{R}B(t)\left[vB(t) + x\frac{dB(t)}{dt}\right]$$

➠ તારનો પ્રવેગ,

$$a = -\frac{l^2B(t)}{mR}\left[vB(t) + x\frac{dB(t)}{dt}\right] \qquad \dots (2)$$

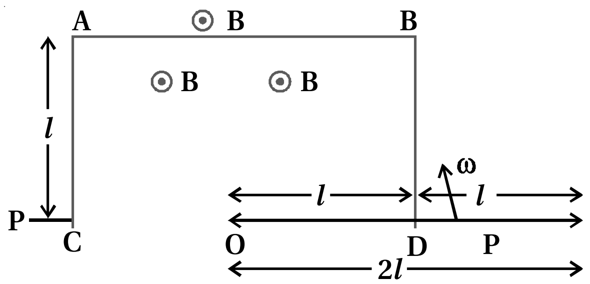
(ii) જો $\vec{B}$ સમય સાથે ન બદલાતું હોય તો $\dfrac{dB(t)}{dt} = 0$

$\therefore \ a = \dfrac{-l^2B^2}{mR}v$

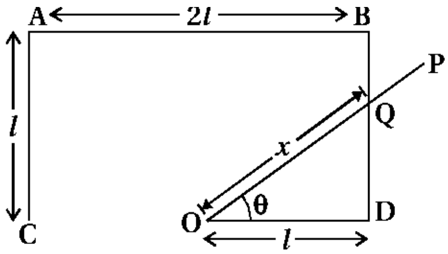
$\therefore \ \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{-l^2B^2}{mR}v$

$\therefore \ \dfrac{1}{v}dv = \dfrac{-B^2l^2}{mR}dt$

7. **એક અવગણ્ય અવરોધ ધરાવતા લંબચોરસ વાહક ગૂંચળાં ODBAC ને આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં પોતાનું સમતલ ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબ રહે તે રીતે ગોઠવેલ છે. C અને O વચ્ચે જોડાણ નથી તથા OP વાહકતાર વિષમઘડી દિશામાં ω કોણીય ઝડપથી ભ્રમણ કરે છે. OP તાર ABCD સાથે જોડાયેલ છે. (આકૃતિ) OP તારમાં એકમ લંબાઈ દીઠ અવરોધ λ છે, તો તેમાં 180° ના ભ્રમણ દરમિયાન પ્રેરિત થતો પ્રવાહ શોધો.**



➠ (i)ભ્રમણ કરતાં તાર OP ની સ્થિતિ $t = 0$ થી $t = \dfrac{I}{8} = \dfrac{\pi}{4\omega}$ સમય માટે વિચારતા.



➠ આ સ્થિતિમાં ધારોકે તાર OP, BD બાજુને Q પર છેદે છે તથા

➠ ધારોકે OQ = x

➠ ΔODQ નું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times OD \times QD$

$$= \frac{1}{2} \times l \times l \tan\theta \quad \left[\because \tan\theta = \frac{QD}{OD} = \frac{QD}{l}\right]$$

$$= \frac{1}{2} l^2 \tan\theta$$

➠ ΔODQ સાથે સંકળાતું ફલક્સ,

$$\phi = AB = \frac{1}{2} l^2 \tan\theta B = \frac{1}{2} l^2 B \tan(\omega t) \quad (\because \theta = \omega t)$$

➠ પ્રેરિત emf,

$$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} l^2 B \tan(\omega t)\right)$$

$$= \varepsilon = \frac{1}{2} B l^2 \omega \sec^2 \omega t$$

➠ પ્રેરિત પ્રવાહ,

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon}{\lambda x}$$

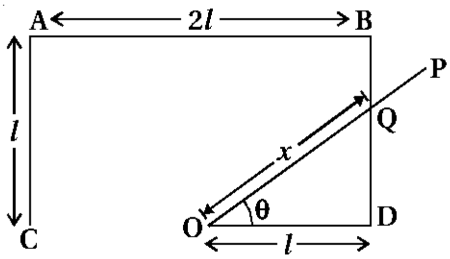
(અહીં બંધ પરિપથમાં OD સળિયાનો x લંબાઈનો ભાગ જ હાજર છે તેથી $R = \lambda x$)

