1. **સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો : થોમસનના મોડલમાં પરમાણુનું પરિમાણ, રધરફર્ડના મોડલમાં પરમાણુના પરિમાણ ...... (કરતાં ઘણું મોટું છે/થી જુદું નથી/કરતાં ઘણું નાનું છે)**

➠ થી જુદું નથી.

2. **સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો : ...... ની ધરા અવસ્થામાં ઇલેક્ટ્રૉન સ્થાયી સંતુલનમાં છે જ્યારે ...... માં ઇલેક્ટ્રૉન હંમેશાં ચોખ્ખું (Net) બળ અનુભવે છે.(થોમસન મૉડલ / રધરફર્ડ મૉડલ)**

➠ થોમસન મૉડલ, રધરફર્ડ મૉડલ

3. **સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો : ...... પર આધારિત પ્રચલિત પરમાણુનું ભાગ્ય જ પડી ભાંગવાનું છે. (થોમસન મૉડલ / રધરફર્ડ મૉડલ)**

➠ રધરફર્ડ મૉડલ

4. **સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો : ...... માં પરમાણુ લગભગ સતત દળ વિતરણ ધરાવે છે પરંતુ ...... માં પરમાણુ ખૂબ જ અસતત દળ વિતરણ ધરાવે છે.(થોમસન મૉડલ / રધરફર્ડ મૉડલ)**

➠ થોમસન મૉડલ, રધરફર્ડ મૉડલ

5. **સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો : ...... માં પરમાણુનો ધન વિદ્યુતભારિત વિભાગ લગભગ બધું દળ ધરાવે છે. (રધરફર્ડ મૉડલ / બંને મૉડલ)**

➠ બંને મૉડલ

6. **પ્રશ્નનો જવાબ આપો જે તમને થોમસન મૉડલ અને રધરફર્ડ મૉડલ વચ્ચેનો તફાવત સમજવામાં સારી મદદ કરશે : પાતળા સુવર્ણ વરખ વડે થતા $\alpha$-કણોના વિચલન (આવર્તન)ના સરેરાશ કોણ અંગે થોમસન મૉડલનું પૂર્વાનુમાન રધરફર્ડ મૉડલના પૂર્વાનુમાન કરતાં, ઘણું ઓછું, લગભગ તેટલું જ કે ઘણું વધારે છે ?**

➠ પાતળા સુવર્ણ વરખ વડે થતાં $\alpha$-કણોના વિચલનના સરેરાશ કોણ અંગે થોમસન મૉડલનું પૂર્વાનુમાન રધરફર્ડના મૉડલના પૂર્વાનુમાનના લગભગ જેટલું જ છે.

7. **પ્રશ્નનો જવાબ આપો જે તમને થોમસન મૉડલ અને રધરફર્ડ મૉડલ વચ્ચેનો તફાવત સમજવામાં સારી મદદ કરશે : પશ્ચાદ્‌વર્તી (પાછળ તરફનું, Backward) પ્રકીર્ણન (એટલે કે 90° કરતાં મોટા કોણે $\alpha$-કણોનું પ્રકીર્ણન)ની સંભાવના અંગે થોમસન મૉડલનું પૂર્વાનુમાન રધરફર્ડ મૉડલના પૂર્વાનુમાન કરતાં ઘણું ઓછું, લગભગ તેટલું જ કે ઘણું વધારે છે ?**

➠ પશ્ચાદ્‌વર્તી પ્રકીર્ણનની સંભાવના અંગે થોમસન મૉડલનું પૂર્વાનુમાન રધરફર્ડના મૉડલના પૂર્વાનુમાન કરતાં ઘણું ઓછું છે.

8. **પ્રશ્નનો જવાબ આપો જે તમને થોમસન મૉડલ અને રધરફર્ડ મૉડલ વચ્ચેનો તફાવત સમજવામાં સારી મદદ કરશે : પ્રયોગથી એવું જણાય છે કે બીજા પરિબળો અચળ રાખતાં, ઓછી જાડાઈ $t$ માટે, મધ્યમ (Moderate) કોણે પ્રકીર્ણન પામતા $\alpha$-કણોની સંખ્યા, $t$ના સમપ્રમાણમાં છે. $t$ પરની આ સપ્રમાણતા શું સૂચવે છે ?**

➠ $\alpha$-કણનો પ્રયોગ સૂચવે છે કે, મોટે ભાગે પ્રકીર્ણન એક અથડામણથી થયેલ છે, કારણ કે એક જ અથડામણની સંભાવના લક્ષ્ય પરમાણુઓની સંખ્યા સાથે સુરેખ રીતે વધુ છે અને તેથી જાડાઈ સાથે પણ સુરેખ રીતે વધે છે.

9. **પ્રશ્નનો જવાબ આપો જે તમને થોમસન મૉડલ અને રધરફર્ડ મૉડલ વચ્ચેનો તફાવત સમજવામાં સારી મદદ કરશે : પાતળા વરખ દ્વારા $\alpha$-કણોના પ્રકીર્ણનના સરેરાશ કોણની ગણતરીમાં એક કરતાં વધુ (multiple) પ્રકીર્ણન થવાનું અવગણવું કયા મૉડલમાં સંપૂર્ણપણે ખોટું છે ?**

➠ થોમસનના મૉડલમાં એક જ અથડામણ બહુ ઓછું આવર્તન ઉપજાવે છે. જોવા મળેલ પ્રકીર્ણન કોણને ઘણાં પ્રકીર્ણન થયેલા ગણીને જ સમજાવી શકાય છે. આથી થોમસનના મૉડલમાં ઘણાં પ્રકીર્ણન થવાને અવગણવું એ ખોટું છે.

➠ રધરફર્ડના મૉડલમાં મોટાભાગનું પ્રકીર્ણન એક જ અથડામણથી મળે છે અને પ્રથમ સંનિકટતા તરીકે ઘણાં પ્રકીર્ણનને અવગણી શકાય છે.

