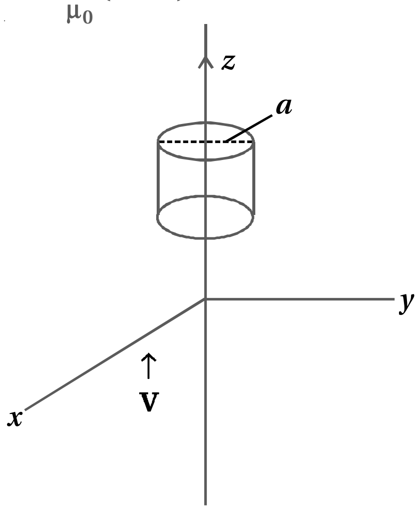
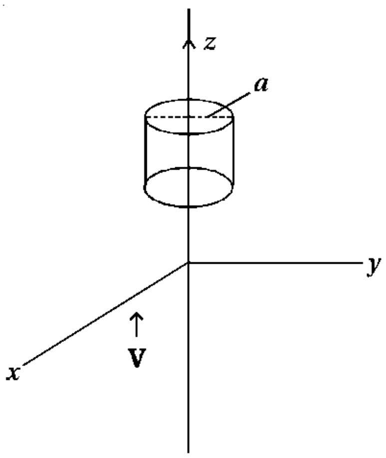
1. **આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર એક અનંત લંબાઈના વિદ્યુતભારિત પાતળા તારમાં નિયમિત સુરેખ સ્થિત વિદ્યુતભારની ઘનતા λ છે. તારને નિયમિત વેગ સાથે તેની દિશામાં વિદ્યુતભારો ગતિ કરે તેમ ગોઠવેલ છે. પોઇન્ટિંગ સદિશ $S = \frac{1}{\mu_0}(\vec{E} \times \vec{B})$ ની ગણતરી કરો.**



➠ અનંત લંબાઈના વિદ્યુતભારિત પાતળા સુરેખ તાર વડે ઉદ્ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 a}\hat{j} \qquad \dots (1)$$



જ્યાં a એ તારની આસપાસના નળાકાર ગૉસિયન પૃષ્ઠના આડછેદની ત્રિજ્યા છે.

➠ અને તારમાં વહેતા પ્રવાહ I ના કારણે તેનાથી 'a' અંતરે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર,

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\hat{i}$$

પણ $I = \frac{q}{t} = \frac{\lambda L}{t} = \lambda v \quad \left[\because Q = \lambda L \text{ અને } \frac{L}{t} = v\right]$

અહીં L = લંબાઈ

$$\therefore \vec{B} = \frac{\mu_0 \lambda v}{2\pi a}\hat{i} \qquad \dots (2)$$

હવે પૉઇન્ટિંગ સદિશ,

$$S = \frac{1}{\mu_0}(\vec{E} \times \vec{B})$$

$$\therefore\ S = \frac{1}{\mu_0}\left[\frac{\lambda}{2\pi a}\hat{j} \times \frac{\mu_0 \lambda v}{2\pi a}\hat{i}\right]$$

$$= \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\lambda}{2\pi a} \times \frac{\mu_0 \lambda v}{2\pi a}\right)(\hat{j} \times \hat{i})$$

$$= \frac{\lambda^2 v}{4\pi^2 \epsilon_0 a^2}(-\hat{k}) \qquad \left[\because \hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}\right]$$

$$\therefore\ S = -\frac{\lambda^2 v}{4\pi^2 \epsilon_0 a^2}\hat{k}$$

2. દરિયાના પાણીની આવૃત્તિ $\nu = 4 \times 10^8$ Hz, પરમિટિવિટી $\epsilon \approx 80\epsilon_0$, પરમિએબિલિટી $\mu = \mu_0$ અને અવરોધકતા $\rho = 0.25\ \Omega m$ છે અને કલ્પના કરો કે, દરિયાના પાણીમાં કૅપેસિટરને ડૂબાડીને $V(t) = V_0 \sin 2\pi\nu t$ નો વોલ્ટેજ તેમાંથી પસાર કરવામાં આવે છે. સ્થાનાંતર પ્રવાહ ઘનતાનો કેટલો અંશ વહન પ્રવાહ ઘનતાનો થાય ?

