પક્ષીઓનું સ્થળાંતર (MIGRATION OF BIRDS)

પક્ષીઓની સ્થળાંતર પદ્ધતિ જીવવિજ્ઞાનના ક્ષેત્રમાંના અને ખરેખર તમામ વિજ્ઞાનના રહસ્યોમાનું એક છે. ઉદાહરણ તરીકે, પ્રત્યેક શિયાળામાં સાઇબિરીયાના પક્ષીઓ ભારતીય ઉપખંડના પાણીના સ્થળો માટે ભૂલ ન થાય તે રીતે ઉડાન ભરે છે. એવું સૂચવવામાં આવ્યું છે કે, વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ આ સ્થળાંતર પેટર્નનો સંકેત આપી શકે છે. પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્ક્રાંતિ ઇતિહાસમાં હર-હંમેશ અસ્તિત્વ ધરાવે છે. દિશા નિર્ધારિત કરવા માટે આ ક્ષેત્રનો ઉપયોગ યાયાવર પક્ષીઓને મહત્તમ લાભદાયી હોઈ શકે છે. જ્યાં સુધી આપણે જાણીએ છીએ ત્યાં સુધી પક્ષીઓમાં કોઈ લોહચુંબકીય પદાર્થ નથી. તેથી વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ એ દિશા નિર્ધારિત કરવાની એકમાત્ર યોગ્ય પદ્ધતિ જણાય છે. શ્રેષ્ઠ દ્રષ્ટિકોણને ધ્યાનમાં લો કે જ્યાં ચુંબકીયક્ષેત્ર **B** પક્ષીનો વેગ **υ** અને એના શરીરરચનાના બે સંબંધિત બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર l એ ત્રણેય પરસ્પર લંબ છે. ગતિકીય *emf* માટેના સૂત્ર સમીકરણ (6.5) પરથી,

$$\varepsilon = Bl\upsilon$$

$B = 4 \times 10^{-5}$ T, $l = 2$ cm પહોળાઈ અને $v = 10$ m/s લેવાથી, આપણને

$$\varepsilon = 4 \times 10^{-5} \times 2 \times 10^{-2} \times 10\,V = 8 \times 10^{-6}\,V$$

$= 8\,\mu V$ મળે છે.

આ અત્યંત નાનો સ્થિતિમાન તફાવત સૂચવે છે કે આપણી પૂર્વધારણા શંકાસ્પદ માન્યતા ધરાવે છે. કેટલાંક પ્રકારની માછલીઓ નાના સ્થિતિમાન તફાવતો શોધી શકે છે. જો કે, આ માછલીમાં ખાસ કોશિકાઓ ઓળખી કાઢવામાં આવી છે જે નાના વોલ્ટેજ તફાવતોને શોધે છે. પક્ષીઓમાં આવી કોશિકાઓની ઓળખ થઈ શકી નથી. આમ, પક્ષીઓની સ્થળાંતર પેટર્ન રહસ્યમય છે.

સારાંશ

1. સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**માં મૂકવામાં આવેલ **A** ક્ષેત્રફળની સપાટી સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ

   $\Phi_B = \mathbf{B}\cdot\mathbf{A} = BA\cos\theta$

   વડે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે. જ્યાં, θ એ **B** અને **A** વચ્ચેનો ખૂણો છે.
2. ફેરેડેના પ્રેરણના નિયમો એમ સૂચવે છે કે, N આંટાઓવાળા ગૂંચળામાં પ્રેરિત *emf* તેમાંના ફ્લક્સના ફેરફારના દર સાથે સીધો સંબંધ ધરાવે છે.

   $$\varepsilon = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$

   અહીં, Φ_B એ ગૂંચળાના એક આંટા સાથે સંકળાયેલા ફ્લક્સ છે. જો પરિપથ બંધ હોય તો, વિદ્યુતપ્રવાહ $I = \varepsilon/R$ તેમાં પ્રસ્થાપિત થાય છે. જ્યાં, R એ પરિપથનો અવરોધ છે.
3. લેન્ઝનો નિયમ જણાવે છે કે, પ્રેરિત *emf* નું ધ્રુવત્વ (પોલરીટી) એવું હોય છે કે તે એવો વિદ્યુતપ્રવાહ પેદા કરે છે કે જે તેને ઉત્પન્ન કરનારા ચુંબકીય ફ્લક્સના ફેરફારનો વિરોધ કરે છે. ફેરેડેના નિયમના સૂત્રમાં ઋણ ચિહ્ન આ હકીકત દર્શાવે છે.
4. જ્યારે l લંબાઈના ધાતુના એક સળિયાને એક સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર Bમાં લંબ મૂકવામાં આવે છે અને વેગ υ સાથે આ ક્ષેત્રને લંબ ખસેડવામાં આવે છે ત્યારે તેના છેડાઓમાં પ્રેરિત *emf* (જે ગતિકીય *emf* કહેવાય છે)

   $\varepsilon = Bl\upsilon$ છે.
5. બદલાતાં જતાં ચુંબકીયક્ષેત્રો તેની નજીકના ધાતુ (કોઈપણ વાહક)ના પદાર્થોમાં પ્રવાહ ગાળાઓ પ્રસ્થાપિત કરી શકે છે. તેઓ વિદ્યુત ઊર્જાનો ઉષ્મા તરીકે વ્યય કરે છે. આવા પ્રવાહોને ઘૂમરી પ્રવાહો (એડી પ્રવાહો) કહેવામાં આવે છે.
6. પ્રેરકત્વએ સંલગ્ન (સંકળાયેલ) ફ્લક્સ અને પ્રવાહનો ગુણોત્તર છે. તે $N\Phi/I$ની બરાબર છે.

7. ગૂંચળા (ગૂંચળા-2)માં બદલાતો પ્રવાહ તેની નજીકના ગૂંચળા (ગૂંચળા-1)માં *emf*ને પ્રેરિત કરી શકે છે. આ સંબંધને

$$\varepsilon_1 = -M_{12}\frac{dI_2}{dt}$$

દ્વારા આપવામાં આવે છે. રાશિ M_{12}ને ગૂંચળા-2ના સાપેક્ષે ગૂંચળા-1નું અન્યોન્ય-પ્રેરકત્વ કહેવામાં આવે છે. આવી જ રીતે તમે M_{21}ની વ્યાખ્યા પણ કરી શકો છો. $M_{12} = M_{21}$ એક વ્યાપક સામ્યતા રહેલી છે.

8. જ્યારે કોઈ ગૂંચળામાંના પ્રવાહમાં ફેરફાર થાય છે, ત્યારે તે તેજ ગૂંચળામાં બેક emf પ્રેરિત છે. આ આત્મ-પ્રેરિત *emf*

$$\varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$$

દ્વારા આપવામાં આવે છે. L એ ગૂંચળાનું આત્મ-પ્રેરકત્વ છે. જે તેમાંના તેના પ્રવાહના ફેરફારની વિરુદ્ધમાં ગૂંચળાના જડત્વનું માપ છે.

9. જેનો ગર્ભ સાપેક્ષ પરમીએબિલિટી μ_r ધરાવતું ચુંબકીય દ્રવ્ય ધરાવે છે તેવા લાંબા સૉલેનોઇડનું આત્મ-પ્રેરકત્વ

$$L = \mu_r \mu_0 n^2 Al$$

દ્વારા આપવામાં આવે છે. જ્યાં, A એ સૉલેનોઇડના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ છે, તેની લંબાઇ l અને n એ એકમ લંબાઈમાં આંટાઓની સંખ્યા છે.

10. ac જનરેટરમાં, યાંત્રિક ઊર્જા વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણની ઘટનાથી વિદ્યુતઊર્જામાં રૂપાંતરિત થાય છે. જો N આંટાઓ અને A ક્ષેત્રફળવાળા ગૂંચળાને સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**માં ν જેટલા પરિભ્રમણ પ્રતિ સેકન્ડ સાથે ઘુમાવવામાં આવે છે, તો ઉત્પન્ન ગતિકીય emf. $\varepsilon = NBA(2\pi\nu)\sin(2\pi\nu t)$ છે.
જ્યાં, આપણે ધારણા કરી છે કે, $t = 0$ s સમયે એ ગૂંચળું ક્ષેત્રને લંબ છે.

રાશિ	પ્રતિક	એકમ	પરિમાણ	સૂત્ર
ચુંબકીય ફ્લક્સ	Φ_B	Wb (weber)	$[ML^2T^{-2}A^{-1}]$	$\Phi_B = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$
emf	ε	V (volt)	$[ML^2T^{-3}A^{-1}]$	$\varepsilon = -d(N\Phi_B)/dt$
અન્યોન્ય-પ્રેરકત્વ (Mutual Inductance)	M	H (henry)	$[ML^2T^{-2}A^{-2}]$	$\varepsilon_1 = -M_{12}(dI_2/dt)$
આત્મ-પ્રેરકત્વ (Self Inductance)	L	H (henry)	$[ML^2T^{-2}A^{-2}]$	$\varepsilon = -L(dI/dt)$

ગહન વિચારણાના મુદ્દાઓ

1. વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ પરસ્પર ગાઢ સંબંધ ધરાવે છે. ઓગણીસમી સદીના પ્રારંભિક ભાગમાં, ઓર્સ્ટેડ, ઍમ્પિયર અને અન્ય વિજ્ઞાનીઓના પ્રયોગોએ પ્રસ્થાપિત કર્યું કે, ગતિમાન વિદ્યુતભાર (પ્રવાહ) ચુંબકીયક્ષેત્ર પેદા કરે છે. ત્યારબાદ 1830ની આસપાસ, ફેરેડે અને હેન્રીના પ્રયોગોએ દર્શાવ્યું કે ગતિમાન ચુંબક વિદ્યુતપ્રવાહને પ્રેરિત કરી શકે છે.
2. બંધ પરિપથમાં, વિદ્યુતપ્રવાહ એવી રીતે પ્રેરિત થાય છે કે જે ચુંબકીય ફ્લક્સના ફેરફારનો વિરોધ કરે. તે ઊર્જા સંરક્ષણના નિયમ મુજબ છે. જો કે, ખુલ્લા પરિપથના કિસ્સામાં, emf

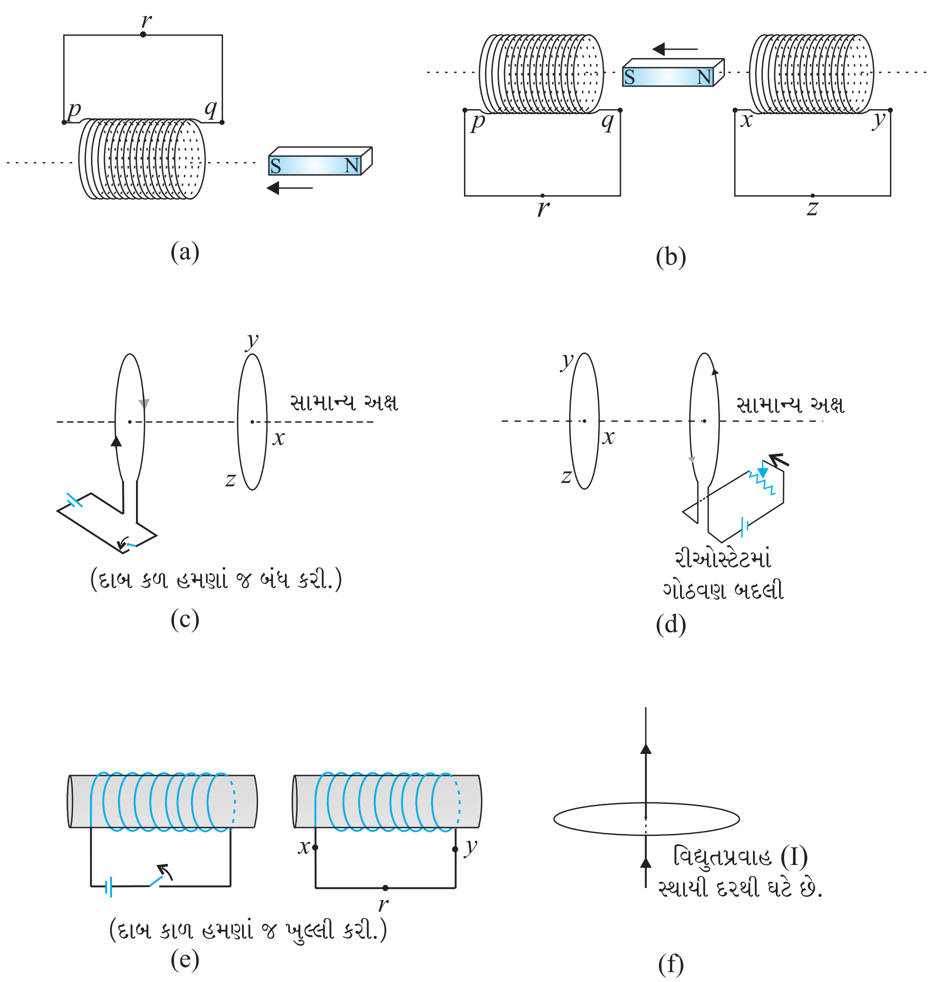
તેના છેડાઓ પર પ્રેરિત થાય છે. તે ફ્લક્સના ફેરફાર સાથે કેવી રીતે સંબંધિત છે ?

3. પરિચ્છેદ 6.5માં ચર્ચેલ ગતિકીય *emf* ની દલીલ ફેરેડેના નિયમથી સ્વતંત્ર રીતે ગતિમાન વિદ્યુતભાર પર લાગતા લોરેન્ઝ બળનો ઉપયોગ કરીને પણ કરી શકાય છે. જો કે, ભલે વિદ્યુતભારો સ્થિર હોય (અને લોરેન્ઝ બળનું પદ q ($\mathbf{v} \times \mathbf{B}$) કાર્યરત ન હોય તો પણ), સમય-આધારિત ચુંબકીયક્ષેત્રની હાજરીમાં *emf* પ્રેરિત થાય છે. આ રીતે, ફેરેડેના નિયમમાં, ગતિમાન વિદ્યુતભારો સ્થિત ક્ષેત્રમાં અને સ્થિત વિદ્યુતભારો સમય સાથે બદલાતાં ક્ષેત્રમાં હોય એ સંમિત (Symmetric) સ્થિતિ હોવાનું જણાય છે. આ ફેરેડેના નિયમ માટે સાપેક્ષતાના સિદ્ધાંતની સુસંગતતા અંગે તટસ્થ સંકેત આપે છે.

4. ચુંબકીય ધ્રુવો વચ્ચે તાંબાની પ્લેટને જ્યારે દોલન કરવા દેવામાં આવે છે, ત્યારે તેની ગતિ અવમંદિત થાય છે. ઘૂમરી (એડી) પ્રવાહો દ્વારા અવમંદિત બળ કેવી રીતે ઉત્પન્ન થાય છે ?

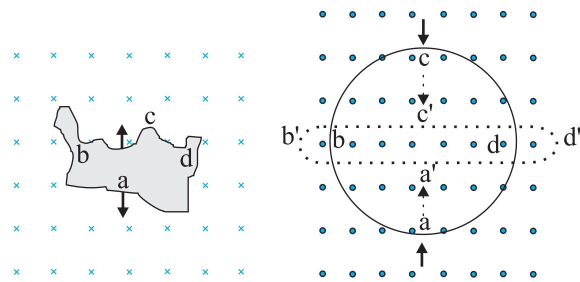
સ્વાધ્યાય

6.1 નીચેની આકૃતિઓ 6.18 (a) થી (f) દ્વારા વર્ણવેલ પરિસ્થિતિઓમાં પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા જણાવો.



આકૃતિ 6.18

6.2 આકૃતિ 6.19 દ્વારા વર્ણવેલ પરિસ્થિતિઓમાં પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા નક્કી કરવા માટે લેન્ઝના નિયમનો ઉપયોગ કરો.
(a) એક અનિયમિત આકારના તાર, વર્તુળાકારમાં ફેરવાય છે.
(b) એક વર્તુળાકાર ગાળો એક પાતળા સીધા તારમાં વિરુપિત થાય છે.



આકૃતિ 6.19

6.3 15 આંટાઓ પ્રતિ cm વાળા એક લાંબા સૉલેનોઇડમાં, તેની અક્ષને સમાંતર સૉલેનોઇડની અંદર 2.0 cm^2 ક્ષેત્રફળ ધરાવતા એક નાનો ગાળો મુકેલ છે. જો સૉલેનોઇડમાં વહેતો વિદ્યુતપ્રવાહ 0.1 s માં 2.0A થી 4.0A સ્થાયી રીતે બદલાય તો વિદ્યુતપ્રવાહમાં ફેરફાર વખતે ગાળામાં પ્રેરિત *emf* કેટલું હશે ?

6.4 8 cm અને 2 cm બાજુઓવાળા અને એક નાનો કાપો (Cut) ધરાવતા એક લંબચોરસ તારનો ગાળો 0.3 Tની તીવ્રતાના અને ગાળાને લંબ દિશાના એક સમાન ચુંબકીયક્ષેત્રના વિસ્તારમાંથી બહારની તરફ ગતિ કરી રહ્યો છે. જો ગાળાનો વેગ 1 cm s^{-1} (a) લાંબી બાજુને, (b) ગાળાની ટૂંકી બાજુને લંબ દિશા તરફનો હોય, તો આ કાપના છેડા વચ્ચે ઉત્પન્ન *emf* કેટલું હશે ? પ્રત્યેક કિસ્સામાં પ્રેરિત વોલ્ટેજ કેટલા સમય માટે રહેશે ?

6.5 એક 1.0 m લાંબા ધાતુના સળિયાને, સળિયાને લંબ અને તેના કોઈ એક છેડામાંથી પસાર થતી અક્ષને અનુલક્ષીને 400 rad s^{-1}ની કોણીય આવૃત્તિ સાથે પરિભ્રમણ કરાવવામાં આવે છે. આ સળિયાનો બીજો છેડો એક વર્તુળાકાર ધાતુની રિંગ સાથે સંપર્કમાં છે. અક્ષને સમાંતરે 0.5 Tનું અચળ અને એકસમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર દરેક સ્થળે અસ્તિત્વ ધરાવે છે. આ કેન્દ્ર અને આ રિંગ વચ્ચે ઉત્પન્ન *emf*ની ગણતરી કરો.

6.6 8.0 cm ત્રિજ્યાના અને 20 આંટાવાળા ગૂંચળાને તેના ઉર્ધ્વ વ્યાસને અનુલક્ષીને 3.0×10^{-2} T મૂલ્યના એક સમાન સમક્ષિતિજ ચુંબકીયક્ષેત્રમાં 50 rad s^{-1}ની કોણીય ઝડપથી ઘુમાવવામાં આવે છે. આ ગૂંચળામાં પ્રેરિત મહત્તમ અને સરેરાશ emf મેળવો. જો આ ગૂંચળું 10 Ω અવરોધનો એક બંધ ગાળો રચે, તો ગૂંચળામાંના પ્રવાહના મહત્તમ મૂલ્યની ગણતરી કરો. જૂલ હિટીંગને કારણે સરેરાશ પાવર-વ્યય (Power Loss)ની ગણતરી કરો. આ પાવર ક્યાંથી આવે છે ?

