1. **કોઈક પૂર્ણાંક m માટે, દરેક યુગ્મ પૂર્ણાંક એ નીચેના પૈકી કયા સ્વરૂપમાં હોય ?**

(A) m (B) $m + 1$ (C) $2m$ (D) $2m+1$

જવાબ (C) $2m$

➠ આપણે જાણીએ છીએ કે, 2, 4, 6,...... એ યુગ્મ પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ છે. તેથી, દરેક યુગ્મ પૂર્ણાંકને $2m$ સ્વરૂપમાં લખી શકાય. જ્યાં m એ પૂર્ણાંક સંખ્યા છે.

m = ..., –1, 0, 1, 2, 3, ...

$\therefore$ $2m$ = ..., –2, 0, 2, 4, 6, ...

2. **કોઈક પૂર્ણાંક q માટે, દરેક અયુગ્મ પૂર્ણાંક એ નીચેના પૈકી કયા સ્વરૂપમાં હોય ?**

(A) q (B) $q + 1$ (C) $2q$ (D) $2q + 1$

જવાબ (D) $2q + 1$

➠ આપણે જાણીએ છીએ કે, 1, 3, 5,...... એ અયુગ્મ પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ છે. તેથી, દરેક અયુગ્મ પૂર્ણાંકને $2q + 1$ સ્વરૂપમાં લખી શકાય. જ્યાં q એ પૂર્ણાંક સંખ્યા છે.

q = ..., –2, –1, 0, 1, 2, 3, ...

$\therefore$ $2q + 1$ = ..., –3, –1, 3, 5, ...

3. **$n^2 - 1$ એ 8 વડે વિભાજ્ય છે, તો n એ....**

(A) પૂર્ણાંક હોય (B) પ્રાકૃતિક સંખ્યા હોય (C) અયુગ્મ પૂર્ણાંક હોય (D) યુગ્મ પૂર્ણાંક હોય

જવાબ (C) અયુગ્મ પૂર્ણાંક હોય

➠ ધારો કે, $a = n^2 - 1$

અહીં, n એ યુગ્મ અથવા અયુગ્મ હોય.

વિકલ્પ-I : n એ યુગ્મ છે.

$\therefore$ $n = 2k$ જ્યાં, k એ પૂર્ણાંક સંખ્યા છે.

હવે, $a = n^2 - 1$

$\therefore$ $a = (2k)^2 - 1$, ($\because$ $n = 2k$)

$\therefore$ $a = 4k^2 - 1$

$k = -1$ લેતાં, $a = 4(-1)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

જે 8 વડે વિભાજ્ય નથી.

$k = 0$ લેતાં, $a = 4(0)^2 - 1 = 0 - 1 = -1$

જે 8 વડે વિભાજ્ય નથી.

વિકલ્પ-II : n એ અયુગ્મ હોય તો,

$n = 2k + 1$, જ્યાં, k પૂર્ણાંક સંખ્યા છે.

$a = n^2 - 1$

$\therefore$ $a = (2k + 1)^2 - 1$ ($\because$ $n = 2k + 1$)

$\therefore$ $a = 4k^2 + 4k + 1 - 1$

$\therefore$ $a = 4k^2 + 4k$

$\therefore$ $a = 4k(k + 1)$

$k = -1$ લેતાં, $a = 4(-1)(-1 + 1) = 0$ જે 8 વડે વિભાજ્ય છે.

$k = 1$ લેતાં, $a = 4(1)(1 + 1) = 4 \times 2 = 8$ જે 8 વડે વિભાજ્ય છે.

આમ, વિકલ્પ-II પરથી જો n એ અયુગ્મ પૂર્ણાંક હોય, તો $n^2 - 1$ એ 8 વડે વિભાજ્ય છે.

4. **જો 65 અને 117 નો ગુ.સા.અ. 65m – 117 હોય, તો mની કિંમત શોધો.**

(A) 4 (B) 2 (C) 1 (D) 3

જવાબ (B) 2

➠ યુક્લિડની ભાગ પ્રવિધિ પ્રમાણે,

$b = aq + r, 0 \le r < a$

[$\because$ ભાજ્ય = ભાજક $\times$ ભાગફળ + શેષ]

$\therefore 117 = 65 \times 1 + 52$

$65 = 52 \times 1 + 13$

$52 = 13 \times 4 + 0$

$\therefore$ ગુ.સા.અ. (65, 117) = 13 ..... (i)

અહીં, ગુ.સા.અ. (65, 117) = $65m - 117$ આપેલ છે. ..... (ii)

પરિણામ (i) અને પરિણામ (ii) પરથી,

$65m - 117 = 13$

$\therefore 65m = 13 + 117$

$\therefore 65m = 130$

$\therefore m = \dfrac{130}{65} \quad \therefore m = 2$

5. **એવી મોટામાં મોટી સંખ્યા શોધો કે જેના વડે 70 અને 125 ને ભાગતાં શેષ અનુક્રમે 5 અને 8 બાકી વધે.**

(A) 13 (B) 65 (C) 875 (D) 1750

જવાબ (A) 13

➠ 70 અને 125ની શેષ અનુક્રમે 5 અને 8 છે.