તથા $\cos\theta = \frac{l}{x} \Rightarrow x = \frac{l}{\cos\theta} = \frac{l}{\cos\omega t}$

$$\therefore \ I = \frac{\varepsilon}{\lambda l} \cos\omega t = \frac{1}{\lambda l} \cdot \frac{1}{2} B l^2 \omega \sec^2 \omega t \cos\omega t$$

$$\therefore \ I = \frac{1}{2} \frac{B l \omega}{\lambda \cos\omega t}$$

➠ (i)ભ્રમણ કરતાં તાર OP ની સ્થિતિ $t = 0$ થી $t = \frac{I}{8} = \frac{\pi}{4\omega}$ સમય માટે વિચારતા.



➠ આ સ્થિતિમાં ધારોકે તાર OP, BD બાજુને Q પર છેદે છે તથા

➠ ધારોકે OQ = x

➠ ΔODQ નું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times OD \times QD$

$$= \frac{1}{2} \times l \times l \tan\theta \quad \left[\because \tan\theta = \frac{QD}{OD} = \frac{QD}{l}\right]$$

$$= \frac{1}{2} l^2 \tan\theta$$

➠ ΔODQ સાથે સંકળાતું ફલક્સ,

$\phi = AB = \frac{1}{2}l^2 \tan\theta B = \frac{1}{2}l^2 B\tan(\omega t)$ $(\because\ \theta = \omega t)$

➡ પ્રેરિત emf,

$$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}l^2 B\tan(\omega t)\right)$$

$$= \varepsilon = \frac{1}{2}Bl^2\omega\sec^2\omega t$$

➡ પ્રેરિત પ્રવાહ,

$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon}{\lambda x}$

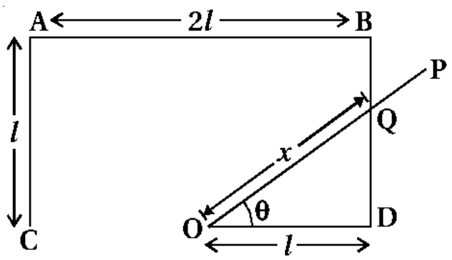
(અહીં બંધ પરિપથમાં OD સળિયાનો x લંબાઈનો ભાગ જ હાજર છે તેથી $R = \lambda x$)

તથા $\cos\theta = \frac{l}{x} \Rightarrow x = \frac{l}{\cos\theta} = \frac{l}{\cos\omega t}$

$\therefore\ I = \frac{\varepsilon}{\lambda l}\cos\omega t = \frac{1}{\lambda l}\cdot\frac{1}{2}Bl^2\omega\sec^2\omega t\cos\omega t$

$\therefore\ I = \frac{1}{2}\frac{Bl\omega}{\lambda\cos\omega t}$

➡ (i)ભ્રમણ કરતાં તાર OP ની સ્થિતિ $t = 0$ થી $t = \frac{I}{8} = \frac{\pi}{4\omega}$ સમય માટે વિચારતા.