6.7 પૂર્વથી પશ્ચિમ સુધી વિસ્તરેલ 10 m લંબાઈનો એક સમક્ષિતિજ સીધો તાર 5.0 m s^{-1}ની ઝડપથી પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રના સમક્ષિતિજ ઘટક 0.30×10^{-4} Wbm^{-2}ને લંબરૂપે નીચે પડી રહ્યો છે.
(a) આ તારમાં પ્રેરિત *emf*નું તાત્ક્ષણિક મૂલ્ય શું છે ?
(b) આ emfની દિશા શું છે ?
(c) આ તારનો કયો છેડો ઊંચા વિદ્યુત સ્થિતિમાન પર છે ?

6.8 એક પરિપથમાં 0.1 sમાં વિદ્યુતપ્રવાહમાં 5.0 A થી 0.0 A ઘટાડો થાય છે. જો 200 V સરેરાશ *emf* પ્રેરિત થાય, તો આ પરિપથના આત્મ-પ્રેરકત્વનો અંદાજ આપો.

6.9 પાસ-પાસે રહેલ ગૂંચળાની જોડનું અન્યોન્ય-પ્રેરકત્વ 1.5 H છે. જો એક ગૂંચળામાં 0.5 sમાં વિદ્યુતપ્રવાહનો ફેરફાર 0 થી 20 Aનો છે. તો અન્ય ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ (સંલગ્ન) ફ્લક્સનો ફેરફાર શું છે ?

6.10 જેટ વિમાન 1800 km/hrની ઝડપે પશ્ચિમ તરફ ગતિ કરે છે. જો આ સ્થાને પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય 5×10^{-4} T અને ડીપ એંગલ 30^o હોય તથા જો પાંખોના છેડાઓ વચ્ચેનો ગાળો 25 mનો હોય તો તેમની વચ્ચે ઉત્પન્ન થતો વોલ્ટેજનો તફાવત શું હશે ?

વધારાના સ્વાધ્યાય

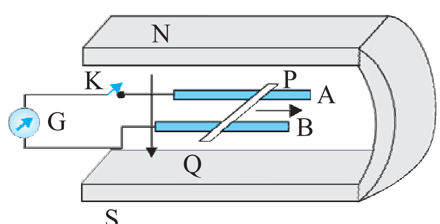
6.11 સ્વાધ્યાય 6.4માં લૂપ સ્થિર છે તેમ ધારો, પરંતુ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરનારો જે પ્રવાહ વિદ્યુતચુંબકને આપવામાં આવે છે તે ધીમે ધીમે ઘટાડવામાં આવે છે જેથી ક્ષેત્ર તેના પ્રારંભિક મૂલ્ય 0.3 T થી 0.02 T s^{-1} ના દરે ઘટે છે. જો કાપ (Cut) સાંધી દેવામાં આવે અને લૂપનો અવરોધ 1.6 Ω નો હોય, તો લૂપ દ્વારા ઉષ્મા સ્વરૂપે શક્તિ (પાવર)નો કેટલો વ્યય થાય છે ? આ શક્તિ (પાવર)નો સ્રોત શું છે ?

6.12 ધન z-દિશામાં ચુંબકીયક્ષેત્ર ધરાવતાં વિસ્તારમાં 12 cmની બાજુઓવાળો એક ચોરસ ગાળો કે જેની બાજુઓ X અને Y અક્ષોને સમાંતર છે તેને ધન x-દિશામાં 8 cm s^{-1}ના વેગ સાથે ખસેડવામાં આવે છે. આ ક્ષેત્ર અવકાશમાં એકસમાન નથી કે સમય સાથે અચળ પણ નથી. તેમાં ઋણ x-દિશા સાથે 10^{-3} T cm^{-1}નું પ્રચલન (Gradient) (એટલે કે જેમ ઋણ x-દિશામાં ગતિ કરીએ તેમ તે 10^{-3} T cm^{-1}થી વધે છે) ધરાવે છે અને તે સમય સાથે 10^{-3} T s^{-1}ના દરે ઘટતું જાય છે. તેના અવરોધ 4.50 mΩ હોય તો આ ગાળામાં પ્રેરિત પ્રવાહની દિશા અને મૂલ્ય નક્કી કરો.

6.13 એક શક્તિશાળી લાઉડ સ્પીકરના ચુંબકના ધ્રુવો વચ્ચેના ક્ષેત્રના મૂલ્યને માપવું છે. ખૂબ જ નજીક નજીક વીંટાળેલ 25 આંટાઓ વાળી એક નાની 2 cm^2 ક્ષેત્રફળની સપાટ સર્ચ-કોઇલ (ગૂંચળું)ને ક્ષેત્રની દિશામાં લંબ રાખવામાં આવે છે અને તે પછી ક્ષેત્રના વિસ્તારમાંથી ઝડપથી ખેંચી લેવામાં આવે છે. (અથવા સમતુલ્ય રીતે તેના સમતલને ક્ષેત્રની દિશાને સમાંતર લાવવા માટે કોઈ તેને ઝડપી 90°નું ભ્રમણ આપી શકે છે). આ ગૂંચળામાં વહેતો કુલ વિદ્યુતભાર (ગૂંચળા સાથે જોડાયેલ બેલિસ્ટિક ગૅલ્વેનોમીટર દ્વારા માપવામાં આવે છે) 7.5 mC છે. આ ગૂંચળા અને ગૅલ્વેનોમિટરનો સંયુક્ત અવરોધ 0.50 Ω છે. આ ચુંબકની પ્રબળતાનું અનુમાન કરો.

6.14 આકૃતિ 6.20 એ કાયમી ચુંબકના ધ્રુવો વચ્ચે લીસા પાટાઓ AB પર સ્થિત એક ધાતુના સળિયા PQને દર્શાવે છે. આ પાટાઓ, સળિયો અને ચુંબકીયક્ષેત્ર એ ત્રણેય પરસ્પર લંબ દિશામાં છે. એક ગેલ્વેનોમિટર Gને કળ K દ્વારા પાટાઓ સાથે જોડાયેલ છે. આ સળિયાની લંબાઈ = 15 cm, B = 0.50 T, આ સળિયો ધરાવતા બંધ ગાળાનો અવરોધ = 9.0 mΩ છે. આ ક્ષેત્ર સમાન છે તેમ ધારો.

(a) ધારોકે, આ K ખુલ્લી છે અને સળિયાને 12 cm s^{-1}ની ઝડપે દર્શાવેલ દિશામાં ખસેડવામાં આવે છે. પ્રેરિત emfનું ધ્રુવત્વ અને મૂલ્ય આપો.



આકૃતિ 6.20

(b) જ્યારે K ખુલ્લી હોય ત્યારે સળિયાના છેડાઓ પર કોઈ વધારાનો વિદ્યુતભાર પ્રસ્થાપિત થશે ? જો K બંધ હોય તો શું ?

(c) K ખુલ્લી હોય અને સળિયો સમાન રીતે ગતિ કરે ત્યારે સળિયાની આ ગતિને કારણે ઈલેક્ટ્રૉન ચુંબકીય બળ અનુભવતા હોવા છતાં આ સળિયા PQમાં ઈલેક્ટ્રૉન પર કોઈ ચોખ્ખું બળ નથી. સમજાવો.

(d) જ્યારે K બંધ હોય ત્યારે આ સળિયા પર ગતિરોધક બળ કેટલું હશે ?

(e) જ્યારે K બંધ હોય છે ત્યારે આ સળિયાને એ જ ઝડપે (= 12 cm s^{-1}) ખસેડવા માટે (બાહ્ય એજન્ટ દ્વારા) કેટલો પાવર શક્તિ જરૂરી છે ? જ્યારે K ખુલ્લી હોય ત્યારે કેટલી શક્તિ (પાવર) આવશ્યક છે ?

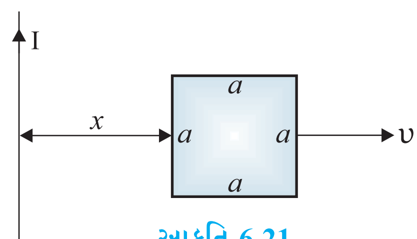
(f) આ બંધ પરિપથમાં ઉષ્મારૂપે કેટલી શક્તિ (પાવર)નો વ્યય થાય છે ? આ શક્તિ (પાવર)નો સ્રોત શું છે ?

(g) ચુંબકીયક્ષેત્ર લંબરૂપ હોવાને બદલે પાટાઓને સમાંતર હોય તો ગતિમાન સળિયામાં પ્રેરિત emf કેટલું થશે ?

6.15 30 cm લંબાઈ, 25 cm^2 આડછેદનું ક્ષેત્રફળ, 500 આંટાઓવાળું અને જેના ગર્ભ ભાગમાં હવા હોય તેવું (એર-કોર્ડ) સૉલેનોઇડ, 2.5 A પ્રવાહનું વહન કરે છે. આ પ્રવાહને અચાનક 10^{-3}sના ટૂંકા સમયમાં બંધ કરવામાં આવે છે. આ પરિપથમાં ખુલ્લી કળ (સ્વીચ)ના છેડા વચ્ચે પ્રેરિત સરેરાશ બેક *emf* કેટલું થશે ? આ સૉલેનોઇડના છેડાની નજીક ચુંબકીયક્ષેત્રના ફેરફારને અવગણો.

6.16 (a) આકૃતિ 6.21માં બતાવ્યા પ્રમાણે એક લાંબા સુરેખ તાર અને a બાજુવાળા એક ચોરસ ગાળા વચ્ચેના અન્યોન્ય-પ્રેરકત્વ માટેનું સૂત્ર મેળવો.

(b) હવે ધારોકે સુરેખ તાર 50 A પ્રવાહનું વહન કરે છે અને ગાળાને υ = 10 m/s અચળ વેગ સાથે જમણી તરફ ખસેડવામાં આવે છે. જ્યારે x = 0.2 m હોય તે ક્ષણે ગાળામાં પ્રેરિત emfની ગણતરી કરો. a = 0.1 m લો અને ધારોકે ગાળો મોટો અવરોધ ધરાવે છે.



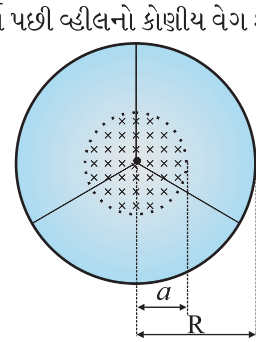
આકૃતિ 6.21

6.17 એકમ લંબાઈ દીઠ λ જેટલો રેખીય વિદ્યુતભાર, M દ્રવ્યમાન અને R ત્રિજ્યાના વ્હીલની ધાર (રીમ) પર એકસરખી રીતે મૂકવામાં આવેલ છે. આ વ્હીલમાં હલકા અવાહક આરાઓ (Spokes) છે અને તે તેની અક્ષને અનુલક્ષીને ઘર્ષણ વિના ભ્રમણ કરવા મુક્ત છે. એક સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર એ ધારની અંદર વર્તુળાકાર વિભાગમાં વિસ્તરેલ છે. જેને

$$\mathbf{B} = -B_0 k \qquad (r \le a;\ a < R)$$
$$= 0 \qquad \text{(અન્યથા)}$$

દ્વારા આપવામાં આવે છે.

આ ક્ષેત્ર અચાનક બંધ કર્યા પછી વ્હીલનો કોણીય વેગ શું હશે ?



આકૃતિ 6.22

પ્રકરણ સાત

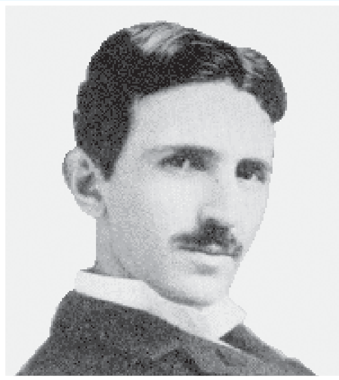
પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ (ALTERNATING CURRENT)

7.1 પ્રસ્તાવના (INTRODUCTION)

આપણે અત્યાર સુધીમાં એકદિશ પ્રવાહ (dc)ના સ્રોત અને એકદિશ (dc) સ્રોત સાથેનાં પરિપથોનો વિચાર કર્યો છે. આવા પ્રવાહો સમય સાથે દિશા બદલતા નથી. પરંતુ સમય સાથે બદલાય તેવા વોલ્ટેજ અને પ્રવાહો ખૂબ સામાન્ય છે. આપણા ઘર અને ઓફિસમાં વિદ્યુત મેઈન્સ સપ્લાય એક એવો વોલ્ટેજ છે જે સમય સાથે sine વિધેય મુજબ બદલાય છે. આવા વોલ્ટેજને પ્રત્યાવર્તી વોલ્ટેજ (ac voltage) કહે છે અને તેના વડે પરિપથમાં વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહને, પ્રત્યાવર્તી (ઉલટસુલટ) વિદ્યુતપ્રવાહ (ac current)* કહે છે. આજે આપણે ઉપયોગમાં લેતા મોટાભાગનાં વિદ્યુત ઉપકરણોને એસી વોલ્ટેજની જરૂર પડે છે. આનું મુખ્ય કારણ એ છે કે પાવર કંપનીઓ દ્વારા વેચાતી વિદ્યુતઊર્જાનું પ્રસારણ અને વહેંચણી, પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ સ્વરૂપે થાય છે. ડીસી વોલ્ટેજને બદલે એસી વોલ્ટેજનો ઉપયોગ પસંદ કરવાનું મુખ્ય કારણ એ છે કે બે ટ્રાન્સફોર્મરની મદદથી ac વોલ્ટેજને એક વોલ્ટેજમાંથી બીજા વોલ્ટેજમાં સરળતાથી અને અસરકારક રીતે રૂપાંતર કરી શકાય છે. ઉપરાંત વિદ્યુતઊર્જાનું કરકસર યુક્ત લાંબા અંતર સુધી પ્રસારણ કરી શકાય છે. એસી પરિપથો એવી ઘણી લાક્ષણિકતાઓ ધરાવે છે જેનો ઉપયોગ રોજીંદા જીવનમાં વપરાતા ઘણાં ઉપકરણોમાં થાય છે. ઉદાહરણ તરીકે જ્યારે આપણે આપણા મનપસંદ રેડિયો સ્ટેશન માટે રેડિયો ટ્યુન કરીએ છીએ ત્યારે એસી પરિપથનાં વિશિષ્ટ ગુણધર્મોનો લાભ લઈએ છીએ. તે પૈકીનાં એકનો અભ્યાસ તમે આ પ્રકરણમાં કરશો.

* એસી વોલ્ટેજ અને એસી પ્રવાહ શબ્દસમૂહ અનુક્રમે વિરોધાભાસી અને અનાવશ્યક છે. કારણ કે તેમના શબ્દશઃ અર્થ પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ વોલ્ટેજ અને પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ પ્રવાહ છે. હજુ પણ ટૂંકાક્ષર ac, સરળ આવર્ત (પ્રસંવાદી) પ્રકારે સમય પરનું અવલંબન (Dependence) દર્શાવતી વિદ્યુતરાશિઓને રજૂ કરવા માટે એટલાં તો સાર્વત્રિક રીતે સ્વીકારાયાં છે કે આપણે તેના ઉપયોગમાં અન્ય સહુને અનુસરીશું. ઉપરાંત, સામાન્યતઃ ઉપયોગ લેવાતા બીજા શબ્દ વોલ્ટેજનો અર્થ બે બિંદુઓ વચ્ચેનો વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત થાય છે.

નિકોલા ટેસ્લા (Nicola Tesla) (1856-1943)



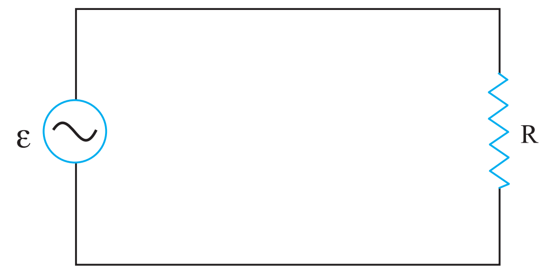
નિકોલા ટેસ્લા (Nicola Tesla) (1856-1943) : સર્બીયન-અમેરિકન શોધક (Inventor) અને પ્રતિભાશાળી વૈજ્ઞાનિક હતા. તેમણે ભ્રમણ કરતા ચુંબકીયક્ષેત્રની કલ્પના કરી, જે વ્યાવહારિક રીતે બધી જ પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ મશીનરીનો આધાર બની છે અને તે વિદ્યુતપાવરનાં યુગમાં પ્રવેશ માટે મદદરૂપ થઈ. તેમણે શોધેલી અન્ય વસ્તુઓમાં ઇન્ડક્શન મોટર, ac પાવરની પોલીફેઝ સિસ્ટમ (બહુકળાતંત્ર) રેડિયો અને ટેલિવિઝન સેટ તથા અન્ય ઇલેક્ટ્રોનિક ઉપકરણોમાં વપરાતી ઉચ્ચ આવૃત્તિવાળી ઇન્ડક્શન કોઇલ (ટેસ્લા કોઇલ)નો સમાવેશ થાય છે. ચુંબકીયક્ષેત્રના SI એકમનું નામ તેમનાં માનમાં રાખવામાં આવ્યું છે.

7.2 અવરોધકને લાગુ પાડેલ AC વોલ્ટેજ (AC VOLTAGE APPLIED TO A RESISTOR)

આકૃતિ 7.1માં અવરોધકને ac વોલ્ટેજ સ્રોત ε સાથે જોડેલો દર્શાવેલ છે. પરિપથમાં ac સ્રોતની સંજ્ઞા ⊝ છે. આપણે એવો ac સ્રોત ધ્યાનમાં લઈએ છીએ કે જે તેનાં બે છેડા વચ્ચે સાઇન વિધેય મુજબ બદલાતો જતો વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત ઉત્પન્ન કરે. આવા વિદ્યુતસ્થિતિમાન તફાવતને એસી વોલ્ટેજ પણ કહે છે. જે નીચે મુજબ આપી શકાય છે.

$$v = v_m \sin \omega t \qquad (7.1)$$

જ્યાં v_m દોલન પામતા વિદ્યુતસ્થિતિમાન તફાવતનો કંપવિસ્તાર છે અને ω તેની કોણીય આવૃત્તિ છે.



