

रेखाएं एव कोण (LINES AND ANGLES)

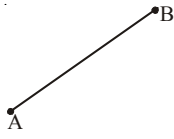
4

4.0 **परिचय:** पिछली कक्षाओं में आपने ज्यामिति के बारे में अध्ययन किया था। आइए इसे और 3 उदाहरणों द्वारा समझने का प्रयास करें।

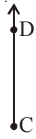


अभ्यास - 1

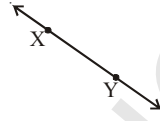
1. नीचे दी गई आकृतियों के नाम लिखिए



(i)



(ii)



(iii)



(iv)

2. निम्न की आकृतियाँ बनाइए।

(i) $\overline{OP}$

(ii) बिन्दु X

(iii) $\overline{RS}$

(iv) $\overline{CD}$

3. निम्न चित्र में संभावित रेखा खंडों के नाम बताइए।



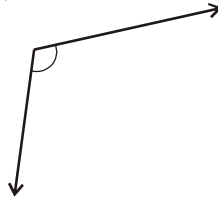
4. दैनिक जीवन से संबंधी कोई पाँच कोण लिखिए।

उदा- कैची खोलने से कोण बनता है।

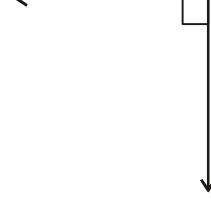
5. निम्न कोणों में न्यून कोण, समकोण और अधिक कोण को पहचानो।



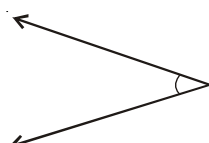
(i)



(ii)



(iii)

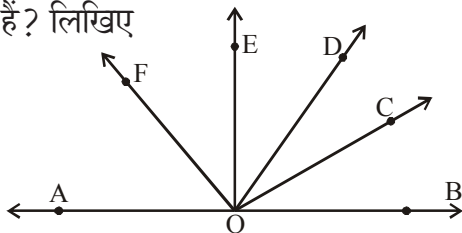


(iv)



(v)

6. निम्न चित्र के सभी संभव कोण लिखिए। इन कोणों में न्यून कोण, सरल कोण, समकोण और अधिक कोण कौन से हैं? लिखिए



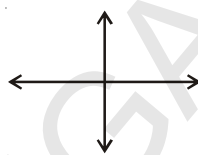
7. निम्न चित्रों में कौन सी रेखाएँ समान्तर हैं। क्यों?



(i)



(ii)

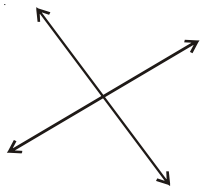


(iii)

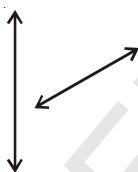


(iv)

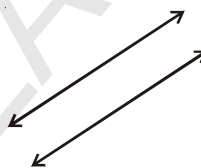
8. निम्न में कौन सी रेखाएँ प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं?



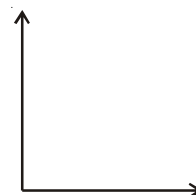
(i)



(ii)



(iii)



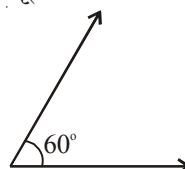
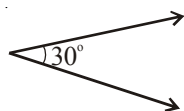
(iv)

- 4.1 कोणों के बारे में विस्तृत जानकारी

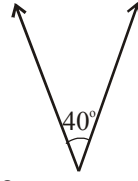
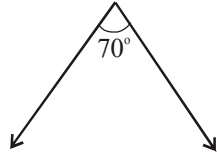
पिछले अध्याय में हमने कोणों के बारे में जानकारी प्राप्त की है। अब हम कुछ और कोणों का अध्ययन करेंगे।

- 4.1.1 पूरक कोण (Complementary Angles)

जब दो कोणों के योग 90° हों तो उन कोणों को पूरक कोण कहते हैं।



चित्र में दिये गये कोण पूरक कोण हैं, चूँकि उनका योग $30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$ है। उपरोक्त उदाहरण द्वारा हम कह सकते हैं कि 30° का पूरक कोण 60° है तथा 60° का पूरक कोण 30° है।



इस चित्र में कोणों के योग $70^\circ + 40^\circ \neq 90^\circ$. इसलिए 70° और 40° एक दूसरे के पूरक कोण नहीं हैं।



प्रयत्न करो

किन्हीं 5 पूरक कोणों को दर्शाओ

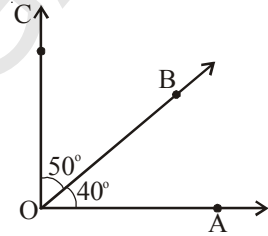
क्रिया :

$\angle AOB = 40^\circ$ बनाओ। इसके शीर्ष 'O' से, $\overline{OB}$ को प्रारंभिक किरण लेकर

$\angle BOC = 50^\circ$, बनाओ (जैसे कि चित्र में दिखाया गया है)

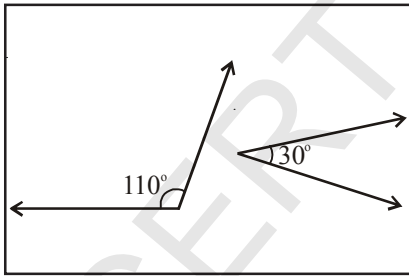
चूंकि दिये गये कोणों का योग 90° है, इसलिए ये कोण समकोण बनाते हैं।

अब 60° और 50° कोणों को लेकर यह जांच करो कि ये कोण एक दूसरे के पूरक हैं या नहीं। कारण बताइए।

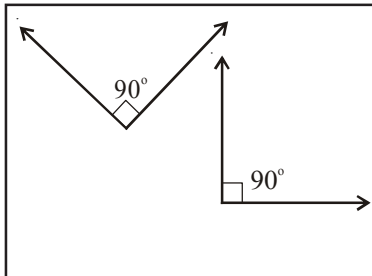


अभ्यास - 2

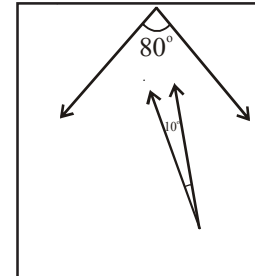
- निम्न में कौन से कोण एक दूसरे के पूरक हैं?