➡ આ સ્થિતિમાં ધારોકે તાર OP, BD બાજુને Q પર છેદે છે તથા

➡ ધારોકે $OQ = x$

➡ ΔODQ નું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}\times OD\times QD$

$= \frac{1}{2}\times l\times l\tan\theta$ $\left[\because\ \tan\theta = \frac{QD}{OD} = \frac{QD}{l}\right]$

$= \frac{1}{2}l^2\tan\theta$

➡ ΔODQ સાથે સંકળાતું ફલક્સ,

$\phi = AB = \frac{1}{2}l^2 \tan\theta B = \frac{1}{2}l^2 B\tan(\omega t)$ $(\because\ \theta = \omega t)$

➡ પ્રેરિત emf,

$$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}l^2 B\tan(\omega t)\right)$$

$$= \varepsilon = \frac{1}{2}Bl^2\omega\sec^2\omega t$$

➡ પ્રેરિત પ્રવાહ,

$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon}{\lambda x}$

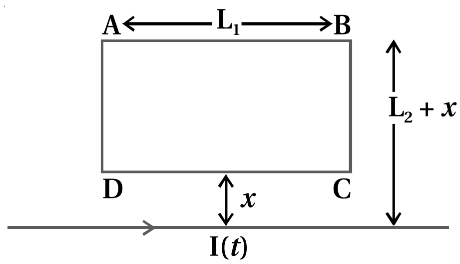
(અહીં બંધ પરિપથમાં OD સળિયાનો x લંબાઈનો ભાગ જ હાજર છે તેથી $R = \lambda x$)

તથા $\cos\theta = \frac{l}{x} \Rightarrow x = \frac{l}{\cos\theta} = \frac{l}{\cos\omega t}$

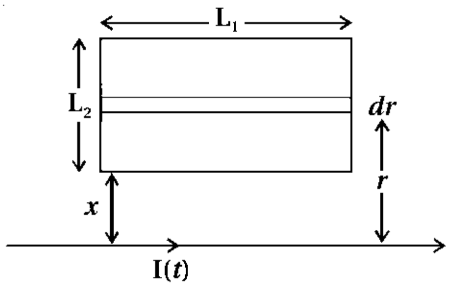
$\therefore\ I = \frac{\varepsilon}{\lambda l}\cos\omega t = \frac{1}{\lambda l}\cdot\frac{1}{2}Bl^2\omega\sec^2\omega t\cos\omega t$

$\therefore\ I = \frac{1}{2}\frac{Bl\omega}{\lambda\cos\omega t}$

8. **એક લંબચોરસ ABCD ગૂંચળાંને અનંત લંબાઈના સુરેખ પ્રવાહધારિત તારની નજીક આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ગોઠવેલ છે. તારમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ $I(t) = I_0\left(1-\frac{t}{T}\right)$ ($0 \le t \le T$ માટે) તથા $I(0) = 0$ ($t > T$ માટે) છે, તો ગૂંચળાંમાંથી T સમયમાં પસાર થતો કુલ વિદ્યુતભાર શોધો. ગૂંચળાંનો અવરોધ R છે.**



➠ ABCD ગૂંચળાંમાં તારથી r અંતરે dr જાડાઈની પટ્ટી વિચારતાં.



➠ આ પટ્ટી સાથે સંકળાતું ફ્લક્સ,

$$d\phi = BA = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}(L_1\, dr)$$

$$d\phi = \frac{\mu_0 I L_1}{2\pi r}\, dr$$

➠ સમગ્ર ABCD ગૂંચળાં સાથે સંકળાતું ફ્લક્સ,

$$\phi = \int_x^{L_2+x} \frac{\mu_0 I L_1}{2\pi r}\, dr$$

$$= \frac{\mu_0 I L_1}{2\pi}[\ln r]_x^{L_2+x}$$

$$\phi = \frac{\mu_0 I L_1}{2\pi}\ln\left(\frac{L_2+x}{x}\right)$$

➠ $I(t) = I_0\left(1-\frac{t}{T}\right)$

$$\therefore\ \phi = \frac{\mu_0 L_1}{2\pi} I_0\left(1-\frac{t}{T}\right)\ln\left(\frac{L_2+x}{x}\right)$$