આકૃતિ 7.1 અવરોધકને લાગુ પાડેલ ac વોલ્ટેજ

અવરોધકમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ શોધવા માટે આકૃતિ 7.1માં દર્શાવેલ પરિપથને કિર્ચોફનો બંધગાળા (Loop)નો નિયમ $\sum \varepsilon(t) = 0$ (પરિચ્છેદ 3.13 જુઓ) લાગુ પાડતાં નીચેનું સમીકરણ મળે.

$$v_m \sin \omega t = i R$$

અથવા $$i = \frac{v_m}{R} \sin \omega t$$

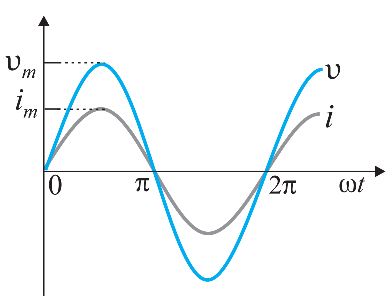
અહીં, R અચળ હોવાથી આપણે આ સમીકરણને નીચે મુજબ લખી શકીએ.

$$i = i_m \sin \omega t \qquad (7.2)$$

જ્યાં, પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર i_m નીચે મુજબ છે.

$$i_m = \frac{v_m}{R} \qquad (7.3)$$

સમીકરણ (7.3) માત્ર ઓહ્મનો નિયમ છે જે અવરોધક માટે, ac વોલ્ટેજ અને dc વોલ્ટેજ બંને માટે સમાન રીતે લાગુ પડે છે. સમીકરણ (7.1) અને (7.2) મુજબ શુદ્ધ અવરોધકનાં બે છેડા વચ્ચેનો વોલ્ટેજ અને તેમાંથી પસાર થતા વીજપ્રવાહને સમયનાં વિધેય તરીકે આકૃતિ (7.2) માં દર્શાવેલ છે. એ વાત ખાસ નોંધો કે, v અને i બંને એક જ સમયે શૂન્ય, લઘુત્તમ અને મહત્તમ મૂલ્યો ધારણ કરે છે. સ્પષ્ટ છે કે, વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ બંને એકબીજા સાથે સમાન કળામાં છે.



આકૃતિ 7.2 શુદ્ધ અવરોધકમાં વૉલ્ટેજ અને પ્રવાહ સમાનકળામાં હોય છે. ન્યૂનતમ, શૂન્ય અને મહત્તમ એક જ અનુરૂપ સમયે રચાય છે.

આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજની માફક જ પ્રવાહ સાઇન વક્ર મુજબ બદલાય છે અને પ્રત્યેક ચક્ર દરમ્યાન તેને અનુરૂપ ધન અને ઋણ મૂલ્યો ધારણ કરે છે. આમ, એક પૂર્ણચક્ર દરમિયાન તત્કાલિન પ્રવાહનાં મૂલ્યોનો સરવાળો શૂન્ય છે અને સરેરાશ પ્રવાહ શૂન્ય છે. સરેરાશ પ્રવાહ શૂન્ય છે તે હકીકતનો અર્થ એ નથી કે વપરાતો (વ્યય થતો) સરેરાશ પાવર પણ શૂન્ય છે અને વિદ્યુતઊર્જાનો વ્યય થતો નથી. તમે જાણો છો તે મુજબ,

જુલ ઉષ્મા i^2R સૂત્ર વડે અપાય છે અને તે i^2 (જે હંમેશાં ધન હોય છે પછી ભલે i ધન હોય કે ઋણ) પર આધારિત છે અને i પર આધારિત નથી. આમ, અવરોધકમાંથી એસી પ્રવાહ પસાર થાય છે ત્યારે જુલ ઉષ્મા ઉદ્ભવે અને વિદ્યુતઊર્જાનો વ્યય થાય છે.

અવરોધકમાં વ્યય થતો તત્કાલિન પાવર

$$p = i^2 R = i_m^2 R \sin^2 \omega t \qquad (7.4)$$

એક પૂર્ણ ચક્ર દરમ્યાન સરેરાશ પાવર p *નું મૂલ્ય,

$$\bar{p} = \langle i^2 R \rangle = \langle i_m^2 R \sin^2 \omega t \rangle \qquad [7.5(a)]$$

જ્યાં, અક્ષર પર (અહીં p પર) બારની નિશાની તેનું સરેરાશ મૂલ્ય સૂચવે છે અને <......> કૌંસની અંદર રહેલી રાશિનું સરેરાશ મૂલ્ય લેવાનું સૂચવે છે. i_m^2 અને R અચળ રાશિઓ હોવાથી,

$$\bar{p} = i_m^2 R \langle \sin^2 \omega t \rangle \qquad [7.5(b)]$$

ત્રિકોણમિતિય સંમિતિ મુજબ,

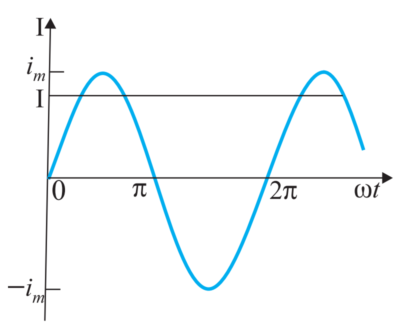
$\sin^2 \omega t = (1/2)(1 - \cos 2\omega t)$નો ઉપયોગ કરતાં આપણને

$\langle \sin^2 \omega t \rangle = (1/2)(1 - \langle \cos 2\omega t \rangle)$ મળે અને $\langle \cos 2\omega t \rangle$** $= 0$ હોવાથી

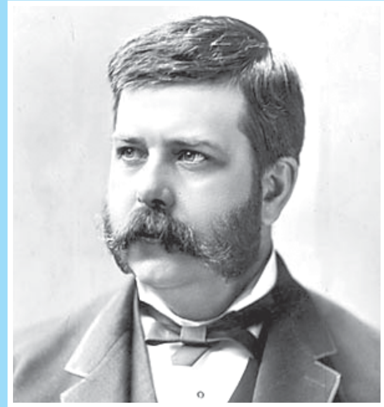
$$\langle \sin^2 \omega t \rangle = (1/2)$$

આમ, $\bar{p} = \dfrac{1}{2} i_m^2 R \qquad (7.5)$

dc પાવર ($P = I^2R$)ના સ્વરૂપ જેવા જ સ્વરૂપમાં ac પાવરને રજૂ કરવા માટે પ્રવાહનું એક વિશિષ્ટ મૂલ્ય વ્યાખ્યાયિત કરીને તેનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. તેને સરેરાશ વર્ગિતનું વર્ગમૂળ (rms) અથવા અસરકારક પ્રવાહ કહે છે (આકૃતિ 7.3) તથા તેને I_{rms} અથવા I વડે દર્શાવાય છે.



આકૃતિ 7.3 rms પ્રવાહ I મહત્તમ પ્રવાહ i_m સાથે $I = \dfrac{i_m}{\sqrt{2}} = 0.707\, i_m$ સંબંધ ધરાવે છે.



જ્યૉર્જ વેસ્ટિંગહાઉસ (George Westinghouse) (1846-1914) dc પ્રવાહને બદલે ac (પ્રત્યાવર્તી) પ્રવાહનાં ઉપયોગ કરવા માટેનાં ટોચનાં પક્ષકાર. આમ તે dc પ્રવાહના સમર્થક થોમસ અલ્વા એડિસન સાથે સંઘર્ષમાં આવ્યા. વેસ્ટિંગહાઉસને એમ સમજાયું હતું કે, પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહની ટેકનોલૉજી એ વિદ્યુતના ભવિષ્યની ચાવી છે. તેઓએ પોતાનાં નામે પ્રસિદ્ધ કંપનીની સ્થાપના કરી અને મોટા પાયે અગ્રણી બનવા માટે નિકોલા ટેસ્લા તેમજ અન્ય સંશોધનકારોને પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ મોટરો અને ઊંચા વોલ્ટેજ ધરાવતા પ્રવાહનાં ટ્રાન્સમિશન માટેનાં સાધનોનાં વિકાસ માટે તેમાં નિયુક્ત કર્યા.

જ્યૉર્જ વેસ્ટિંગહાઉસ (George Westinghouse) (1846-1914)

* એક આવર્તકાળ (T) પર કોઈ વિધેય F(t)નું સરેરાશ મૂલ્ય

$\langle F(t) \rangle = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T F(t)\,dt$ સૂત્ર પરથી મળે.

** $\langle \cos 2\omega t \rangle = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T \cos 2\omega t\, dt = \dfrac{1}{T}\left[\dfrac{\sin 2\omega t}{2\omega}\right]_0^T = \dfrac{1}{2\omega T}[\sin 2\omega T - 0] = 0$

તેને નીચે મુજબ વ્યાખ્યાયિત કરાય છે.

$$I = \sqrt{\overline{i^2}} = \sqrt{\frac{1}{2} i_m^2} = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = 0.707\, i_m \quad (7.6)$$

P વડે દર્શાવાતો સરેરાશ પાવર I નાં પદમાં

$$P = \overline{p} = \frac{1}{2} i_m^2 R = I^2 R \quad (7.7)$$

પરથી મળે. આ જ રીતે, આપણે rms વોલ્ટેજ અથવા અસરકારક વોલ્ટેજ

$$V = \frac{\upsilon_m}{\sqrt{2}} = 0.707\, \upsilon_m \quad (7.8)$$

તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ. સમીકરણ (7.3) પરથી આપણને

$$\upsilon_m = i_m R$$

અથવા $\frac{\upsilon_m}{\sqrt{2}} = \frac{i_m}{\sqrt{2}} R$

અથવા $V = IR$ (7.9)

મળે. સમીકરણ (7.9) ac વોલ્ટેજ અને ac પ્રવાહ વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવે છે અને તે dc વોલ્ટેજ-પ્રવાહ વચ્ચેનાં સંબંધ જેવો જ છે. rms મૂલ્યોનો ખ્યાલ (concept) દાખલ કરવાનો આ ફાયદો દર્શાવે છે. rms મૂલ્યોના પદમાં ac પરિપથમાં વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ વચ્ચેનાં સંબંધો અને પાવરનું સમીકરણ [સમીકરણ (7.7)] dc પરિપથોના કિસ્સામાં મળતાં સંબંધો જેવાં જ છે.

પરંપરાગત રીતે ac રાશિઓનાં rms મૂલ્યો માપવામાં અને રજૂ કરવામાં આવે છે. ઉદાહરણ તરીકે, ઘરવપરાશ માટેનો 220 V એ મહત્તમ વોલ્ટેજ,

$$\upsilon_m = \sqrt{2}\, V = (1.414)(220\, V) = 311\, V$$

નું rms મૂલ્ય છે.

હકીકતમાં પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહમાં થતાં સરેરાશ પાવર વ્યય જેટલો જ પાવર વ્યય જે સમતુલ્ય dc પ્રવાહ દ્વારા થાય તેને I અથવા rms પ્રવાહ કહે છે. આમ, સમીકરણ (7.7) નીચે મુજબ પણ લખી શકાય.

$$P = V^2/R = IV \text{ (જ્યાં } V = IR)$$

ઉદાહરણ 7.1 220 V સપ્લાય માટે એક વિદ્યુત બલ્બ 100 Wનું રેટીંગ ધરાવે છે. (a) બલ્બનો અવરોધ (b) સ્રોત વોલ્ટેજનું મહત્તમ મૂલ્ય અને (c) બલ્બમાંથી વહેતા પ્રવાહનું rms મૂલ્ય શોધો.

ઉકેલ

(a) આપણને પાવર P = 100 W, V = 220 V આપેલ છે.

બલ્બનો અવરોધ $R = \frac{V^2}{P} = \frac{(220\, V)^2}{100\, W} = 484\, \Omega$

(b) સ્રોત વોલ્ટેજનું મહત્તમ મૂલ્ય

$$\upsilon_m = \sqrt{2}\, V = 311\, V$$

(c) P = IV પરથી,

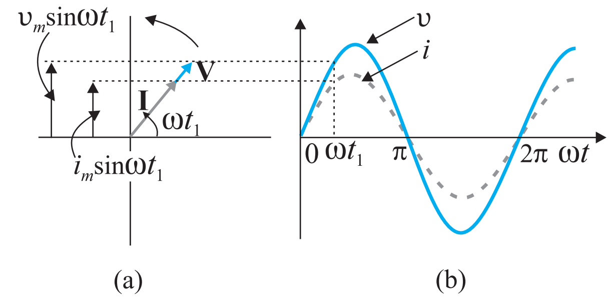
$$I = \frac{P}{V} = \frac{100\, W}{220\, V} = 0.454\, A$$

ઉદાહરણ 7.1

7.3 ઘૂમતા સદિશો (ફેઝર્સ) વડે AC પ્રવાહ અને વોલ્ટેજની રજૂઆત (REPRESENTATION OF AC CURRENT AND VOLTAGE BY ROTATING VECTORS – PHASORS)

અગાઉનાં પરિચ્છેદમાં આપણે શીખ્યા કે અવરોધકમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ ac વોલ્ટેજ સાથે કળામાં હોય છે પરંતુ ઇન્ડક્ટર, કેપેસીટર અથવા આવા પરિપથ ઘટકોનું સંયોજન હોય તેવા કિસ્સાઓમાં આવું હોતું નથી. ac પરિપથમાં પ્રવાહ અને વોલ્ટેજ વચ્ચેનાં કળા સંબંધો દર્શાવવા માટે આપણે ફેઝરની કલ્પના/ખ્યાલનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. ફેઝર ડાયાગ્રામનાં ઉપયોગથી ac પરિપથોનું વિશ્લેષણ સરળ બને છે.

ફેઝર* એક સદિશ છે કે જે આકૃતિ 7.4માં દર્શાવ્યા મુજબ ઉગમબિંદુની આસપાસ ω કોણીય ઝડપથી ભ્રમણ કરે છે. **V** અને **I** ફેઝરના ઉર્ધ્વ ઘટકો sine વક્ર અનુસાર બદલતી રાશીઓ υ અને *i*ને રજૂ કરે છે. **V** અને **I** ફેઝરનાં માન આ આંદોલિત રાશીઓના કંપવિસ્તાર અથવા મહત્તમ મૂલ્યો υ_m અને i_m દર્શાવે છે. આકૃતિ 7.4(a), ac સ્રોત સાથે જોડેલ અવરોધક માટેનાં આકૃતિ 7.1માં દર્શાવેલ પરિપથને અનુરૂપ t_1 સમયે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહનાં ફેઝર અને તેમની વચ્ચેનાં સંબંધ દર્શાવે છે. વોલ્ટેજ અને પ્રવાહનાં ઉર્ધ્વ અક્ષ પરનાં પ્રક્ષેપો એટલે કે $\upsilon_m \sin\omega t$ તથા $i_m \sin\omega t$ તે ક્ષણે અનુક્રમે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહનાં મૂલ્યો દર્શાવે છે. જેમ તેઓ આવૃત્તિ ω સાથે ભ્રમણ કરે છે તેમ આકૃતિ 7.4(b) મુજબનાં વક્રો રચાતા જાય છે. અવરોધકનાં કિસ્સામાં **V** અને **I**નાં બંને ફેઝર એક જ દિશામાં છે, તેમ આકૃતિ 7.4(a) પરથી જોઈ શકાય છે. આનો અર્થ એ છે કે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ વચ્ચેનો કળા તફાવત શુન્ય છે.



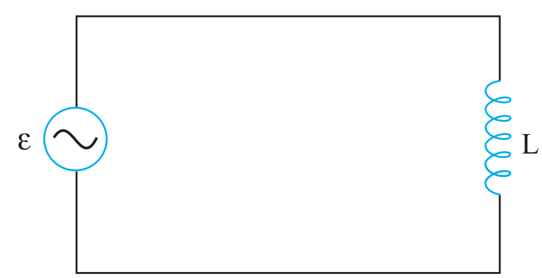
આકૃતિ 7.4 (a) આકૃતિ 7.1માં દર્શાવેલ પરિપથ માટે ફેઝર ડાયાગ્રામ (b) *v* અને *i* વિરૂદ્ધ (ω*t*)નો આલેખ

7.4 ઇન્ડક્ટર (પ્રેરક ગૂંચળા)ને લાગુ પાડેલ AC વોલ્ટેજ (AC VOLTAGE APPLIED TO AN INDUCTOR)

આકૃતિ 7.5માં ઇન્ડક્ટર સાથે ac સ્રોત જોડેલ છે. સામાન્ય રીતે ઇન્ડક્ટરમાં વીંટાળેલ વાહક ગૂંચળા (વાઈન્ડીંગ)ને ગણનાપાત્ર અવરોધ હોય છે, પરંતુ આપણે ધારી લઈશું કે ઇન્ડક્ટરને અવગણી શકાય તેટલો અવરોધ છે. આમ, પરિપથ શુદ્ધ ઇન્ડક્ટીવ ac પરિપથ છે. ધારો કે સ્રોતનાં બે છેડા વચ્ચેનો વોલ્ટેજ $\upsilon = \upsilon_m \sin\omega t$ છે. કિર્ચોફનાં બંધગાળાનાં નિયમ $\sum \varepsilon(t) = 0$નો ઉપયોગ કરતાં અને આ પરિપથમાં અવરોધ ન હોવાથી,

$$\upsilon - L\frac{di}{dt} = 0 \qquad (7.10)$$

જ્યાં, બીજું પદ ઇન્ડક્ટરમાં આત્મપ્રેરિત ફેરેડે *emf* છે અને L ઇન્ડક્ટરનું આત્મપ્રેરકત્વ છે. ઋણ નિશાની લેન્ઝના નિયમ (પ્રકરણ-6) પરથી આવે છે.



આકૃતિ 7.5 ઇન્ડક્ટર (પ્રેરકગુંચળા) સાથે જોડેલ એસી સ્રોત

* ac પરિપથોમાં વોલ્ટેજ અને પ્રવાહને ઘૂમતા સદિશો - ફેઝર દ્વારા નિરૂપણ કરવામાં આવે છે તેમ છતાં પોતે સદિશ નથી. તેઓ અદિશ રાશિઓ છે. અહીં, આવર્ત રીતે બદલાતા જતા અદિશોની કળાઓ અને કંપવિસ્તારો, ઘૂમતા સદિશોના અનુરૂપ મૂલ્યો અને દિશા ધરાવતા પ્રક્ષેપોની જેમ જ ગાણિતીક રીતે સંયોજાય છે. આવર્ત રીતે બદલાતી જતી અદિશ રાશિઓનો સરવાળો, આપણે જાણીએ છીએ તેવા સરળ નિયમોથી કરી શકાય તે માટે જ તેમને રજૂ કરવા, ઘૂમતાં સદિશોને દાખલ કરેલા છે.

Interactive animation on Phasor diagrams of ac circuits containing, R, L, C and RLC series circuits :
http://www.animations.physics.unsw.edu.au/jw/AC.html

સમીકરણ (7.1) અને (7.10)નો સમન્વય કરતાં,

$$\frac{di}{dt} = \frac{\upsilon}{L} = \frac{\upsilon_m}{L}\sin\omega t \qquad (7.11)$$

સમીકરણ (7.11) સૂચવે છે કે પ્રવાહ $i(t)$ સમય પરનું એવું વિધેય છે કે જેનો ઢાળ di/dt, sine વિધેય મુજબ (sinusoidally) બદલાતી જતી રાશિ હોય, જેની કળા સ્રોત વોલ્ટેજના જેટલી છે અને તેનો કંપવિસ્તાર υ_m / L વડે આપી શકાય છે. પ્રવાહ મેળવવા માટે આપણે di/dtનું સમય સાપેક્ષે સંકલન કરીશું.

$$\int \frac{di}{dt}\,dt = \frac{\upsilon_m}{L}\int \sin(\omega t)\,dt$$

આ પરથી, $i = -\frac{\upsilon_m}{\omega L}\cos(\omega t) +$ અચળ

સંકલનના અચળાંકને પ્રવાહનું પરિમાણ છે અને તે સમયથી સ્વતંત્ર છે. સ્રોતનું *emf* શૂન્યની આસપાસ સંમિતિય રીતે દોલન કરે છે, તેથી તેનાથી મળતો પ્રવાહ શૂન્યની આસપાસ સંમિતિય રીતે દોલન કરે છે અને તેથી અચળ પ્રવાહ કે પ્રવાહનો સમયથી સ્વતંત્ર (સમય પર આધારિત ન હોય તેવો) કોઈ ઘટક અસ્તિત્વ ધરાવતો નથી. માટે, સંકલનનો અચળાંક શૂન્ય છે.

