पाठ 1. संख्या पद्धति

प्रश्नावली 1.1

Q1. क्या शून्य एक परिमेय संख्या है ? क्या इसे आप $\frac{p}{q}$ के रूप में लिख सकते हैं, जहाँ p और q पूर्णांक हैं और q ≠ 0 है ?

Solution:

हाँ, शून्य एक परिमेय संख्या है, क्योंकि इसे संख्या रेखा पर प्रदर्शित कर सकते हैं | और इसे $\frac{p}{q}$ के रूप में लिख सकते हैं |

0 को के $\frac{p}{q}$ रूप में व्यक्त करने पर $\frac{0}{1}$ प्राप्त होता है जहाँ p = 0 और q = 1 और q ≠ 0 है

Q2. 3 और 4 के बीच में छ: परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए |

Solution:

हमें छ: संख्याएँ प्राप्त करना है |

इसलिए, 6 + 1 = 7

अब, 3 और 4 को परिमेय संख्या के रूप में व्यक्त करने पर,

$\Rightarrow \frac{3}{1}$ और $\frac{4}{1}$

या $\frac{3}{1} \times \frac{7}{7}$ और $\frac{4}{1} \times \frac{7}{7}$ (अंश और हर में 7 से गुणा करने पर)

या $\frac{21}{7}$ और $\frac{28}{7}$

अत: $\frac{21}{7}$ और $\frac{28}{7}$ के बीच में छ: परिमेय संख्या हैं :

$\Rightarrow \frac{22}{7}, \frac{23}{7}, \frac{24}{7}, \frac{25}{7}, \frac{26}{7}, \frac{27}{7}$

Q3. $\frac{3}{5}$ और $\frac{4}{5}$ के बीच पाँच परिमेय संख्या ज्ञात कीजिए |

Solution:

यहाँ $\frac{3}{5}$ और $\frac{4}{5}$ दोनों में हर समान है, और पाँच संख्याएँ प्राप्त करना है|

इसलिए, 5 + 1 = 6

$\Rightarrow \frac{3}{5}$ और $\frac{4}{5}$

या $\frac{3}{5} \times \frac{6}{6}$ और $\frac{4}{5} \times \frac{6}{6}$ (अंश और हर में 6 से गुणा करने पर)

या $\frac{18}{30}$ और $\frac{24}{30}$

अत: $\frac{18}{30}$ और $\frac{24}{30}$ के बीच में पाँच परिमेय संख्या हैं :

$\Rightarrow \frac{19}{30}, \frac{20}{30}, \frac{21}{30}, \frac{22}{30}, \frac{23}{30}$

Q4. नीचे दिए गए कथन सत्य हैं या असत्य? कारण के साथ अपने उत्तर दीजिए।

(i) प्रत्येक प्राकृत संख्या एक पूर्ण संख्या होती है।

(ii) प्रत्येक पूर्णांक एक पूर्ण संख्या होती है।

(iii) प्रत्येक परिमेय संख्या एक पूर्ण संख्या होती है।

Solution:

(i) प्रत्येक प्राकृत संख्या एक पूर्ण संख्या होती है। **(सत्य)**

कारण: क्योंकि पूर्ण संख्या में सभी प्राकृत संख्याएँ शामिल हैं |

(ii) प्रत्येक पूर्णांक एक पूर्ण संख्या होती है। **(असत्य)**

कारण: क्योंकि पूर्णांक में ऋणात्मक पूर्णांक भी होते हैं जबकि पूर्ण संख्याओं में कोई भी संख्या ऋणात्मक नहीं होता हैं |

(iii) प्रत्येक परिमेय संख्या एक पूर्ण संख्या होती है। **(असत्य)**

कारण : परिमेय संख्या में अन्य कई प्रकार के संख्याएँ आती है जिनकों पूर्ण संख्या के जैसे प्रदर्शित नहीं किया जा सकता है |

प्रश्नावली 1.2

Q1. नीचे दिए गए कथन सत्य हैं या असत्य हैं? कारण के साथ अपने उत्तर दीजिए।

(i) प्रत्येक अपरिमेय संख्या एक वास्तविक संख्या होती है।

उत्तर:

