अध्याय

3

सरलीकरण

Simplification

*किसी गणितीय व्यंजक को साधारण भिन्न या संख्यात्मक रूप में बदलने की प्रक्रिया 'सरलीकरण' कहलाती है। इसके अन्तर्गत गणितीय संक्रियाओं: **जैसे** जोड़, घटाव, गुणा, भाग आदि को* BODMAS *क्रम के आधार पर हल करते हुए दिए गए व्यंजक का मान प्राप्त किया जाता है।*

BODMAS का नियम

BODMAS क्रम में सर्वप्रथम कोष्ठकों (Brackets) की क्रियाओं को ध्यान में रखते हैं, (यदि कोष्ठक दिए हों) जो Vi Ci Cu Sq के अनुरूप होती हैं। कोष्ठकों के बाद 'का' (of) की क्रिया, फिर 'भाग' (÷) की क्रिया, फिर गुणा (×) की क्रिया, फिर जोड़ (+) की क्रिया तथा अन्त में घटाव (–) की क्रिया को सम्पन्न करते हैं।

दोनों क्रमों का संक्षिप्त रूप इस प्रकार है

B → कोष्ठक (Bracket)
Vi (रेखा कोष्ठक), Ci (छोटा कोष्ठक),
Cu (मझला कोष्ठक), Sq (बड़ा कोष्ठक)

O → का (Of)

D → भाग (Division)

M → गुणा (Multiplication)

A → योग (Addition)

S → अन्तर (Subtraction)

उपरोक्त क्रम के अलावा व्यंजकों के सरलीकरण में विभिन्न बीजगणितीय सूत्रों का भी प्रयोग किया जाता है।

महत्वपूर्ण तथ्य एवं सूत्र

- सरलीकरण के अन्तर्गत व्यंजक में यदि तीनों कोष्ठक दिए हैं, तो सर्वप्रथम छोटा कोष्ठक (Circular Bracket) उसके बाद मझला कोष्ठक (Curly Bracket) तत्पश्चात् बड़ा कोष्ठक (Square Bracket) खोलने की संक्रिया करते हैं।
- किसी संक्रिया या कोष्ठक की अनुपस्थिति में उनके क्रम में परिवर्तन नहीं होता है।
- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$
- $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$
- $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
- यदि $a + b + c = 0$ हो, तो $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
- $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$

साधित उदाहरण

1. $\frac{2 \div (2 \times 2)}{(2 \div 2) \times 2}$ का मान है

(1) 2 (2) 1 (3) $\frac{1}{4}$ (4) 4

(5) 7

हल *(3)* $\frac{2 \div (2 \times 2)}{(2 \div 2) \times 2} = \frac{2 \div 4}{1 \times 2} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$

2. $(92 \times 92) - (18 \times 18)$ का मान है

(1) 8240 (2) 8040
(3) 7400 (4) 8240
(5) 8140

हल *(5)* $(92 \times 92) - (18 \times 18) = 8140$

3. $186 \times 186 + 136 \times 136 - 2 \times 186 \times 136$ का मान है

(1) 2500 (2) 6696 (3) 3536 (4) 3500
(5) 4790

हल *(1)* $186 \times 186 + 136 \times 136 - 2 \times 186 \times 136$
$= (186 - 136)^2 = (50)^2 = 2500$

4. $\frac{(946 + 157)^2 + (946 - 157)^2}{(946 \times 946 + 157 \times 157)}$ का मान है

(1) 1 (2) 2 (3) 789 (4) 1103
(5) इनमें से कोई नहीं

हल *(2)* माना $a = 946$ तथा $b = 157$

$\frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{(a^2 + b^2)} = \frac{(a^2 + b^2 + 2ab) + (a^2 + b^2 - 2ab)}{a^2 + b^2} = \frac{2(a^2 + b^2)}{(a^2 + b)^2} = 2$

www.classroom.com

अभ्यास प्रश्न

निर्देश (प्र.सं. 1-7) *दिए गए प्रश्नों में तक में प्रश्नचिह्न (?) का मान क्या होगा?*