$-\cos(\omega t) = \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ નો ઉપયોગ કરતાં આપણને,

$$i = i_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \qquad (7.12)$$

મળે. જ્યાં, $i_m = \frac{\upsilon_m}{\omega L}$ પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર છે. રાશિ ωL એ અવરોધ સાથે સામ્ય ધરાવતી રાશિ છે જેને ઇન્ડક્ટીવ રીએક્ટન્સ કહે છે અને તે X_L વડે દર્શાવાય છે.

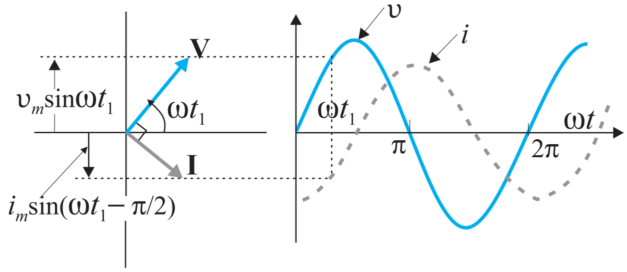
$$X_L = \omega L \qquad (7.13)$$

આથી, પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર

$$i_m = \frac{\upsilon_m}{X_L} \qquad (7.14)$$

ઇન્ડક્ટીવ રીએક્ટન્સનું પરિમાણ અવરોધનાં પરિમાણ જેવું જ અને તેનો SI એકમ ઓહ્મ (Ω) છે. શુદ્ધ અવરોધક પરિપથમાં જેમ અવરોધ પ્રવાહ ને સીમિત (મર્યાદિત) કરે છે તેવી જ રીતે શુદ્ધ ઇન્ડક્ટીવ પરીપથમાં ઇન્ડક્ટર પ્રવાહને સિમીત કરે છે. ઇન્ડક્ટીવ રીએક્ટન્સ, ઇન્ડક્ટર અને પ્રવાહની આવૃત્તિના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

સ્રોત વોલ્ટેજ અને ઇન્ડક્ટરમાં વહેતા પ્રવાહ માટે સમીકરણ (7.1) અને સમીકરણ (7.12)ની સરખામણી દર્શાવે છે કે પ્રવાહ વોલ્ટેજ કરતાં કળામાં π/2 જેટલો અથવા એક ચતુર્થાંશ ચક્ર (1/4 cycle) જેટલો પાછળ છે. પ્રસ્તુત કિસ્સામાં કોઈ એક ક્ષણ (t_1) માટે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહનાં ફેઝર આકૃતિ 7.6(a)માં દર્શાવેલ છે. પ્રવાહ ફેઝર **I** વોલ્ટેજ ફેઝર **V** કરતાં π/2 જેટલો પાછળ છે. જ્યારે તેમને કોણીય આવૃત્તિ ω સાથે વિષમઘડી દિશામાં ભ્રમણ કરાવવામાં આવે ત્યારે સમીકરણ (7.1) અને (7.12) દ્વારા રજૂ થતા અનુક્રમે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ રચાય છે, જેને આકૃતિ 7.6(b)માં દર્શાવેલ છે.



આકૃતિ 7.6 (a) આકૃતિ 7.5માં દર્શાવેલ પરિપથ માટે ફેઝર ડાયાગ્રામ
(b) υ અને *i* વિરૂદ્ધ ω*t*નો આલેખ

આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, પ્રવાહ વોલ્ટેજ કરતાં એક ચતુર્થાંશ આવર્તકાળ $\left[\frac{T}{4} = \frac{\pi/2}{\omega}\right]$ પછી તેનું મહત્તમ મૂલ્ય મેળવે છે. તમે જોયું કે ઇન્ડક્ટરને રીએક્ટન્સ છે, જેમ dc પરિપથમાં અવરોધ વડે પ્રવાહ મર્યાદિત થાય તેવી જ રીતે રીએક્ટન્સ ac પ્રવાહને મર્યાદિત કરે છે. શું તે અવરોધની માફક પાવર વ્યય કરતો હશે ? આવો આપણે તે શોધવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

ઇન્ડક્ટરને મળતો તત્કાલિન પાવર

$$p_L = i\upsilon = i_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \times v_m \sin(\omega t)$$

$$= -i_m \upsilon_m \cos(\omega t)\sin(\omega t)$$

$$= -\frac{i_m \upsilon_m}{2}\sin(2\omega t)$$

આથી, એક પૂર્ણ ચક્ર દરમિયાનનો સરેરાશ પાવર

$$P_L = \left\langle -\frac{i_m \upsilon_m}{2}\sin(2\omega t)\right\rangle$$

$$= \frac{-i_m \upsilon_m}{2}\langle\sin(2\omega t)\rangle = 0$$

છે. કારણ કે, એક પૂર્ણ ચક્ર પર sin(2ω*t*)નું સરેરાશ શૂન્ય છે. આમ, એક પૂર્ણ ચક્ર પર ઇન્ડક્ટરને પૂરો પડાતો સરેરાશ પાવર શૂન્ય હોય છે.

આ બાબતને આકૃતિ 7.7 વિસ્તારથી સમજાવે છે.

ઉદાહરણ 7.2 25.0 mHનાં એક શુદ્ધ ઇન્ડક્ટરને 220 Vના સ્રોત સાથે જોડેલ છે. જો સ્રોતની આવૃત્તિ 50 Hz હોય તો ઇન્ડક્ટીવ રીએક્ટન્સ અને પરિપથનો rms પ્રવાહ શોધો.

ઉકેલ ઇન્ડક્ટીવ રીએક્ટન્સ,

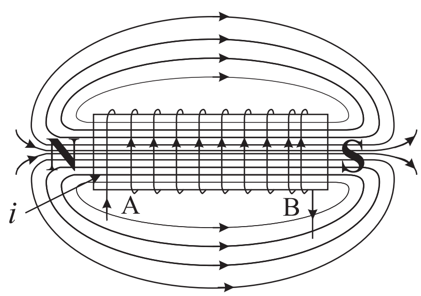
$$X_L = 2\pi\nu L = 2 \times 3.14 \times 50 \times 25 \times 10^{-3}\ \Omega$$

$$= 7.85\ \Omega$$

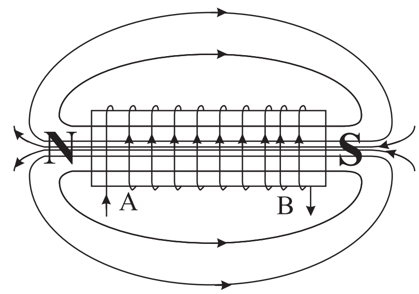
પરિપથમાં rms પ્રવાહ

$$I = \frac{V}{X_L} = \frac{220\ V}{7.85\ \Omega} = 28\ A$$

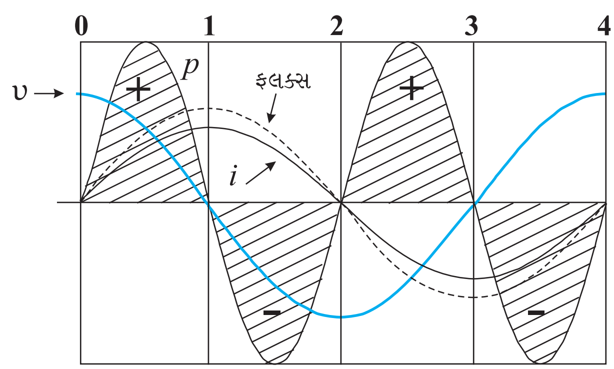
ઉદાહરણ 7.2



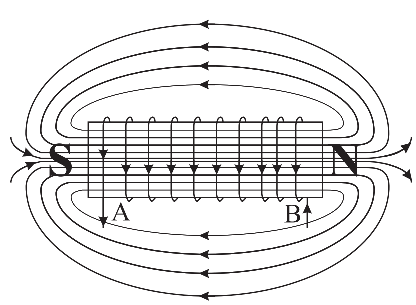
0-1 દરમિયાન A પાસેથી ગૂંચળામાં દાખલ થતો પ્રવાહ i શૂન્યથી મહત્તમ મૂલ્ય સુધી વધે છે. ફ્લક્સ રેખાઓ પ્રસ્થાપિત થાય છે એટલે કે કોર (Core) ચુંબકત્વ ધારણ કરે છે. દર્શાવેલ ધ્રુવત્વ (Polarity) મુજબ વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ બંને ધન (Positive) છે. તેથી તેમનો ગુણાકાર p ધન છે. સ્રોતમાંથી ઊર્જાનું શોષણ થાય છે.



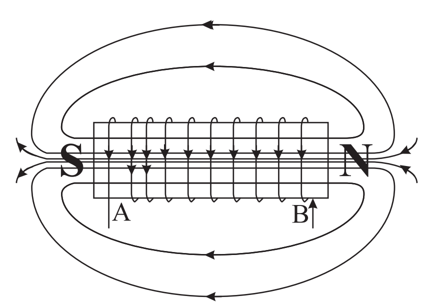
1-2 દરમિયાન ગૂંચળામાં વહેતો પ્રવાહ હજુ ધન છે, પરંતુ તે ઘટતો જાય છે. કોર ચુંબકત્વ ગુમાવે છે (Demagnetize થાય છે) અને અર્ધ ચક્ર પૂર્ણ થાય ત્યારે કુલ ફ્લક્સ શૂન્ય થાય છે. વોલ્ટેજ υ ઋણ છે (કારણ કે, di/dt ઋણ છે.) વોલ્ટેજ અને પ્રવાહનો ગુણાકાર p ઋણ થાય છે અને સ્રોતને ઊર્જા પાછી મળવા લાગે છે.



વૉલ્ટેજ/પ્રવાહનું એક પૂર્ણ ચક્ર. નોંધો કે પ્રવાહ વૉલ્ટેજ કરતાં પાછળ પડેલ છે.



2-3 દરમિયાન પ્રવાહ i ઋણ બને છે એટલે કે તે B પાસેથી દાખલ થાય છે અને A પાસેથી બહાર આવે છે. પ્રવાહની દિશા ઉલટાઈ જવાને કારણે ચુંબકની ધ્રુવત્વ (પોલારીટી) બદલાય છે. પ્રવાહ અને વોલ્ટેજ બંને ઋણ છે માટે તેમનો p ગુણાકાર ધન બને છે. ઊર્જાનું શોષણ થાય છે.



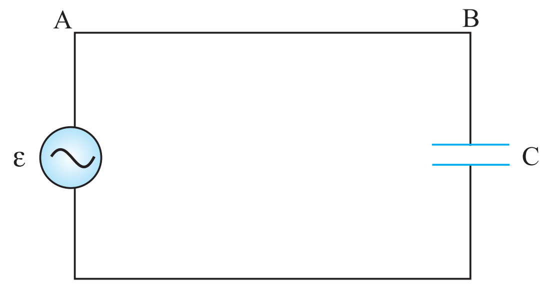
3-4 દરમિયાન પ્રવાહ i ઘટવા લાગે છે અને 4 પાસે તેનું મૂલ્ય શૂન્ય થાય છે. કોર ચુંબકત્વ ગુમાવે છે અને ફ્લક્સ શૂન્ય બને છે. વૉલ્ટેજ ધન હોય છે પરંતુ પ્રવાહ ઋણ હોય છે તેથી પાવર p ઋણ થાય છે. અર્ધચક્ર 2-3 મુજબ 1/4 ચક્ર દરમ્યાન શોષાયેલ ઊર્જા સ્રોતને પાછી મળે છે.

આકૃતિ 7.7 ઇન્ડક્ટરનું ચુંબકત્વ મેળવવું (ચુંબકીયકરણ) અને ગુમાવવું (વિચુંબકીયકરણ)

7.5 કેપેસીટર (સંધારક)ને લાગુ પાડેલ AC વોલ્ટેજ (AC VOLTAGE APPLIED TO A CAPACITOR)

આકૃતિ 7.8 શુદ્ધ કેપેસીટીવ ac પરિપથ દર્શાવે છે, જેમાં $\upsilon = \upsilon_m \sin\omega t$ ac વોલ્ટેજ ઉત્પન્ન કરતો ac સ્રોત ε માત્ર કેપેસીટર સાથે જોડેલ છે.

જ્યારે dc પરિપથમાં વોલ્ટેજ સ્રોત સાથે કેપેસીટરને જોડવામાં આવે છે ત્યારે થોડા સમય માટે પ્રવાહ પસાર થાય છે, જે કેપેસીટરને વિદ્યુતભારિત (Charge) કરવા માટે જરૂરી છે. કેપેસીટરની પ્લેટો પર વિદ્યુતભાર એકઠો થતાં બે પ્લેટો વચ્ચેનો વોલ્ટેજ વધે છે જે પ્રવાહનો વિરોધ કરે છે. આમ, dc પરિપથમાં જેમ કેપેસીટર વિદ્યુતભારિત (ચાર્જ) થતું જાય તેમ કેપેસીટર પ્રવાહને મર્યાદિત કરે છે અથવા તેનો વિરોધ કરે છે. જ્યારે કેપેસીટર સંપૂર્ણ વિદ્યુતભારિત (ચાર્જ) થાય છે ત્યારે પરિપથનો પ્રવાહ ઘટીને શૂન્ય બને છે.



આકૃતિ 7.8 કેપેસીટર સાથે જોડેલ ac સ્રોત

જ્યારે કેપેસીટરને ac સ્રોત સાથે આકૃતિ 7.8 મુજબ જોડવામાં આવે છે ત્યારે તે પ્રવાહને સીમિત અથવા નિયંત્રિત કરે છે, પરંતુ વિદ્યુતભારના વહનને સંપૂર્ણ રીતે રોકતું નથી. જેમ પ્રવાહ પ્રત્યેક અર્ધચક્ર દરમિયાન ઉલટાય છે તેમ કેપેસીટર આવર્ત રીતે વિદ્યુતભારિત (ચાર્જ) અને વિદ્યુતવિભારિત (ડીસ્ચાર્જ) થતું રહે છે. ધારો કે કોઈ એક t ક્ષણે કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર q છે. બે પ્લેટો વચ્ચે તાત્ક્ષણિક વોલ્ટેજ υ

$$\upsilon = \frac{q}{C} \qquad (7.15)$$

છે. કિર્ચોફના બંધગાળાનાં નિયમ મુજબ સ્રોતનાં બે છેડા વચ્ચેનો અને કેપેસીટરની બે પ્લેટ વચ્ચેનો વોલ્ટેજ સમાન હોય છે.

$$\upsilon_m \sin\omega t = \frac{q}{C}$$

પ્રવાહ શોધવા માટે આપણે $i = \frac{dq}{dt}$ સંબંધનો ઉપયોગ કરીશું.

$$i = \frac{d}{dt}(\upsilon_m C \ \sin\omega t) = \omega C \upsilon_m \cos(\omega t)$$

$\cos(\omega t) = \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ સંબંધનો ઉપયોગ કરતાં,

$$i = i_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \qquad (7.16)$$

જ્યાં, $i_m = \omega C \upsilon_m$ દોલિત થતા પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર છે. તેને આપણે નીચે મુજબ ફરી લખી શકીએ.

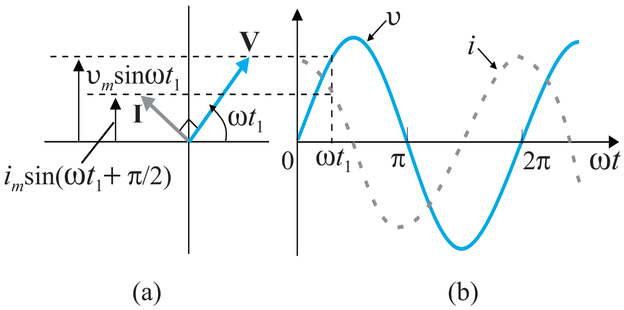
$$i_m = \frac{\upsilon_m}{(1/\omega C)}$$

આ સમીકરણને શુદ્ધ અવરોધકીય પરિપથ માટેનાં $i_m = \upsilon_m/R$ સાથે સરખાવતાં, આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, $(1/\omega C)$ અવરોધના જેવો જ ભાગ ભજવે છે. તેને કેપેસીટીવ રીએક્ટન્સ કહે છે અને તેને X_C વડે દર્શાવાય છે.

$$X_C = 1/\omega C \qquad (7.17)$$

તેથી પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર

$$i_m = \frac{\upsilon_m}{X_C} \qquad (7.18)$$



આકૃતિ 7.9 (a) આકૃતિ 7.8માં દર્શાવેલ પરિપથ માટે ફેઝર ડાયાગ્રામ (b) υ અને i વિરૂદ્ધ ωtનો આલેખ

કેપેસીટીવ રીએક્ટન્સનું પરિમાણ અવરોધનાં પરિમાણ જેવું જ છે અને તેનો SI એકમ ohm(Ω) છે. શુદ્ધ અવરોધવાળા પરિપથમાં જેમ અવરોધ પ્રવાહને સીમિત (નિયંત્રિત) કરે છે તેવી જ રીતે શુદ્ધ કેપેસીટીવ પરિપથમાં કેપેસિટીવ રીએક્ટન્સ પ્રવાહનાં કંપવિસ્તારને સીમિત કરે છે. પરંતુ તે કેપેસીટન્સ અને આવૃત્તિનાં વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે.

સ્રોત વોલ્ટેજનાં સમીકરણ (7.1) અને સમીકરણ (7.16)ની સરખામણી દર્શાવે છે કે વોલ્ટેજ કરતાં પ્રવાહ કળામાં $\pi/2$ જેટલો આગળ છે. આકૃતિ 7.9(a) કોઈ એક t_1 ક્ષણે ફેઝર ડાયાગ્રામ દર્શાવે છે. અહીં, પ્રવાહ ફેઝર **I** વોલ્ટેજ ફેઝર **V** કરતા $\pi/2$ જેટલો આગળ રહે તેમ તેઓ વિષમઘડી દિશામાં ભ્રમણ કરે છે. આકૃતિ 7.9(b) સમય સાથે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહમાં થતાં ફેરફારો દર્શાવે છે. આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, વોલ્ટેજ કરતાં પ્રવાહ એક ચતુર્થાંશ આવર્તકાળ જેટલા વહેલા સમયે મહત્તમ મૂલ્ય મેળવે છે.