આપેલ સંખ્યામાંથી શેષ બાદ કરતાં,

70 માંથી 5 બાદ કરતાં, $70 - 5 = 65$ અને

125 માંથી 8 બાદ કરતાં, $125 - 8 = 117$ જે માંગેલ સંખ્યા વડે વિભાજ્ય હોય.

$\therefore$ માંગેલ સંખ્યા = ગુ.સા.અ. (65, 117)

$117 = 65 \times 1 + 52$ [$\because$ ભાજ્ય = ભાજક $\times$ ભાગફળ + શેષ]

$65 = 52 \times 1 + 13$

$52 = 13 \times 4 + 0$

$\therefore$ ગુ.સા.અ. (65, 117) = 13 ..... (i)

$\therefore$ 13 એ એવી મોટામાં મોટી સંખ્યા છે જેના વડે 70 અને 125 ને ભાગતાં શેષ અનુક્રમે 5 અને 8 બાકી વધે.

6. **જો બે ધન પૂર્ણાંકો a અને b માટે, $a = x^3y^2$ અને $b = xy^3$; (જ્યાં, x, y અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ છે.) તો ગુ.સા.અ. (a, b) = ...**

(A) xy (B) xy^2 (C) x^3y^3 (D) x^2y^2

જવાબ (B) xy^2

➠ અહીં, $a = x^3y^2 = x \times x \times x \times y \times y$ અને

$b = xy^3 = x \times y \times y \times y$

$\therefore$ ગુ.સા.અ. (a, b) = ગુ.સા.અ. (x^3y^2, xy^3)

$= x \times y \times y = xy^2$

7. **જો બે ધન પૂર્ણાંકો p અને q માટે, $p = ab^2$ અને $q = a^3b$; (જ્યાં, a, b અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ છે.) તો લ.સા.અ. (p, q) = ...**

(A) ab (B) a^2b^2 (C) a^3b^2 (D) a^3b^3

જવાબ (C) a^3b^2

➠ અહીં, $p = ab^2 = a \times b \times b$ અને

$q = a^3b = a \times a \times a \times b$

$\therefore$ લ.સા.અ. (p, q) = લ.સા.અ. (ab^2, a^3b)

$= a \times b \times b \times a \times a = a^3b^2$

8. **શૂન્યેતર સંમેય સંખ્યા અને અસંમેય સંખ્યાનો ગુણાકાર હંમેશાં .... હોય.**

(A) અસંમેય (B) સંમેય (C) સંમેય અથવા અસંમેય (D) એક

જવાબ (A) અસંમેય

➠ શૂન્યેતર સંમેય સંખ્યા અને અસંમેય સંખ્યાનો ગુણાકાર હંમેશા અસંમેય જ હોય.

9. એવી નાનામાં નાની સંખ્યા શોધો કે જે 1 થી 10 સુધીના તમામ અંકો વડે વિભાજ્ય હોય.

(A) 10 (B) 100 (C) 504 (D) 2520

જવાબ (D) 2520

➠ 1 થી 10 ના અવયવો :

$1 = 1$

$2 = 1 \times 2$

$3 = 1 \times 3$

$4 = 1 \times 2 \times 2$

$5 = 1 \times 5$

$6 = 1 \times 2 \times 3$

$7 = 1 \times 7$

$8 = 1 \times 2 \times 2 \times 2$

$9 = 1 \times 3 \times 3$

$10 = 1 \times 2 \times 5$

1 થી 10 તમામ અંકોનો લ.સા.અ.

= લ.સા.અ. (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)

$= 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$

= 2520 જે 1 થી 10 સુધીના તમામ અંકો વડે વિભાજ્ય હોય તેવી નાનામાં નાની સંખ્યા છે.

10. સંમેય સંખ્યા $\frac{14587}{1250}$ નું દશાંશ વિસ્તરણ કેટલા દશાંશ-સ્થળ પછી સાન્ત થશે ?