(i) प्रत्येक अपरिमेय संख्या एक वास्तविक संख्या होती है। **(सत्य)**

कारण: क्योंकि वास्तविक संख्याओं में अपरिमेय संख्याएँ भी होती है |

(ii) संख्या रेखा का प्रत्येक बिन्दु $\sqrt{m}$ के रूप का होता है, जहाँ m एक प्राकृत संख्या है।

उत्तर:

(ii) संख्या रेखा का प्रत्येक बिन्दु $\sqrt{m}$ के रूप का होता है, जहाँ m एक प्राकृत संख्या है। **(असत्य)**

कारण: संख्या रेखा पर दोनों ऋणात्मक एवं धनात्मक संख्याएँ होती है, परन्तु प्रत्येक बिंदु पर एक वर्गमूल संख्या हो यह संभव नहीं है |

(iii) प्रत्येक वास्तविक संख्या एक अपरिमेय संख्या होती है।

उत्तर:

(iii) प्रत्येक वास्तविक संख्या एक अपरिमेय संख्या होती है। **(असत्य)**

कारण: क्योंकि वास्तविक संख्याओं के समूह में परिमेय सा संख्याएँ एवं अपरिमेय संख्याएँ दोनों होती हैं | केवल अपरिमेय संख्या नहीं होती हैं |

Q2. क्या सभी धनात्मक पूर्णांकों के वर्गमूल अपरिमेय होते हैं? यदि नहीं, तो एक ऐसी संख्या के वर्गमूल का उदाहरण दीजिए जो एक परिमेय संख्या है।

उत्तर:

सभी धनात्मक पूर्णांकों के वर्गमूल अपरिमेय नहीं होते हैं,

हम धनात्मक पूर्णांक 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, और 9 का उदाहरण लेते है |

$\sqrt{1} = 1$ (परिमेय)

$\sqrt{2} = \sqrt{2}$ (अपरिमेय)

$\sqrt{3} = \sqrt{3}$ (अपरिमेय)

$\sqrt{4} = 2$ (परिमेय)

$\sqrt{5} = \sqrt{5}$ (अपरिमेय)

$\sqrt{6} = \sqrt{6}$ (अपरिमेय)

$\sqrt{7} = \sqrt{7}$ (अपरिमेय)

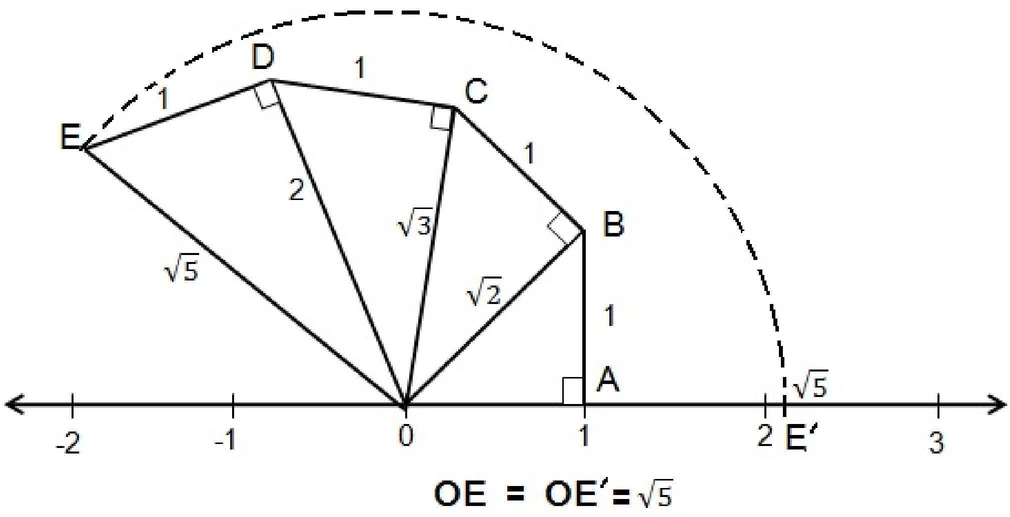
$\sqrt{8} = \sqrt{8}$ (अपरिमेय)

$\sqrt{9} = 3$ (परिमेय)

उपरोक्त उदाहरण में हम देखते हैं कि 1, 4 और 9 की वर्गमूल क्रमश: 1, 2, और 3 है जो परिमेय संख्या है |