કેપેસીટરને પૂરો પડાતો તાત્ક્ષણિક પાવર

$$p_c = i\upsilon = i_m \cos(\omega t)\upsilon_m \sin(\omega t)$$
$$= i_m \upsilon_m \cos(\omega t)\sin(\omega t)$$
$$= \frac{i_m \upsilon_m}{2}\sin(2\omega t) \qquad (7.19)$$

આમ, કેપિસીટરમાં ઈન્ડક્ટરના કિસ્સા પ્રમાણે સરેરાશ પાવર,

$$P_c = \left\langle \frac{i_m \upsilon_m}{2}\sin(2\omega t)\right\rangle = \frac{i_m \upsilon_m}{2}\langle \sin(2\omega t)\rangle = 0$$

કારણ કે, એક પૂર્ણ ચક્ર પર $\langle \sin(2\omega t)\rangle = 0$ આકૃતિ 7.10 આ બાબતને વિસ્તારથી સમજાવે છે.

આમ, આપણે જોયું કે, ઈન્ડક્ટરનાં કિસ્સામાં પ્રવાહ વોલ્ટેજ કરતાં $\pi/2$ જેટલો પાછળ અને કેપેસીટરનાં કિસ્સામાં પ્રવાહ, વોલ્ટેજ કરતાં $\pi/2$ જેટલો આગળ હોય છે.

ઉદાહરણ 7.3

ઉદાહરણ 7.3 એક બલ્બને કેપીસીટર સાથે શ્રેણીમાં જોડેલ છે. dc અને ac જોડાણ માટે તમારા અવલોકનોનું અનુમાન કરો.જો કેપેસીટરનું કેપેસિટન્સ ઘટાડવામાં આવે તો દરેક કિસ્સામાં શું થશે ?

ઉકેલ જ્યારે કેપેસીટર સાથે dc સ્રોત જોડવામાં આવે છે ત્યારે કેપેસીટર વિદ્યુતભારિત (ચાર્જ) થાય છે. પૂર્ણ વિદ્યુતભારિત થયા બાદ પરિપથમાં પ્રવાહ વહેતો નથી અને બલ્બ પ્રકાશિત થતો નથી. કેપેસિટન્સ ઘટાડવા છતાં તેમાં કોઈ જ ફેરફાર થતો નથી.

ac સ્રોત માટે કેપેસીટર $1/\omega C$ જેટલો કેપેસીટીવ રીએક્ટન્સ ધરાવે છે અને પરિપથમાં પ્રવાહ વહે છે. પરિણામે બલ્બ પ્રકાશિત થાય છે. Cમાં ઘટાડો કરતાં રીએક્ટન્સ વધે છે અને બલ્બ પહેલાં કરતાં ઓછા તેજથી પ્રકાશિત થાય છે.

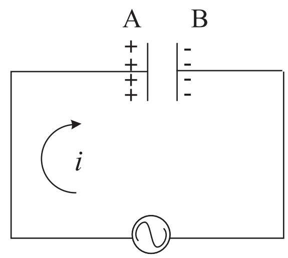
ઉદાહરણ 7.4

ઉદાહરણ 7.4 250 V, 50 Hzના સ્રોત સાથે 15.0 μFના કેપેસીટરને જોડવામાં આવેલ છે. પરિપથમાં કેપેસીટીવ રીએક્ટન્સ અને પ્રવાહનું (rms અને મહત્તમ) મૂલ્ય શોધો. જો આવૃત્તિને બમણી કરવામાં આવે તો કેપેસીટીવ રીએક્ટન્સ અને પ્રવાહનાં મૂલ્યો પર શું અસર થશે ?

ઉકેલ કેપેસીટીવ રીએક્ટન્સ,

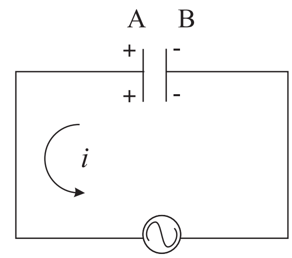
$$X_C = \frac{1}{2\pi\nu C} = \frac{1}{2\pi(50\text{Hz})(15.0\times10^{-6}\text{ F})} = 212\,\Omega$$

rms પ્રવાહ,



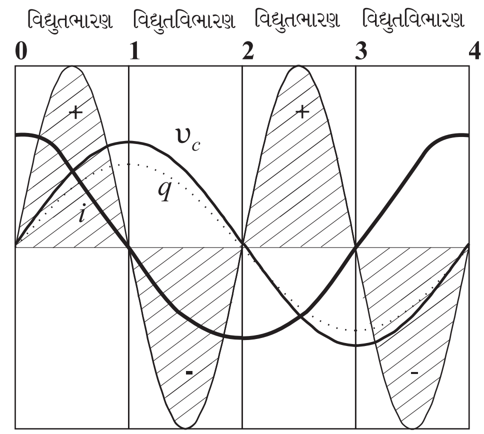
0-1 દરમિયાન આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ પ્રવાહ વહે છે અને તે 0 પાસે મહત્તમથી 1 પાસે શૂન્ય સુધી પહોંચે છે. પ્લેટ A ધન વિદ્યુતભારિત થાય છે જ્યારે પ્લેટ B પર ઋણ વિદ્યુતભાર q જમા થતો જાય છે અને 1 પાસે પ્રવાહ શૂન્ય થાય ત્યાં સુધીમાં મહત્તમ થાય છે. વોલ્ટેજ $\upsilon_c = q/C$ વિદ્યુતભાર q સાથે સમાન કળામાં હોય છે અને તેનું મૂલ્ય 1 પાસે મહત્તમ હોય છે. પ્રવાહ અને વોલ્ટેજ બંને ધન હોવાથી પાવર $p = \upsilon_c i$ ધન છે.

આ ચોથા ભાગનાં ચક્ર દરમિયાન સ્રોતમાંથી ઊર્જાનું શોષણ થાય છે અને કેપેસીટર વિદ્યુતભારિત થાય છે.

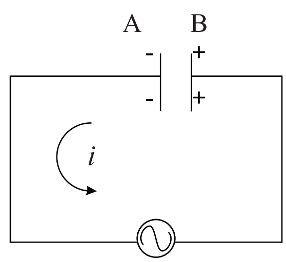


1-2 દરમિયાન પ્રવાહ iની દિશા ઉલટાઈ જાય છે. સંગ્રહિત વિદ્યુતભાર છિનવાઈ જાય છે. એટલે કે આ ચોથા ભાગનાં ચક્ર દરમિયાન કેપેસીટર વિદ્યુતવિભારિત (ડિસ્ચાર્જ) થાય છે. વોલ્ટેજ ઘટે છે પરંતુ હજુ તે ધન હોય છે. પ્રવાહ ઋણ હોય છે અને તેમનો ગુણાકાર એટલે પાવર ઋણ હોય છે.

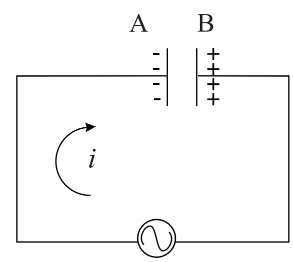
0-1નાં ચોથા ભાગના ચક્ર દરમિયાન શોષાયેલ ઊર્જા આ ચોથાભાગનાં ચક્ર દરમિયાન સ્રોતને પાછી મળે છે.



વૉલ્ટેજ/પ્રવાહનું એક પૂર્ણ ચક્ર. નોંધો કે પ્રવાહ વૉલ્ટેજ કરતાં આગળ છે.



2-3 દરમિયાન પ્રવાહ i, Aથી B તરફ વહે છે. કેપેસીટર વિરૂદ્ધ ધ્રુવત્વ (પોલારીટી) માટે વિદ્યુતભારિત થાય છે. એટલે કે પ્લેટ B ધન વિદ્યુતભાર અને પ્લેટ A ઋણ વિદ્યુતભાર મેળવે છે. વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ બંને ઋણ હોય છે. તેમનો ગુણાકાર p ધન હોય છે. આ ચોથાભાગનાં ચક્ર દરમિયાન **કેપેસીટર ઊર્જાનું શોષણ કરે છે.**



3-4 દરમિયાન 3 પાસે પ્રવાહ iની દિશા ઉલટાઈ જાય છે અને તે Bથી A તરફ વહે છે. સંગ્રહિત થયેલ વિદ્યુતભાર છિનવાઈ જાય છે અને વોલ્ટેજનું મૂલ્ય υ_c ઘટે છે. જ્યારે કેપેસીટર સંપૂર્ણ ડિસ્ચાર્જ થાય છે ત્યારે 4 પાસે υ_c શૂન્ય બને છે. પાવર ઋણ છે. **2-3 દરમિયાનમાં શોષાયેલ ઊર્જા સ્રોતને પાછી મળે છે. શોષાયેલ ચોખ્ખી ઊર્જા શૂન્ય હોય છે.**

આકૃતિ 7.10 કેપેસીટરનું વિદ્યુતભારિત (ચાર્જિંગ) અને વિદ્યુતવિભારિત (ડિસ્ચાર્જિંગ) થવું

$$I = \frac{V}{X_C} = \frac{220V}{212\Omega} = 1.04\,A$$

મહત્તમ પ્રવાહ

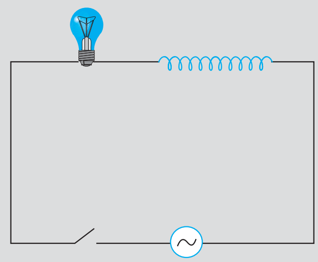
$$i_m = \sqrt{2}I = (1.41)(1.04) = 1.47A$$

આ પ્રવાહ +1.47A અને −1.47Aની વચ્ચે દોલનો કરશે અને તે વોલ્ટેજ કરતાં $\pi/2$ જેટલો આગળ હશે.

જો સ્રોત આવૃત્તિ બમણી કરવામાં આવે તો કેપેસીટીવ રીએક્ટન્સનું મૂલ્ય અડધું થશે. પરિણામે પ્રવાહ બમણો થશે.

ઉદાહરણ 7.4

ઉદાહરણ 7.5 આકૃતિ 7.11માં દર્શાવ્યા મુજબ એક પ્રકાશીય બલ્બ અને એક ઓપન કોઈલ ઈન્ડક્ટરને એસી સ્રોત સાથે કળ દ્વારા જોડેલ છે.



આકૃતિ 7.11

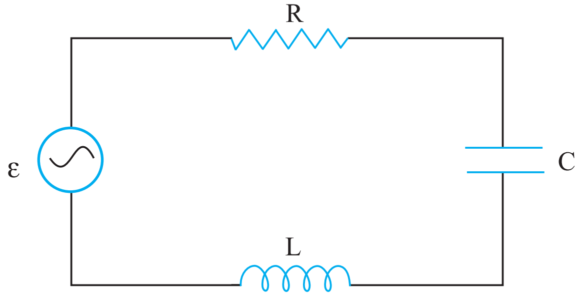
કળ બંધ કર્યા પછી થોડા સમય બાદ ઈન્ડક્ટરનાં અંદરનાં વિસ્તાર (ગર્ભ)માં લોખંડનો સળિયો દાખલ કરવામાં આવતાં પ્રકાશીય બલ્બની પ્રકાશિતતા (a) વધશે (b) ઘટશે (c) કોઈ જ ફેરફાર નહીં થાય. તમારો જવાબ કારણ સહિત આપો.

ઉકેલ લોખંડના સળિયાને જ્યારે અંદર દાખલ કરવામાં આવે છે ત્યારે કોઈલની અંદરનું ચુંબકીયક્ષેત્ર લોખંડનું મેગ્નેટાઈઝેશન (ચુંબકીયકરણ) કરે છે. જેથી અંદરનાં ચુંબકીયક્ષેત્રમાં વધારો થાય છે. તેથી, કોઈલનું ઈન્ડક્શન (પ્રેરકત્વ) વધે છે. પરિણામે, કોઈલનો ઈન્ડક્ટીવ રીએક્ટન્સ વધે છે. જેના પરિણામે લાગુ પાડેલ એસી વોલ્ટેજનો મોટો ભાગ ઈન્ડક્ટરનાં બે છેડા વચ્ચે લાગુ પડે છે અને બલ્બનાં બે છેડે ઓછો વોલ્ટેજ હોય છે તેથી બલ્બની પ્રકાશિતતા ઘટે છે.

ઉદાહરણ 7.5

7.6 LCR શ્રેણી પરિપથને લાગુ પાડેલ AC વોલ્ટેજ (AC VOLTAGE APPLIED TO A SERIES LCR CIRCUIT)

આકૃતિ 7.12, ac સ્રોત ε સાથે જોડેલ શ્રેણી L–C–R પરિપથ દર્શાવે છે. અગાઉની માફક આપણે ac સ્રોતનું વોલ્ટેજ $\upsilon = \upsilon_m \sin\omega t$ લઈશું.



આકૃતિ 7.12 LCR શ્રેણી પરિપથ સાથે જોડેલ ac સ્રોત

જો કોઈ એક t ક્ષણે કેપેસીટર પરનો વીજભાર q અને પરિપથમાં પ્રવાહ i હોય તો કિર્ચોફના બંધગાળાનાં નિયમ પરથી,

$$L\frac{di}{dt} + iR + \frac{q}{C} = \upsilon \qquad (7.20)$$

આપણે તાત્ક્ષણિક પ્રવાહ i અને લાગુ પાડેલ પ્રત્યાવર્તી વોલ્ટેજ υ સાથે તેનો કળા સંબંધ શોધવા માગીએ છીએ. આપણે આ કોયડો બે પદ્ધતિથી ઉકેલીશું. પ્રથમ પદ્ધતિમાં ફેઝરની પ્રયુક્તિ અને બીજી પદ્ધતિમાં પ્રવાહ i-નો સમય પરનો આધાર મેળવવા સમીકરણ (7.20)નો વિશ્લેષણથી (બૈજિક રીતે) ઉકેલ મેળવીશું.

7.6.1 ફેઝર ડાયાગ્રામ દ્વારા ઉકેલ (Phasor-Diagram Solution)

આકૃતિ 7.12માંના પરિપથ પરથી આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, અવરોધક ઈન્ડક્ટર અને કેપેસીટર શ્રેણી જોડાણમાં છે. માટે કોઈપણ સમયે પરિપથના દરેક ઘટકમાં સમાન કંપવિસ્તાર અને સમાન કળાવાળો એકસમાન પ્રવાહ હશે. ધારોકે તે,

$$Ii = i_m \sin(\omega t + \phi) \tag{7.21}$$

છે. જ્યાં, ϕ સ્રોતનાં બે છેડા વચ્ચેનાં વોલ્ટેજ અને પરિપથમાં પ્રવાહ વચ્ચેનો કળા તફાવત છે. અગાઉનાં પરિચ્છેદમાં આપણે જે શીખ્યા તેનાં આધારે પ્રસ્તુત કિસ્સામાં આપણે ફેઝર ડાયાગ્રામ તૈયાર કરીશું.

સમીકરણ (7.21) વડે રજૂ થતા પરિપથ પ્રવાહને દર્શાવતો ફેઝર ધારો કે **I** છે. વધુમાં ધારોકે, ઈન્ડક્ટર, અવરોધક, કેપેસિટર અને સ્રોતનાં બે છેડા વચ્ચેના વોલ્ટેજને રજૂ કરતાં ફેઝર અનુક્રમે ધારો કે, $\mathbf{V_L}$, $\mathbf{V_R}$, $\mathbf{V_C}$ અને **V** છે. અગાઉના પરિચ્છેદ મુજબ આપણે જાણીએ છીએ કે, $\mathbf{V_R}$, **I**ને સમાંતર છે. $\mathbf{V_C}$, I કરતાં $\pi/2$ જેટલો પાછળ છે અને $\mathbf{V_L}$, **I** કરતાં $\pi/2$ જેટલો આગળ છે. આકૃતિ 7.13(a)માં $\mathbf{V_L}$, $\mathbf{V_R}$, $\mathbf{V_C}$ અને **I**ને યોગ્ય કળા સંબંધ સાથે દર્શાવેલ છે.

આ ફેઝરોની લંબાઈ અથવા $\mathbf{V_R}$, $\mathbf{V_C}$ અને $\mathbf{V_L}$નાં કંપવિસ્તાર નીચે મુજબ છે.

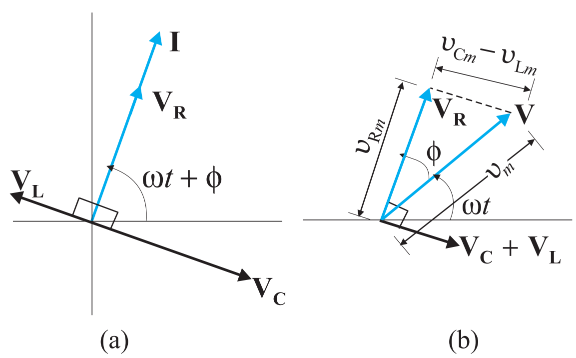
$$\upsilon_{Rm} = i_m R,\ \upsilon_{Cm} = i_m X_C,\ \upsilon_{Lm} = i_m X_L \tag{7.22}$$

પરિપથ માટે વોલ્ટેજનું સમીકરણ (7.20) નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$\upsilon_L + \upsilon_R + \upsilon_C = \upsilon \tag{7.23}$$

ફેઝર સંબંધ કે જેનો ઉર્ધ્વ ઘટક ઉપરનું સમીકરણ આપે છે તે નીચે મુજબ આપી શકાય.

$$\mathbf{V_L} + \mathbf{V_R} + \mathbf{V_C} = \mathbf{V} \tag{7.24}$$



આકૃતિ 7.13 (a) $\mathbf{V_L}$, $\mathbf{V_R}$, $\mathbf{V_C}$ અને **I**નાં ફેઝરો વચ્ચેનો સંબંધ (b) આકૃતિ 7.12માં દર્શાવેલ પરિપથ માટે **V**, $\mathbf{V_R}$ તથા ($\mathbf{V_C} + \mathbf{V_L}$) વચ્ચેનો સંબંધ

આ સંબંધને આકૃતિ 7.13(b)માં રજૂ કરેલ છે. $\mathbf{V_C}$ અને $\mathbf{V_L}$ હંમેશાં એક રેખા પર પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં હોવાથી તેમને સંયોજિતરૂપે એક જ ફેઝર ($\mathbf{V_C} + \mathbf{V_L}$)તરીકે લઈ શકાય જેનું માન $|\upsilon_{Cm} - \upsilon_{Lm}|$ છે. **V** જેની બાજુઓ $\mathbf{V_R}$ અને ($\mathbf{V_C} + \mathbf{V_L}$) હોય તેવા કાટકોણ ત્રિકોણના કર્ણ તરીકે રજૂ થતો હોવાથી, પાયથાગોરસ પ્રમેય મુજબ,

$$\upsilon_m^2 = \upsilon_{Rm}^2 + (\upsilon_{Cm} - \upsilon_{Lm})^2$$

υ_{Rm}, υ_{Cm} અને υ_{Lm}નાં મૂલ્યો, સમીકરણ (7.22) પરથી ઉપરોક્ત સમીકરણમાં મૂકતાં,

$$\upsilon_m^2 = (i_m R)^2 + (i_m X_C - i_m X_L)^2$$

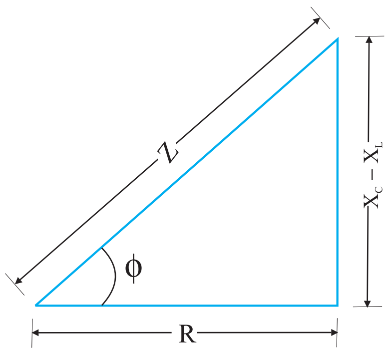
$$\upsilon_m^2 = i_m^2 [R^2 + (X_C - X_L)^2]$$

$$\text{અથવા } i_m = \frac{\upsilon_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}} \tag{7.25(a)}$$

મળે. પરિપથમાં અવરોધ સાથેની સામ્યતા પરથી આપણે ac પરિપથમાં ઇમ્પિડન્સ Zને દાખલ કરીશું.

$$i_m = \frac{\upsilon_m}{Z} \tag{7.25(b)}$$

$$\text{જ્યાં, } Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} \tag{7.26}$$



આકૃતિ 7.14 ઇમ્પિડન્સ ડાયાગ્રામ

ફેઝર **I** હંમેશા ફેઝર $\mathbf{V_R}$ને સમાંતર છે કળા ખૂણો φ એ $\mathbf{V_R}$ અને **V**વચ્ચેનો ખૂણો છે અને તે આકૃતિ 7.14 પરથી નક્કી કરી શકાય છે.

$$\tan\phi = \frac{\upsilon_{Cm} - \upsilon_{Lm}}{v_{Rm}}$$

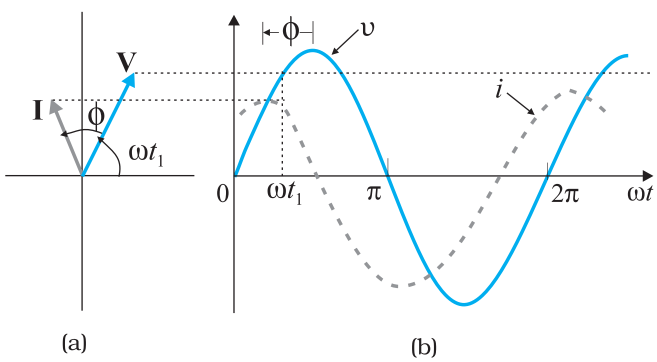
સમીકરણ (7.22)નો ઉપયોગ કરતાં, આપણને

$$\tan\phi = \frac{X_C - X_L}{R} \qquad (7.27)$$

મળે. આકૃતિ 7.14માં સમીકરણ (7.26) અને (7.27)ને આલેખીય રીતે દર્શાવેલ છે. આને ઇમ્પિડન્સ ડાયાગ્રામ કહે છે, જે કર્ણ તરીકે Z હોય તેવો એક કાટકોણ ત્રિકોણ છે.