1. $(....?...) - 2936248 = 635773$

(1) 2300475 (2) 3572021 (3) 3536021
(4) 3562121 (5) 3500001

2. $(....?...) + 3699 + 1985 - 2047 = 31111$

(1) 34748 (2) 27474 (3) 30154
(4) 27574 (5) 27400

3. $19587 \times 637 + 19587 \times 363 = ?$

(1) 16573500 (2) 23561400 (3) 19587000
(4) 14865608 (5) 20413867

4. $75219 \times 9999 = ?$

(1) 752114718 (2) 752114781 (3) 752114871
(4) 75211417 (5) इनमें से कोई नहीं

5. $287 \times 287 - 2 \times 287 \times 269 + 269 \times 269 = ?$

(1) 556 (2) 446 (3) 354
(4) 324 (5) 456

6. $\dfrac{(598+178)^2 - (598-178)^2}{598 \times 178} = ?$

(1) $\frac{1}{2}$ (2) 43 (3) 402
(4) $\frac{209}{388}$ (5) 4

7. $45 - [28 - \{37 - (15 - ?)\}] = 58$

(1) 21 (2) -19 (3) 29
(4) -29 (5) 19

8. $\left(5.75 - \frac{3}{7} \times 15\frac{3}{4} + 2\frac{2}{35} \div 1.44\right)$ का सरलतम मान क्या होगा?

(1) $\frac{7}{3}$ (2) $\frac{3}{8}$ (3) $\frac{8}{3}$
(4) $\frac{3}{7}$ (5) $\frac{21}{3}$

9. $5 - \left[\frac{3}{4} + \left\{2\frac{1}{2} - \left(0.5 + \overline{\frac{1}{6} - \frac{1}{7}}\right)\right\}\right]$ का मान है

(1) $\frac{191}{84}$ (2) $\frac{84}{191}$ (3) 0
(4) 1 (5) $\frac{91}{84}$

10. $1 + \dfrac{2}{1 + \dfrac{3}{2 - \dfrac{1}{1+\frac{1}{2}}}}$ का मान होगा

(1) $\frac{13}{21}$ (2) $\frac{21}{13}$ (3) $\frac{13}{4}$
(4) $\frac{4}{13}$ (5) इनमें से कोई नहीं

11. $\dfrac{15}{2 + \dfrac{3}{\frac{5}{3} \div \frac{5/3}{\frac{2}{5} \times \frac{1}{3}}}}$ का मान है

(1) $2\frac{9}{47}$ (2) $3\frac{9}{47}$ (3) $5\frac{9}{47}$
(4) $\frac{3}{48}$ (5) $\frac{30}{49}$

12. $4\frac{2}{3} \times \frac{9}{14} + 5\frac{1}{6} \times 2\frac{2}{5}$ का मान है

(1) $15\frac{1}{5}$ (2) $15\frac{2}{5}$ (3) $14\frac{2}{5}$
(4) $14\frac{4}{5}$ (5) $14\frac{1}{5}$

13. $11\frac{2}{3} \div 9\frac{3}{8} \times 5\frac{3}{5}$ का मान है

(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{2}{9}$ (3) $\frac{35}{2}$
(4) $\frac{53}{3}$ (5) इनमें से कोई नहीं

14. $\dfrac{\frac{2}{3} \div \frac{5}{6} \text{ का } 0.75}{\frac{2}{3} \div 0.75 \times \frac{5}{6}} - \frac{2}{3} \times 1.24$ का सरलतम मान होगा

(1) 0.147 (2) 0.174
(3) 0.714 (4) 0.274
(5) इनमें से कोई नहीं

15. $2 + \dfrac{1}{2 + \dfrac{1}{2+\frac{1}{2}}}$ का मान क्या होगा?