Q3. दिखाइए कि संख्या रेखा पर $\sqrt{5}$ को किस प्रकार निरूपित किया जा सकता है।

Solution:



OA = 1 इकाई, AB = 1 इकाई,

समकोण ΔAOB में, पाइथोगोरस प्रमेय से,

$OB^2 = OA^2 + AB^2$

$OB^2 = 1^2 + 1^2$

$OB^2 = 2$

$OB = \sqrt{2}$

अब समकोण ΔBOC में, पाइथोगोरस प्रमेय से,

$OC^2 = OB^2 + BC^2$

$OC^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$

$OC^2 = 2 + 1 = 3$

$OC = \sqrt{3}$

अब समकोण ΔCOD में, पाइथोगोरस प्रमेय से,

$OD^2 = OC^2 + DC^2$

$OD^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2$

$OD^2 = 3 + 1 = 4$

$OD = \sqrt{4} = 2$

अब समकोण ΔDOE में, पाइथोगोरस प्रमेय से,

$OE^2 = OD^2 + DE^2$

$OE^2 = (2)^2 + 1^2$

$OE^2 = 4 + 1 = 5$

$OE = \sqrt{5}$

अब O को केंद्र और OE को त्रिज्या मानकर एक चाप खींचेगे जो संख्या रेखा को OE' पर प्रतिच्छेद करता है जहाँ $OE = OE' = \sqrt{5}$ है |

प्रश्नावली 1.3

Q1. निम्नलिखित भिन्नों को दशमलव रूप में लिखिए और बताइए कि प्रत्येक का दशमलव प्रसार किस प्रकार का है:

(i) $\frac{36}{100}$ (ii) $\frac{1}{11}$ (iii) $4\frac{1}{8}$

(iv) $\frac{3}{13}$ (v) $\frac{2}{11}$ (vi) $\frac{329}{400}$

Solution:

(i) $\frac{36}{100} = 0.36$ सांत दशमलव प्रसार है |

(ii) $\frac{1}{11} = 0.\overline{09}$ असांत अनवसानी आवर्ती दशमलव प्रसार है |

(iii) $4\frac{1}{8} = \frac{33}{8} = 4.125$ सांत दशमलव प्रसार है |

(iv) $\frac{3}{13} = 0.\overline{230769}$ असांत अनवसानी आवर्ती दशमलव प्रसार है |

(v) $\frac{2}{11} = 0.\overline{18}$ असांत अनवसानी आवर्ती दशमलव प्रसार है |

(vi) $\frac{329}{400} = 0.8225$ सांत दशमलव प्रसार है |

Q2. आप जानते हैं कि $\frac{1}{7} = 0.\overline{142857}$ हैं | वास्तव में, लंबा भाग दिए बिना क्या आप यह बता सकते हैं कि $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$ के दशमलव प्रसार क्या है ? यदि हाँ, तो कैसे ?

$$\frac{2}{7} = 2 \times \frac{1}{7} = 2 \times 0.\overline{142857} = 0.\overline{285714}$$

$$\frac{3}{7} = 3 \times \frac{1}{7} = 3 \times 0.\overline{142857} = 0.\overline{428571}$$

$$\frac{4}{7} = 4 \times \frac{1}{7} = 4 \times 0.\overline{142857} = 0.\overline{571428}$$

$$\frac{5}{7} = 5 \times \frac{1}{7} = 5 \times 0.\overline{142857} = 0.\overline{714285}$$

$$\frac{6}{7} = 6 \times \frac{1}{7} = 6 \times 0.\overline{142857} = 0.\overline{857142}$$

Q3. निम्नलिखित को $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त कीजिए, जहाँ p और q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$ है:

(i) $0.\overline{6}$ (ii) $0.4\overline{7}$ (iii) $0.\overline{001}$

हल : (i) माना $x = 0.\overline{6}$ .... (i)

दोनों तरफ 10 से गुना करने पर

$10x = 6.\overline{6}$ .... (ii)

अब समीकरण (ii) में से समी० (i) घटाने पर

$10x = 6.\overline{6}$ .... (ii)

$-\ x = 0.\overline{6}$ .... (i)