સમીકરણ 7.25(a) પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર આપે છે અને સમીકરણ (7.27) કળા-ખૂણો આપે છે. આ સાથે જ સમીકરણ (7.21) સંપૂર્ણ રીતે રજૂ થાય છે.

જો $X_C > X_L$ હોય તો, φ ધન બનશે અને પરિપથ પ્રભાવી રીતે (Predominantly) કેપેસીટીવ બને છે. પરિણામે પરિપથમાં પ્રવાહ સ્રોત વોલ્ટેજ કરતાં આગળ હોય છે. જો $X_C < X_L$ હોય તો φ ઋણ બને છે અને પરિપથ પ્રભાવી રીતે ઇન્ડક્ટીવ બને છે. પરિણામે પરિપથમાં પ્રવાહ સ્રોત વૉલ્ટેજ કરતાં પાછળ હોય છે. એ આકૃતિ 7.15 $X_C > X_L$નાં કિસ્સા માટે, ફેઝર ડાયાગ્રામ તથા υ અને iમાં ωt સાથે થતાં ફેરફારો દર્શાવે છે.



આકૃતિ 7.15 (a) **V** અને **I** નાં ફેઝર ડાયાગ્રામ (b) L–C–R શ્રેણી પરિપથ માટે v અને i વિરૂદ્ધ ωtનો આલેખ જ્યાં ($X_C > X_L$)

આમ, ફેઝરની પ્રક્રિયાનો ઉપયોગ કરીને આપણે LCR શ્રેણી પરિપથ માટે પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર અને કળા મેળવ્યા. પરંતુ વિશ્લેષણની આ પદ્ધતિના ac પરિપથ માટે કેટલાંક ગેરલાભ છે. પ્રથમ, ફેઝર ડાયાગ્રામ પ્રારંભિક શરત/સ્થિતિની કોઈ જ માહિતી આપતો નથી. તમે tનું કોઈ પણ યાદચ્છિક મૂલ્ય (જેમકે આ પ્રકરણમાં બધે જ આપણે t_1 લીધેલ છે) લઈ શકો છો અને જુદા જુદા ફેઝર વચ્ચેનો સાપેક્ષ ખૂણો દર્શાવતાં જુદા જુદા ફેઝર દોરી શકો છો. આ રીતે મેળવેલ ઉકેલને સ્થાયી અવસ્થા ઉકેલ કહે છે. આ વ્યાપક ઉકેલ નથી. ઉપરાંત આપણી પાસે ક્ષણિક ઉકેલ પણ છે જે $\upsilon = 0$ માટે પણ લાગુ પડે. સ્થાયી અવસ્થા ઉકેલ અને ક્ષણિક ઉકેલનાં સમન્વયથી મળતો ઉકેલ એ વ્યાપક ઉકેલ છે. પુરતાં લાંબા સમય બાદ, ક્ષણિક ઉકેલની અસર નષ્ટ પામે છે અને સ્થાયી અવસ્થા ઉકેલ દ્વારા પરિપથ વર્તણૂંકનું વર્ણન કરી શકાય છે.

7.6.2 વૈશ્લેષિક ઉકેલ (Analytical Solution)

પરિપથ માટેનું વોલ્ટેજ સમીકરણ,

$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = \upsilon$$

$$= \upsilon_m \sin\omega t \text{ છે.}$$

આપણે જાણીએ છીએ કે, $i = dq/dt$. તેથી $di/dt = d^2q/dt^2$. આમ, qનાં પદમાં વોલ્ટેજ સમીકરણ નીચે મુજબ મળે.

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \upsilon_m \sin\omega t \quad (7.28)$$

આ સમીકરણ બળપ્રેરિત અવમંદિત દોલકનાં સમીકરણ જેવું છે.(જુઓ ધોરણ XI ભૌતિકવિજ્ઞાન પાઠ્યપુસ્તક સમીકરણ [14.37(b)]). ધારોકે, આનો ઉકેલ,

$$q = q_m \sin(\omega t + \theta) \quad [7.29(a)]$$

છે. તેથી $\frac{dq}{dt} = q_m \omega \cos(\omega t + \theta)$ [7.29(b)]

અને $\frac{d^2q}{dt^2} = -q_m \omega^2 \sin(\omega t + \theta)$ [7.29(c)]

સમીકરણ (7.28)માં આ મૂલ્યો મૂકતાં,

$$q_m\omega\,[R\cos(\omega t + \theta) + (X_C - X_L)\sin(\omega t + \theta)] = \upsilon_m \sin\omega t \quad (7.30)$$

મળે. જ્યાં, આપણે $X_C = 1/\omega C$, $X_L = \omega L$ સંબંધનો ઉપયોગ કર્યો છે.

સમીકરણ (7.30)ને $Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$ વડે ગુણતા અને ભાગતાં, આપણને

$$q_m\omega Z\left[\frac{R}{Z}\cos(\omega t + \theta) + \frac{(X_C - X_L)}{Z}\sin(\omega t + \theta)\right] = \upsilon_m \sin\omega t \quad (7.31)$$

મળે. હવે ધારોકે, $\frac{R}{Z} = \cos\phi$

અને $\frac{(X_C - X_L)}{Z} = \sin\phi$

તેથી $\phi = \tan^{-1}\frac{(X_C - X_L)}{R}$ (7.32)

સમીકરણ (7.31)માં આ મૂલ્યો મૂકી સાદુરૂપ આપતાં, આપણને

$$q_m\omega Z\cos(\omega t + \theta - \phi) = \upsilon_m \sin\omega t \quad (7.33)$$

મળે. સમીકરણની બંને બાજુને સરખાવતાં આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે,

$\upsilon_m = q_m\omega Z = i_m Z$, જ્યાં, $i_m = q_m\omega$ [7.33(a)]

અને $\theta - \phi = -\frac{\pi}{2}$ અથવા $\theta = -\frac{\pi}{2} + \phi$ [7.33(b)]

તેથી પરિપથમાં પ્રવાહ

$$i = \frac{dq}{dt} = q_m\omega\cos(\omega t + \theta)$$
$$= i_m\cos(\omega t + \theta)$$

અથવા $i = i_m \sin(\omega t + \phi)$ (7.34)

જ્યાં, $i_m = \frac{\upsilon_m}{Z} = \frac{\upsilon_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}}$ [7.34(a)]

અને $\phi = \tan^{-1}\frac{(X_C - X_L)}{R}$

આમ, પરિપથમાં પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર અને કળા માટેનો વિશ્લેષિક ઉકેલ ફેઝર પ્રયુક્તિથી મેળવેલ ઉકેલને મળતો આવે છે.

7.6.3 અનુનાદ (Resonance)

RLC શ્રેણી પરિપથની એક રસપ્રદ લાક્ષણિકતા એ અનુનાદની ઘટના છે. કોઈ એક નિશ્ચિત આવૃત્તિથી દોલન કરવાની વૃત્તિ ધરાવતા બધા જ તંત્રો માટે અનુનાદ એક સામાન્ય ઘટના છે. આ આવૃત્તિને તંત્રની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ કહે છે. જો આવું કોઈ તંત્ર એવા ઊર્જા સ્રોતથી સંચાલિત થતું હોય કે જેની આવૃત્તિ તંત્રની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિની નજીક હોય તો દોલનોનો કંપવિસ્તાર મોટો થાય છે. આ ઘટનાનું એક જાણીતું ઉદાહરણ હીંચકા પર ઝોલા ખાતું બાળક છે. લોલકની માફક આગળ-પાછળ થતાં હીંચકાના દોલનોને પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ હોય છે. જો બાળક દોરીને નિયમિત સમય અંતરાલે ખેંચે અને દોરી ખેંચવાની આવૃત્તિ હીંચકાની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિની નજીક હોય તો હીંચકાનો કંપવિસ્તાર મોટો થશે. (જુઓ ધોરણ XI, પ્રકરણ-14)

υ_m કંપવિસ્તાર અને ω આવૃત્તિનાં વોલ્ટેજ વડે સંચાલિત RLC પરિપથ માટે આપણને મળતો પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર

$$i_m = \frac{\upsilon_m}{Z} = \frac{\upsilon_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}} \text{ થાય છે.}$$

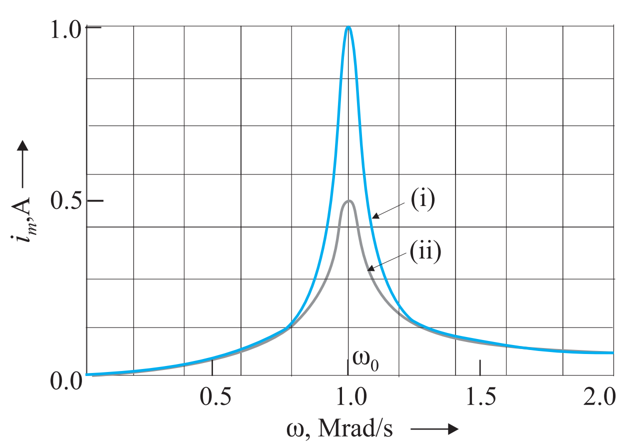
છે. જ્યાં, $X_C = 1/\omega C$ અને $X_L = \omega L$.

આમ, જો ωમાં ફેરફાર કરવામાં આવે તો એક નિશ્ચિત આવૃત્તિ ω_0 માટે, $X_C = X_L$ અને ઇમ્પિડન્સ લઘુત્તમ ($Z = \sqrt{R^2 + 0^2} = R$) બને છે. આ આવૃત્તિને અનુનાદ આવૃત્તિ કહે છે.

$$X_C = X_L \text{ અથવા } \frac{1}{\omega_0 C} = \omega_0 L$$

$$\text{અથવા } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{7.35}$$

અનુનાદીય આવૃત્તિએ પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર $i_m = \upsilon_m/R$ જેટલો મહત્તમ હોય છે.



આકૃતિ 7.16 ω સાથે i_mમાં થતાં ફેરફારો બે કિસ્સા માટે (i) R = 100 Ω (ii) R = 200 Ω બંને કિસ્સામાં L = 1.00 mH

આકૃતિ 7.16, L = 1.00 mH, C = 1.00 nF તથા અવરોધ Rનાં બે મૂલ્યો R = 100 Ω અને R = 200 Ω માટે RLC શ્રેણી પરિપથમાં ω સાથે i_mમાં થતાં ફેરફારો દર્શાવે છે. લાગુ પાડેલ સ્રોત માટે $\upsilon_m = 100$ V, આ કિસ્સા માટે

$$\omega_0 = \left(\frac{1}{\sqrt{LC}}\right) = 1.00 \times 10^6 \text{ rad/s છે.}$$

આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, અનુનાદીય આવૃત્તિ માટે પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર મહત્તમ છે. અનુનાદની સ્થિતિએ $i_m = \upsilon_m/R$ હોવાથી કિસ્સા (i)માં પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર કિસ્સા (ii)માંના કંપવિસ્તાર કરતાં બમણો છે.

અનુનાદીય પરિપથોનાં ઉપયોજનોમાં વિવિધતા છે ઉદાહરણ તરીકે રેડિયો અથવા TV સેટની ટ્યુનિંગ કરવાની પ્રક્રિયામાં રેડિયો-એન્ટેના ઘણાં બધાં બ્રોડકાસ્ટિંગ સ્ટેશનોના સિગ્નલો મેળવે છે. એન્ટેના દ્વારા મેળવાયેલ સિગ્નલો, રેડિયોનાં ટ્યુનિંગ પરિપથ માટે સ્રોત તરીકે વર્તે છે તેથી,

પરિપથ ઘણી બધી આવૃત્તિઓએ સંચાલિત થઈ શકે છે. પરંતુ કોઈ એક નિશ્ચિત રેડિયો સ્ટેશન સાંભળવા માટે આપણે રેડિયો ટ્યુન કરીએ છીએ. ટ્યુનિંગમાં આપણે ટ્યુનિંગ પરિપથમાંના કેપેસીટરનું કેપેસીટન્સ એવી રીતે બદલીએ છીએ કે પરિપથની અનુનાદીય આવૃત્તિનું મૂલ્ય એન્ટેનાએ મેળવેલ નિશ્ચિત સ્ટેશનના રેડિયો સિગ્નલની આવૃત્તિની લગભગ બરાબર હોય. જ્યારે આમ થાય છે ત્યારે નિશ્ચિત રેડિયો સ્ટેશનનાં સિગ્નલોની આવૃત્તિ જેટલી જ આવૃત્તિ માટે પરિપથમાં પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર મહત્તમ બને છે.

એ નોંધવું મહત્ત્વનું છે કે, જે પરપિથમાં L અને C બંને હાજર હોય તેવા પરિપથો દ્વારા જ અનુનાદની ઘટના પ્રદર્શિત થાય છે. આમ હોય તો જ Lના બે છેડા વચ્ચેનો વોલ્ટેજ અને C બે છેડા વચ્ચેનો વોલ્ટેજ (બંને વિરૂદ્ધ કળામાં હોવાને કારણે) એકબીજાને નાબૂદ કરે છે અને પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર $i_m = \upsilon_m/R$ હોય છે અને સ્રોતનો સંપૂર્ણ વૉલ્ટેજ અવરોધ Rનાં બે છેડા વચ્ચે મળે છે. આનો અર્થ એ છે કે RL અને RC પરિપથમાં આપણે અનુનાદ મેળવી શકીએ નહીં.

અનુનાદની તીક્ષ્ણતા (Sharpness of Resonance) :

LCR શ્રેણી પરિપથમાં પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર,

$$i_m = \frac{\upsilon_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

છે અને જ્યારે $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ થાય ત્યારે તે મહત્તમ હોય છે. આ મહત્તમ મૂલ્ય, $i_m^{max} = \upsilon_m/R$ છે.

ωનાં ω_0 કરતાં બીજાં મૂલ્યો માટે પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર મહત્તમ કંપવિસ્તાર કરતાં ઓછો હોય છે. ધારો કે આપણે ωનું એવું મૂલ્ય પસંદ કરીએ કે જ્યાં પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર મહત્તમ કંપવિસ્તારનાં $1/\sqrt{2}$ ગણો થાય. આ મૂલ્ય માટે, પરિપથ વડે વ્યય થતા પાવરનું મૂલ્ય અડધું થાય છે. આકૃતિ (7.16)માંના વક્ર પરથી જોઈ શકાય છે કે, ωનાં આવા બે મૂલ્યો મળે છે, જેને ω_1 અને ω_2 કહીશું, જેમાં એક ω_0 કરતાં મોટું અને બીજું ω_0 કરતાં નાનું છે અને આ બંને મૂલ્યો ω_0ની આસપાસ સંમિતરૂપે છે. માટે આપણે લખી શકીએ કે,

$$\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega$$

$$\omega_2 = \omega_0 - \Delta\omega$$

આ બંને આવૃત્તિ વચ્ચેનો તફાવત $\omega_1 - \omega_2 = 2\Delta\omega$ને ઘણી વખત પરિપથની બેન્ડવીડ્થ (Bandwidth) કહે છે. રાશિ $(\omega_0/2\Delta\omega)$ને અનુનાદ વક્રની તીક્ષ્ણતાના માપ તરીકે ગણવામાં આવે છે. જેમ $\Delta\omega$ મૂલ્ય નાનું હોય તેમ અનુનાદ વધુ તીક્ષ્ણ અથવા સાંકડો. $\Delta\omega$નું સમીકરણ મેળવવા માટે એ નોંધીએ કે, $\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega$ થાય ત્યારે પ્રવાહ કંપવિસ્તાર $i_m = (1/\sqrt{2})\ i_m^{max}$ થાય.