(i)



(ii)



(iii)

- निम्न के पूरक कोण लिखिए

(i) 25°

(ii) 40°

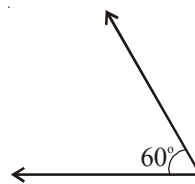
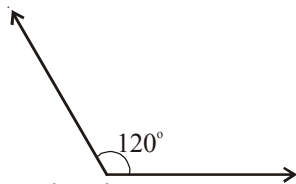
(iii) 89°

(iv) 55°

- दो कोण आपस में एक दूसरे के समान है और पूरक कोण हैं। कोणों को ज्ञात कीजिए।
- मानसा के अनुसार पूरक कोणों का प्रत्येक कोण न्यून कोण होता है। क्या आप इससे सहमत हैं। कारण बताइए।

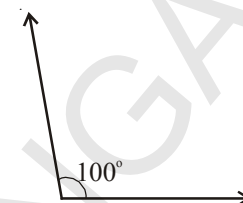
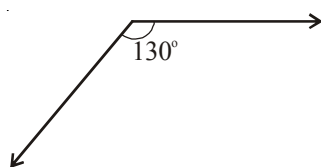
4.1.2 संपूरक कोण (Supplementary Angles)

जब कोणों का योग 180° हो तो कोणों को संपूरक कोण कहते हैं।



उपरोक्त कोण संपूरक कोण हैं चूंकि $120^\circ + 60^\circ$

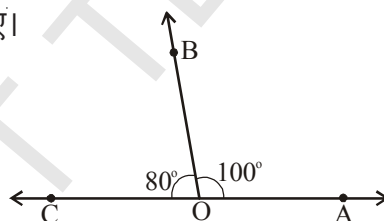
इसलिए हम कह सकते हैं कि 120° का संपूरक कोण 60° है।



130° और 100° संपूरक कोण नहीं है। समझाइए।

प्रयत्न कीजिए

नीचे दिये गये चित्र में $\angle AOB = 100^\circ$ बनाइए और समान शीर्ष O पर, कोण $\angle BOC = 80^\circ$ बनाइए।



इस चित्र से आप यह निष्कर्ष निकालेंगे कि दिये गये कोण एक सरल रेखा का कोण बनाते हैं। या सरल कोण 180° बनाते हैं।

इसलिए 100° और 80° एक दूसरे के संपूरक कोण हैं।

क्या 130° तथा 70° एक दूसरे के संपूरक कोण हैं। समझाइए।



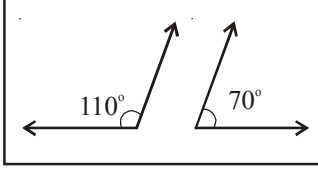
प्रयत्न कीजिए

किन्हीं पाँच संपूरक कोणों के युग्म लिखिए।

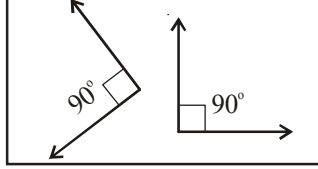


अभ्यास - 3

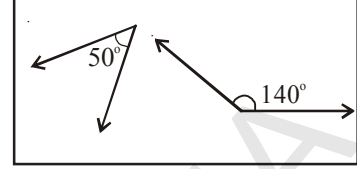
1. निम्न में कौन से चित्र में दिये गये कोण एक दूसरे के संपूरक कोण हैं।



(i)



(ii)



(iii)

2. निम्न कोणों के संपूरक कोण लिखिए

(i) 105°

(ii) 95°

(iii) 150°

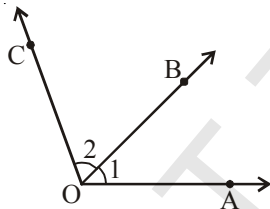
(iv) 20°

3. दो न्यून कोण एक दूसरे के संपूरक नहीं हो सकते? समझाइए।

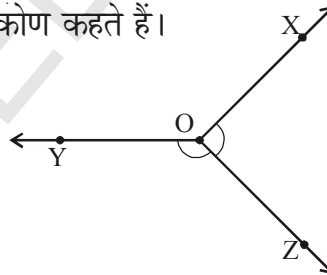
4. यदि दो समान कोण एक दूसरे के संपूरक कोण हों तो उन्हें ज्ञात कीजिए।

4.1.3 संलग्न कोण (Adjacent Angles)

संलग्न कोण : समान शीर्ष वाले कोणों को संलग्न कोण कहते हैं।



(i)



(ii)

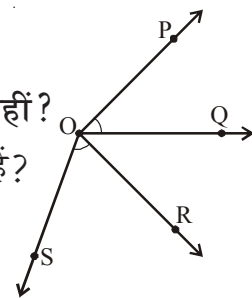
इस चित्र में (i) $\angle AOB$ तथा $\angle BOC$ संलग्न कोण हैं क्योंकि उनका शीर्ष O तथा $\overline{OB}$ समान भुजा है।

चित्र (ii) में क्या दिये गये कोण संलग्न कोण हैं? उनके समान शीर्ष तथा समान भुजा कौन सी है?

अब चित्र (iii) देखिये।

चित्र (iii) में क्या $\angle POQ$ तथा $\angle ROS$ संलग्न कोण है? क्यों? और क्यों नहीं?

इस चित्र में कौन से कोण संलग्न कोण है? क्या ये सभी कोण संलग्न कोण हैं?

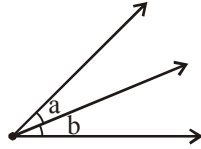


(iii).

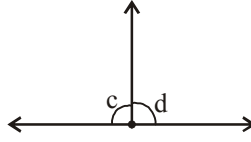


अभ्यास - 4

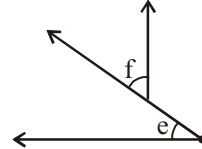
1. निम्न में कौन से कोण संलग्न कोण हैं?



(i)

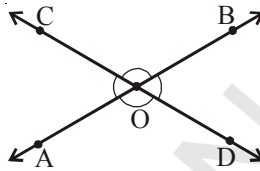


(ii)



(iii)

2. निम्न चित्र में संलग्न कोणों के समूह को लिखिए। आसन्न कोणों के कितने समूह हैं? इन कोणों को आसन्न कोण क्यों कहते हैं?