(A) એક દશાંશ સ્થળ (B) બે દશાંશ સ્થળ (C) ત્રણ દશાંશ સ્થળ (D) ચાર દશાંશ સ્થળ

જવાબ (D) ચાર દશાંશ સ્થળ

➠ $\frac{14587}{1250} = \frac{14587}{2^1 \times 5^4}$

$$= \frac{14587}{10 \times 5^3} \times \frac{(2)^3}{(2)^3}$$

$$= \frac{14587 \times 8}{10 \times 1000} = \frac{116696}{10000} = 11.6696$$

∴ આપેલ સંમેય સંખ્યાનું દશાંશ વિસ્તરણ ચાર દશાંશ-સ્થળ પછી સાન્ત થશે.

11. બે ક્રમિક ધન પૂર્ણાંકોનો ગુણાકાર 2 વડે વિભાજ્ય છે. આ વિધાન સાચું છે કે ખોટું ? કારણ આપો.

➠ સાચું છે.

ધારો કે બે ક્રમિક ધન પૂર્ણાંકો n અને $n + 1$ છે.

આ બે પૂર્ણાંકોમાંથી એક પૂર્ણાંક 2 વડે વિભાજ્ય હોય છે.

∴ બે ક્રમિક ધન પૂર્ણાંકોનો ગુણાકાર 2 વડે વિભાજ્ય હોય છે.

12. ત્રણ ક્રમિક ધન પૂર્ણાંકોનો ગુણાકાર 6 વડે વિભાજ્ય છે. આ વિધાન સાચું છે કે ખોટું ? કારણ આપો.

➠ સાચું છે.

ધારો કે ત્રણ ક્રમિક ધન પૂર્ણાંકો n, $n + 1$ અને $n + 2$ છે.

આપેલ ત્રણ પૂર્ણાંકોમાંથી એક પૂર્ણાંક 2 વડે વિભાજ્ય હોય છે અને બીજો પૂર્ણાંક 3 વડે વિભાજ્ય હોય છે.

∴ ત્રણ ક્રમિક ધન પૂર્ણાંકોનો ગુણાકાર 6 વડે વિભાજ્ય હોય છે.

13. ચકાસો : $3 \times 5 \times 7 + 7$ એ વિભાજ્ય સંખ્યા છે.

➠ $3 \times 5 \times 7 + 7 = 7[3 \times 5 + 1]$ જે અવિભાજ્ય સંખ્યા નથી.

કારણ કે તે 7 વડે વિભાજ્ય છે.

$\therefore$ $3 \times 5 \times 7 + 7$ એ વિભાજ્ય સંખ્યા છે.

14. એવી બે સંખ્યાઓ શોધો જેનો ગુ.સા.અ. 18 અને લ.સા.અ. 380 હોય ? કારણ આપો.

➠ ના.

કારણ કે ગુ.સા.અ. એ હંમેશા લ.સા.અ.નો અવયવ હોય છે. પરંતુ અહીં 18 એ 380 નો અવયવ નથી.

15. દરેક ધન પૂર્ણાંકને $4q + 2$ સ્વરૂપે લખી શકાય ? (જ્યાં q એ પૂર્ણાંક સંખ્યા છે.) તમારા જવાબની સત્યાર્થતા ચકાસો.

➠ ના.

યુક્લિડના ભાગાકારના પૂર્વપ્રમેય અનુસાર,

$b = aq + r,\ 0 \le r < a$

[$\because$ ભાજ્ય = ભાજક $\times$ ભાગફળ + શેષ]

અહીં, b એ કોઈક ધન પૂર્ણાંક સંખ્યા છે અને $a = 4$

$\therefore$ $b = 4q + r,\ 0 \le r < 4$

$\therefore$ $r = 0, 1, 2$ અથવા 3

$\therefore$ દરેક ધન પૂર્ણાંક $4q$, $4q + 1$, $4q + 2$ અથવા $4q + 3$ સ્વરૂપનો હોય છે.

16. પ્રત્યેક ધન પૂર્ણાંક સંખ્યાનો વર્ગ એ $3m + 2$ સ્વરૂપનો હોય છે, જ્યાં m પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે. તમારા જવાબની સત્યાર્થતા ચકાસો.

➠ ના.

યુક્લિડના ભાગાકારના પૂર્વપ્રમેય અનુસાર,

$b = aq + r,\ 0 \le r < a$ [$\because$ ભાજ્ય = ભાજક $\times$ ભાગફળ + શેષ]

અહીં, b ધન પૂર્ણાંક છે અને

$a = 3$ $\therefore$ $b = 3q + r,\ 0 \le r < 3$

$\therefore$ કોઈ પણ ધન પૂર્ણાંક $3q$, $3q + 1$ અથવા $3q + 2$ સ્વરૂપનો હોય છે.