➠ હવે પ્રેરિત વિદ્યુતભાર,

$$Q = \frac{\Delta\phi}{R}$$

$$Q = \frac{\phi_1 - \phi_2}{R}$$

➠ $t = 0$ સમયે,

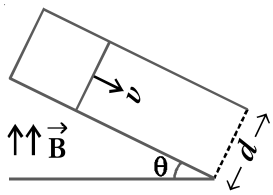
$$\phi_1 = \frac{\mu_0 L_1}{2\pi} I_0(1-0)\ln\left(\frac{L_2+x}{x}\right) = \frac{\mu_0 L_1 I}{2\pi}\ln\left(\frac{L_2+x}{x}\right)$$

➠ $t = T$ સમયે,

$$\phi_2 = \frac{\mu_0 L_1}{2\pi} I_0(0)\ln\left(\frac{L_2+x}{x}\right) = 0$$

➠ $$Q = \frac{\Delta\phi}{R} = \frac{\mu_0 L_1 I_0}{2\pi R}\ln\left(\frac{L_2+x}{x}\right)$$

9. ***m*** **દળ અને R અવરોધવાળો એક સળિયો બે સમાંતર સમક્ષિતિજ સાથે θ ખૂણે રહેલા વાહક સળિયાઓ વચ્ચે ઘર્ષણ રહિત સરકે છે. આકૃતિ દ્વારા ઢાળની ઉપરના ભાગે પરિપથ પૂર્ણ થાય છે. નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર $\vec{B}$ શિરોલંબ ઉપર તરફ લાગું પાડેલ છે. જો સળિયો પ્રારંભમાં સ્થિર હોય તો *t* સમયે સળિયાનો વેગ સમયના વિધેય સ્વરૂપે મેળવો.**



➡ અહીં સળિયાના વેગનો ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબ ઘટક = $v\cos\theta$

➡ તેથી સળિયા પ્રેરિત થતું emf, $\varepsilon = B(v_1)l$

$$\varepsilon = Bv\cos\theta l \ (\because\ l = d)$$

➡ પ્રેરિત પ્રવાહ $I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Bvd\cos\theta}{R}$

➡ લેન્ઝના નિયમ અનુસાર આ પ્રેરિત પ્રવાહને લીધે સળિયાની ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં સમક્ષિતિજ દિશામાં લાગતું બળ,

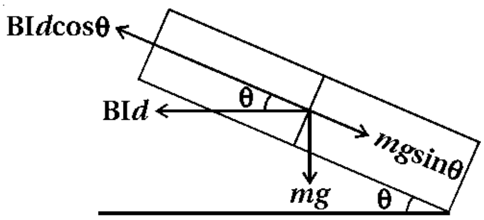
$F = BId$ ($\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$ અનુસાર આ બળ સમક્ષિતિજ દિશામાં લાગે છે.)

$$F = B\frac{Bvd\cos\theta d}{R}$$

➡ આ બળનો ઢાળની સપાટીને સમાંતર ઘટક $= F\cos\theta$

$$= BId\cos\theta$$

(જુઓ આકૃતિ)



➡ સળિયા પર ઢાળની સપાટીને સમાંતર પરિણામી બળ,

$F_r = mg\sin\theta - BId\cos\theta$

$$ma = mg\sin\theta - B\left(\frac{Bvd\cos\theta}{R}\right)d\cos\theta$$

$$m\frac{dV}{dt} = mg\sin\theta - \frac{B^2d^2V\cos^2\theta}{R}$$

$$\frac{dV}{dt} = g\sin\theta - \frac{B^2d^2V\cos^2\theta}{mR}$$

$$\frac{dV}{dt} + \frac{B^2d^2\cos^2\theta V}{mR} = g\sin\theta$$

$\frac{dy}{dx} + ay = b$ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ

$y = \frac{b}{a} + Ae^{-ax}$ છે જ્યાં A અચળાંક છે. જે પ્રારંભિક શરત પરથી મળે.