3. क्या दो संलग्न कोण संपूरक हो सकते हैं? चित्र द्वारा समझाइए

4. क्या दो आसन्न कोण पूरक हो सकते हैं? चित्र द्वारा समझाइए

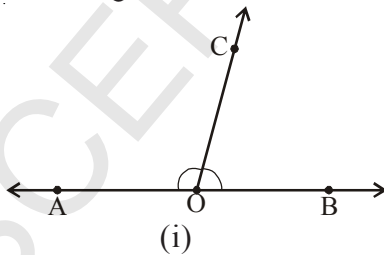
5. दैनिक जीवन में किन्हीं चार संलग्न कोणों को उदाहरण सहित बताइए।

उदाहरण : साइकिल के पहिए की तीलियों का पहिए के केन्द्र पर बनने वाला कोण।

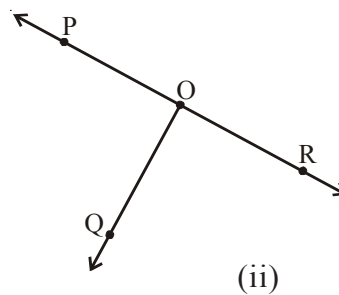
(i) _____ (ii) _____

(iii) _____ (iv) _____

4.1.3 (a) रेखिय युग्म (Linear pair)



(i)



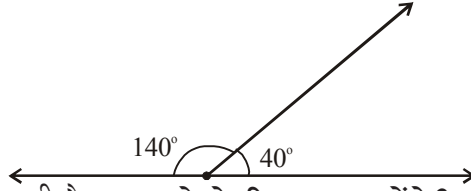
(ii)

चित्र (i) में $\angle AOC$ तथा $\angle BOC$ संलग्न कोण हैं? इन कोणों का योग क्या है? ये दोनों कोण एक सरल कोण बनाते हैं। इसी प्रकार चित्र (ii) में क्या $\angle ROQ$ तथा $\angle POQ$ मिलकर सरल कोण बनाते हैं? इस प्रकार संलग्न कोण का युग्म एक सरल कोण (180) बनाता है।



यह कीजिए

दो संलग्न कोण 40° और 140° हैं। क्या वे रेखीय युग्म हैं?
चित्र उतार कर रेणु इसका परीक्षण करेगी।

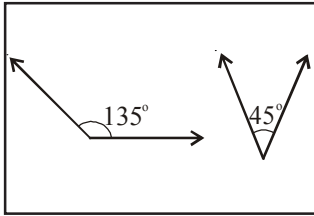


क्या रेणु द्वारा बनाया गया चित्र सही है? क्या ये रेखीय युग्म बनेंगे?

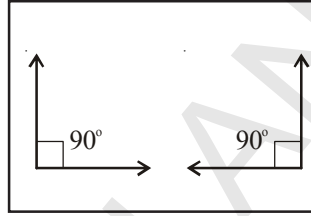


अभ्यास - 5

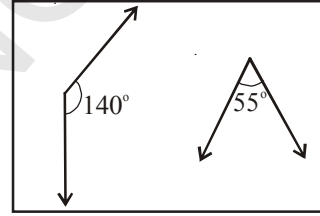
1. नीचे दिये गये आसन्न कोण के युग्म उतारो और जांच करो कि क्या वे रेखीय युग्म हैं?



(i)

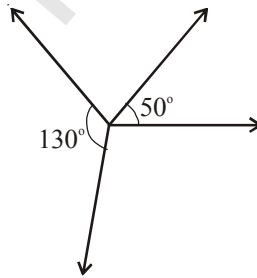


(ii)



(iii)

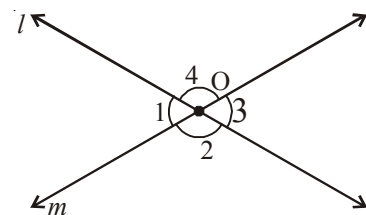
2. निहारिका ने दो कोण 130° और 50° लेकर नीचे दिये गये चित्र की सहायता से जांच की कि क्या ये कोण रेखीय युग्म हैं?



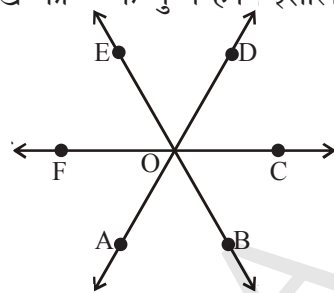
उपरोक्त चित्र में दिये गये रेखीय युग्म नहीं हैं? यदि नहीं है तो निहारिका ने क्या गलत किया?

4.1.4 शीर्ष के सम्मुख कोण (Vertically Opposite Angles) : जब दो रेखाएँ एक दूसरे को प्रतिच्छेदित करती हैं तो दोनों रेखाओं के शीर्ष पर सम्मुख कोण बनते हैं जिन्हें हम शीर्ष के सम्मुख कोण कहते हैं।

उपरोक्त चित्र में रेखाएँ 'l' और 'm' एक दूसरे को 'O' पर



प्रतिच्छेदित करती हैं। $\angle 1$ तथा $\angle 3$ और $\angle 2$ तथा $\angle 4$ सम्मुख कोणों के युग्म हैं। इसलिए $\angle 1, \angle 3$ और $\angle 2, \angle 4$ दो शीर्ष सम्मुख के कोण हैं नीचे दिये गये चित्र में शीर्ष के सम्मुख कोण कौन से हैं?



यह कीजिए

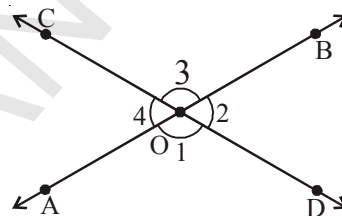
दो सरल रेखाएँ $\overline{AB}$ और $\overline{CD}$ बनाओ जो 'O' पर एक दूसरे को प्रतिच्छेदित करती हैं। इस चित्र पर ट्रेस पेपर लेकर ट्रेस करो इस पेपर को चित्र में बताये अनुसार इस प्रकार व्यवस्थित करो कि $\angle BOD$ और $\angle AOC$ आपस में मिलें



$\angle AOD$ और $\angle BOC$ का निरीक्षण करो। इसी तरह

$\angle AOC$ और $\angle BOD$ का भी निरीक्षण करो। आप

देखते हैं कि $\angle AOD = \angle BOC$ और $\angle AOC = \angle BOD$



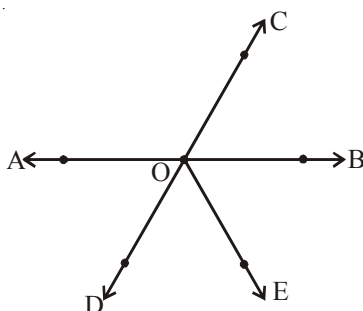
उपरोक्त चित्र द्वारा हमने यह निष्कर्ष निकाला कि शीर्ष के सम्मुख कोण समान होते हैं।