10. **હાઇડ્રોજન પરમાણુમાં ઇલેક્ટ્રૉન અને પ્રોટૉન વચ્ચેનું ગુરુત્વાકર્ષણ, કુલંબ આકર્ષણ કરતાં $10^{-40}$ ગણું નાનું છે. આ**

**હકીકતને જોવાની એક વૈકલ્પિક રીત, ઇલેક્ટ્રૉન અને પ્રોટૉન ગુરુત્વાકર્ષણથી બંધિત હોત તો હાઇડ્રોજન પરમાણુની પ્રથમ બોહ્ર કક્ષાની ત્રિજ્યાનો અંદાજ મેળવવાની છે, તમને તેનો ઉત્તર રસપ્રદ લાગશે.**

➠ હાઇડ્રોજન પરમાણુના બોહ્ર મૉડલમાં પ્રથમ કક્ષાની ત્રિજ્યા,

$$r = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi m_e e^2}$$

પ્રથમ કક્ષા માટે $n = 1$ લેતાં,

$$r = \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m_e e^2} \times \frac{4\pi}{4\pi}$$

$$= \frac{h^2 \times 4\pi \epsilon_0}{4\pi^2 m_e e^2}$$

$$\therefore \quad r = \frac{h^2}{4\pi^2 m_e k e^2} \quad \ldots (1) \quad \left[\because 4\pi \epsilon_0 = \frac{1}{k}\right]$$

હવે પ્રોટૉન અને ઇલેક્ટ્રૉન વચ્ચે લાગતું કુલંબ બળ,

$$F_e = \frac{ke^2}{r^2} \quad \ldots (2)$$

અને પ્રોટૉન અને ઇલેક્ટ્રૉન વચ્ચે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષણ બળ,

$$F_G = \frac{G m_p m_e}{r^2} \quad \ldots (3)$$

સમીકરણ (2) અને (3),

$ke^2 = G m_p m_e$ મૂકતાં,

$$r_G = \frac{h^2}{4\pi^2 m_e \times G m_p m_e}$$

$$\therefore \quad r_G = \frac{(6.625 \times 10^{-34})^2}{4 \times (3.14)^2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times (1.67 \times 10^{-27}) \times (9.1 \times 10^{-31})^2}$$

$$\therefore \quad r_G = \frac{43.890625}{36378.46} \times 10^{32}$$

$$= 0.001206 \times 10^{32}$$

$$\approx 1.21 \times 10^{29} \text{ m}$$

➠ **નોંધ :** પ્રથમ બોહ્ર કક્ષાની ત્રિજ્યાનું $1.21 \times 10^{29}$ m એ સમગ્ર વિશ્વના અંદાજિત પરિમાણ (ત્રિજ્યા) કરતાં ઘણું મોટું છે.

➠ મોટાભાગનું પ્રકીર્ણન એક જ અથડામણથી મળે છે અને પ્રથમ સંનિકટતા તરીકે ઘણાં પ્રકીર્ણનને અવગણી શકાય છે.

**11. એક પરમાણુમાં 2.3 eV તફાવત બે ઊર્જા સ્તરોને જુદા પાડે છે. જ્યારે પરમાણુ ઉચ્ચ સ્તરથી નિમ્નસ્તર પર સંક્રાંતિ કરે ત્યારે ઉત્સર્જિત વિકિરણની આવૃત્તિ કેટલી હશે ?**

QUANTUM PAPER

➠ અહીં $E = 2.3$ eV, $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19}$ J

હવે $E = h\nu$

$$\therefore \quad \nu = \frac{E}{h} = \frac{2.3 \times 1.6 \times 10^{-19}}{6.625 \times 10^{-34}}$$

$$\therefore \quad \nu = 0.55547 \times 10^{15}$$

$$\therefore \quad \nu \approx 5.6 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

**12. હાઇડ્રોજન પરમાણુની ધરા અવસ્થાની ઊર્જા –13.6 eV છે. આ અવસ્થામાં ઇલેક્ટ્રૉનની ગતિઊર્જા અને સ્થિતિઊર્જા કેટલી હશે ?**

➠ ધરા અવસ્થામાં (ઇલેક્ટ્રૉનની કુલ ઊર્જા) $E = -13.6$ eV

$\Rightarrow$ આપણે જાણીએ છીએ કે,

ઇલેક્ટ્રૉનની ગતિઊર્જા = – કુલ ઊર્જા

$\therefore K = -E$

$\therefore K = -(-13.6)$ eV

$\therefore K = 13.6$ eV

અને ઇલેક્ટ્રૉનની સ્થિતિઊર્જા, $U = -2$ (ગતિઊર્જા)

$\therefore U = -2K$

$\therefore U = -2(13.6)$ eV

$\therefore U = -27.2$ eV

**13. જો બોહ્રની ક્વૉન્ટમીકરણ (કોણીય વેગમાન $= \frac{nh}{2\pi}$)ની સ્વીકૃતિ, કુદરતનો મૂળભૂત નિયમ હોય તો તે ગ્રહોની ગતિના કિસ્સા માટે પણ સમાનરૂપે માન્ય રહેવો જોઈએ. તો પછી આપણે સૂર્યની આસપાસ ગ્રહોની કક્ષાઓના ક્વૉન્ટમીકરણ અંગે કદી કહેતા કેમ નથી ?**

➠ ગ્રહોની ગતિ સાથે સંકળાયેલ કોણીય વેગમાન $h$ની સાપેક્ષે સરખામણી ન કરી શકાય તેટલો મોટો હોય છે.

➠ દાખલા તરીકે પૃથ્વીનું કોણીય વેગમાન લગભગ $10^{70} h$ ના ક્રમનું હોય છે.

➠ બોહ્રની ક્વૉન્ટમીકરણની સ્વીકૃતિના આધારે આ પદ, $n$ ના ખૂબ મોટા મૂલ્યને અનુરૂપ છે. ($10^{70}$ ના ક્રમનું).