તેથી ω_1 માટે
$$i_m = \frac{\upsilon_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2}}$$

$$= \frac{i_m^{max}}{\sqrt{2}} = \frac{\upsilon_m}{R\sqrt{2}}$$

અથવા $\sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2} = R\sqrt{2}$

અથવા $R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2 = 2R^2$

$$\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = R$$

જે નીચે મુજબ લખી શકાય,

$$(\omega_0 + \Delta\omega)L - \frac{1}{(\omega_0 + \Delta\omega)C} = R$$

$$\omega_0 L \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) - \frac{1}{\omega_0 C\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)} = R$$

ડાબી બાજુના બીજા પદમાં $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ નો ઉપયોગ કરતાં,

$$\omega_0 L \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) - \frac{\omega_0 L}{\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)} = R \text{ મળશે.}$$

$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} << 1$ હોવાથી, $\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^{-1}$ ને સન્નિકટ $\left(1 - \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)$ લઈ શકીએ. આથી,

$$\omega_0 L \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) - \omega_0 L \left(1 - \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) = R$$

અથવા $\omega_0 L \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = R$

$$\Delta\omega = \frac{R}{2L} \qquad [7.36(a)]$$

અનુનાદની તીક્ષ્ણતા નીચે મુજબ અપાય છે.

$$\frac{\omega_0}{2\Delta\omega} = \frac{\omega_0 L}{R} \qquad [7.36(b)]$$

ગુણોત્તર $\frac{\omega_0 L}{R}$ ને પરિપથનો ક્વૉલિટી ફેક્ટર (ગુણવત્તા અંક) Q પણ કહે છે.

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \qquad [7.36(c)]$$

સમીકરણ [7.36(b)] અને [7.36(c)] પરથી આપણને $2\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$ મળે. તેથી Qનું મૂલ્ય જેમ

મોટું તેમ $2\Delta\omega$અથવા બેન્ડવિડ્થનું મૂલ્ય નાનું અને અનુનાદની તીક્ષ્ણતા વધારે. સમીકરણ [7.36(c)]માં $\omega_0^2 = 1/LC$નો ઉપયોગ કરતાં તેને સમતુલ્ય રીતે આ મુજબ દર્શાવી શકાય છે. $Q = 1/\omega_0 CR$.

આકૃતિ 7.15 પરથી આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, જો અનુનાદ ઓછો તીક્ષ્ણ હોય તો ફક્ત મહત્તમ પ્રવાહ જ ઓછો હોય તેમ નહિ પરંતુ આવૃત્તિઓનાં મોટા ગાળા $\Delta\omega$ માટે પરિપથ અનુનાદની નજીક હોય અને પરિપથનું ટ્યુનિંગ સારૂં હોતું નથી. આથી, અનુનાદ ઓછો તીક્ષ્ણ હોય તો તે પરિપથની પસંદગીક્ષમતા (તે પરિપથ દ્વારા આવૃત્તિને પસંદ કરવાની ક્ષમતા-Selectivity) ઓછી હોય છે અથવા એથી ઉલ્ટું પણ સત્ય છે. સમીકરણ (7.36) પરથી આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, જો ક્વૉલિટી ફેક્ટર મોટો હોય એટલે કે R નાનો અને/અથવા L મોટો હોય તેવા પરિપથોની પસંદગીક્ષમતા વધુ છે.

ઉદાહરણ 7.6 220 V, 50 Hz ac સ્રોત સાથે 200 Ωનો અવરોધક અને 15.0 μFનાં કેપેસીટરને શ્રેણીમાં જોડવામાં આવેલ છે. (a) પરિપથમાં પ્રવાહ ગણો, (b) અવરોધક અને કેપેસીટરનાં બે છેડા વચ્ચે વોલ્ટેજ, (rms) શોધો. શું આ વોલ્ટેજનો બૈજિક સરવાળો સ્રોત વોલ્ટેજ કરતાં વધુ છે ? જો હા, તો આ વિસંગતતાનો ઉકેલ જણાવો.

ઉકેલ

$R = 200\ \Omega,\ C = 15.0\ \mu F = 15.0 \times 10^{-6} F$

$V = 220\ V,\ \nu = 50\ Hz$ આપેલ છે.

(a) પ્રવાહની ગણતરી કરવા માટે પરિપથનાં ઇમ્પિડન્સની જરૂર પડશે અને તે

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi\nu C)^{-2}}$$

$$= \sqrt{(200\ \Omega)^2 + (2 \times 3.14 \times 50 \times 15.0 \times 10^{-6} F)^{-2}}$$

$$= \sqrt{(200\ \Omega)^2 + (212.3\ \Omega)^2}$$

$$= 291.67\ \Omega \text{ છે.}$$

માટે પરિપથમાં પ્રવાહ,

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{200\ V}{291.67\ \Omega} = 0.7542\ A$$

(b) અહીં, સમગ્ર પરિપથમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ સમાન હોવાથી

$V_R = IR = (0.754\ A)(200\ \Omega) = 150.8\ V$

$V_C = IX_C = (0.754\ A)(212.3\ \Omega) = 160.07\ V$

બંને વોલ્ટેજ V_R અને V_Cનો બૈજિક સરવાળો 310.87 V છે. જે સ્રોત વોલ્ટેજ 220 V કરતાં વધુ છે. આ વિસંગતતા કઈ રીતે સમજાવી શકાય ? પાઠ્યપુસ્તકમાં તમે શીખી ગયા છો તેમ, અહીં બંને વોલ્ટેજ સમાન કળામાં નથી. માટે તેમનો સરવાળો સામાન્ય સંખ્યાઓની માફક થઈ શકે નહીં. બંને વોલ્ટેજ વચ્ચેનો કળાતફાવત 90° જેટલો છે. માટે પાયથાગોરસનાં પ્રમેય પરથી કુલ વોલ્ટેજ મેળવી શકાય.

$$V_{R+C} = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$$

$$= 219.91 \approx 220\ V$$

આમ, જો બે વોલ્ટેજ વચ્ચેનો કળા તફાવત યોગ્ય રીતે ગણતરીમાં લેવામાં આવે તો કેપેસીટર અને અવરોધકનાં બે છેડા વચ્ચેનો કુલ વોલ્ટેજ સ્રોત વોલ્ટેજ જેટલો થાય.

ઉદાહરણ 7.6

7.7 AC પરિપથમાં પાવર : પાવર ફેક્ટર (POWER IN AC CIRCUIT : THE POWER FACTOR)

આપણે જોયું કે, RLC શ્રેણી પરિપથમાં વોલ્ટેજ $\upsilon = \upsilon_m \sin\omega t$ લાગુ પડતાં પરિપથમાં વહેતો પ્રવાહ $i = i_m \sin(\omega t + \phi)$ દ્વારા મળે છે.

જ્યાં, $i_m = \dfrac{\upsilon_m}{Z}$ અને $\phi = \tan^{-1}\left(\dfrac{X_C - X_L}{R}\right)$

આથી, સ્રોત દ્વારા પુરો પડાયેલ તાત્ક્ષણિક પાવર

$$p = \upsilon i = (\upsilon_m \sin\omega t) \times [i_m \sin(\omega t + \phi)]$$

$$= \frac{\upsilon_m i_m}{2}[\cos\phi - \cos(2\omega t + \phi)] \tag{7.37}$$

છે. સમીકરણ (7.37)ની જમણી બાજુનાં બે પદોનું સરેરાશ એક પૂર્ણ ચક્ર પર પાવરનું સરેરાશ આપે છે. જે પૈકીનું માત્ર બીજું પદ સમય પર આધારિત છે. જેનું સરેરાશ શૂન્ય થાય છે. (cosineનું ધન અર્ધચક્ર ઋણ અર્ધચક્રને નાબુદ કરે છે.) માટે,

$$P = \frac{\upsilon_m i_m}{2} \cos\phi = \frac{\upsilon_m}{\sqrt{2}} \frac{i_m}{\sqrt{2}} \cos\phi$$

$$= V I \cos\phi \qquad [7.38(a)]$$

આ સમીકરણ નીચે મુજબ પણ લખી શકાય.

$$P = I^2 Z \cos\phi \qquad [7.38(b)]$$

આમ, વપરાતો (વ્યય પામતો) સરેરાશ પાવર માત્ર વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ પર આધારિત નથી પરંતુ તેમની વચ્ચેનાં કળા ખૂણા ϕના cosine પર પણ આધારિત છે. રાશિ $\cos\phi$ને પાવર ફેક્ટર કહે છે. આપણે નીચેના કિસ્સાઓની ચર્ચા કરીએ :

કિસ્સો (i) અવરોધક પરિપથ : જો પરિપથ માત્ર શુદ્ધ અવરોધ R ધરાવતો હોય તો તેને અવરોધક પરિપથ કહે છે. તે કિસ્સામાં $\phi = 0$, $\cos\phi = 1$ પાવર વ્યય મહત્તમ હોય છે.

કિસ્સો (ii) શુદ્ધ ઇન્ડક્ટીવ અથવા કેપેસીટીવ પરિપથ : જો પરિપથ માત્ર ઇન્ડક્ટર અથવા કેપેસીટર ધરાવતો હોય તો આપણે જાણીએ છીએ કે પ્રવાહ અને વોલ્ટેજ વચ્ચેનો કળા તફાવત $\pi/2$ જેટલો હોય છે માટે $\cos\phi = 0$ અને પરિપથમાંથી પ્રવાહ પસાર થવા છતાંય પાવર વપરાતો (વ્યય પામતો) નથી. આવા પ્રવાહને ઘણીવાર વૉટલેસ પ્રવાહ કહે છે.

કિસ્સો (iii) LCR શ્રેણી પરિપથ : LCR શ્રેણી પરિપથમાં થતો પાવર વ્યય સમીકરણ (7.38) મુજબનો હોય છે. જ્યાં, $\phi = \tan^{-1}(X_C - X_L)/R$. તેથી, RL અથવા RC અથવા RCL પરિપથોમાં ϕ અશૂન્ય થશે. આવા કિસ્સાઓમાં પણ પાવર વ્યય તો માત્ર અવરોધકમાં જ થાય છે.

કિસ્સો (iv) LCR પરિપથમાં અનુનાદની સ્થિતિએ વ્યય થતો પાવર : અનુનાદની સ્થિતિએ $X_C - X_L = 0$ અને $\phi = 0$ તેથી $\cos\phi = 1$ અને $P = I^2Z = I^2R$. એટલે કે અનુનાદ સ્થિતિએ પરિપથમાં (R દ્વારા) મહત્તમ પાવર વ્યય થતો હોય છે.

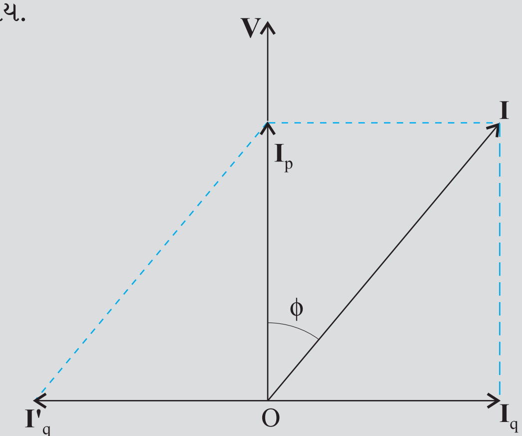
ઉદાહરણ 7.7

ઉદાહરણ 7.7 (a) વિદ્યુત પાવરનાં સ્થાનાંતર (એકથી બીજા સ્થાને લઈ જવા) માટે ઉપયોગમાં લેવાતાં પરિપથમાં પાવર ફેક્ટરનું ઓછું મૂલ્ય, ટ્રાન્સમીશનમાં મોટો પાવર વ્યય સૂચવે છે. સમજાવો. (b) પરિપથમાં યોગ્ય કેપેસીટન્સવાળા કેપેસીટરનો ઉપયોગ કરીને ઘણીવાર પાવર ફેક્ટરમાં સુધારો કરી શકાય છે. સમજાવો.

ઉકેલ (a) આપણે જાણીએ છીએ કે, $P = IV\cos\phi$. જ્યાં, $\cos\phi$ પાવર ફેક્ટર છે. આપેલ વોલ્ટેજે ઇચ્છિત (આપેલ) પાવર મોકલવા માટે, જો પાવર ફેક્ટર ઓછો હોય તો તેને અનુરૂપ પ્રવાહમાં આપણે વધારો કરવો જોઈએ. પરંતુ આમ કરતાં ટ્રાન્સમિશન દરમ્યાન પાવર વ્યય (I^2R) ખૂબ વધી જાય છે.

(b) ધારોકે પરિપથમાં પ્રવાહ વૉલ્ટેજ કરતાં કળામાં ϕ જેટલો પાછળ છે તો પાવર ફેક્ટર $\cos\phi = R/Z$.

Zનું મૂલ્ય લગભગ R જેટલું બનાવીને આપણે પાવર ફેક્ટરમાં (લગભગ 1 બને તેમ) સુધારો કરી શકીએ છીએ. ફેઝર ડાયાગ્રામ (આકૃતિ 7.17)ની મદદથી આપણે સમજીએ કે આ કેવી રીતે મેળવી શકાય.



આકૃતિ 7.17

અહીં **I**ને બે ઘટકોમાં વિભાજન કરીએ. લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજ **V**ની દિશામાં $\mathbf{I}_p$ અને લાગુ પાડેલ વૉલ્ટેજને લંબ દિશામાં $\mathbf{I}_q$. પરિચ્છેદ 7.7માં તમે શીખ્યા તે મુજબ $\mathbf{I}_q$ વૉટલેસ ઘટક કહેવાય છે. તેથી પ્રવાહનાં આ ઘટકને અનુરૂપ પાવર વ્યય થતો નથી. $\mathbf{I}_p$ પાવર ઘટક તરીકે ઓળખાય છે, કારણ કે તે વોલ્ટેજ સાથે સમાન કળામાં છે અને તેનાં અનુરૂપ પરિપથમાં પાવર વ્યય થાય છે.

આ વિશ્લેષણથી તે સ્પષ્ટ છે કે, જો આપણે પાવર ફેક્ટર સુધારવા માગતા હોઈએ તો, કળામાં પાછળ રહેલા વૉટલેસ પ્રવાહ $\mathbf{I}_q$ને તેનાં જેટલો જ અને કળામાં આગળ રહેતાં વૉટલેસ પ્રવાહ $\mathbf{I}'_q$ વડે તટસ્થ કરવો પડે. આમ કરવા માટે યોગ્ય મૂલ્યનાં કેપેસીટરને સમાંતર જોડવો પડે જેથી $\mathbf{I}_q$ અને $\mathbf{I}'_q$ એકબીજાની અસર નાબૂદ કરે તથા પાવર P અસરકારક રીતે $\mathbf{I}_pV$ જેટલો થાય.

ઉદાહરણ 7.7

ઉદાહરણ 7.8 283 V મહત્તમ મૂલ્ય અને 50 Hz આવૃત્તિવાળો sine પ્રકારનો વોલ્ટેજ LCR શ્રેણી પરિપથને લાગુ પાડેલ છે. જેમાં $R = 3\Omega$, $L = 25.48$ mH અને $C = 796\ \mu F$ છે. (a) પરિપથનો ઇમ્પિડન્સ (b) સ્રોત વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ વચ્ચેનો કળા તફાવત (c) પરિપથમાં વ્યય થતો પાવર અને (d) પાવર ફેક્ટર શોધો.

ઉકેલ પરિપથનો ઇમ્પિડન્સ શોધવા પ્રથમ આપણે X_L અને X_Cની ગણતરી કરીશું.

(a) $$X_L = 2\pi\nu L$$
$$= 2 \times 3.14 \times 50 \times 25.48 \times 10^{-3}\,\Omega = 8\,\Omega$$
$$X_C = \frac{1}{2\pi\nu C}$$

ઉદાહરણ 7.8

$$= \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times 796 \times 10^{-6}} = 4\,\Omega$$

તેથી,

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L + X_C)^2} = \sqrt{3^2 + (8-4)^2}$$

$$= 5\,\Omega$$

(b) કળા તફાવત $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_C - X_L}{R}\right)$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{4-8}{3}\right) = -53.1^{\circ}$$

ϕ ઋણ છે, તેથી સ્રોતનાં બે છેડા વચ્ચેનાં વોલ્ટેજ કરતાં પરિપથનો પ્રવાહ પાછળ છે.

(c) પરિપથમાં વ્યય થતો પાવર

$$P = I^2 R$$

હવે, $I = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{283}{5}\right) = 40\ \text{A}$

તેથી, $P = (40\text{A})^2 \times 3\,\Omega = 4800\,\text{W}$

(d) પાવર ફેક્ટર $= \cos\phi = \cos(-53.1^{\circ}) = 0.6$

ઉદાહરણ 7.8

ઉદાહરણ 7.9 ધારો કે ઉપરનાં ઉદાહરણમાં સ્રોતની આવૃત્તિ બદલી શકાય છે. તો (a) અનુનાદની સ્થિતિએ સ્રોતની આવૃત્તિ કેટલી હશે ? (b) અનુનાદની સ્થિતિએ ઇમ્પિડન્સ, પ્રવાહ અને વ્યય થતા પાવરની ગણતરી કરો.

ઉકેલ

(a) અનુનાદ થાય ત્યારે આવૃત્તિ,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{25.48 \times 10^{-3} \times 796 \times 10^{-6}}}$$

$$= 222.1\ \text{rad/s}$$

$$\nu_r = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{221.1}{2 \times 3.14} = 35.4\,\text{Hz}$$

(b) અનુનાદની સ્થિતિએ ઇમ્પિડન્સ Z અવરોધ R જેટલો હોય છે.

$$Z = R = 3\,\Omega$$

અનુનાદ વખતે rms પ્રવાહ

$$= \frac{V}{Z} = \frac{V}{R} = \left(\frac{283}{\sqrt{2}}\right)\frac{1}{3} = 66.7\text{A}$$

અનુનાદની સ્થિતિએ વ્યય થતો પાવર

$$P = I^2 \times R = (66.7)^2 \times 3 = 13.35\,\text{kW}$$

અહીં તમે જોઈ શકો છો કે ઉદાહરણ 7.8માં વ્યય થતાં પાવર કરતાં આ કિસ્સામાં પાવર વ્યય વધુ છે.

ઉદાહરણ 7.9

ઉદાહરણ 7.10 કોઈ એરપોર્ટ પર સુરક્ષાનાં કારણોસર મેટલ ડીટેક્ટરના દરવાજામાંથી એક વ્યક્તિ પસાર થાય છે. જો તે/તેણીના પાસે કોઈ ધાતુની બનેલી કોઈ વસ્તુ હોય તો મેટલ ડીટેક્ટર ધ્વનિ ઉત્સર્જિત કરે છે. આ ડીટેક્ટર કયા સિદ્ધાંત પર કાર્ય કરે છે ?

ઉકેલ મેટલ ડીટેક્ટર એસી પરિપથોમાં થતાં અનુનાદનાં સિદ્ધાંત પર કાર્ય કરે છે. જ્યારે તમે મેટલ ડીટેક્ટરના દરવાજામાંથી પસાર થાવ છો ત્યારે વાસ્તવમાં તમે ઘણાં આંટા ધરાવતી કોઇલ (Coil-ગૂંચળા)માંથી પસાર થાવ છો. ગૂંચળાને ટ્યુન કરેલ કેપેસીટર સાથે જોડેલ હોય છે, જેથી પરિપથ અનુનાદની સ્થિતિએ હોય છે. જ્યારે તમે તમારા ખિસ્સામાં ધાતુના ટુકડા સાથે પસાર થાવ છો ત્યારે પરિપથનો ઇમ્પિડન્સ બદલાય છે. પરિણામે પરિપથનાં પ્રવાહમાં નોંધપાત્ર ફેરફાર થાય છે. પ્રવાહમાં થતો આ ફેરફાર પરખાય (Detected) છે અને ઇલેક્ટ્રોનિક પરિપથ એલાર્મ તરીકે ધ્વનિ ઉત્પન્ન કરે છે.