नोट:- कोका कोला पीने वाली दो पाइपों को बिन्दु 'O' पर व्यवस्थित करो और अब पाइपों को घुमाने से हम देखेंगे कि दो पाइपों के बीच बनने वाले कोण शीर्ष के सम्मुख कोण होंगे।

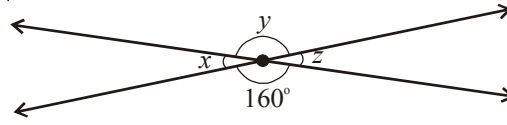


अभ्यास - 6

- नीचे दिये गये चित्र में शीर्ष के सम्मुख कोणों के युग्मों के नाम लिखिए



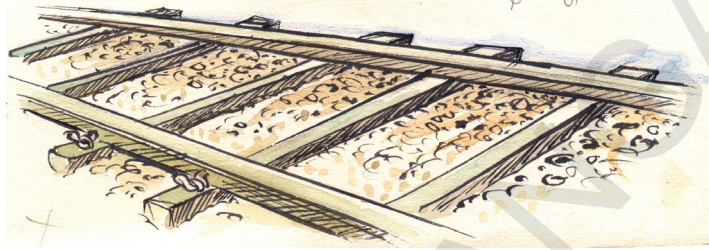
2. निम्न चित्र में बिना मापन के x , y और z का मान ज्ञात कीजिए।



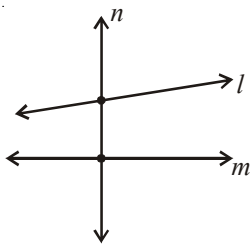
3. दैनिक जीवन से संबंधी कुछ शीर्ष के सम्मुख कोणों के उदाहरण दीजिए।

4.2 तिर्यक रेखा (Transversal Angles)

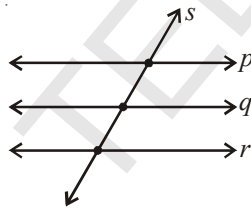
आपने रेल की पटरियों को देखा होगा। ये पटरियां तिर्यक रेखाओं को समझने के लिए एक अच्छा उदाहरण हैं।



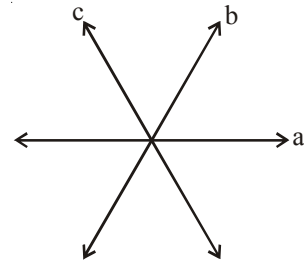
एक रेखा जो दो गई रेखाओं को अलग-अलग बिन्दुओं पर काटती हो तिर्यक रेखा कहलाती है।



चित्र (i)



चित्र (ii)



चित्र (iii)

चित्र (i) में रेखाएँ l और m तिर्यक रेखा n द्वारा प्रतिच्छेदित होती हैं। इसलिए n एक तिर्यक रेखा है।

चित्र (ii) में रेखाएं p, q और तिर्यक रेखा s द्वारा प्रतिच्छेदित होती हैं।

चित्र (iii) में रेखाएं a और b तिर्यक रेखा c द्वारा प्रतिच्छेदित होती हैं पर ये तिर्यक रेखा नहीं है।



प्रयत्न करो

दो भिन्न रेखाओं के लिए कितने तिर्यक हो सकते हैं।

4.2.1 तिर्यक रेखा द्वारा बनाये गये कोण :

जब कोई तिर्यक रेखा दो रेखाओं को प्रतिच्छेदित करती है तो 8 कोण बनते हैं। चित्र को देखने पर यह ज्ञात होता है कि प्रत्येक प्रतिच्छेदित रेखा पर 4 कोण बनते हैं।

इस चित्र में रेखाएं 'l' और 'm' तिर्यक रेखा 'p' द्वारा प्रतिच्छेदित होती हैं। इस प्रकार क्रमशः 8 कोण $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7, \angle 8$ बनते हैं।

$\angle 3, \angle 4, \angle 5$ और $\angle 6$, ये सभी कोण 'l' और 'm' रेखाओं के अंदर की ओर हैं। इसलिए इन कोणों को अन्तः कोण कहते हैं। उसी प्रकार $\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$ 'l' और 'm' के बाहर की ओर हैं। उन्हें बाह्य कोण कहते हैं।

$\angle 1, \angle 2, \angle 7$ और $\angle 8$ बाह्य कोण हैं।

$\angle 3, \angle 4, \angle 5$ और $\angle 6$ अन्तः कोण हैं।

इस प्रकार हमने शीर्ष के सम्मुख कोणों की जानकारी प्राप्त की और यह निष्कर्ष निकाला कि शीर्ष के सम्मुख कोण समान होते हैं।

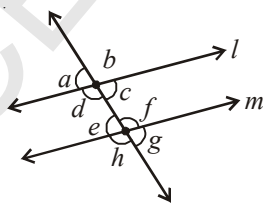
चित्र देखकर रेणू ने कहा कि $\angle 1 = \angle 3$ और $\angle 2 = \angle 4$. 'शीर्ष के सम्मुख कोण' के अन्य दो जोड़ी कौन-से हैं?

रेणू ने कहा कि प्रत्येक बाह्य कोण प्रत्येक सम्मुख कोणों से युग्म बनाते हैं। ये युग्म कोण आपस में समान होते हैं। क्या आप रेणू से सहमत हैं?

