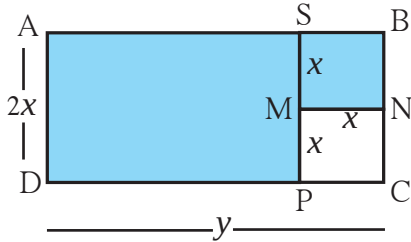




जरा आठवूया.



शेजारील आकृतीत आयत ABCD दाखवला आहे. या आयताची लांबी y एकक आहे व रुंदी $(2x)$ एकक आहे. या आयताकृती तुकड्यातून x एकक बाजू असलेला चौरस कापून घेतला. रंगीत भागाचे क्षेत्रफळ काढण्यासाठी बैजिक राशींवरील क्रियांचा वापर करता येईल. आयत ABCD चे क्षेत्रफळ हे $A(\square ABCD)$ असे लिहू.

$$\text{रंगीत भागाचे क्षेत्रफळ} = A(\square ABCD) - A(\square MNCP) = 2xy - x^2$$

$$\begin{aligned} \text{रंगीत भागाचे क्षेत्रफळ} &= A(\square ASPD) + A(\square SBNM) = (y - x) \times 2x + x^2 \\ &= 2xy - 2x^2 + x^2 \\ &= 2xy - x^2 \end{aligned}$$

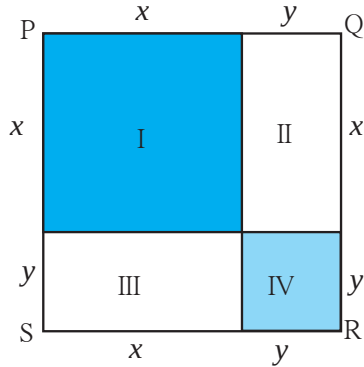


जाणून घेऊया.

वर्गविस्तार

बैजिक राशींचा गुणाकार करून मिळालेली राशी ही त्या गुणाकाराचा विस्तार असतो. विशिष्ट प्रकारच्या राशींचे विस्तार एकदम लिहिता यावे यासाठी सूत्रे तयार केली जातात. त्यांपैकी काही सूत्रे आपण पाहू.

कृती I



- शेजारील आकृतीत $\square PQRS$ या चौरसाची बाजू $(x + y)$ आहे.

$$\therefore A(\square PQRS) = (x + y)^2$$

PQRS हा चौरस I, II, III, IV अशा आयतांमध्ये विभागला आहे.

PQRS या चौरसाचे क्षेत्रफळ हे आयत I, II, III, IV यांच्या क्षेत्रफळांची बेरीज आहे.

$$\therefore A(\square PQRS) = A(\text{आयत I}) + A(\text{आयत II}) + A(\text{आयत III}) + A(\text{आयत IV})$$

$$(x + y)^2 = x^2 + xy + xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$\therefore (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

आता $(x + y)^2$ हा बैजिक राशींचा गुणाकार करू.

$$(x + y)(x + y) = x(x + y) + y(x + y)$$

$$= x^2 + xy + yx + y^2 \quad \therefore (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$(x + y)$ या द्विपदीचा वर्ग करून आलेली बैजिक राशी ही क्षेत्रफळाच्या मापनावरून मिळालेल्या राशीएवढी आहे. $\therefore (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ हे द्विपदीच्या वर्गविस्ताराचे सूत्र आहे.

कृती II शेजारील आकृतीत PQRS हा a बाजू असलेला चौरस असून त्याचे 4 आयतांत विभाजन केले आहे. जसे $(a - b)$ बाजूचा चौरस, b बाजूचा चौरस व $(a - b)$ आणि b बाजू असलेले 2 आयत.

$$A (\text{चौरस I}) + A (\text{आयत II}) + A (\text{आयत III}) + A (\text{चौरस IV}) = A (\square PQRS)$$

$$(a - b)^2 + (a - b)b + (a - b)b + b^2 = a^2$$

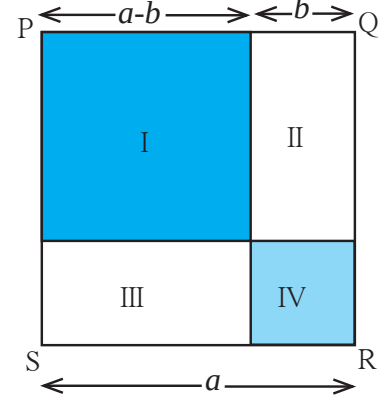
$$(a - b)^2 + 2ab - 2b^2 + b^2 = a^2$$

$$(a - b)^2 + 2ab - b^2 = a^2$$

$$\therefore (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

बैजिक राशींचा गुणाकार करून सूत्र तयार करू.