➠ $n$ નાં આવા મોટા મૂલ્યો માટે બોહ્ર મૉડલની ક્રમિક ક્વૉન્ટમીકૃત સ્તરોની ઊર્જાઓ અને કોણીય વેગમાનના તફાવતો તે સ્તરોની ઊર્જાઓ અને કોણીય વેગમાનના મૂલ્યોની સરખામણીએ એટલા નાનાં હોય છે કે, બધા વ્યવહારિક હેતુઓ માટે આપણે સ્તરોને સતત (સળંગ) ગણી શકીએ છીએ.

**14. ધારો કે તમને આલ્ફા-કણ પ્રકીર્ણનનો પ્રયોગ સુવર્ણના વરખને સ્થાને ઘન (Solid) હાઇડ્રોજન વાપરીને કરવાની તક આપવામાં આવે છે. (હાઇડ્રોજન 14 Kથી નીચા તાપમાને ઘન હોય છે) તમે કેવાં પરિમાણોની અપેક્ષા રાખશો ?**

➠ હાઇડ્રોજન પરમાણુના ન્યુક્લિયસમાં ન્યૂટ્રૉન હોતાં નથી તેથી તેમાં માત્ર એક પ્રોટૉન જ હોય છે.
અને પ્રોટૉનનું દળ $1.67 \times 10^{-27}$ kg છે તેથી હાઇડ્રોજનના ન્યુક્લિયસનું દળ $1.67 \times 10^{-27}$ kg છે.

➠ $\alpha$-કણનું ન્યુક્લિયસ 2 પ્રોટૉન અને 2 ન્યૂટ્રૉનનું બનેલું હોય છે તેથી $\alpha$-કણના ન્યુક્લિયસનું દળ $= 4 \times 1.67 \times 10^{-27}$ kg
$= 6.68 \times 10^{-27}$ kg

➠ પ્રકીર્ણન પામતા $\alpha$-કણનું દળ હાઇડ્રોજન પરમાણુના ન્યુક્લિયસના દળ કરતાં વધારે હોવાથી હેડ-ઑન સંઘાતમાં તે પાછો ફેંકાશે નહીં પણ હાઇડ્રોજન પરમાણુમાંથી તેના માર્ગમાંથી વિચલન થયા સિવાય પસાર થઈ જશે. આ એવી ઘટના છે કે, સ્થિર પડેલા ટેનિસબૉલ સાથે ફૂટબૉલ અથડાય.

**15. વર્ણપટ રેખાઓની પાશ્ચન શ્રેણીમાં ટૂંકામાં ટૂંકી કઈ તરંગલંબાઈ હાજર છે ?**

➠ વર્ણપટ રેખાઓની તરંગલંબાઈ માટેનું સૂત્ર,

$$\frac{1}{\lambda_{if}} = R\left[\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^{-2}}\right]$$

પાશ્ચન શ્રેણી માટે $n_f = 3$ અને ટૂંકી તરંગલંબાઈ માટે$n_i = \infty$ લેવી પડે.

$$\therefore \frac{1}{\lambda_{min}} = R\left[\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty^2}\right]$$

$$\therefore \frac{1}{\lambda_{min}} = 1.097 \times 10^7 \times \left[\frac{1}{9}\right] \quad \left[\because \frac{1}{\infty^2} = 0\right]$$

$$\therefore \lambda_{min} = \frac{9}{1.097 \times 10^7}$$

$\therefore \lambda_{min} = 8.20419 \times 10^{-7}$ m

$\therefore \lambda_{min} \approx 820 \times 10^{-9}$ m

$\therefore \lambda_{min} = 820.4$ nm અથવા 8204 Å

**16. પ્રારંભમાં ધરા સ્થિતિમાં રહેલો હાઇડ્રોજન પરમાણુ એક ફોટોનનું શોષણ કરે છે, જે તેને $n = 4$ સ્તર સુધી ઉત્તેજિત કરે છે. આ ફોટોનની આવૃત્તિ અને તરંગલંબાઈ શોધો.**

➠ પરમાણુમાં '$n$મી' કક્ષામાં ઇલેક્ટ્રોનની ઊર્જા,

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2} eV$$

⇒ ધરા અવસ્થામાં ઇલેક્ટ્રોનની ઊર્જા,

$$E_1 = -\frac{13.6}{(1)^2} eV \quad [\because \text{ ધરા અવસ્થા માટે } n = 1]$$

$\therefore E_1 = -13.6 \, eV$

⇒ $n = 4$ કક્ષામાં ઇલેક્ટ્રોનની ઊર્જા,

$$E_4 = -\frac{13.6}{(4)^2} eV$$

$$= -\frac{13.6}{16} eV$$

$\therefore E_4 = -0.85 \, eV$

⇒ ઇલેક્ટ્રોનની ઊર્જામાં તફાવત,

$\Delta E = E_4 - E_1$

$= -0.85 \, eV - (-13.6 \, eV)$

$= 12.75 \, eV$

$= 12.75 \times 1.6 \times 10^{-19} \, J$

$= 20.4 \times 10^{-19} \, J$

⇒ હવે,

$\Delta E = h\nu$

$$\therefore \nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{20.4 \times 10^{-19}}{6.625 \times 10^{-34}}$$

$\therefore \nu = 3.079 \times 10^{15} \, Hz$

$\therefore \nu \approx 3.1 \times 10^{15} \, Hz$

⇒ હવે,

$c = \lambda\nu$

$$\therefore \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \times 10^8}{3.079 \times 10^{15}}$$

$\therefore \lambda = 0.9743 \times 10^{-7} \, m$

$\therefore \lambda = 97.43 \times 10^{-9} \, m = 97.43 \, nm$

**17. હાઇડ્રોજન પરમાણુની સૌથી અંદરની ઇલેક્ટ્રોન કક્ષાની ત્રિજ્યા $5.3 \times 10^{-11}$ m છે. $n = 2$ અને $n = 3$ કક્ષાઓની ત્રિજ્યાઓ કેટલી હશે ?**