હવે, $(3q)^2 = 9q^2 = 3m$ (જ્યાં, $m = 3q^2$)

અને $(3q + 1)^2 = 9q^2 + 6q + 1$

$= 3(3q^2 + 2q) + 1$

$= 3m + 1$ (જ્યાં, $m = 3q^2 + 2q$)

તથા $(3q + 2)^2 = 9q^2 + 12q + 4$ [$\because (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$]

$= 9q^2 + 12q + 3 + 1$

$= 3(3q^2 + 4q + 1) + 1$

$= 3m + 1$ (જ્યાં, $m = 3q^2 + 4q + 1$)

આમ, પ્રત્યેક ધન પૂર્ણાંક સંખ્યાનો વર્ગ એ $3m$ અને$3m + 1$ સ્વરૂપનો હોય છે.

$\therefore$ પ્રત્યેક ધન પૂર્ણાંક સંખ્યાનો વર્ગ એ $3m + 2$ સ્વરૂપે લખી શકાય નહિ.

17. જો ધન પૂર્ણાંક $3q + 1$ સ્વરૂપે હોય. જ્યાં, q એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે. તો, તેનો વર્ગ $3m + 1$ સિવાય $3m$ અથવા $3m + 2$ જ્યાં, m એ પૂર્ણાંક સંખ્યા છે. સ્વરૂપે લખી શકાય ? તમારા જવાબની સત્યાર્થતા ચકાસો.

➠ ના.

ધારો કે, $a = 3q + 1$ (જ્યાં, a ધન પૂર્ણાંક અને q પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.) હવે, બંને બાજુ વર્ગ કરતાં,

$a^2 = (3q + 1)^2$

$= 9q^2 + 6q + 1$

$= 3(3q^2 + 2q) + 1$

$= 3m + 1$

(જ્યાં, $m = 3q^2 + 2q$ એ પૂર્ણાંક સંખ્યા છે.)

આમ, ધન પૂર્ણાંક સંખ્યા $3q + 1$ સ્વરૂપે હોય, તો તેનો વર્ગ એ $3m + 1$ સિવાય $3m$ અથવા $3m + 2$ સ્વરૂપે લખી શકાય નહિ.

18. જો બે સંખ્યાઓ 525 અને 3000 એ 3, 5, 15, 25 અને 75 વડે વિભાજ્ય હોય, તો ગુ.સા.અ. (525, 3000) શોધો. તમારા જવાબની સત્યાર્થતા ચકાસો.

➠ યુક્લિડના ભાગાકારના પૂર્વપ્રમેય પ્રમાણે,

$3000 = 525 \times 5 + 375$

[∵ ભાજ્ય = ભાજક × ભાગફળ + શેષ]

$525 = 375 \times 1 + 150$

$375 = 150 \times 2 + 75$

$150 = 75 \times 2 + 0$

∴ ગુ.સા.અ. (525, 3000) = 75

સંખ્યાઓ 525 અને 3000 એ 3, 5, 15, 25 અને 75 વડે વિભાજ્ય છે.

તેથી 525 અને 3000 ના સામાન્ય અવયવો = 3, 5, 15, 25 અને 75

∴ 75 એ સૌથી મોટો સામાન્ય અવયવ છે.

19. ભાગાકારની લાંબી ક્રિયા કર્યા વગર ચકાસો કે $\dfrac{987}{10500}$ નું દશાંશ વિસ્તરણ સાન્ત દશાંશ કે અનંત દશાંશ છે. કારણ આપો.

➠ $$\frac{987}{10500} = \frac{47 \times 21}{500 \times 21}$$

$$= \frac{47}{500}$$

$$= \frac{47}{5^3 \times 2^2} \times \frac{2}{2}$$

$$= \frac{94}{5^3 \times 2^3}$$

$$= \frac{94}{(10)^3}$$

$$= \frac{94}{1000}$$

$= 0.094$ જે સાન્ત દશાંશ છે.

અહીં, છેદ એ $2^m \times 5^n$ સ્વરૂપનો છે.

∴ $\dfrac{987}{10500}$ નું દશાંશ વિસ્તરણ સાન્ત દશાંશ છે.

20. સંમેય સંખ્યાનું દશાંશ વિસ્તરણ 327.7081 છે. આ સંખ્યાને $\dfrac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં દર્શાવીએ તો qના અવિભાજ્ય અવયવો વિશે શું કહી શકાય ? કારણ આપો.

➠ 327.7081 એ સાન્ત દશાંશ સંખ્યા છે. તેથી તેને $\dfrac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં દર્શાવી શકાય જે સંમેય સંખ્યા છે તથા તેનો છેદ $2^m \times 5^n$ સ્વરૂપનો હોય.

આમ, $327.7081 = \dfrac{3277081}{10000} = \dfrac{p}{q}$

∴ $q = 10^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

$= 2^4 \times 5^4$

$= (2 \times 5)^4$

∴ q ના અવિભાજ્ય અવયવો 2 અને 5 છે.