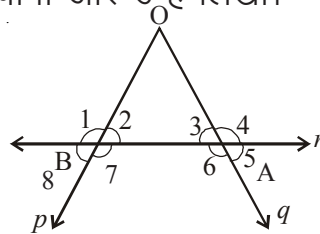
यह कीजिए

चित्र एक और दो में तिर्यक रेखा को पहचानिए।

नीचे दिये गये चित्र में अन्तः कोण एवं बाह्य कोण पहचानो और उन्हें लिखो।



चित्र (i)

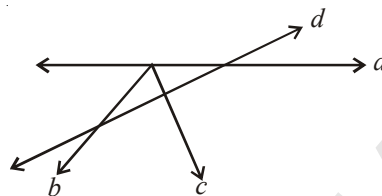
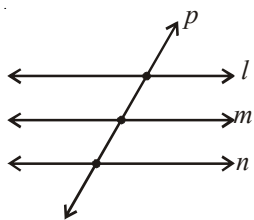


चित्र (ii)

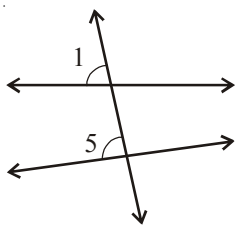


चित्र	तिर्यक रेखा	बाह्य कोण	अन्तः कोण
(i)			
(ii)			

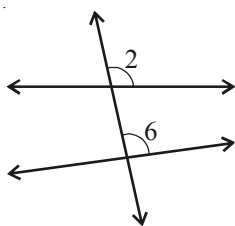
2. निम्न रेखाओं पर ध्यान दीजिए। रेखाओं में तिर्यक रेखा पहचानो। इन रेखाओं द्वारा बनने वाले अंतःकोण व बाह्य कोणों की सूची बनाइये। अंतः कोण अर बाह्य कोण कौन-से हैं?



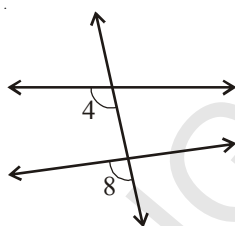
4.2.1 (a) संगत कोण (Corresponding Angles) : नीचे दिये हुए चित्रों को ध्यानपूर्वक देखिए।



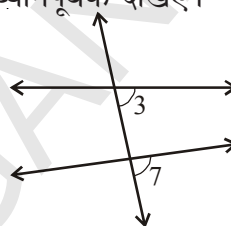
(i)



(ii)



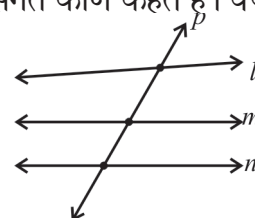
(iii)



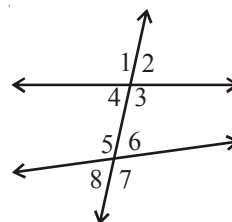
(iv)

निम्न कोणों के युग्मों पर विचार करो ($\angle 1, \angle 5$), ($\angle 2, \angle 6$), ($\angle 4, \angle 8$), ($\angle 3, \angle 7$). क्या इन युग्म कोणों में कुछ समानता है? ये कोण अलग अलग शीर्षों पर स्थित हैं। ये कोण तिर्यक रेखा के एक ओर हैं इसमें से एक अन्तः कोण और दूसरा बाह्य कोण है। उपरोक्त युग्म कोणों को संगत कोण कहते हैं। क्या होता है जब एक तिर्यक रेखा तीन रेखाओं को प्रतिच्छेदित करती है।

इस स्थिति में संगत कोण कौन-से हैं? अन्तःकोणों और बाह्य कोणों की संख्या कितनी है?



यदि 4 या 5 सरल रेखाओं एक तिर्यक रेखा द्वारा प्रतिच्छेदित हों तो आप इन रेखाओं पर बने अन्तःकोणों और बाह्य कोणों पर क्या अनुमान लगाओ?

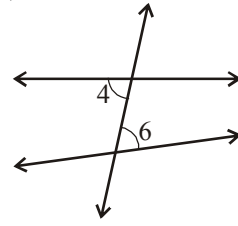
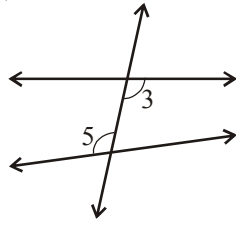


4.2.1 (b) अन्तः और बाह्य एकान्तर कोण

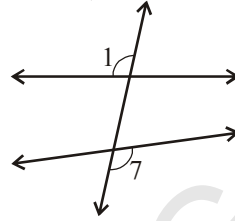
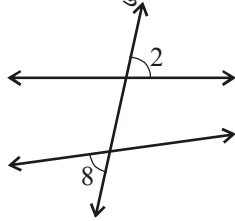
(Interior and exterior Alternate Angles)

चित्र देखिए। दिये गये चित्र में उन कोणों को बताओ जो निम्न तीन गुणों को दर्शाते हैं।

- उनके शीर्ष अलग-अलग हों
 - जो तिर्यक रेखा के दोनों ओर हों
 - जो दो रेखाओं के बीच हों (अन्तःकोण)
- इन युग्म कोणों को एकान्तर अन्तःकोण कहते हैं।



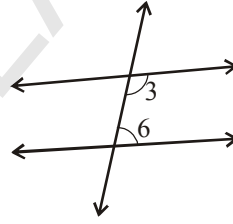
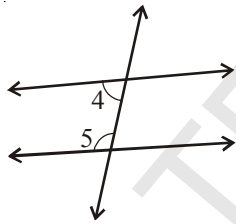
निम्न चित्र में $\angle 3, \angle 5$ और $\angle 4, \angle 6$ एकान्तर अन्तः कोणों के दो युग्म हैं। उसी प्रकार हम एकान्तर बाह्य कोणों के दो युग्मों को ज्ञात कर सकते हैं।



ऊपर चित्र में $\angle 2, \angle 8$ और $\angle 1, \angle 7$ को एकान्तर बाह्य कोण कहते हैं।

4.2.1 (c) तिर्यक रेखा के एक ओर के अन्तः कोण

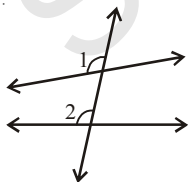
अतः कोण तिर्यक रेखा के एक ओर हो सकते हैं।



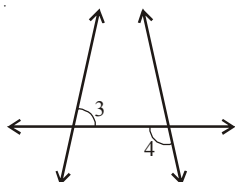
$(\angle 4, \angle 5)$ और $(\angle 3, \angle 6)$ तिर्यक रेखा के एक ओर के बनने वाले अन्तःकोणों के युग्म हैं।

इसे कीजिए

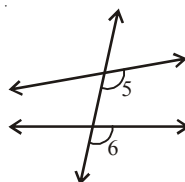
- नीचे दिये गये चित्रों में युग्म कोणों के नाम लिखिए



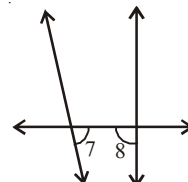
(i)



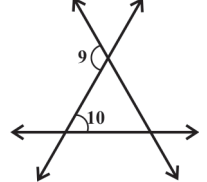
(ii)



(iii)