➡ અહીં સળિયાના વેગનો ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબ ઘટક = $v\cos\theta$

➡ તેથી સળિયા પ્રેરિત થતું emf, $\varepsilon = B(v_1)l$

$$\varepsilon = Bv\cos\theta l \ (\because\ l = d)$$

➡ પ્રેરિત પ્રવાહ $I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Bvd\cos\theta}{R}$

➠ લેન્ઝના નિયમ અનુસાર આ પ્રેરિત પ્રવાહને લીધે સળિયાની ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં સમક્ષિતિજ દિશામાં લાગતું બળ,

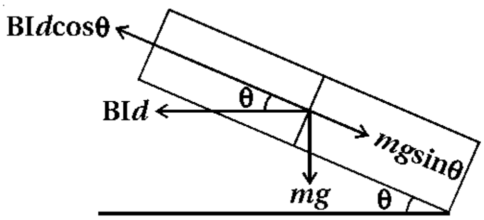
$F = BId$ ($\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$ અનુસાર આ બળ સમક્ષિતિજ દિશામાં લાગે છે.)

$$F = B\frac{Bvd\cos\theta d}{R}$$

➠ આ બળનો ઢાળની સપાટીને સમાંતર ઘટક $= F\cos\theta$

$= BId\cos\theta$

(જુઓ આકૃતિ)



➠ સળિયા પર ઢાળની સપાટીને સમાંતર પરિણામી બળ,

$F_r = mg\sin\theta - BId\cos\theta$

$$ma = mg\sin\theta - B\left(\frac{Bvd\cos\theta}{R}\right)d\cos\theta$$

$$m\frac{dV}{dt} = mg\sin\theta - \frac{B^2d^2V\cos^2\theta}{R}$$

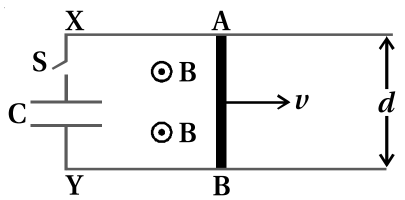
$$\frac{dV}{dt} = g\sin\theta - \frac{B^2d^2V\cos^2\theta}{mR}$$

$$\frac{dV}{dt} + \frac{B^2d^2\cos^2\theta V}{mR} = g\sin\theta$$

$\frac{dy}{dx} + ay = b$ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ

$y = \frac{b}{a} + Ae^{-ax}$ છે જ્યાં A અચળાંક છે. જે પ્રારંભિક શરત પરથી મળે.

10. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે બે સમાંતર વાહક તારો વચ્ચે AB સળિયો (અવરોધ = R) અચળવેગ v સાથે સરકી રહ્યો છે. જો $t = 0$ સમયે કળ (Switch) s ચાલુ (ON) કરવામાં આવે તો t સમયે સળિયા AB માંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ શોધો. નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર $\vec{B}$ પૃષ્ઠના સમતલની બહાર તરફની દિશામાં છે.



➠ d લંબાઈનો સળિયો AB, v જેટલી ઝડપથી B ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબ ગતિ કરી રહ્યો છે. આથી સળિયાના બે છેડાઓ વચ્ચે emf પ્રેરિત થશે.

પ્રેરિત emf $\varepsilon = Bvd$

➠ હવે $t = 0$ સમયે કળ (s) ચાલુ કરતાં આ emf ને લીધે કેપેસિટર ચાર્જ થવા લાગશે. ધારોકે, t સમયે કેપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર $Q(t)$ છે.

➠ કિર્ચોફના બીજા નિયમ અનુસાર,

$\varepsilon = V_R + V_C$

$$Bvd = IR + \frac{Q}{C}$$

$$\therefore \; R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = Bvd$$

$$\therefore \; \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{RC}Q = \frac{Bvd}{R}$$

➠ આ રેખીય વિકળ સમીકરણનો ઉકેલ નીચે મુજબ મળે.

$$Q = \frac{Bvd/R}{1/RC} + A\exp\left(-\frac{1}{RC}t\right)$$

$$Q = BvdC + Ae^{-t/RC} \quad \ldots (1)$$

➠ જ્યાં A અચળાંકની કિંમત પ્રારંભિક શરત પરથી મળે.