➠ કૅપેસિટરની બે પ્લેટો વચ્ચેનું અંતર d અને લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજ $V(t) = V_0 \sin 2\pi\nu t$ છે તેથી તેમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$$E = \frac{V_0}{d}\sin 2\pi\nu t \qquad \dots (1)$$

ઓહ્મના નિયમ અનુસાર,

$$J_c = \sigma E = \frac{E}{\rho}$$

$$\therefore\ J_c = \frac{V_0}{\rho d}\sin 2\pi\nu t$$

ધારો કે, $\frac{V_0}{\rho d} = J_0^c \qquad \dots (2)$

$$\therefore\ J_c = J_0^c \sin 2\pi\nu t \qquad \dots (3)$$

હવે સ્થાનાંતર પ્રવાહ ઘનતા,

$$J_d = \epsilon\frac{\delta E}{dt} = \frac{\epsilon\delta}{dt}\left[\frac{V_0}{d}\sin 2\pi\nu t\right] \qquad [\because \text{ સમીકરણ (1) પરથી}]$$

$$= \frac{\epsilon 2\pi\nu V_0}{d}\cos 2\pi\nu t$$

ધારો કે, $\frac{2\pi\nu V_0}{d} = J_0^d \qquad \dots (4)$

$$\therefore\ J_d = J_0^d \cos 2\pi\nu t \qquad \dots (5)$$

સમીકરણ (4) અને સમીકરણ (2) નો ગુણોત્તર લેતાં,

$$\frac{J_0^d}{J_0^c} = \frac{2\pi\nu\epsilon V_0}{d} \times \frac{\rho d}{V_0}$$

$$= 2\pi\nu\epsilon\rho$$

$$= 2\pi\nu \times 80\epsilon_0 \times 0.25 \ [\because \epsilon = 80\epsilon_0, \rho = 0.25\ \Omega m]$$

$$= 4\pi\epsilon_0 \nu \times 10$$

$$= \frac{10\nu}{9 \times 10^9} \qquad \left[\because 4\pi\epsilon_0 = \frac{1}{9 \times 10^9}\right]$$

$$= \frac{10 \times 4 \times 10^8}{9 \times 10^9} \qquad [\because \nu = 4 \times 10^8\ Hz]$$

$$= \frac{4}{9}$$

3. $a(<< l)$ ત્રિજ્યાના અને l લંબાઈના લાંબા કેબલને સંમિતિ રીતે z-અક્ષની દિશામાં મૂકેલો છે. પાતળા તાર અને એક સમઅક્ષીય વાહક ટ્યૂબનો કેબલ બનેલો છે. $I(t) = I_0 \sin(2\pi\nu t)$ નો AC પ્રવાહ મધ્યમાં રહેલા પાતળા તારમાંથી વહે છે અને પ્રવાહ સમઅક્ષીય ટ્યૂબમાં પાછો આવે છે. કેબલની અંદર રહેલા તારથી S અંતરે વિદ્યુતક્ષેત્ર

$$\vec{E}(s,\ t) = \mu_0 I_0 \nu \cos(2\pi\nu t)\ln\left(\frac{s}{a}\right)\hat{k}$$

(i) કેબલની અંદર સ્થાનાંતર પ્રવાહ ઘનતા ગણો.

(ii) કુલ સ્થાનાંતર પ્રવાહ I_d શોધવા માટે કેબલના આડછેદની આસપાસ સ્થાનાંતર પ્રવાહ ઘનતાનું સંકલન કરો.

(iii) વહન પ્રવાહ I_c ને સ્થાનાંતર પ્રવાહ I_0^d સાથે સરખાવો.