$9x = 6.0$

$\therefore \quad x = \frac{6}{9}$

अत: $0.\overline{6} = \frac{6}{9}$

नोट: जब 1 संख्या पर बार लगा हो तो 10 से गुना करेंगे, जब 2 संख्या पर बार लगा हो तो 100 से गुना होगा और जब 3 संख्या पर बार लगा हो तो 1000 से गुना करना होता है |

जैसे -

$0.\overline{6}$ हो तो 10 से

$0.\overline{61}$ हो तो 100 से और

$0.\overline{001}$ हो तो 1000 से

(ii) $0.4\overline{7}$

Solution:

माना $x = 0.4\overline{7}$ .... (1)

समी० (1) में दोनों तरफ 10 से गुणा करने पर

$10x = 4.\overline{7}$ ....(2)

पुन: समी० (1) में दोनों तरफ 100 से गुणा करने पर

$100x = 47.\overline{7}$ ....(3)

समीकरण (3) में से (2) घटाने पर

$100x - 10x = 47.\overline{7} - 4.\overline{7}$

$90x = 43$

$$x = \frac{43}{90}$$

इसलिए, $0.4\overline{7} = \frac{43}{90}$

(iii) $0.\overline{001}$

Solution:

माना $x = 0.\overline{001}$ .... (1)

समी० (1) में दोनों तरफ 1000 से गुणा करने पर

$1000x = 1.\overline{001}$ ....(2)

समीकरण (2) में से (1) घटाने पर

$1000x - x = 1.\overline{001} - 0.\overline{001}$

$999x = 1$

$x = \frac{1}{999}$

इसलिए, $0.\overline{001} = \frac{1}{999}$

Q4. 0.99999..... को $\frac{p}{q}$ रूप में व्यक्त कीजिए। क्या आप अपने उत्तर से आश्चर्यचकित है?

Solution:

माना $x = 0.99999.....$ .... (1)

समी० (1) में दोनों तरफ 10 से गुणा करने पर

$10x = 9.99999.....$ .... (2)

समीकरण (2) में से (1) घटाने पर

$10x - x = 9.99999... - 0.99999...$

$9x = 9$

$x = \frac{9}{9} = 1$

इसलिए, $0.99999... = 1$

Q5. $\frac{1}{17}$ के दशमलव प्रसार में अंकों के पुनरावृति खंड में अंकों की अधिकतम संख्या क्या हो सकती है ? अपने उत्तर की जाँच करने के लिए विभाजन क्रिया कीजिए |

हल : $\frac{1}{17} = 0.0588235294117647......$

पुनरावृति खंड में अंको की अधिकतम संख्या 16 हो सकती है |

```
      0.0588235294117647.....
   ________________________
17 ) 1.0000000000000000
      85
     ----
      150
      136
     -----
       140
       136
      -----
         40
         34
        ----
          60
          51
         ----
           90
           85
          ----
            50
            34
           ----
           160
           153
           ----
              70
              68
             ----
               20
               17
              ----
                30
                17
               ----
               130
               119
               ----
                110
                102
                ----
                  80
                  68
                 ----
                 120
                 119
                 ----
                    1
```

Q6. $\frac{p}{q}$ **(q ≠ 0) के रूप की परिमेय संख्याओं के अनेक उदहारण लीजिए, जहाँ p और q पूर्णांक हैं, जिनका 1 के अतिरिक्त अन्य कोई उभयनिष्ठ गुणनखंड नहीं है और जिसका सांत दशमलव निरूपण (प्रसार) है | क्या आप यह अनुमान लगा सकते हैं कि q को कौन-सा गुण अवश्य संतुष्ट करना चाहिए ?**

हल : $\frac{9}{2}, \frac{7}{4}, \frac{12}{5}, \frac{17}{10}, \frac{2}{5}$ इत्यादि परिमेय संख्याओं के अनेक उदहारण है जहाँ p

और q पूर्णांक हैं जिनका 1 के अतिरिक्त अन्य कोई उभयनिष्ठ गुणनखंड नहीं है अर्थात ये सह-अभाज्य संख्याएं हैं और इनका सांत दशमलव प्रसार है |

$\frac{9}{2} = 4.5$

$\frac{7}{4} = 1.75$

$\frac{12}{5} = 2.4$

$\frac{17}{10} = 1.7$

$\frac{2}{5} = 0.4$

सांत दशमलव प्रसार के लिए q का अभाज्य गुणनखंड 2^n या 5^n या $2^m \times 5^n$ के रूप का होना चाहिए |