➠ $r_0 = a_0 = 5.3 \times 10^{-11} \, m$

$\therefore n = 2$ માં $r_2 = ?$

$n = 3$ માં $r_3 = ?$

⇒ હાઈડ્રોજન પરમાણુમાં '$n$મી' કક્ષામાં ઇલેક્ટ્રોનની ત્રિજ્યા $r_n = n^2 r_0$

➠ $n = 2$ કક્ષામાં ત્રિજ્યા,

$r_2 = (2)^2 \times 5.3 \times 10^{-11}$

$= 4 \times 5.3 \times 10^{-11}$

$\therefore r_2 = 2.12 \times 10^{-10} \, m$

➠ $n = 3$ કક્ષામાં ત્રિજ્યા,

$r_3 = (3)^2 \times 5.3 \times 10^{-11}$

$= 9 \times 5.3 \times 10^{-11}$

$\therefore \quad r_3 = 4.77 \times 10^{-10}$ m

**18. બોહ્ર મૉડલ અનુસાર, સૂર્યની આસપાસ $3 \times 10^4$ m/sની ઝડપથી $1.5 \times 10^{11}$ની ત્રિજ્યા ધરાવતી કક્ષામાંના પૃથ્વીના ભ્રમણને રજૂ કરતો ક્વૉન્ટમ અંક શોધો. (પૃથ્વીનું દળ = $6.0 \times 10^{24}$ kg)**

➠ અહીં પૃથ્વીનું દળ $m = 6.0 \times 10^{24}$ kg

પૃથ્વીની કક્ષીય ઝડપ $v = 3 \times 10^4$ ms$^{-1}$

પૃથ્વીની કક્ષાની ત્રિજ્યા $r = 1.5 \times 10^{11}$ m

$h = 6.625 \times 10^{-34}$ Js

⇒ બોહ્રની પૂર્વધારણા (2) પરથી,

$$mvr = \frac{nh}{2\pi}$$

$$\therefore \quad n = \frac{mvr \times 2\pi}{h}$$

$$= \frac{6 \times 10^{24} \times 3 \times 10^4 \times 1.5 \times 10^{11} \times 2 \times 3.14}{6.625 \times 10^{-34}}$$

$$= \frac{169.56}{6.625} \times 10^{73}$$

$$= 25.5939 \times 10^{73}$$

$$\therefore \quad n \approx 2.6 \times 10^{74}$$

**19. પ્રચલિત સિદ્ધાંતો મુજબ, ન્યુક્લિયસની ફરતે ઇલેક્ટ્રૉન કોઈ પણ કક્ષામાં હોઈ શકે છે. તો પછી પરમાણુનું લાક્ષણિક પરિમાણ શાના પરથી નક્કી થાય છે ? પરમાણુ તેના લાક્ષણિક પરિમાણ કરતાં હજાર ગણો મોટો કેમ નથી ? આ પુસ્તકમાં તમે શીખ્યા તે પ્રખ્યાત મૉડલ પર પહોંચતાં અગાઉ બોહ્રને આ પ્રશ્નએ ખૂબ મૂંઝવી દીધો હતો, તેણે શોધ અગાઉ શું કર્યું હશે ? તેને મૂર્તિમંત (Simulate) કરવા માટે, કુદરતના મૂળભૂત અચળાંકોની મદદથી, આપણે નીચેની રમત કરીએ અને જોઈએ કે આપણને પરમાણુના જાણીતા પરિમાણ (~ $10^{-10}$ m)ના લગભગ જેટલી લંબાઈનું પરિમાણ ધરાવતી રાશિ મળે છે કે કેમ ?**

**(a) મૂળભૂત અચળાંકો $e$, $m$ અને $c$ પરથી લંબાઈના પરિમાણ ધરાવતી રાશિ રચો. તેનું સંખ્યાત્મક મૂલ્ય શોધો.**

**(b) તમે જોશો કે (a)માં મેળવેલી લંબાઈ, પરમાણુના પરિમાણ કરતાં માનના (મૂલ્યના) ઘણાં ક્રમોથી નાની છે. ઉપરાંત તેમાં $c$ રહેલ છે. પરંતુ પરમાણુઓની ઊર્જાઓ મહદ્અંશે બિન-સાપેક્ષવાદીય વિસ્તારોમાં હોય છે જ્યાં $c$ કોઈ મહત્ત્વનો ભાગ ભજવે છે તે અપેક્ષિત નથી. કદાચ આ બાબતે બોહ્રને એમ સૂચવ્યું હશે કે $c$ને દૂર કરવો અને પરમાણુનું સાચું પરિમાણ મેળવવા માટે 'કંઈક બીજું' શોધવું. હવે, તે ગાળામાં પ્લાન્કના અચળાંક $h$ એ અન્ય સ્થળે દેખા દીધેલી જ હતી. $h$, $m$ અને $e$ પરમાણુનું સાચું પરિમાણ આપશે એવું ઓળખવામાં (સમજવામાં), બોહ્રનું મહાન અંતર્દર્શન (Insight) રહેલું છે. $h$, $m$ અને $e$ પરથી લંબાઈનાં પરિમાણ ધરાવતી રાશિ રચો અને તેનું સંખ્યાત્મક મૂલ્ય માનનો સાચો ક્રમ ધરાવે છે તેમ ચકાસીને પુષ્ટિ કરો.**

➠ (a) હાઈડ્રોજનના ન્યુક્લિયસ અને ઇલેક્ટ્રૉન વચ્ચે લાગતું કુલંબ બળ,

$$F = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2}$$

$\therefore \quad F \cdot r =$ કાર્ય અથવા ઊર્જા $= mc^2$

$$\therefore \quad F \cdot r = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r}$$

$$\therefore \quad mc^2 = \frac{ke^2}{r}$$

$$\therefore \quad r = \frac{ke^2}{mc^2}$$

આમ, $\dfrac{ke^2}{mc^2}$ ના પરિમાણ લંબાઈના પરિમાણ હોય.

$$\left[\frac{ke^2}{mc^2}\right] = \frac{[k][e^2]}{[m][c^2]} = \frac{M^1L^3T^{-2}Q^{-2} \times Q^2}{M^1 \times L^2T^{-2}} = [L]$$

$\therefore \frac{ke^2}{mc^2}$ ને લંબાઈના પરિમાણ [L] છે.