$$\begin{aligned} (a - b)^2 &= (a - b) \times (a - b) \\ &= a(a - b) - b(a - b) \\ &= a^2 - ab - ab + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$



हे मला समजले.

$$\bullet (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\bullet (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

वर्ग विस्तार सूत्रांमध्ये a आणि b साठी कोणत्याही संख्या घेतल्यास ते पडताळता येते.

जसे $a = 5$, $b = 3$ घेतल्यास.

$$(a + b)^2 = (5 + 3)^2 = 8^2 = 64$$

$$\begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 &= 5^2 + 2 \times 5 \times 3 + 3^2 \\ &= 25 + 30 + 9 = 64 \end{aligned}$$

$$(a - b)^2 = (5 - 3)^2 = 2^2 = 4$$

$$\begin{aligned} a^2 - 2ab + b^2 &= 5^2 - 2 \times 5 \times 3 + 3^2 \\ &= 25 - 30 + 9 = 4 \end{aligned}$$

खालील किमती घेऊन वर्ग विस्तार सूत्रे पडताळा.

$$(i) a = -7, b = 8$$

$$(ii) a = 11, b = 3$$

$$(iii) a = 2.5, b = 1.2$$

विस्तार करा.

$$\text{उदा. } (2x + 3y)^2$$

$$\begin{aligned} &= (2x)^2 + 2(2x) \times (3y) + (3y)^2 \\ &= 4x^2 + 12xy + 9y^2 \end{aligned}$$

$$\text{उदा. } (51)^2$$

$$\begin{aligned} &= (50 + 1)^2 \\ &= 50^2 + 2 \times 50 \times 1 + 1 \times 1 \\ &= 2500 + 100 + 1 \\ &= 2601 \end{aligned}$$

$$\text{उदा. } (5x - 4)^2$$

$$\begin{aligned} &= (5x)^2 - 2(5x) \times (4) + 4^2 \\ &= 25x^2 - 40x + 16 \end{aligned}$$

$$\text{उदा. } (98)^2$$

$$\begin{aligned} &= (100 - 2)^2 \\ &= 100^2 - 2 \times 100 \times 2 + 2^2 \\ &= 10000 - 400 + 4 \\ &= 9604 \end{aligned}$$

1. विस्तार करा.

$$\begin{array}{llll} \text{(i)} (5a + 6b)^2 & \text{(ii)} \left(\frac{a}{2} + \frac{b}{3}\right)^2 & \text{(iii)} (2p - 3q)^2 & \text{(iv)} \left(x - \frac{2}{x}\right)^2 \\ \text{(v)} (ax + by)^2 & \text{(vi)} (7m - 4)^2 & \text{(vii)} \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 & \text{(viii)} \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 \end{array}$$

2. $(8 - \frac{1}{x})$ या द्विपदीचा वर्ग खालीलपैकी कोणता ? योग्य पर्याय लिहा.

$$\begin{array}{llll} \text{(i)} 64 - \frac{1}{x^2} & \text{(ii)} 64 + \frac{1}{x^2} & \text{(iii)} 64 - \frac{16}{x} + \frac{1}{x^2} & \text{(iv)} 64 + \frac{16}{x} + \frac{1}{x^2} \end{array}$$

3. $m^2n^2 + 14mnpq + 49p^2q^2$ हा वर्ग विस्तार खालीलपैकी कोणत्या राशीचा आहे ?

$$\begin{array}{llll} \text{(i)} (m + n)(p + q) & \text{(ii)} (mn - pq) & \text{(iii)} (7mn + pq) & \text{(iv)} (mn + 7pq) \end{array}$$

4. विस्तार सूत्राचा उपयोग करून किंमत काढा.

$$\begin{array}{llll} \text{(i)} (997)^2 & \text{(ii)} (102)^2 & \text{(iii)} (97)^2 & \text{(iv)} (1005)^2 \end{array}$$



जाणून घेऊया.