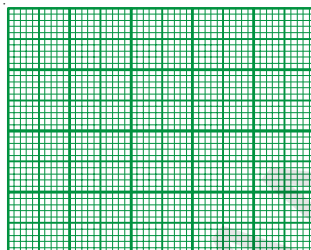
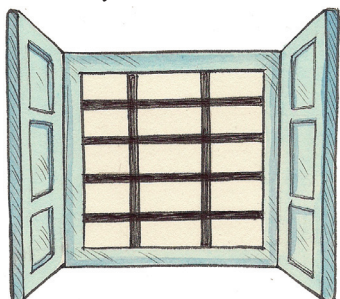
(iv)



(v)

4.2.2 समानान्तर रेखाओं पर तिर्यक रेखाएँ

आप जानते हैं कि दो समतलीय (coplanar lines) रेखाएँ जो प्रतिच्छेदित नहीं होती उन्हें समानान्तर रेखाएँ कहते हैं। आइए, हम समांतर रेखाओं पर तिर्यक रेखाएँ होने पर बननेवाले कोणों के गुण धर्म देखेंगे। एक खिड़की और ग्राफ पेपर के चित्र देखिये।

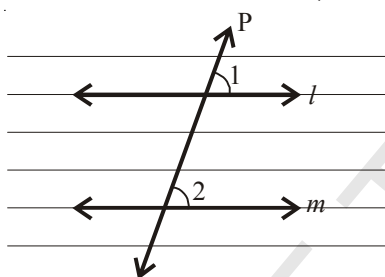


उपरोक्त चित्र समानान्तर रेखाओं पर तिर्यक रेखाओं के उदाहरण हैं।

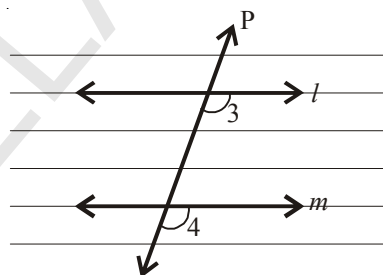
यह कीजिये

एक सफेद पेपर लो और उस पर दो समानान्तर रेखाएं l और m खींचो इन रेखाओं पर तिर्यक रेखा p खींचो।

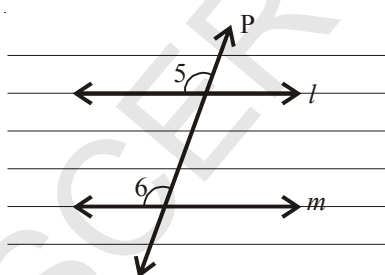
निम्न चित्रों में संगत कोणों की जोड़ियाँ बताइए।



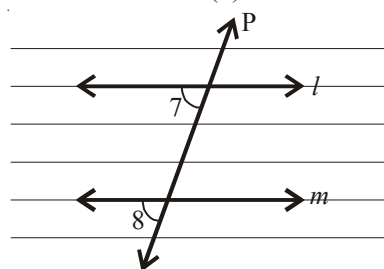
चित्र (i)



चित्र (ii)



चित्र (iii)



चित्र (iv)

चित्र (i) में l , m और p को ट्रेस करो और ट्रेस पेपर को इस प्रकार व्यवस्थित करो कि l और m ठीक एक दूसरे से मिलें। अर्थात् $\angle 1$ और $\angle 2$ एक दूसरे से मिल जाएँ।

अर्थात् $\angle 1 = \angle 2$

क्या शेष बचे संगत कोणों के युग्म समान होंगे? चित्र पर ट्रेस पेपर घूमाकर देखो, क्या संगत कोणों के युग्म समान हैं?

इस प्रकार इस अध्ययन से हम निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि **समानांतर रेखाओं के युग्म को तिर्यक रेखा द्वारा प्रतिच्छेदित किया जाये तो समानांतर भुजाओं पर बनने वाले संगत कोण समान होते हैं।** इस प्रकार संगत कोणों के गुण का उपयोग दूसरे प्रश्नों को हल करने में किया जा सकता है। संलग्न चित्र में 'l' और 'm' समानांतर रेखाओं के युग्म हैं और 'p' तिर्यक रेखा है क्योंकि सभी संगत कोणों के युग्म समान होंगे।

इसलिए $\angle 1 = \angle 5$

लेकिन $\angle 1 = \angle 3$ (शीर्ष के सम्मुख कोण)

इसलिए $\angle 3 = \angle 5$

इस प्रकार हम सिद्ध कर सकते हैं कि $\angle 4 = \angle 6$.

अर्थात् **समानांतर रेखाओं पर तिर्यक रेखा द्वारा बनाये गये एकान्तर अन्तःकोण आपस में समान होते हैं।** क्या आप एकान्तर बाह्य कोण भी समान पाओगे?

आइए अब तिर्यक रेखा के एक ओर बनने वाले अन्तःकोणों के बारे में और जानकारी प्राप्त करें।

उपरोक्त चित्र में सरल रेखाएँ l और m तिर्यक रेखा p द्वारा प्रतिच्छेदित होती हैं।

$\angle 3 = \angle 5$ (एकान्तर अन्तःकोण)

लेकिन $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ (क्यों?)

इसलिए $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$

इसी प्रकार $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$ (कारण बताइए)

इसलिए सरल रेखाओं का युग्म यदि तिर्यक द्वारा प्रतिच्छेदित होता है, तो तिर्यक पर रेखा का एक ओर अन्तः कोणों के युग्मों का योग 180° होता है अर्थात् वे संपूरक होते हैं।

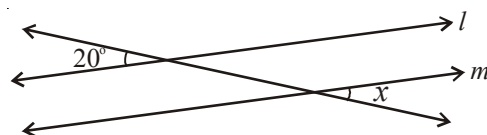
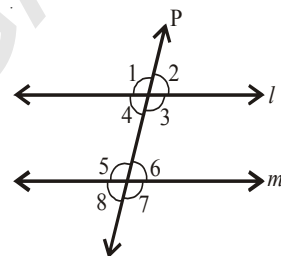
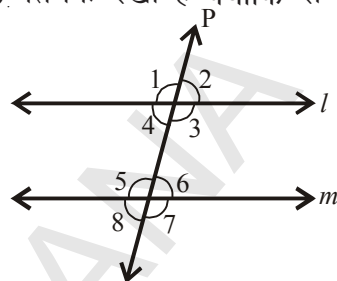
उदाहरण 1: दिये गये चित्र में 'l' और 'm'

समानांतर रेखाएँ हैं।

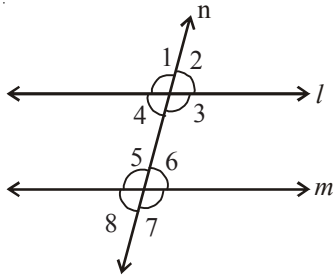
'p' एक तिर्यक रेखा है तो ज्ञात कीजिए।

हल : दिया गया है $l \parallel m$, और p एक तिर्यक रेखा है।

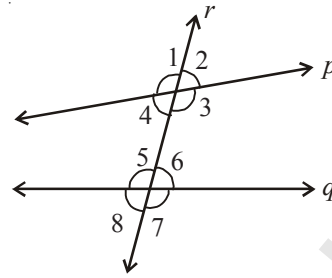
क्योंकि $\angle x$ और 20° एकान्तर बाह्य कोणों के युग्म हैं और वे हमेशा समान होते हैं। इसलिए $\angle x = 20^\circ$.