$\therefore r = \frac{ke^2}{mc^2}$ માં $k = 9 \times 10^9 \, Nm^2C^{-2}$,

$e = 1.6 \times 10^{-19}$ C

$m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg, $c = 3 \times 10^8 \, ms^{-1}$

$$\therefore r = \frac{9 \times 10^9 \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{9.1 \times 10^{-31} \times (3 \times 10^8)^2}$$

$\therefore r = 2.8 \times 10^{-15}$ m જે લાક્ષણિક પરમાણુના પરિમાણ કરતાં ઘણું નાનું છે.

➠ (a) હાઈડ્રોજનના ન્યુક્લિયસ અને ઇલેક્ટ્રૉન વચ્ચે લાગતું કુલંબ બળ,

$$F = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2}$$

$\therefore F \cdot r$ = કાર્ય અથવા ઊર્જા = $mc^2$

$$\therefore F \cdot r = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r}$$

$$\therefore mc^2 = \frac{ke^2}{r}$$

$$\therefore r = \frac{ke^2}{mc^2}$$

આમ, $\frac{ke^2}{mc^2}$ ના પરિમાણ લંબાઈના પરિમાણ હોય.

$$\left[\frac{ke^2}{mc^2}\right] = \frac{[k][e^2]}{[m][c^2]} = \frac{M^1L^3T^{-2}Q^{-2} \times Q^2}{M^1 \times L^2T^{-2}} = [L]$$

$\therefore \frac{ke^2}{mc^2}$ ને લંબાઈના પરિમાણ [L] છે.

$\therefore r = \frac{ke^2}{mc^2}$ માં $k = 9 \times 10^9 \, Nm^2C^{-2}$,

$e = 1.6 \times 10^{-19}$ C

$m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg, $c = 3 \times 10^8 \, ms^{-1}$

$$\therefore r = \frac{9 \times 10^9 \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{9.1 \times 10^{-31} \times (3 \times 10^8)^2}$$

$\therefore r = 2.8 \times 10^{-15}$ m જે લાક્ષણિક પરમાણુના પરિમાણ કરતાં ઘણું નાનું છે.

**20. હાઇડ્રોજન પરમાણુની પ્રથમ ઉત્તેજિત અવસ્થામાં ઇલેક્ટ્રૉનની કુલ ઊર્જા લગભગ –3.4 eV છે.**

**(a) આ અવસ્થામાં ઇલેક્ટ્રૉનની ગતિઊર્જા કેટલી હશે ?**

**(b) આ અવસ્થામાં ઇલેક્ટ્રૉનની સ્થિતિઊર્જા કેટલી હશે ?**

**(c) સ્થિતિઊર્જાનું મૂલ્ય શૂન્ય લેવાની પસંદગી બદલવામાં આવે તો ઉપરનામાંથી કયો જવાબ બદલાઈ જશે ?**

➠ બોહ્ર મૉડલની પૂર્વધારણા અનુસાર,

$$mvr = \frac{nh}{2\pi}$$

અને કેન્દ્રગામી બળ = કુલંબ બળ,

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4p \epsilon_0 r^2} \qquad [\because \text{H માટે } Z = 1]$$

$$\therefore \quad \frac{1}{2}mv^2 = \frac{e^2}{8\pi \in_0 r}$$

$$\therefore \quad K = \frac{e^2}{8\pi \in_0 r} \qquad \text{... (1)}$$

અને સ્થિતિઊર્જા,

$$U = -\frac{e \cdot e}{4\pi \in_0 r} = \frac{-e^2}{4\pi \in_0 r} \qquad \text{... (2)}$$

$$\therefore \quad U = -2\left(\frac{e^2}{8\pi \in_0 r}\right) = -2K \qquad \text{... (3)}$$

અને E = K + U

= K + (– 2K)

$\therefore$ E = – K ... (4)

(a) E = – 3.4 eV રૂઢિગત પસંદગી પર આધારિત છે. જેમાં અનંત અંતરે સ્થિતિઊર્જા શૂન્ય લેતાં,

E = – K

$\therefore$ – (3.4) = – K

$\therefore$ K = 3.4 eV

(b) સમીકરણ (3) પરથી,

U = – 2K

$\therefore$ U = – 2(3.4 eV)

$\therefore$ U = – 6.8 eV

(c) જો બીજી રીતે સ્થિતિઊર્જાનું મૂલ્ય શૂન્ય પસંદ કરીએ તો, ગતિઊર્જા બદલાતી નથી. તેથી ગતિઊર્જાનું મૂલ્ય + 3.4 eV છે જે સ્થિતિઊર્જાના શૂન્યથી સ્વતંત્ર છે.જો સ્થિતિઊર્જાનું મૂલ્ય બીજે શૂન્ય લેવામાં આવે, તો તે અવસ્થાની સ્થિતિઊર્જા અને કુલ ઊર્જા બદલાશે.

**21. મ્યુઓનિક (Muonic) હાઇડ્રોજન પરમાણુ (એટલે કે એવો પરમાણુ કે જેમાં પ્રોટૉનની આસપાસ લગભગ 207 $m_e$ દળનો ઋણ વિદ્યુતભાર ધરાવતો મ્યુઓન (Muon– $\mu^-$) કક્ષીય ભ્રમણ કરે છે.) માટે પ્રથમ બોહ્‌ર ત્રિજ્યા અને ધરા અવસ્થાની ઊર્જા મેળવો.**

➠ બોહ્‌ર મૉડલ અનુસાર $r$ ત્રિજ્યાની કક્ષામાં ભ્રમણ કરે તો

$$r = \frac{n^2 h^2 \in_0}{\pi m e^2}$$

$$\therefore \quad r \propto \frac{1}{m} \qquad \text{... (1)} \quad [\because \text{ બાકીના પદો અચળ}]$$

અને $r$ ત્રિજ્યાવાળી કક્ષામાં ઇલેક્ટ્રૉનની ઊર્જા,

$$E = -\frac{me^4}{8 \in_0^2 h^2 n^2}$$

$$\therefore \quad E \propto -m \qquad \text{... (2)} \quad [\because \text{ બાકીના પદો અચળ}]$$