Q7. ऐसी तीन संख्याएँ लिखिए जिनके दशमलव प्रसार अनवसानी अनावर्ती हों |

हल : सभी अपरिमेय संख्याएँ अनवसानी अनावर्ती दशमलव प्रसार देती है | इसलिए

तीन उदाहरण हैं –

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ आदि |

Q8. परिमेय संख्याओं $\frac{5}{7}$ और $\frac{9}{11}$ के बीच की तीन अलग-अलग अपरिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए |

हल :

$\frac{5}{7} = 0.714285$ ....

$\frac{9}{11} = 0.81818181$........

अर्थात 0.714285 .... और 0.81818181... के बीच तीन अपरिमेय संख्याएँ हैं |

(i) 0.72010010001......

(ii) 0.751121231234........

(iii) 0.80145672434890.........

Q9. बताइए कि निम्नलिखित संख्याओं में कौन-कौन संख्याएँ परिमेय और कौन-कौन संख्याएँ अपरिमेय हैं |

(i) $\sqrt{23}$

हल : अपरिमेय संख्या हैं |

(ii) $\sqrt{225}$ **= 15**

हल : परिमेय संख्या है |

(iii) 0.3796

हल : परिमेय सख्या है |

(iv) 7.478778 ....

हल : अपरिमेय संख्या हैं |

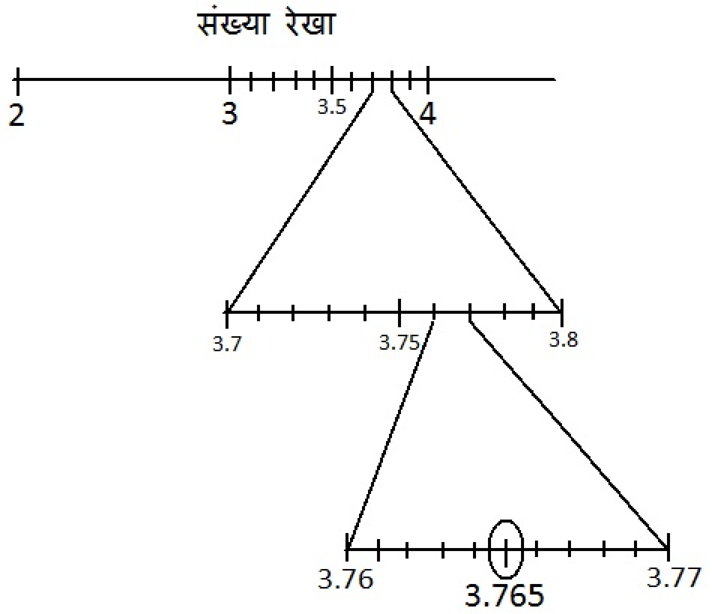
(v) 1.101001000100001.....

हल : अपरिमेय संख्या हैं |

प्रश्नावली 1.4

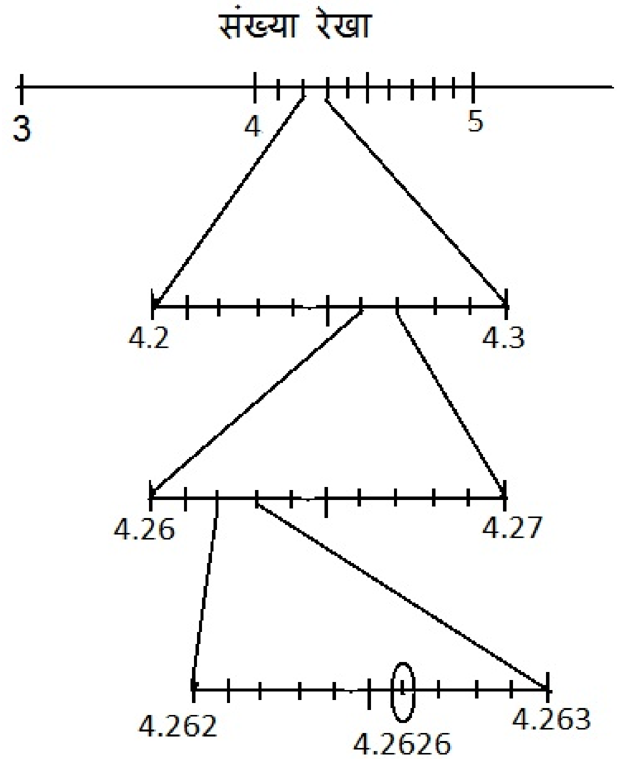
Q1. उत्तरोत्तर आवर्धन करके संख्या रेखा पर 3.765 को देखिये |