यह कीजिए।



चित्र (i)



चित्र (ii)

उपरोक्त चित्र (i) और (ii) को अपनी उत्तर पुस्तिका में ट्रेस करो। कम्पास द्वारा मापो तथा तालिका भरो।
सारिणी: ऊपर दिये गये चित्रों एवं संगत कोणों का मापन कीजिए और तालिका के रिक्त स्थानों को भरिए।

चित्र	संगत कोणों के युग्म			
	पहला युग्म	दूसरा युग्म	तीसरा युग्म	चौथा युग्म
(i)	$\angle 1 = \dots\dots\dots$	$\angle 2 = \dots\dots\dots$	$\angle 3 = \dots\dots\dots$	$\angle 4 = \dots\dots\dots$
	$\angle 5 = \dots\dots\dots$	$\angle 6 = \dots\dots\dots$	$\angle 7 = \dots\dots\dots$	$\angle 8 = \dots\dots\dots$
(ii)	$\angle 1 = \dots\dots\dots$	$\angle 2 = \dots\dots\dots$	$\angle 3 = \dots\dots\dots$	$\angle 4 = \dots\dots\dots$
	$\angle 5 = \dots\dots\dots$	$\angle 6 = \dots\dots\dots$	$\angle 7 = \dots\dots\dots$	$\angle 8 = \dots\dots\dots$

उपरोक्त तालिका देखकर यह बताइए कि कौन से संगत कोणों के युग्म समान हैं?

रेखाएं l और m के बारे में आप क्या कहेंगे?

रेखाएं p और q के बारे में आप क्या कहेंगे?

कौन सी रेखाओं का युग्म समानांतर है?

इसलिए तिर्यक रेखा द्वारा दो रेखाओं पर बनने वाले संगत कोण समान हों तो वे रेखाएँ समानांतर होती हैं।

तालिका 2 : निम्न तालिका में एकान्तर अन्तः कोणों को लिखिए

चित्र	एकान्तर अन्तःकोणों के युग्म	
	पहला युग्म	दूसरा युग्म
(i)	$\angle 3 = \dots\dots\dots$ $\angle 5 = \dots\dots\dots$	$\angle 4 = \dots\dots\dots$ $\angle 6 = \dots\dots\dots$
(ii)	$\angle 3 = \dots\dots\dots$ $\angle 5 = \dots\dots\dots$	$\angle 4 = \dots\dots\dots$ $\angle 6 = \dots\dots\dots$

कौन से चित्र में एकान्तर अन्तःकोण समान है?

रेखाएं l और m पर आप क्या कहेंगे?

रेखाएं p और q पर आप क्या कहेंगे?

इसलिए कोई तिर्यक रेखा दो सरल रेखाओं को प्रतिच्छेदित करती है और उन पर बनने वाले एकान्तर अन्तःकोण समान हों तो वे सरल रेखाएँ समानांतर होती हैं।

तालिका 3: निम्न तालिका में तिर्यक रेखा के एक ओर बनने वाले अन्तः कोणों को लिखिए

चित्र	तिर्यक रेखा के एक ओर बनने वाले अन्तः कोण			
	पहला युग्म		दूसरा युग्म	
(i)	$\angle 3 = \dots\dots\dots$ $\angle 6 = \dots\dots\dots$	$\angle 3 + \angle 6 = \dots\dots\dots$	$\angle 4 = \dots\dots\dots$ $\angle 5 = \dots\dots\dots$	$\angle 4 + \angle 5 = \dots\dots\dots$
(ii)	$\angle 3 = \dots\dots\dots$ $\angle 6 = \dots\dots\dots$	$\angle 3 + \angle 6 = \dots\dots\dots$	$\angle 4 = \dots\dots\dots$ $\angle 5 = \dots\dots\dots$	$\angle 4 + \angle 5 = \dots\dots\dots$

कौन से चित्र में तिर्यक रेखा के एक ओर वाले अन्तःकोणों के युग्म संपूरक (180°) है?

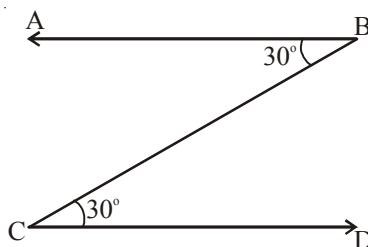
रेखाओं l और m पर आप क्या कहेंगे?

रेखाओं p और q पर आप क्या कहेंगे?

इसलिए यदि कोई तिर्यक रेखा दो सरल रेखाओं को प्रतिच्छेदित करती हो और तिर्यक रेखा के एक ओर बनने वाले अन्तःकोण संपूरक हों तो वे सरल रेखाएँ समानांतर होती हैं।

उदा : नीचे दिये गये चित्र में दो समान 30° के कोणों को दर्शाया गया है।

क्या $AB \parallel CD$? कैसे ?



हल:

हम जानते हैं कि BC एक तिर्यक रेखा है और $\angle B$ और $\angle C$ एकान्तर अन्तःकोण हैं इसलिए $AB \parallel CD$.