સમીકરણ (1) પરથી,

$\therefore \quad \frac{r_\mu}{r_e} = \frac{m_e}{m_\mu}$ જ્યાં $r_\mu$ = મ્યુઓનિક કક્ષાની ત્રિજ્યા

$r_e$ = ઇલેક્ટ્રૉનની કક્ષાની ત્રિજ્યા

$m_e$ = ઇલેક્ટ્રૉનનું દળ

$m_\mu$ = મ્યુઓનનું દળ

$$\therefore \quad r_\mu = r_e \times \frac{m_e}{m_\mu}$$

$$= 0.53 \times 10^{-10} \times \frac{m_e}{207 m_e}$$

$$= \frac{0.53 \times 10^{-10}}{207}$$

$$= 2.56 \times 10^{-13} \text{ m}$$

સમીકરણ (2) પરથી,

$$\frac{E_\mu}{E_e} = \frac{m_\mu}{m_e}$$ જ્યાં $E_\mu$ = મ્યુઓનની ધરા અવસ્થામાં ઊર્જા

$E_e$ = ઇલેક્ટ્રૉનની ધરા અવસ્થામાં ઊર્જા,

$$E_\mu = E_e \times \frac{m_\mu}{m_e}$$

➠ બોહ્ર મૉડલ અનુસાર $r$ ત્રિજ્યાની કક્ષામાં ભ્રમણ કરે તો

$$r = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2}$$

$$\therefore \quad r \propto \frac{1}{m} \qquad \text{... (1)}$$ [∵ બાકીના પદો અચળ]

અને $r$ ત્રિજ્યાવાળી કક્ષામાં ઇલેક્ટ્રૉનની ઊર્જા,

$$E = -\frac{me^4}{8 \epsilon_0^2 h^2 n^2}$$

$$\therefore \quad E \propto -m \qquad \text{... (2)}$$ [∵ બાકીના પદો અચળ]

સમીકરણ (1) પરથી,

$$\therefore \quad \frac{r_\mu}{r_e} = \frac{m_e}{m_\mu}$$ જ્યાં $r_\mu$ = મ્યુઓનિક કક્ષાની ત્રિજ્યા

$r_e$ = ઇલેક્ટ્રૉનની કક્ષાની ત્રિજ્યા

$m_e$ = ઇલેક્ટ્રૉનનું દળ

$m_\mu$ = મ્યુઓનનું દળ

$$\therefore \quad r_\mu = r_e \times \frac{m_e}{m_\mu}$$

$$= 0.53 \times 10^{-10} \times \frac{m_e}{207 m_e}$$


$$= \frac{0.53 \times 10^{-10}}{207}$$

$$= 2.56 \times 10^{-13} \text{ m}$$

સમીકરણ (2) પરથી,

$$\frac{E_\mu}{E_e} = \frac{m_\mu}{m_e}$$ જ્યાં $E_\mu$ = મ્યુઓનની ધરા અવસ્થામાં ઊર્જા

$E_e$ = ઇલેક્ટ્રૉનની ધરા અવસ્થામાં ઊર્જા,

$$E_\mu = E_e \times \frac{m_\mu}{m_e}$$

**22. (a) બોહ્ર મૉડલનો ઉપયોગ કરીને $n$ = 1, 2 અને 3 સ્તરોમાં હાઇડ્રોજન પરમાણુમાંના ઇલેક્ટ્રૉનની ઝડપની ગણતરી કરો.**

**(b) આ દરેક સ્તર માટે કક્ષીય આવર્તકાળ શોધો.**

➠ (a) ન્યુક્લિયસની આસપાસ '$n$મી' કક્ષામાં વર્તુળાકાર ગતિ માટે કેન્દ્રગામી બળ, કુલંબ બળ જેટલું થવું જોઈએ.

$$\therefore \frac{mv_n^2}{r_n} = \frac{k(Ze)(e)}{r_n^2}$$

જ્યાં $k = 9 \times 10^9 \ Nm^2C^{-2}$

$$\therefore (mr_nv_n)v_n = ke^2 \qquad [\because H_2 \text{ માટે } Z = 1]$$

$$\therefore \frac{nh}{2\pi} \times v_n = ke^2 \qquad \left[\because mv_nr_n = \frac{nh}{2\pi}\right]$$

$$\therefore v_n = \frac{ke^2 \times 2\pi}{nh}$$

$\therefore$ પ્રથમ કક્ષા ($n$ = 1) માં ઇલેક્ટ્રૉનની ઝડપ,

$$v_1 = \frac{9 \times 10^9 \times (1.6 \times 10^{-19}) \times 2 \times 3.14}{(1) \times (6.625 \times 10^{-34})}$$

$= 21.84 \times 10^5$

$\therefore v_1 = 2.184 \times 10^6$ m/s $\approx 2.18 \times 10^6$ ms$^{-1}$

$\Rightarrow n$ = 2 કક્ષામાં ઇલેક્ટ્રૉનની ઝડપ,

$$\therefore v_n = \left(\frac{ke^2 \times 2\pi}{h}\right) \times \frac{1}{n} = \frac{v_1}{n}$$

$$\therefore v_2 = \frac{2.184 \times 10^6}{2} \qquad [\because n = 2]$$

$\therefore v_2 = 1.092 \times 10^6$ m/s

$\Rightarrow n$ = 3 કક્ષામાં ઇલેક્ટ્રૉનની ઝડપ,

$$v_3 = \frac{v_1}{3} = \frac{2.184}{3} \times 10^6 = 0.728 \times 10^6 \text{ m/s}$$

(b) હવે $v_n = r_n\omega$

$$= r_n \times \frac{2\pi}{T_n}$$

$$\therefore T_n = \frac{2\pi r_n}{v_n} \qquad \dots (1)$$

$\therefore n$ = 1 કક્ષામાં આવર્તકાળ,

$$T_1 = \frac{2\pi r_1}{v_1} \qquad \dots (2)$$

$$= \frac{2 \times 3.14 \times 0.53 \times 10^{-10}}{2.184 \times 10^6} = \frac{3.3284 \times 10^{-10}}{2.184 \times 10^6}$$