➠ (i) કેબલની અંદર રહેલા તારથી s ($s <$ સમઅક્ષીય કેલબની ત્રિજ્યા) અંતરે પ્રેરિત વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$$\vec{E}(s,\ t) = \mu_0 I_0 \nu \cos(2\pi\nu t)\ln\left(\frac{s}{a}\right)\hat{k}$$

➠ હવે સ્થાનાંતર પ્રવાહ ઘનતા,

$$J_d = \epsilon_0 \frac{dE}{dt}$$

$$= \epsilon_0 \frac{d}{dt}\left[\mu_0 I_0 \nu \cos(2\pi\nu t)\ln\left(\frac{s}{a}\right)\hat{k}\right]$$

$$= \epsilon_0 \mu_0 I_0 \nu \frac{d}{dt}\left[\cos(2\pi\nu t)\ln\left(\frac{s}{a}\right)\hat{k}\right]$$

$$= \frac{1}{c^2} I_0 \nu^2 \times 2\pi\left[-\sin(2\pi\nu t)\ln\left(\frac{s}{a}\right)\hat{k}\right] \qquad \left[\because \mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2}\right]$$

$$\therefore \quad J_d = +\frac{n^2}{c^2} \times 2\pi I_0 \sin(2\pi\nu t)\ln\left(\frac{a}{s}\right)\hat{k} \qquad \left[\because \ln\frac{S}{a} = -\ln\frac{a}{S}\right]$$

$$= \frac{1}{\lambda^2} \times 2\pi I_0 \ln\left(\frac{a}{s}\right)\sin(2\pi\nu t)\hat{k} \qquad \left[\because \lambda = \frac{c}{\nu}\right]$$

$$\therefore \quad J_d = \frac{2\pi I_0}{\lambda^2}\ln\left(\frac{a}{s}\right)\sin(2\pi\nu t)\hat{k} \qquad \dots (1)$$

(ii) $I_d = \int J_d s ds\, d\theta$

$$= \int_{s=0}^{s=a} J_d\, s ds \int_0^{2\pi} d\theta$$

$$= \int_{s=0}^{s=a} J_d\, s ds \times 2\pi \qquad \left[\because \int_0^{2\pi} d\theta = [\theta]_0^{2\pi} = 2\pi\right]$$

$$= \int_{s=0}^{a}\left[\frac{2\pi}{\lambda^2} I_0 \ln\left(\frac{a}{s}\right) s ds \sin(2\pi\nu t)\hat{k}\right] \times 2\pi \qquad \text{[સમીકરણ (1) પરથી]}$$

$$= \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \left(I_0 \int_{s=0}^{a} \ln\left(\frac{a}{s}\right) s ds\right) \sin(2\pi\nu t)\hat{k}$$

$$= \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 I_0 \left[\int_{s=0}^{a} \ln\left(\frac{a}{s}\right)\frac{1}{2} d(s)^2\right] \sin(2\pi\nu t)\hat{k}$$

➠ (i) કેબલની અંદર રહેલા તારથી s ($s <$ સમઅક્ષીય કેલબની ત્રિજ્યા) અંતરે પ્રેરિત વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$$\vec{E}(s,\ t) = \mu_0 I_0 \nu \cos(2\pi\nu t)\ln\left(\frac{s}{a}\right)\hat{k}$$

➠ હવે સ્થાનાંતર પ્રવાહ ઘનતા,

$$J_d = \epsilon_0 \frac{dE}{dt}$$

$$= \epsilon_0 \frac{d}{dt}\left[\mu_0 I_0 \nu \cos(2\pi\nu t)\ln\left(\frac{s}{a}\right)\hat{k}\right]$$

$$= \epsilon_0 \mu_0 I_0 \nu \frac{d}{dt}\left[\cos(2\pi\nu t)\ln\left(\frac{s}{a}\right)\hat{k}\right]$$

$$= \frac{1}{c^2} I_0 \nu^2 \times 2\pi\left[-\sin(2\pi\nu t)\ln\left(\frac{s}{a}\right)\hat{k}\right] \qquad \left[\because \mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2}\right]$$

$$\therefore \quad J_d = +\frac{n^2}{c^2} \times 2\pi I_0 \sin(2\pi\nu t)\ln\left(\frac{a}{s}\right)\hat{k} \qquad \left[\because \ln\frac{S}{a} = -\ln\frac{a}{S}\right]$$

$$= \frac{1}{\lambda^2} \times 2\pi I_0 \ln\left(\frac{a}{s}\right)\sin(2\pi\nu t)\hat{k} \qquad \left[\because \lambda = \frac{c}{\nu}\right]$$

$$\therefore \quad J_d = \frac{2\pi I_0}{\lambda^2}\ln\left(\frac{a}{s}\right)\sin(2\pi\nu t)\hat{k} \qquad \dots (1)$$