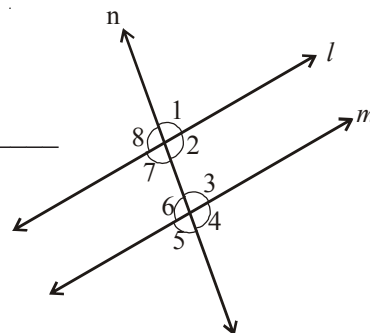
अभ्यास - 7

1. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

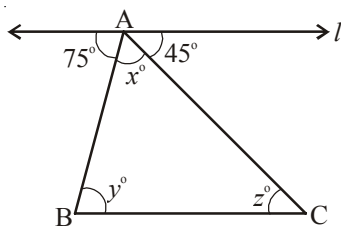
- (i) एक रेखा जो दी गई रेखाओं को अलग-अलग बिन्दुओं पर काटती हो _____ कहलाती है।
- (ii) यदि एकान्तर अन्तःकोणों के युग्म समान हों तो रेखाएँ _____ होती हैं।
- (iii) यदि तिर्यक रेखा की एक ओर के अन्तःकोण संपूरक हों तो वे रेखाएँ _____ होती हैं।
- (iv) यदि दो रेखाएँ एक दूसरे को कई सामान्य बिन्दुओं पर प्रतिच्छेदित करती हों तो वे _____ कहलाती हैं।

2. नीचे दिये चित्र में l और m समानांतर रेखाएँ हैं तथा ' n ' एक तिर्यक रेखा है तो रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

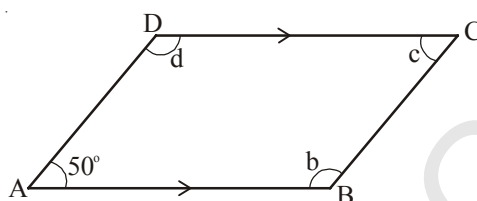
- (i) यदि $\angle 1 = 80^\circ$ तो $\angle 2 =$ _____
- (ii) यदि $\angle 3 = 45^\circ$ तो $\angle 7 =$ _____
- (iii) यदि $\angle 2 = 90^\circ$ तो $\angle 8 =$ _____
- (iv) यदि $\angle 4 = 100^\circ$ तो $\angle 8 =$ _____



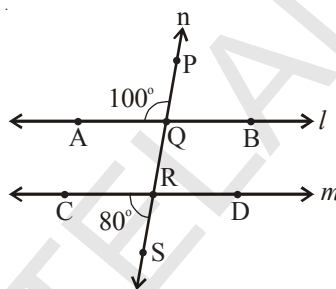
3. यदि $l \parallel BC$ तो x, y, z का मान ज्ञात कीजिए



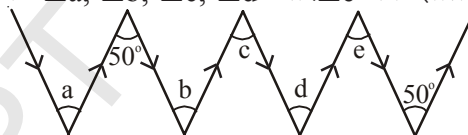
4. ABCD एक समचतुर्भुज है जहाँ $AB \parallel DC$ और $AD \parallel BC$. तो $\angle b, \angle c$ और $\angle d$ ज्ञात करो



5. नीचे दिये चित्र में रेखाएँ l और m तिर्यक रेखा n द्वारा प्रतिच्छेदित होती हैं। तो बताइए कि क्या $l \parallel m$?



6. नीचे दिये चित्र में $\angle a, \angle b, \angle c, \angle d$ और $\angle e$ को ज्ञात कीजिए। कारण बताइए



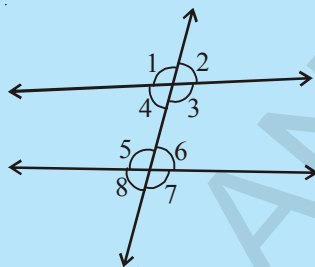
सूचना : रेखाओं पर तीर का निशान दर्शाता है कि वे रेखाएँ आपस में समानांतर हैं।



मुख्यांश

- 1.(i) यदि दो कोणों का योग 90° हो तो उन्हें पूरक कोण कहते हैं।
(ii) पूरक कोण का प्रत्येक कोण न्यून कोण होता है।
- 2.(i) यदि दो कोणों का योग 180° हो तो उन्हें संपूरक कोण कहते हैं।
(ii) संपूरक कोणों के युग्म में प्रत्येक कोण न्यून कोण, समकोण या अधिक कोण होता है।
(iii) दो समकोण सदैव एक दूसरे के संपूरक होते हैं।

3. सामान्य भुजा एवं सामान्य शीर्ष के दोनों ओर निर्मित कोणों को आसन्न कोण कहते हैं।
4. पूरक कोण या संपूरक कोण के युग्मों का आसन्न कोण होना जरूरी नहीं है।
5. आसन्न कोण एवं संपूरक कोणों के युग्म रेखीय युग्म बनाते हैं।
- 6.(i) जब दो रेखाएँ एक बिन्दु (शीर्ष बिन्दु) पर प्रतिच्छेदित होती हैं तो दोनों रेखाओं के आमने-सामने बनने वाले कोण को सम्मुख कोण कहते हैं।
(ii) सम्मुख कोणों के युग्म हमेशा समान होते हैं।
- 7.(i) एक रेखा जो दो या दो से अधिक रेखाओं को अलग-अलग बिन्दुओं पर काटती हो तो वह तिर्यक रेखा कहलाती है।
(ii) इस स्थिति में दो रेखाओं पर काटने वाली रेखा आठ कोण बनाती है। जो इस चित्र में है-



क्रम संख्या	कोणों के प्रकार	युग्मों की संख्या	कोण
1.	अन्तःकोण	—	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
2.	बाह्य कोण	—	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
3.	सम्मुख कोण	4 युग्म	$(\angle 1, \angle 3); (\angle 4, \angle 2); (\angle 5, \angle 7); (\angle 8, \angle 6)$
4.	संगत कोण	4 युग्म	$(\angle 1, \angle 5); (\angle 2, \angle 6); (\angle 4, \angle 8); (\angle 3, \angle 7)$
5.	एकान्तर अन्तःकोण	2 युग्म	$(\angle 3, \angle 5); (\angle 4, \angle 6)$
6.	एकान्तर बाह्य कोण	2 युग्म	$(\angle 1, \angle 7); (\angle 2, \angle 8)$
7.	तिर्यक के एक ओर के कोण	2 युग्म	$(\angle 3, \angle 6); (\angle 4, \angle 5)$

8 जब तिर्यक रेखा दो समानांतर रेखाओं को प्रतिच्छेदित करे तो

- (i) संगत कोण की प्रत्येक जोड़ी समान होती हैं।
- (ii) एकान्तर अन्तःकोण समान होते हैं।
- (iii) एकान्तर बाह्य कोण समान होते हैं।
- (iv) तिर्यक रेखा के एक ओर बनने वाले अन्तःकोण संपूरक होते हैं।