$t = 0$ સમયે $Q = 0$

$\therefore \; 0 = BvdC + A(1)$

$\therefore \; A = -BvdC$

➠ સમીકરણ (1) પરથી,

$$Q = BvdC - BvdC\,e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$Q = BvdC - \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

➠ પસાર થતો પ્રવાહ,

$$I = \frac{dQ}{dt} = BvdC\left[0 - \left(\frac{-1}{RC}\right)e^{-\frac{t}{RC}}\right]$$

$$I = \frac{BvdC}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$I = \frac{Bvd}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$ જે માંગેલ પ્રવાહનું સૂત્ર છે.

11. **એક m દળ અને l ત્રિજ્યાની રિંગ પોતાનું સમતલ સમક્ષિતિજ રહે તે રીતે ગુરુત્વાકર્ષણની અસર નીચે પતન કરી રહી છે. જો ઉર્ધ્વદિશાને z-દિશા ધારવામાં આવે, તો z-દિશામાં ચુંબકીયક્ષેત્ર $B_z = B_0(1 + lz)$ વડે આપવામાં આવે છે. જો રિંગનો અવરોધ R હોય અને રિંગ v વેગથી ગતિ કરતી હોય તો રિંગના અવરોધમાં ઊર્જા વ્યય ગણો. જો રિંગ અચળ વેગ (ટર્મીનલ વેગ) પ્રાપ્ત કરે, તો તેનું સૂત્ર m, B, l અને g ના સ્વરૂપમાં મેળવો.**

➠ અહીં, રિંગનું સમતલ ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબ હોવાથી રિંગ સાથે સંકળાતું ફ્લક્સ,

$\phi = AB\cos\theta = AB \; (\because \theta = 0)$

$\phi = Bz\pi l^2$

$\phi = B_0(1 + \lambda z)\pi l^2$

➠ ફેરેડેના નિયમ અનુસાર પ્રેરિત emf,

$$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d}{dt}\,[B_0(1+\lambda z)\pi l^2]$$

$$\varepsilon = B_0\pi l^2\lambda\frac{dz}{dt}$$

$$\varepsilon = B_0\pi l^2\,\lambda v$$

➠ પ્રેરિત પ્રવાહ, $I = \frac{S}{R}$

$$I = \frac{B_0\pi l^2\lambda v}{R}$$

➠ રિંગમાં ઉષ્મા સ્વરૂપે એકમ સમયમાં વેડફાતી ઊર્જા,

$$H = I^2R = \left(\frac{B\pi l^2\lambda v}{R}\right)^2 R$$

$$H = \frac{B_0^2 \pi^2 l^4 \lambda^2 v^2}{R}$$

➠ આ એકમ સમય દીઠ ઉદ્‌ભવતી ઉષ્મા એ સ્થિતિઊર્જાના ફેરફારના સમયદરના ભોગે મળે છે તેથી,
સ્થિતિઊર્જાના ફેરફારનો સમય દર = એકમ સમય દીઠ ઉદ્‌ભવતી ઉષ્મા
($\because$ જ્યારે વેગ અચળ ત્યારે ગતિઊર્જા અચળ રહે છે.)

$$\frac{d}{dt}(mgz) = H$$

$$mg\frac{dz}{dt} = \frac{B_0^2 \pi^2 l^4 \lambda^2 v^2}{R}$$

$$\therefore\ mgv = \frac{B_0^2 \pi^2 l^4 \lambda^2 v^2}{R}$$

$$\therefore\ v = \frac{mgR}{B_0^2 \pi^2 l^4 \lambda^2}$$

જે ટર્મીનલ વેગ (અચળ વેગ)નું સૂત્ર છે.