(ii) $I_d = \int J_d s ds\, d\theta$

$$= \int_{s=0}^{s=a} J_d\, s ds \int_0^{2\pi} d\theta$$

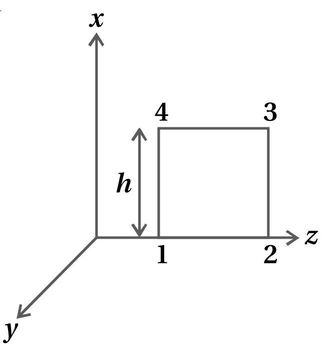
$$= \int_{s=0}^{s=a} J_d\, s ds \times 2\pi \qquad \left[\because \int_0^{2\pi} d\theta = [\theta]_0^{2\pi} = 2\pi\right]$$

$$= \int_{s=0}^{a}\left[\frac{2\pi}{\lambda^2} I_0 \ln\left(\frac{a}{s}\right) s ds \sin(2\pi\nu t)\hat{k}\right] \times 2\pi \qquad \text{[સમીકરણ (1) પરથી]}$$

$$= \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \left(I_0 \int_{s=0}^{a} \ln\left(\frac{a}{s}\right) s ds\right)\sin(2\pi\nu t)\hat{k}$$

$$= \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 I_0 \left[\int_{s=0}^{a} \ln\left(\frac{a}{s}\right)\frac{1}{2} d(s)^2\right]\sin(2\pi\nu t)\hat{k}$$

4. શૂન્યાવકાશમાં z-દિશામાં ગતિ કરતું વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ $\vec{E} = E_0 \sin(kz - \omega t)\hat{i}$ અને $\vec{B} = B_0 \sin(kz - \omega t)\hat{j}$ છે, તો



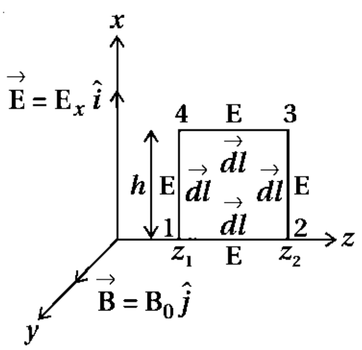
(i) આકૃતિમાં દર્શાવેલ 1234 ચોરસ લૂપ પર $\int \vec{E} \cdot \vec{dl}$ નું મૂલ્યાંકન કરો.

(ii) 1234 ચોરસ લૂપ સિમિત સપાટી પર $\int \vec{B} \cdot \vec{ds}$ નું મૂલ્યાંકન કરો.

(iii) $\int \vec{E} \cdot \vec{dl} = -\frac{d\phi_E}{dt}$ નો ઉપયોગ કરી $\frac{E_0}{B_0} = c$ સાબિત કરો.

(iv) ના જેવીજ પ્રક્રિયા અને સમીકરણની મદદથી અને $\int \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 I + \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$ પરથી $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ સાબિત કરો.

➠ (i) નીચે દર્શાવેલ આકૃતિ વિચારો.



➠ z-દિશામાં પ્રસરતાં EM તરંગો દરમિયાન ધારો કે, x-અક્ષની દિશામાં વિદ્યુતક્ષેત્ર સદિશ $\vec{E}$ અને y-અક્ષની દિશામાં ચુંબકીયક્ષેત્ર $\vec{B}$ છે.