हल :



Q2. 4 दशमलव स्थानों तक संख्या रेखा पर 4.2626.... को देखिए |

हल : 4 दशमलव स्थान तक 4.2626.... है |



प्रश्नावली 1.5

Q1. बताइए नीचे दी गई संख्याओं में से कौन-कौन परिमेय हैं और कौन-कौन अपरिमेय है :

(i) 2 - $\sqrt{5}$ (ii) (3 + $\sqrt{23}$) - $\sqrt{23}$ (iii) $\frac{2\sqrt{7}}{7\sqrt{7}}$

(iv) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (v) 2π

हल : (i) 2 - $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है क्योंकि एक पूर्णांक में से एक अपरिमेय संख्या घटाने पर अपरिमेय संख्या ही प्राप्त होता है |

हल : (ii) (3 + $\sqrt{23}$) - $\sqrt{23}$

$\Rightarrow$ (3 + $\sqrt{23}$) - $\sqrt{23}$ = 3

अत: यह एक परिमेय संख्या है | क्योंकि हल करने पर हमें 3 एक पूर्णांक प्राप्त होता है |

हल : (iii) $\frac{2\sqrt{7}}{7\sqrt{7}} = \frac{2}{7}$

अत: यह एक परिमेय संख्या है | क्योंकि 2 और 7 दोनों पूर्णांक है |

हल : (iv) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

यह संख्या एक अपरिमेय संख्या है क्योंकि एक पूर्णांक में एक अपरिमेय संख्या से भाग देने पर एक अपरिमेय संख्या ही प्राप्त होता है |

हल : (v) 2π

यह संख्या एक अपरिमेय संख्या है क्योंकि एक पूर्णांक में एक अपरिमेय संख्या से गुणा करने पर एक अपरिमेय संख्या ही प्राप्त होता है |

Q2. निम्नलिखित मव्यंजकों में से प्रत्येक व्यंजक को सरल कीजिए :

(i) $(3 + \sqrt{3})\ (2 + \sqrt{2})$

(ii) $(3 + \sqrt{3})\ (3 - \sqrt{3})$

(iii) $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$

(iv) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})\ (\sqrt{5} + \sqrt{2})$

Note: ध्यान दे कि यहाँ $(3 + \sqrt{3})$ और $(2 + \sqrt{2})$ के बीच गुणा कि क्रिया करना है इसलिए ऐसे प्रश्नों का हल दो प्रकार से किया जा सकता है |

(i) गुणा की वैकल्पिक विधि (alternate method) जिसे क्षैतिज विधि भी कहते है :

(ii) सर्वसमिका अर्थात सूत्र (formula) के प्रयोग से

ऐसे प्रश्नों के लिए निम्नलिखित सर्वसमिका का प्रयोग करे |

(a) $(a + b)\ (a - b) = a^2 - b^2$

(b) $(x + a)\ (x + b) = x^2 + (a + b)\ x + ab$

(c) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(d) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

हल : वैकल्पिक विधि

(i) $(3 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{2})$

$= 3(2 + \sqrt{2}) + \sqrt{3}(2 + \sqrt{2})$

$= 3 \times 2 + 3 \times \sqrt{2} + 2\sqrt{3} + \sqrt{3} \times \sqrt{2}$

$= 6 + 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + \sqrt{6}$

हल : (ii) $(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})$

सर्वसमिका द्वारा -

$(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})$

$= 3^2 - (\sqrt{3})^2$ [$\because (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$]

$= 9 - 3$

$= 6$

हल : (iii) $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$

पहली-विधि

[$\because (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$] सर्वसमिका द्वारा

अत: $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2 + 2.\sqrt{5}.\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$

$= 5 + 2\sqrt{10} + 2$

$= 7 + 2\sqrt{10}$

दूसरी-विधि (वैकल्पिक विधि)