$= 1.5239 \times 10^{-16}$ s $\approx 1.52 \times 10^{-16}$ s


➠ (a) ન્યુક્લિયસની આસપાસ '$n$મી' કક્ષામાં વર્તુળાકાર ગતિ માટે કેન્દ્રગામી બળ, કુલંબ બળ જેટલું થવું જોઈએ.

$$\therefore \frac{mv_n^2}{r_n} = \frac{k(Ze)(e)}{r_n^2}$$

જ્યાં $k = 9 \times 10^9 \ Nm^2C^{-2}$

$$\therefore (mr_nv_n)v_n = ke^2 \qquad [\because H_2 \text{ માટે } Z = 1]$$

$$\therefore \frac{nh}{2\pi} \times v_n = ke^2 \qquad \left[\because mv_nr_n = \frac{nh}{2\pi}\right]$$

$$\therefore v_n = \frac{ke^2 \times 2\pi}{nh}$$

$\therefore$ પ્રથમ કક્ષા ($n$ = 1) માં ઇલેક્ટ્રૉનની ઝડપ,

$$v_1 = \frac{9\times10^9\times(1.6\times10^{-19})\times2\times3.14}{(1)\times(6.625\times10^{-34})}$$

$= 21.84 \times 10^5$

$\therefore\ v_1 = 2.184 \times 10^6$ m/s $\approx 2.18 \times 10^6$ ms$^{-1}$

⇒ $n = 2$ કક્ષામાં ઇલેક્ટ્રૉનની ઝડપ,

$$\therefore v_n = \left(\frac{ke^2\times2\pi}{h}\right)\times\frac{1}{n} = \frac{v_1}{n}$$

$$\therefore v_2 = \frac{2.184\times10^6}{2} \quad [\because n = 2]$$

$\therefore v_2 = 1.092 \times 10^6$ m/s

⇒ $n = 3$ કક્ષામાં ઇલેક્ટ્રૉનની ઝડપ,

$$v_3 = \frac{v_1}{3} = \frac{2.184}{3}\times10^6 = 0.728\times10^6 \text{ m/s}$$

(b) હવે $v_n = r_n\omega$

$$= r_n \times \frac{2\pi}{T_n}$$

$$\therefore\ T_n = \frac{2\pi r_n}{v_n} \quad \text{... (1)}$$

$\therefore\ n = 1$ કક્ષામાં આવર્તકાળ,

$$T_1 = \frac{2\pi r_1}{v_1} \quad \text{... (2)}$$

$$= \frac{2\times3.14\times0.53\times10^{-10}}{2.184\times10^6} = \frac{3.3284\times10^{-10}}{2.184\times10^6}$$

$= 1.5239 \times 10^{-16}$ s $\approx 1.52 \times 10^{-16}$ s

**23. ઓરડાના તાપમાને 12.5 eVની ઇલેક્ટ્રૉન કિરણાવલિ વાયુરૂપ હાઇડ્રોજન પર મારો ચલાવવા માટે વપરાય છે. તરંગલંબાઈઓની કઈ શ્રેણી(ઓ) ઉત્સર્જિત થશે ?**

➠ ઓરડાના તાપમાને હાઇડ્રોજન વાયુની ધરા સ્થિતિમાં ઊર્જા = $-13.6$ eV છે.

જ્યારે તેના પર 12.5 eV ના ઇલેક્ટ્રૉન કિરણાવલિનો મારો ચલાવવામાં આવે છે ત્યારે તેની ઊર્જા = $-13.6 + 12.5$ eV = $-1.1$ eV થાય છે.

હવે '$n$મી' કક્ષામાં ઊર્જા,

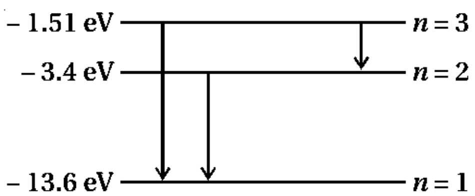
$$E_n = -\frac{13.6}{n^2}\text{ eV}$$

$$\therefore\ -1.1\text{ eV} = -\frac{13.6}{n^2}\text{ eV}$$

$$\therefore\ n^2 = \frac{13.6}{1.1} = 12.36$$

$\therefore\ n = 3.51$

પણ શક્ય કક્ષાઓ $n \approx 3$




$$\therefore\ \text{ઉત્સર્જન વર્ણપટ રેખાની સંખ્યા} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$= \frac{3(3-1)}{2}$$

$= 3$

આમ, $n = 3$ થી $n = 1$ અને $n = 2$ થી $n = 1$ માં સંક્રાંતિ થતાં બે લાઇમન શ્રેણીની રેખાઓ અને $n = 3$ થી $n = 2$ માં સંક્રાંતિ થતાં એક બામર શ્રેણીની રેખા મળે.

$\Rightarrow$ $n = 3$ માંથી $n = 1$ માં સંક્રાંતિ થતાં ઉત્સર્જાતા લાઇમન શ્રેણીની β-રેખાની તરંગલંબાઈ,

$$\lambda_{31} = \frac{hc}{E_1 - E_3} = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{-13.6 - (-1.51)}$$

➠ ઓરડાના તાપમાને હાઇડ્રોજન વાયુની ધરા સ્થિતિમાં ઊર્જા $= -13.6$ eV છે.
જ્યારે તેના પર 12.5 eV ના ઇલેક્ટ્રૉન કિરણાવલિનો મારો ચલાવવામાં આવે છે ત્યારે તેની ઊર્જા $= -13.6 + 12.5$ eV $= -1.1$ eV થાય છે.