* $(a + b)(a - b)$ चा विस्तार

$$\begin{aligned} (a + b)(a - b) &= (a + b) \times (a - b) \\ &= a(a - b) + b(a - b) \\ &= a^2 - ab + ba - b^2 \\ &= a^2 - b^2 \\ (a + b)(a - b) &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$



हे मला समजले.

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$\text{उदा. } (3x + 4y)(3x - 4y) = (3x)^2 - (4y)^2 = 9x^2 - 16y^2$$

$$\text{उदा. } 102 \times 98 = (100 + 2)(100 - 2) = (100)^2 - (2)^2 = 10000 - 4 = 9996$$

1. विस्तार सूत्र वापरून खालील गुणाकार लिहा.

$$\begin{array}{ll} \text{(i)} (x + y)(x - y) & \text{(ii)} (3x - 5)(3x + 5) \\ \text{(iii)} (a + 6)(a - 6) & \text{(iv)} \left(\frac{x}{5} + 6\right)\left(\frac{x}{5} - 6\right) \end{array}$$

2. विस्तार सूत्राचा उपयोग करून किंमत काढा.

$$\begin{array}{llll} \text{(i)} 502 \times 498 & \text{(ii)} 97 \times 103 & \text{(iii)} 54 \times 46 & \text{(iv)} 98 \times 102 \end{array}$$



जाणून घेऊया.

बैजिक राशींचे अवयव पाडणे.

आपण पूर्ण संख्यांचे अवयव पाडायला शिकलो आहोत. आता बैजिक राशींचे अवयव पाडण्याची क्रिया पाहू. प्रथम एकपदीचे अवयव पाहू.

$15 = 3 \times 5$ म्हणजे 3 व 5 हे 15 चे अवयव आहेत.

तसेच $3x = 3 \times x$ म्हणजे 3 व x हे $3x$ चे अवयव आहेत.

$5t^2$ ही राशी पाहा. $5t^2 = 5 \times t^2 = 5 \times t \times t$

1, 5, t , t^2 , $5t$, $5t^2$ हे सगळे $5t^2$ चे अवयव आहेत.

$6ab^2 = 2 \times 3 \times a \times b \times b$

एकपदीचे अवयव पाडताना प्रथम सहगुणकाचे अवयव पाडता आले तर पाडावेत, नंतर चलभागाचे अवयव पाडावेत.

सरावसंच 52

⊙ खालील राशींचे सर्व अवयव सुटे करून राशी गुणाकार रूपात लिहा.

(i) $201 a^3 b^2$ (ii) $91 xyt^2$ (iii) $24 a^2 b^2$ (iv) tr^2s^3



जाणून घेऊया.

द्विपदीचे अवयव पाडणे

$4xy + 8xy^2$ या द्विपदीतील प्रत्येक पदाचे 4 x आणि y हे अवयव आहेत.

∴ $4xy + 8xy^2 = 4(xy + 2xy^2) = 4x(y + 2xy) = 4xy(1 + 2y)$

दोन्ही पदांचे सामाईक अवयव शोधून ते कंसाबाहेर गुणाकाराच्या रूपात लिहीत गेले, की द्विपदीचे अवयव पाडता येतात.

$9a^2bc + 12abc^2 = 3(3a^2bc + 4abc^2) = 3abc(3a + 4c)$ याप्रमाणे अवयव पाडता येतात.

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ हे सूत्र आपल्याला माहीत आहे.

यावरून, $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ असेही अवयव मिळतात.

अवयव पाडा.

$$\begin{aligned} \text{उदा. } a^2 - 4b^2 &= a^2 - (2b)^2 \\ &= (a + 2b)(a - 2b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{उदा. } 3a^2 - 27b^2 &= 3(a^2 - 9b^2) \\ &= 3(a + 3b)(a - 3b) \end{aligned}$$

सरावसंच 53

⊙ खालील राशींचे अवयव पाडा.

(i) $p^2 - q^2$

(ii) $4x^2 - 25y^2$

(iii) $y^2 - 4$

(iv) $p^2 - \frac{1}{25}$

(v) $9x^2 - \frac{1}{16}y^2$

(vi) $x^2 - \frac{1}{x^2}$

(vii) $a^2b - ab$

(viii) $4x^2y - 6x^2$

(ix) $\frac{1}{2}y^2 - 8z^2$

(x) $2x^2 - 8y^2$