$(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{5} + \sqrt{2})\ (\sqrt{5} + \sqrt{2})$

$= \sqrt{5}\ (\sqrt{5} + \sqrt{2}) + \sqrt{2}\ (\sqrt{5} + \sqrt{2})$

$= \sqrt{25} + \sqrt{10} + \sqrt{10} + \sqrt{4}$

$= 5 + \sqrt{10} + \sqrt{10} + 2$

$= 7 + 2\sqrt{10}$

हल : (iv) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})\ (\sqrt{5} + \sqrt{2})$

$= (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2$ [$\because (a + b)\ (a - b) = a^2 - b^2$]

$= 5 - 2$

$= 3$

Q3. आपको याद होगा कि π को एक वृत्त की परिधि (मान लीजिए c) और उसके व्यास (मान लीजिए d) के अनुपात से परिभाषित किया जाता है, अर्थात $\pi = \frac{c}{d}$ है | यह इस तथ्य का अन्तर्विरोध करता हुआ प्रतीत होता है कि π एक अपरिमेय संख्या है | इस अन्तर्विरोध का निराकरण आप किस प्रकार करेंगे ?

हल : $\pi = \frac{c}{d}$ दरअसल यह वृत्त के परिधि और व्यास का अनुपात है |

जहाँ $\frac{c}{d} = \frac{22}{7}$ सिर्फ π का अनुमानित मान होता है और जिसका दशमलव मान अनवसानी अनावर्ती प्रसार होता है |

Q4. संख्या रेखा पर को निरुपित कीजिए |

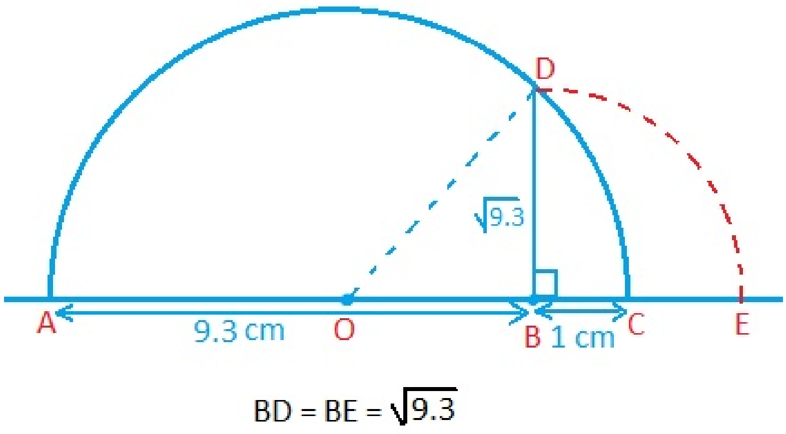
हल :

(i) एक 9.3 cm का रेखाखंड AB खींचिए और से 1 cm आगे बिंदु C तक बढाइये |

(ii) इसप्रकार बने रेखाखंड AC का लंब समद्विभाजक खींचिए जो AC को बिंदु O पर काटती है |

(iii) AO या CO को वृत्त की त्रिज्या मानकर एक अर्धगोला खींचिए |

(iv) बिंदु B से AC पर लंब खींचिए जो अर्धवृत की परिधि को बिंदु D पर काटती है | BD या BE अभीष्ट $\sqrt{9.3}$ का संख्या रेखा पर माप है |



Q5. निम्नलिखित के हरों का परिमेयकरण कीजिए :

(i) $\frac{1}{\sqrt{7}}$ (ii) $\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}$ (iii) $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ (iv) $\frac{1}{\sqrt{7}-2}$

हल : (i) $\frac{1}{\sqrt{7}}$

हर का परिमेयकरण करने पर

$$\frac{1}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{49}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$$