હવે '$n$મી' કક્ષામાં ઊર્જા,

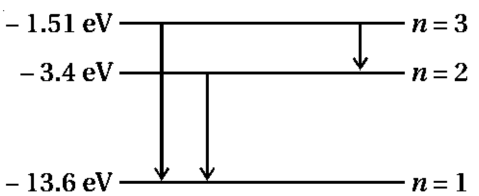
$$E_n = -\frac{13.6}{n^2}\,\text{eV}$$

$$\therefore \quad -1.1\,\text{eV} = -\frac{13.6}{n^2}\,\text{eV}$$

$$\therefore \quad n^2 = \frac{13.6}{1.1} = 12.36$$

$\therefore \quad n = 3.51$

પણ શક્ય કક્ષાઓ $n \approx 3$




$$\therefore \text{ ઉત્સર્જન વર્ણપટ રેખાની સંખ્યા } = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$= \frac{3(3-1)}{2}$$

$= 3$

આમ, $n = 3$ થી $n = 1$ અને $n = 2$ થી $n = 1$ માં સંક્રાંતિ થતાં બે લાઇમન શ્રેણીની રેખાઓ અને $n = 3$ થી $n = 2$ માં સંક્રાંતિ થતાં એક બામર શ્રેણીની રેખા મળે.

$\Rightarrow$ $n = 3$ માંથી $n = 1$ માં સંક્રાંતિ થતાં ઉત્સર્જાતા લાઇમન શ્રેણીની β-રેખાની તરંગલંબાઈ,

$$\lambda_{31} = \frac{hc}{E_1 - E_3} = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{-13.6 - (-1.51)}$$

**24. હાઇડ્રોજન પરમાણુ સ્તર $n$થી $(n-1)$ સ્તર પર સંક્રાંતિ કરે ત્યારે ઉત્સર્જિત વિકિરણની આવૃત્તિ માટેનું સૂત્ર મેળવો. $n$ના મોટા મૂલ્ય માટે, દર્શાવો કે આ આવૃત્તિ, કક્ષામાં ઇલેક્ટ્રૉનના ભ્રમણની પ્રચલિત આવૃત્તિ બરાબર છે.**

➠ બોહ્રના અધિતર્ક-2 અનુસાર ઇલેક્ટ્રૉનનું કોણીય વેગમાન ક્વૉન્ટાઇઝ્ડ હોય છે. એટલે કે,

$$mvr = \frac{nh}{2\pi} \qquad [\text{H પરમાણુ માટે } Z = 1]$$

$$\therefore \quad mr^2\omega = \frac{nh}{2\pi} \qquad [\because v = r\omega]$$

$$\therefore \quad \omega = \frac{nh}{2\pi mr^2} \qquad \dots (1)$$

પણ $r = \dfrac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2}$

$$\therefore \ \omega = \frac{nh}{2\pi m} \times \frac{\pi^2 m^2 e^4}{n^4 h^4 \epsilon_0^2}$$

$$\therefore \ \omega = \frac{\pi m e^4}{2n^3 h^3 \epsilon_0^2}$$

$$\therefore \ 2\pi\nu = \frac{\pi m e^4}{2n^3 h^3 \epsilon_0^2}$$

$$\therefore \ \nu = \frac{\pi m e^4}{4\pi n^3 h^3 \epsilon_0^2}$$

$$\therefore \ \nu = \frac{m e^4}{4n^3 h^3 \epsilon_0^2}$$

હવે $k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$

$$\therefore \ \epsilon_0^2 = \frac{1}{16\pi^2 k^2}$$

$$\therefore \ \nu = \frac{m e^4}{4n^3 h^3} \times \frac{16\pi^2 k^2}{1}$$

$$\therefore \ \nu = \frac{4\pi^2 k^2 m e^4}{n^3 h^3} \qquad \text{... (2)}$$

⇒ જયારે ઇલેક્ટ્રોન $n + 1$ કક્ષામાંથી '$n$' મી કક્ષામાં સંક્રાંતિ કરે ત્યારે ઉત્સર્જાતા વિકિરણની તરંગલંબાઈનું સૂત્ર,

$$\frac{1}{\lambda} = R\left[\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2}\right]$$

$$= R\left[\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2\left(1+\frac{1}{n}\right)^2}\right]$$

➠ બોહ્રના અધિતર્ક-2 અનુસાર ઇલેક્ટ્રોનનું કોણીય વેગમાન ક્વૉન્ટાઇઝ્ડ હોય છે. એટલે કે,

$mvr = \frac{nh}{2\pi}$ [H પરમાણુ માટે Z = 1]

$\therefore \ mr^2\omega = \frac{nh}{2\pi}$ [$\because \ v = r\omega$]

$$\therefore \ \omega = \frac{nh}{2\pi m r^2} \qquad \text{... (1)}$$

પણ $r = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2}$


$$\therefore \ \omega = \frac{nh}{2\pi m} \times \frac{\pi^2 m^2 e^4}{n^4 h^4 \epsilon_0^2}$$

$$\therefore \ \omega = \frac{\pi m e^4}{2n^3 h^3 \epsilon_0^2}$$

$$\therefore \ 2\pi\nu = \frac{\pi m e^4}{2n^3 h^3 \epsilon_0^2}$$

$$\therefore \ \nu = \frac{\pi m e^4}{4\pi n^3 h^3 \epsilon_0^2}$$

$$\therefore \ \nu = \frac{m e^4}{4n^3 h^3 \epsilon_0^2}$$

હવે $k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$

$$\therefore \ \epsilon_0^2 = \frac{1}{16\pi^2 k^2}$$

$$\therefore \ \nu = \frac{me^4}{4n^3h^3} \times \frac{16\pi^2 k^2}{1}$$

$$\therefore \ \nu = \frac{4\pi^2 k^2 me^4}{n^3 h^3} \quad \text{... (2)}$$

⇒ જ્યારે ઇલેક્ટ્રૉન $n + 1$ કક્ષામાંથી '$n$' મી કક્ષામાં સંક્રાંતિ કરે ત્યારે ઉત્સર્જાતા વિકિરણની તરંગલંબાઈનું સૂત્ર,

$$\frac{1}{\lambda} = R\left[\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2}\right]$$

$$= R\left[\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2\left(1+\frac{1}{n}\right)^2}\right]$$