(1) $\frac{37}{12}$ (2) $\frac{27}{5}$ (3) $\frac{12}{29}$
(4) $\frac{29}{12}$ (5) $\frac{5}{27}$

16. $13\frac{1}{2} - \left[4\frac{1}{2} - \left\{3 - \left(2 - \frac{1}{2}\right)\right\}\right]$ का मान क्या होगा?

(1) $9\frac{1}{2}$ (2) $10\frac{1}{2}$ (3) $8\frac{1}{2}$
(4) $11\frac{1}{2}$ (5) $1\frac{10}{3}$

17. यदि $7\frac{8}{11} + 19\frac{1}{11} - 8\frac{7}{55} - x = 10\frac{6}{11}$ हो, तो x का मान है

(1) $9\frac{8}{11}$ (2) $9\frac{8}{22}$ (3) $8\frac{8}{11}$
(4) $8\frac{8}{55}$ (5) $8\frac{8}{21}$

www.classroomnotes.in

18. $\dfrac{\frac{1}{5}\div\frac{1}{5}\text{ का }\frac{1}{5}}{\frac{1}{5}\text{ का }\frac{1}{5}\div\frac{1}{5}}$ का मान है

(1) 1 (2) 25 (3) $\frac{1}{25}$
(4) 125 (5) 625

19. $\frac{3}{4}\div 2\frac{1}{4}$ का $\frac{2}{3}-\dfrac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}\times 3\frac{1}{3}+\frac{5}{6}$ का मान है

(1) $\frac{7}{18}$ (2) $\frac{49}{54}$ (3) $\frac{2}{3}$
(4) $\frac{1}{6}$ (5) $\frac{3}{2}$

20. यदि $6\frac{2}{3}$ का $7.26\div 0.45$ का $x=8\frac{32}{117}$ हो, तो x का मान है

(1) $\frac{1}{13}$ (2) 13 (3) $13\frac{1}{9}$
(4) $13\frac{2}{9}$ (5) इनमें से कोई नहीं

21. $8\frac{1}{4}-4\frac{1}{5}+2.8+\frac{4}{x}-2.32=5.33$ में x का मान क्या होगा?

(1) 5 (2) 0.5 (3) 0.05
(4) 0.005 (5) इनमें से कोई नहीं

22. $4-\dfrac{5}{1+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{2+\frac{1}{4}}}}$ का मान है

(1) $\frac{1}{8}$ (2) $\frac{4}{9}$
(3) $\frac{31}{40}$ (4) $\frac{40}{31}$
(5) 8

23. $\dfrac{0.8\times 0.8\times 0.8-0.5\times 0.5\times 0.5}{0.8\times 0.8+0.8\times 0.5+0.5\times 0.5}$ का मान है

(1) 1 (2) 1.2
(3) 0.3 (4) 1.3
(5) इनमें से कोई नहीं

24. $\dfrac{0.2\times 0.2+0.02\times 0.02-0.4\times 0.02}{0.36}$ का मान है

(1) 0.09 (2) 0.9
(3) 0.009 (4) 9
(5) 1.9

25. $(200\div 5)\div 2+(16\div 8)\times 2+(20\div 5)\times(3\div 2)$ का मान क्या होगा?

(1) 31 (2) 29
(3) 32 (4) 39
(5) 30

उत्तरमाला

1. (2)	**2.** (2)	**3.** (3)	**4.** (2)	**5.** (4)	**6.** (5)	**7.** (5)	**8.** (4)	**9.** (1)	**10.** (2)
11. (5)	**12.** (2)	**13.** (5)	**14.** (2)	**15.** (4)	**16.** (2)	**17.** (4)	**18.** (2)	**19.** (3)	**20.** (2)
21. (1)	**22.** (1)	**23.** (3)	**24.** (1)	**25.** (5)					