हल : (ii) $\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}$

हर का परिमेयकरण करने पर

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}$$

$$= \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{(\sqrt{7}-\sqrt{6})\,(\sqrt{7}+\sqrt{6})}$$

$$= \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\left(\sqrt{7}^2-\sqrt{6}^2\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{7-6}$$

$$= \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{1}$$

$$= \sqrt{7}+\sqrt{6}$$

हल : (iii) $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

हर का परिमेयकरण करने पर

$$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}$$

$$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}^2-\sqrt{2}^2}$$

$$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{5-2}$$

$$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$$

हल : (iv) $\frac{1}{\sqrt{7}-2}$

हर का परिमेयकरण करने पर

$$\frac{1}{\sqrt{7}-2} \times \frac{\sqrt{7}+2}{\sqrt{7}+2}$$

$$= \frac{\sqrt{7}+2}{(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+2)}$$

$$= \frac{\sqrt{7}+2}{\sqrt{7}^2-2^2}$$

$$= \frac{\sqrt{7}+2}{7-4}$$

$$= \frac{\sqrt{7}+2}{3}$$

प्रश्नावली 1.6

Q1. ज्ञात कीजिए :

(i) $64^{\frac{1}{2}}$ (ii) $32^{\frac{1}{5}}$ (iii) $125^{\frac{1}{3}}$

हल : (i) $64^{\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow 64^{\frac{1}{2}} = (8 \times 8)^{\frac{1}{2}} = (8)^{2 \times \frac{1}{2}} = 8$

हल : (ii) $32^{\frac{1}{5}}$

$\Rightarrow 32^{\frac{1}{5}} = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)^{\frac{1}{5}}$

$= (2)^{5 \times \frac{1}{5}} = 2$

हल : (iii) $125^{\frac{1}{3}}$

$\Rightarrow 125^{\frac{1}{3}} = (5 \times 5 \times 5)^{\frac{1}{3}}$

$= (5)^{3 \times \frac{1}{3}} = 5$

Q2. ज्ञात कीजिए :

(i) $9^{\frac{3}{2}}$ (ii) $32^{\frac{2}{5}}$ (iii) $16^{\frac{3}{4}}$ (iv) $125^{\frac{-1}{3}}$

हल : (i) $9^{\frac{3}{2}}$

$\Rightarrow 9^{\frac{3}{2}} = (3 \times 3)^{\frac{3}{2}} = (3)^{2 \times \frac{3}{2}} = 3^3 = 27$

हल : (ii) $32^{\frac{2}{5}}$

$\Rightarrow 32^{\frac{2}{5}} = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)^{\frac{2}{5}}$

$= (2)^{5 \times \frac{2}{5}} = 2^2 = 4$

हल : (iii) $16^{\frac{3}{4}}$

$\Rightarrow 16^{\frac{3}{4}} = (2 \times 2 \times 2 \times 2)^{\frac{3}{4}}$

$= (2)^{4 \times \frac{3}{4}} = 2^3 = 8$

हल : (iv) $125^{\frac{-1}{3}}$

$\Rightarrow 125^{\frac{-1}{3}} = (5 \times 5 \times 5)^{\frac{-1}{3}}$

$= (5)^{3 \times \frac{-1}{3}} = 5^{-1}$

$= \frac{1}{5}$

Q3. सरल कीजिए :

(i) $2^{\frac{2}{3}} . 2^{\frac{1}{5}}$ (ii) $\left(\frac{1}{3^3}\right)^7$

(iii) $\frac{11^{\frac{1}{2}}}{11^{\frac{1}{4}}}$ (iv) $7^{\frac{1}{2}} \; . \; 8^{\frac{1}{2}}$

हल : (i) $2^{\frac{2}{3}} . 2^{\frac{1}{5}}$

$\Rightarrow 2^{\frac{2}{3}} . 2^{\frac{1}{5}}$

$= (2)^{\frac{2}{3}+\frac{1}{5}}$

$= (2)^{\frac{10+3}{15}}$

$= (2)^{\frac{13}{15}}$

हल : (ii) $\left(\frac{1}{3^3}\right)^7$

$\Rightarrow \left(\frac{1}{3^3}\right)^7 = \frac{1^7}{3^{3\times7}} = \frac{1}{3^{21}}$

हल : (iii) $\frac{11^{\frac{1}{2}}}{11^{\frac{1}{4}}}$

$\Rightarrow 11^{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}$

$\Rightarrow 11^{\frac{2-1}{4}}$

$\Rightarrow 11^{\frac{1}{4}}$

हल : (iv) $\mathbf{7^{\frac{1}{2}} \; . \; 8^{\frac{1}{2}}}$

$\Rightarrow (7 \times 8)^{\frac{1}{2}} = 56^{\frac{1}{2}}$