$\therefore \quad \vec{E} = E_0\hat{i}$ અને $\vec{B} = B_0\hat{j}$

➠ આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર બંધ ચોરસ માર્ગ 1234 પરનું રેખા સંકલન,

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = \int_1^2 \vec{E} \cdot \vec{dl} + \int_2^3 \vec{E} \cdot \vec{dl} + \int_3^4 \vec{E} \cdot \vec{dl} + \int_4^1 \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

$$= \int_1^2 E dl \cos 90° + \int_2^3 E dl \cos 0° + \int_3^4 E dl \cos 90° + \int_4^1 E dl \cos 180°$$

$$\therefore \quad \oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = E_0 h \quad [\sin(kz_2 - \omega t) - \sin(kz_1 - \omega t)] \quad \dots (1)$$

(ii) ધારો કે, 1234 ચોરસ અસંખ્ય સૂક્ષ્મ ક્ષેત્રફળ ખંડ ds નો બનેલો છે, તો એક સૂક્ષ્મ ખંડનું ક્ષેત્રફળ $ds = h\,dz$

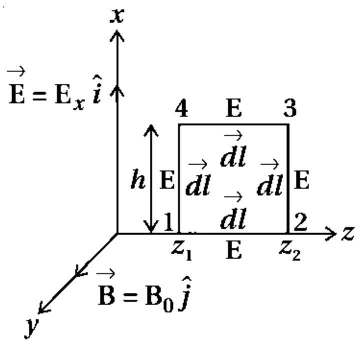
$$\therefore \quad \int \vec{B} \cdot \vec{ds} = \int B\, ds \cos 0°$$

$$= \int B\, ds \qquad [\because \cos 0° = 1]$$

$$= \int_{z_1}^{z_2} B_0 \sin(kz - \omega t) h\, dz \quad [\because ds = h\, dz]$$

$$= -\frac{B_0 h}{k} [\cos(kz_2 - \omega t) - \cos(kz_1 - wt)] \quad \dots (2)$$

➠ (i) નીચે દર્શાવેલ આકૃતિ વિચારો.



➠ z-દિશામાં પ્રસરતાં EM તરંગો દરમિયાન ધારો કે, x-અક્ષની દિશામાં વિદ્યુતક્ષેત્ર સદિશ $\vec{E}$ અને y-અક્ષની દિશામાં ચુંબકીયક્ષેત્ર $\vec{B}$ છે.

$\therefore \quad \vec{E} = E_0\hat{i}$ અને $\vec{B} = B_0\hat{j}$

➠ આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર બંધ ચોરસ માર્ગ 1234 પરનું રેખા સંકલન,

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = \int_1^2 \vec{E} \cdot \vec{dl} + \int_2^3 \vec{E} \cdot \vec{dl} + \int_3^4 \vec{E} \cdot \vec{dl} + \int_4^1 \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

$$= \int_1^2 E dl \cos 90° + \int_2^3 E dl \cos 0° + \int_3^4 E dl \cos 90° + \int_4^1 E dl \cos 180°$$

$$\therefore \quad \oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = E_0 h \quad [\sin(kz_2 - \omega t) - \sin(kz_1 - \omega t)] \quad \dots (1)$$

(ii) ધારો કે, 1234 ચોરસ અસંખ્ય સૂક્ષ્મ ક્ષેત્રફળ ખંડ ds નો બનેલો છે, તો એક સૂક્ષ્મ ખંડનું ક્ષેત્રફળ $ds = h\,dz$

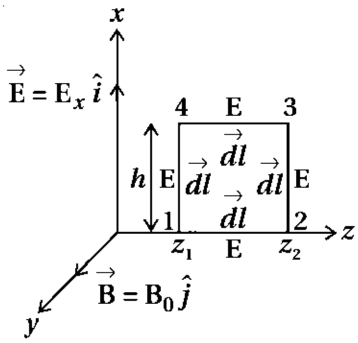
$$\therefore \quad \int \vec{B} \cdot \vec{ds} = \int B\, ds \cos 0°$$

$$= \int B\, ds \qquad [\because \cos 0° = 1]$$

$$= \int_{z_1}^{z_2} B_0 \sin(kz - \omega t) h\, dz \quad [\because\ ds = h\, dz]$$

$$= -\frac{B_0 h}{k} [\cos(kz_2 - \omega t) - \cos(kz_1 - wt)] \quad \ldots (2)$$

➠ (i) નીચે દર્શાવેલ આકૃતિ વિચારો.