संकेत एवं हल

6. $\dfrac{(598+178)^2-(598-178)^2}{598\times 178}=\dfrac{4\times 598\times 178}{598\times 178}=4$

$[\because (a+b)^2-(a-b)^2=4ab]$

7. $45-[28-\{37-(15-?)\}]=58$

$\Rightarrow -[28-\{37-(15-?)\}]=58-45$

$\Rightarrow -[28-\{37-(15-?)\}]=13$

$\Rightarrow 28-\{37-(15-?)\}=-13$

$\Rightarrow 28+13=37-(15-?)$

$\Rightarrow 41=37-(15-?)$

$\Rightarrow (15-?)=37-41$

$\Rightarrow (15-?)=-4$

$\Rightarrow (15+4)=?$

$\Rightarrow ?=19$

10. $1+\dfrac{2}{1+\dfrac{3}{2-\dfrac{1}{1+\frac{1}{2}}}}=1+\dfrac{2}{1+\dfrac{3}{2-\frac{2}{3}}}$

$=1+\dfrac{2}{1+\dfrac{3}{4/3}}=1+\dfrac{2}{1+\frac{9}{4}}$

$=1+\dfrac{8}{13}=\dfrac{13+8}{13}=\dfrac{21}{13}$

13. $11\frac{2}{3}\div 9\frac{3}{8}\times 5\frac{3}{5}=\dfrac{35}{3}\div\dfrac{75}{8}\times\dfrac{28}{5}$

$=\dfrac{35}{3}\times\dfrac{8}{75}\times\dfrac{28}{5}$

$=\dfrac{1568}{225}$

www.classroomnotes.in

15. $2+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2}}}=2+\dfrac{1}{2+\dfrac{2}{5}}$

$$=2+\frac{1}{\frac{10+2}{5}}=2+\frac{5}{12}$$

$$=\frac{24+5}{12}=\frac{29}{12}$$

17. $7\frac{8}{11}+19\frac{1}{11}-8\frac{7}{55}-x=10\frac{6}{11}$

$\Rightarrow \quad \frac{85}{11}+\frac{210}{11}-\frac{447}{55}-x=\frac{116}{11}$

$\Rightarrow \quad \frac{425+1050-447}{55}-x=\frac{116}{11}$

$\Rightarrow \quad \frac{1028}{55}-\frac{116}{11}=x$

$\Rightarrow \quad \frac{1028-580}{55}=x$

$\Rightarrow \quad x=\frac{448}{55}=8\frac{8}{55}$

21. $8\frac{1}{4}-4\frac{1}{5}+2.8+\frac{4}{x}-2.32=5.33$

$\Rightarrow \quad 8.25-4.20+2.80+\frac{4}{x}-2.32=5.33$

$\Rightarrow \quad 4.53+\frac{4}{x}=5.33$

$\Rightarrow \quad \frac{4}{x}=5.33-4.53$

$\Rightarrow \quad \frac{4}{x}=0.8$

$\Rightarrow \quad x=\frac{4}{0.8}=\frac{40}{8}=5$

23. माना $a=0.8$ तथा $b=0.5$

$$\therefore \frac{0.8\times0.8\times0.8-0.5\times0.5\times0.5}{0.8\times0.8+0.8\times0.5+0.5\times0.5}$$

$$=\frac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2}$$

$$=\frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a^2+ab+b^2)}=a-b$$

$$=0.8-0.5=0.3$$

24. $\dfrac{0.2\times0.2+0.02\times0.02-0.4\times0.02}{0.36}$

$$=\frac{(0.2-0.02)^2}{0.36}=\left(\frac{(0.18)^2}{0.36}\right)$$

$$=\frac{0.18\times0.18}{0.36}=0.09$$

25. $(200\div5)\div2+(16\div8)\times2+(20\div5)\times(3\div2)$

$$=40\div2+2\times2+4\times\frac{3}{2}$$

$$=20+4+6=30$$

www.classroomnotes.in