➠ z-દિશામાં પ્રસરતાં EM તરંગો દરમિયાન ધારો કે, x-અક્ષની દિશામાં વિદ્યુતક્ષેત્ર સદિશ $\vec{E}$ અને y-અક્ષની દિશામાં ચુંબકીયક્ષેત્ર $\vec{B}$ છે.

$\therefore \quad \vec{E} = E_0 \hat{i}$ અને $\vec{B} = B_0 \hat{j}$

➠ આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર બંધ ચોરસ માર્ગ 1234 પરનું રેખા સંકલન,

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = \int_1^2 \vec{E} \cdot \vec{dl} + \int_2^3 \vec{E} \cdot \vec{dl} + \int_3^4 \vec{E} \cdot \vec{dl} + \int_4^1 \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

$$= \int_1^2 E dl \cos 90^\circ + \int_2^3 E dl \cos 0^\circ + \int_3^4 E dl \cos 90^\circ + \int_4^1 E dl \cos 180^\circ$$

$$\therefore \quad \oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = E_0 h \quad [\sin(kz_2 - \omega t) - \sin(kz_1 - \omega t)] \quad \ldots (1)$$

(ii) ધારો કે, 1234 ચોરસ અસંખ્ય સૂક્ષ્મ ક્ષેત્રફળ ખંડ ds નો બનેલો છે, તો એક સૂક્ષ્મ ખંડનું ક્ષેત્રફળ $ds = h\, dz$

$$\therefore \quad \int \vec{B} \cdot \vec{ds} = \int B\, ds \cos 0^\circ$$

$$= \int B\, ds \quad [\because\ \cos 0^\circ = 1]$$

$$= \int_{z_1}^{z_2} B_0 \sin(kz - \omega t) h\, dz \quad [\because\ ds = h\, dz]$$

$$= -\frac{B_0 h}{k} [\cos(kz_2 - \omega t) - \cos(kz_1 - wt)] \quad \ldots (2)$$

5. z-દિશામાં ગતિ કરતું સમતલીય વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ $\vec{E} = E_0 \sin(kz - \omega t)\hat{i}$ અને $\vec{B} = B_0 \sin(kz - \omega t)\hat{j}$ વડે વર્ણવેલું છે. બતાવો કે,

(i) તરંગની સરેરાશ ઊર્જા ઘનતા $U_{\text{સરેરાશ}} = \frac{1}{4} \epsilon_0 E_0^2 + \frac{1}{4} \cdot \frac{B_0^2}{\mu_0}$ વડે આપવામાં આવે છે.

(ii) સમય આધારિત તરંગની તીવ્રતા $I_{\text{સરેરાશ}} = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2$ વડે આપવામાં આવે છે.

➠ (i)વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર સદિશ અને ચુંબકીયક્ષેત્ર સદિશના લીધે તરંગો ઊર્જાનું વહન કરે છે.

➠ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોમાં $\vec{E}$ અને $\vec{B}$ સમય સાથે અને એક બિંદુથી બીજા બિંદુએ તથા ક્ષણે ક્ષણે બદલાય છે.

➠ ધારો કે, E અને B એ સમયે સરેરાશ છે.

તેથી વિદ્યુતક્ષેત્ર E ના લીધે ઊર્જા ઘનતા,

$U_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$ અને

ચુંબકીયક્ષેત્ર B ના લીધે ઊર્જા ઘનતા,

$$U_B = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$$

તેથી EM તરંગની કુલ સરેરાશ ઊર્જા ઘનતા,

$$U_{\text{સરેરાશ}} = U_E + U_B = \frac{1}{2}E_0E^2 + \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$$

➠ EM તરંગો z-દિશામાં પ્રસરતા વિચારો તો, વિદ્યુતક્ષેત્ર સદિશ અને ચુંબકીયક્ષેત્ર સદિશ $\vec{E} = E_0\sin(kz-\omega t)$ અને $\vec{B} = B_0\sin(kz-\omega t)$ થી દર્શાવાય.

➠ એક પૂર્ણ ચક્ર પરનું E^2 નું સરેરાશ મૂલ્ય,

$$\langle E^2 \rangle = \frac{E_0^2}{2}$$

➠ તેથી $U_{\text{સરેરાશ}} = \frac{1}{2}E_0\frac{E_0^2}{2} + \frac{1}{2}\mu_0\left(\frac{B_0^2}{2}\right)$

તેથી $U_{\text{સરેરાશ}} = \frac{1}{4}\left[\epsilon_0 E_0^2 + \frac{B_0^2}{4\mu_0}\right]$ ... (1)

(ii) હવે $E_0 = cB_0$ અને $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$

જો સમીકરણ (1) માં $U_{\text{સરેરાશ}} = 0$ હોય તો,

$$\frac{1}{4}\frac{B_0^2}{\mu_0} = -\frac{1}{4}\epsilon_0 E_0^2$$

$$= -\frac{1}{4}\cdot\frac{E_0^2}{\mu_0 c^2} \quad \left[\because c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}\right]$$

ઋણ નિશાની અવગણતાં,

$$\frac{1}{4}\frac{B_0^2}{\mu_0} = \frac{1}{4}\frac{E_0^2/c^2}{\mu_0} = \frac{E_0^2}{4\mu_0}\cdot\mu_0\epsilon_0 \quad \left[c^2 = \frac{1}{\mu_0 E_0}\right]$$

$$\therefore \frac{1}{4}\frac{B_0^2}{\mu_0} = \frac{1}{4}\epsilon_0 E_0^2$$

➠ (i)વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર સદિશ અને ચુંબકીયક્ષેત્ર સદિશના લીધે તરંગો ઊર્જાનું વહન કરે છે.

➠ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોમાં $\vec{E}$ અને $\vec{B}$ સમય સાથે અને એક બિંદુથી બીજા બિંદુએ તથા ક્ષણે ક્ષણે બદલાય છે.

➠ ધારો કે, E અને B એ સમયે સરેરાશ છે.

તેથી વિદ્યુતક્ષેત્ર E ના લીધે ઊર્જા ઘનતા,

$$U_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$ અને

ચુંબકીયક્ષેત્ર B ના લીધે ઊર્જા ઘનતા,

$$U_B = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$$

તેથી EM તરંગની કુલ સરેરાશ ઊર્જા ઘનતા,

$$U_{\text{સરેરાશ}} = U_E + U_B = \frac{1}{2}E_0E^2 + \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$$

➠ EM તરંગો z-દિશામાં પ્રસરતા વિચારો તો, વિદ્યુતક્ષેત્ર સદિશ અને ચુંબકીયક્ષેત્ર સદિશ $\vec{E} = E_0\sin(kz-\omega t)$ અને $\vec{B} = B_0\sin(kz-\omega t)$ થી દર્શાવાય.

➠ એક પૂર્ણ ચક્ર પરનું E^2 નું સરેરાશ મૂલ્ય,

$$\langle E^2 \rangle = \frac{E_0^2}{2}$$

➠ તેથી $U_{\text{સરેરાશ}} = \frac{1}{2} E_0 \frac{E_0^2}{2} + \frac{1}{2} \mu_0 \left(\frac{B_0^2}{2} \right)$

તેથી $U_{\text{સરેરાશ}} = \frac{1}{4} \left[\epsilon_0 E_0^2 + \frac{B_0^2}{4\mu_0} \right]$ ... (1)

(ii) હવે $E_0 = cB_0$ અને $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$

જો સમીકરણ (1) માં $U_{\text{સરેરાશ}} = 0$ હોય તો,

$$\frac{1}{4} \frac{B_0^2}{\mu_0} = -\frac{1}{4} \epsilon_0 E_0^2$$

$$= -\frac{1}{4} \cdot \frac{E_0^2}{\mu_0 c^2} \quad \left[\because c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \right]$$

ઋણ નિશાની અવગણતાં,

$$\frac{1}{4} \frac{B_0^2}{\mu_0} = \frac{1}{4} \frac{E_0^2 / c^2}{\mu_0} = \frac{E_0^2}{4\mu_0} \cdot \mu_0 \epsilon_0 \quad \left[c^2 = \frac{1}{\mu_0 E_0} \right]$$

$$\therefore \frac{1}{4} \frac{B_0^2}{\mu_0} = \frac{1}{4} \epsilon_0 E_0^2$$