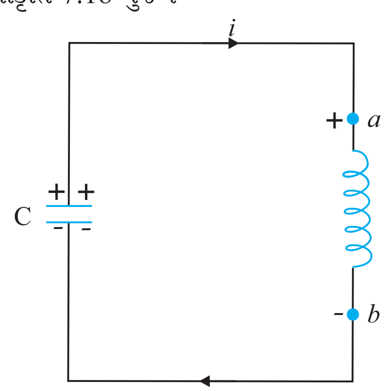
ઉદાહરણ 7.10

7.8 LC દોલનો (LC OSCILLATIONS)

આપણે જાણીએ છીએ કે કેપેસીટર અને ઇન્ડક્ટર અનુક્રમે વિદ્યુતીય અને ચુંબકીય ઊર્જાનો સંગ્રહ કરી શકે છે. જ્યારે એક કેપેસીટર (પ્રારંભમાં વિદ્યુતભારિત)ને ઇન્ડક્ટર સાથે જોડવામાં આવે છે ત્યારે કેપેસીટર પર રહેલા વિદ્યુતભાર અને પરિપથમાં પ્રવાહ વિદ્યુતીય દોલનોની ઘટના નિપજાવે છે જે યાંત્રિક તંત્રોમાં થતાં દોલનો જેવા જ હોય છે. (ધોરણ XI, પ્રકરણ-14)

ધારો કે કેપેસીટર પર q_m જેટલો વિદ્યુતભાર ($t = 0$ સમયે) છે અને તેને આકૃતિ 7.18 મુજબ ઇન્ડક્ટર સાથે જોડવામાં આવે છે.

જે ક્ષણે પરિપથ પૂર્ણ થાય છે તે ક્ષણે કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર ઘટવાની શરૂઆત થાય છે. પરિણામે પરિપથમાં વધતો પ્રવાહ ઉત્પન્ન થાય છે. ધારોકે કોઈ એક t સમયે પરિપથમાં વિદ્યુતભાર q અને પ્રવાહ i છે. di/dt ધન હોવાથી ઇન્ડક્ટર Lમાં પ્રેરિત *emf*નું ધ્રુવત્વ (Polarity) આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબની હોય છે, એટલે કે, $\upsilon_b < \upsilon_a$. કિર્ચોફનાં બંધ ગાળાનાં નિયમ અનુસાર,



આકૃતિ7.18 કોઈ એક ક્ષણે, વિદ્યુતપ્રવાહ વધે છે તેથી ઇન્ડક્ટરમાં પ્રેરિત *emf* નું ધ્રુવત્વ (Polarity) આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબનું છે.

$$\frac{q}{C} - L\frac{di}{dt} = 0 \qquad (7.39)$$

પ્રસ્તુત કિસ્સામાં, $i = -(dq/dt)$ (કારણ કે, જેમ q ઘટે છે તેમ i વધે છે.) માટે સમીકરણ (7.39) નીચે મુજબ થશે.

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0 \qquad (7.40)$$

આ સમીકરણ સરળ આવર્ત ગતિનાં સમીકરણ $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^{\ 2}x = 0$ જેવું સ્વરૂપ ધરાવે છે. આથી, વિદ્યુતભાર જે પ્રાકૃતિક આવૃત્તિથી દોલનો કરે છે,

$$\text{તે આવૃત્તિ } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (7.41)$$

છે અને તે સમય સાથે સાઇન વિધેય અનુસાર નીચેના સૂત્ર અનુસાર બદલાય છે.

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \phi) \qquad (7.42)$$

જ્યાં, q_m એ qનું મહત્તમ મૂલ્ય અને ϕ કળા અચળાંક છે. $t = 0$ સમયે $q = q_m$ હોવાથી $\cos\phi = 1$ અથવા $\phi = 0$. તેથી પ્રસ્તુત કિસ્સામાં,

$$q = q_m \cos(\omega_0 t) \quad (7.43)$$

પ્રવાહ $i = \left(-\dfrac{dq}{dt}\right)$ નીચે મુજબ આપી શકાય છે.

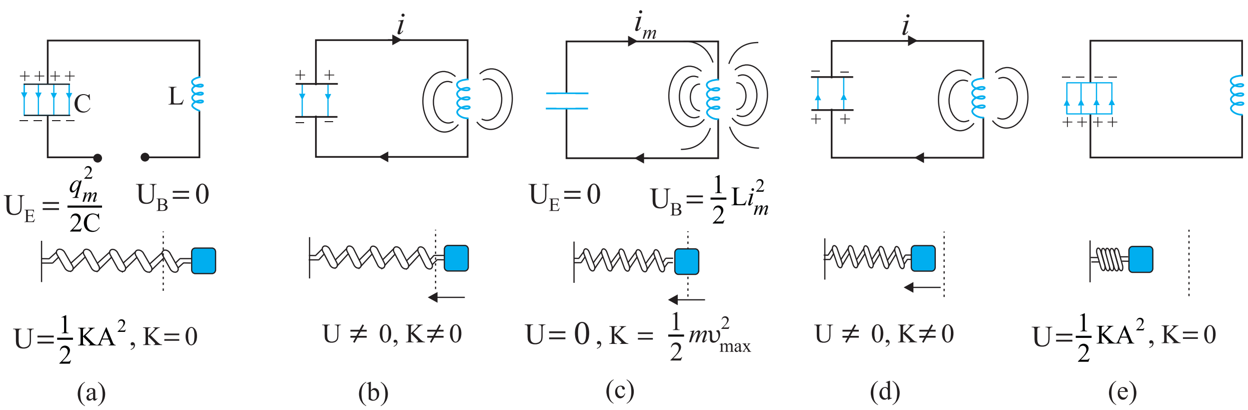
$$I = i_m \sin(\omega_0 t) \quad (7.44)$$

જ્યાં, $i_m = \omega_0 q_m$

આ પરિપથમાં દોલન કેવી રીતે થાય છે તે દૃશ્યમાન કરવાનો હવે આપણે પ્રયત્ન કરીએ.

આકૃતિ 7.19(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ પ્રારંભિક વિદ્યુતભાર q_mવાળા કેપેસીટર સાથે આદર્શ ઇન્ડક્ટર જોડેલ છે. વિદ્યુતભારિત કેપેસીટરમાં સંગ્રહિત વિદ્યુતઊર્જા $U_E = \dfrac{1}{2}\dfrac{q_m^2}{C}$ છે. પરિપથમાં પ્રવાહ વહેતો ન હોવાથી ઇન્ડક્ટરમાં ઊર્જા શૂન્ય હોય છે. આમ,

LC પરિપથની કુલ ઊર્જા $U = U_E = \dfrac{1}{2}\dfrac{q_m^2}{C}$



આકૃતિ 7.19 LC પરિપથમાં થતા દોલનો સ્પ્રિંગનાં છેડે લગાવેલ બ્લૉકના દોલનો જેવાં છે. આકૃતિમાં દોલનનું અર્ધચક્ર દર્શાવેલ છે.

$t = 0$ સમયે [આકૃતિ 7.19(b)] કળ બંધ કરતાં જ કેપેસીટર વિદ્યુતવિભારિત (ડિસ્ચાર્જ) થવાની શરૂઆત થાય છે. જેમ પરિપથમાં પ્રવાહ વધવા લાગે છે, તેમ તે ઇન્ડક્ટરમાં ચુંબકીયક્ષેત્ર પ્રસ્થાપિત કરે છે અને તેથી ઇન્ડક્ટરમાં કેટલીક ઊર્જા ચુંબકીય ઊર્જા $U_B = 1/2\, Li^2$ સ્વરૂપે સંગ્રહિત થાય છે. આકૃતિ 7.19(c)માં દર્શાવ્યા મુજબ જ્યારે ($t = T/4$ સમયે) પ્રવાહ તેનાં મહત્તમ મૂલ્ય i_m પર પહોંચે છે ત્યારે બધી જ ઊર્જા, ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં $U_B = 1/2\, Li_m^2$ સંગ્રહ પામે છે અને તે તમે સરળતાથી ચકાસી શકો છો કે, આ મહત્તમ વિદ્યુતઊર્જા અને મહત્તમ ચુંબકીયઊર્જા સરખી હોય છે. હવે કેપેસીટર પર વીજભાર હોતો નથી અને તેથી તેમાં કોઈ ઊર્જા હોતી નથી. આકૃતિ 7.19(d)માં દર્શાવ્યા મુજબ, હવે પ્રવાહ કેપેસીટરને વિદ્યુતભારિત કરવાનું શરૂ કરે છે. આ પ્રક્રિયા કેપેસીટર સંપૂર્ણ વિદ્યુતભારિત થાય ($t = T/2$ સમયે) [આકૃતિ 7.19(e)] ત્યાં સુધી સતત ચાલુ રહે છે. પરંતુ વિદ્યુતભારોનું ધ્રુવત્વ (Polarity) આકૃતિ 7.19(a)ની પ્રારંભિક સ્થિતિ કરતાં વિરૂદ્ધ હોય છે. અહીં, વર્ણવેલ સમગ્ર પ્રક્રિયા જ્યાં સુધી તંત્ર તેની મૂળ સ્થિતિમાં પાછું આવે ત્યાં સુધી તેની જાતે જ પુનરાવર્તિત થશે. આમ, તંત્રમાં રહેલી ઊર્જા કેપેસીટર અને ઇન્ડક્ટર વચ્ચે દોલનો કરે છે.

LC દોલનો સ્પ્રિંગના છેડે જોડેલ બ્લૉકનાં યાંત્રિક દોલનો જેવાં જ છે. આકૃતિ 7.19માં દરેક આકૃતિમાં નીચેનો ભાગ યાંત્રિકતંત્રની (સ્પ્રિંગને જોડેલ બ્લૉક) અનુરૂપ સ્થિતિ દર્શાવે છે. અગાઉ નોંધ્યું તેમ કોણીય આવૃત્તિ ω_0 સાથે દોલન કરતાં m દળનાં બ્લૉકનું સમીકરણ

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \text{ છે.}$$

અહીં, $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ અને k સ્પ્રિંગનો બળ અચળાંક છે. તેથી x, qને અનુરૂપ છે. યાંત્રિકતંત્રનાં કિસ્સામાં, $F = ma = m(dv/dt) = m(d^2x/dt^2)$. વિદ્યુતીય તંત્ર માટે $\varepsilon = -L(di/dt) = -L(d^2q/dt^2)$. આ બે સમીકરણોને સરખાવતાં આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, L દળ m સાથે સામ્યતા ધરાવે છે. પ્રવાહમાં થતા ફેરફાર માટે અવરોધનું માપ L છે. LC પરિપથનાં કિસ્સામાં $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ અને સ્પ્રિંગ સાથે જોડેલ દળ માટે $\omega_0 = \sqrt{k/m}$. તેથી 1/C, k સાથે સામ્યતા ધરાવે છે. અચળાંક k $(= F/x)$ એકમ સ્થાનાંતર માટે જરૂરી (બાહ્ય) બળ સૂચવે છે. જ્યારે 1/C $(= V/q)$ એકમ વિદ્યુતભારને પ્રસ્થાપિત કરવા માટેનો જરૂરી વિદ્યુત સ્થિતિમાનનો તફાવત સૂચવે છે. કોષ્ટક 7.1 યાંત્રિક રાશિઓ અને વિદ્યુત રાશિઓ વચ્ચેની સરખામણી દર્શાવે છે.

કોષ્ટક 7.1 યાંત્રિક રાશિઓ અને વિદ્યુતીય રાશિઓ વચ્ચેની સરખામણી

યાંત્રિક તંત્ર	વિદ્યુતીય તંત્ર
દળ m	ઈન્ડક્ટન્સ L
બળ અચળાંક k	કેપેસિટન્સનો વ્યસ્ત 1/C
સ્થાનાંતર x	વીજભાર q
વેગ $v = dx/dt$	પ્રવાહ $I = dq/dt$
યાંત્રિક ઊર્જા	વિદ્યુત ચુંબકીય ઊર્જા
$E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$	$E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$

નોંધો કે, LC દોલનોની ઉપરોક્ત ચર્ચા બે કારણોસર વાસ્તવિક નથી.

(i) દરેક ઈન્ડક્ટર કેટલોક અવરોધ ધરાવે છે. આ અવરોધને કારણે વિદ્યુતભાર અને પરિપથના પ્રવાહ પર અવમંદનની અસર નીપજે છે અને છેવટે દોલનો નાશ પામે છે.

(ii) જો અવરોધ શૂન્ય હોય તો પણ તંત્રની કુલ ઊર્જા અચળ રહેતી નથી, તે તંત્રમાંથી વિદ્યુત ચુંબકીય તરંગો સ્વરૂપે ઉત્સર્જિત થાય છે. (હવે પછીનાં પ્રકરણમાં તેની ચર્ચા છે.) હકીકતમાં રેડિયો અને ટીવી ટ્રાન્સમીટરો આ વિકિરણ પર આધારિત હોય છે.

બે અલગ-અલગ ઘટના, સમાન ગાણિતીક પ્રક્રિયા

ધોરણ XI, ભૌતિકવિજ્ઞાન પાઠ્યપુસ્તક પરિચ્છેદ 14.10માં વર્ણવેલ બળપ્રેરિત અવમંદિત દોલનોની ગાણિતીક સરખામણી, ac વોલ્ટેજ લગાડેલા LCR પરિપથની ગાણિતીક પ્રક્રિયા સાથે કરવાની તમને ગમશે. અહીં, સમીકરણ (7.28), ધોરણ XI પાઠ્યપુસ્તકનાં સમીકરણ [14.37(b)]માં વપરાયેલ સંજ્ઞા અને પ્રાચલો જુદા જુદા હોવા છતાં તેના જેવું છે. માટે આપણે આ બંને સ્થિતિ માટે રાશિઓની સમતુલ્યતાની સૂચિ તૈયાર કરીએ.

પ્રણોદિત દોલનો	**સંચાલિત LCR પરિપથ**
$m\dfrac{d^2x}{dt^2} + b\dfrac{dx}{dt} + kx = F\cos\omega_d t$	$L\dfrac{d^2q}{dt^2} + R\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{q}{C} = \upsilon_m \sin\omega t$
સ્થાનાંતર, x	કેપેસીટર પરનો વીજભાર, q
સમય, t	સમય, t
દળ, m	આત્મપ્રેરકત્વ, L
અવમંદન અચળાંક, b	અવરોધ, R
સ્પ્રિંગ અચળાંક, k	કેપેસીટન્સનું વ્યસ્ત, 1/C
ચાલક આવૃત્તિ, ω_d	ચાલક આવૃત્તિ, ω
દોલનોની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ, ω	LCR પરિપથની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ, ω_0
પ્રણોદિત દોલનોનો કંપવિસ્તાર, A	સંગ્રહ પામતો મહત્તમ વિદ્યુતભાર, q_m
ચાલક બળનો કંપવિસ્તાર, F_0	લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજનો કંપવિસ્તાર, υ_m

તમારે તે અવશ્ય નોંધવું જોઈએ કે, સ્થાનાંતર (x)ને અનુરૂપ વીજભાર (q), કંપવિસ્તાર A (મહત્તમ સ્થાનાંતર)ને અનુરૂપ સંગ્રહિત મહત્તમ વીજભાર q_m થશે. ધોરણ XIનું સમીકરણ [14.39(a)] દોલનોનો કંપવિસ્તાર અન્ય પ્રાચલોના પદમાં આપે છે જેને સગવડ ખાતર અહીં ફરી રજૂ કરેલ છે.

$$A = \left(\frac{F_0}{\{m^2(\omega^2 - \omega_d^2)^2 + \omega_d^2 b^2\}^{1/2}}\right)$$

ઉપરોક્ત સમીકરણમાં દરેક પ્રાચલોને અનુરૂપ વિદ્યુતીય રાશિઓ મૂકીએ અને જોઈએ શું થાય છે ? $X_L = \omega L$, $X_C = 1/\omega C$ અને $\omega_0^2 = 1/LC$નો ઉપયોગ કરીને L, C, ω અને ω_0નો લોપ કરો. જ્યારે તમે સમીકરણ (7.33) અને (7.34)નો ઉપયોગ કરશો તો જોઈ શકશો કે તેમાં સંપૂર્ણ સામ્યતા છે.

ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં તમને આવી ઘણી પરિસ્થિતિઓ જોવા મળશે કે, જેમાં જુદી જુદી ઘટનાઓ સમાન ગાણિતીક સમીકરણો વડે રજૂ કરવામાં આવે છે. આ પૈકીની કોઈએક સાથે તમે કામ પાડેલું હોય, તો તમે અન્ય પરિસ્થિતિઓ માટે અનુરૂપ રાશિઓની ફેરબદલી કરીને તમે નવા સંદર્ભમાં પરિણામોનું અર્થઘટન કરી શકો છો. તમે ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં જુદા જુદા ક્ષેત્રોમાંથી આવી જ સમાન પરિસ્થિતિઓ શોધવાનો પ્રયત્ન કરો તેમ અમે સૂચવીએ છીએ. અલબત્ત, તમે તફાવતથી પણ પરિચિત હોવા જોઈએ.

ઉદાહરણ 7.11 દર્શાવો કે LC પરિપથના મુક્ત દોલનમાં કેપેસીટર અને ઇન્ડક્ટરમાં કોઈ પણ સમયે સંગ્રહિત ઊર્જાઓનો સરવાળો અચળ હોય છે.

ઉકેલ ધારોકે કેપેસીટર પર પ્રારંભિક વિદ્યુતભાર q_0 છે. સંપૂર્ણ ચાર્જ કેપેસીટર સાથે L ઇન્ડક્ટન્સ ધરાવતા ઇન્ડક્ટરને જોડેલ છે. પરિચ્છેદ 7.8માં તમે અભ્યાસ કર્યો તે મુજબ આ LC પરિપથ આવૃત્તિ

$\omega\left(=2\pi\nu=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}\right)$ થી દોલનો ચાલુ રાખશે.

કોઈ એક t ક્ષણે કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર q અને પરિપથનો પ્રવાહ i નીચે મુજબ અપાય છે.

$q(t)=q_0\cos\omega t$

$i(t)=-q_0\omega\sin\omega t$

t સમયે કેપેસીટરમાં સંગ્રહિત ઊર્જા

$$U_E=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=\frac{1}{2}\frac{q_0^2}{C}\cos^2(\omega t)$$

t સમયે ઇન્ડક્ટરમાં સંગ્રહિત ઊર્જા

$$U_M=\frac{1}{2}Li^2$$

$$=\frac{1}{2}Lq_0^2\omega^2\sin^2(\omega t)$$

$$=\frac{q_0^2}{2C}\sin^2(\omega t) \qquad (\because \omega=1/\sqrt{LC})$$

ઊર્જાઓનો સરવાળો

$$U_E+U_M=\frac{q_0^2}{2C}\left[\cos^2\omega t+\sin^2\omega t\right]$$

$$=\frac{q_0^2}{2C}$$

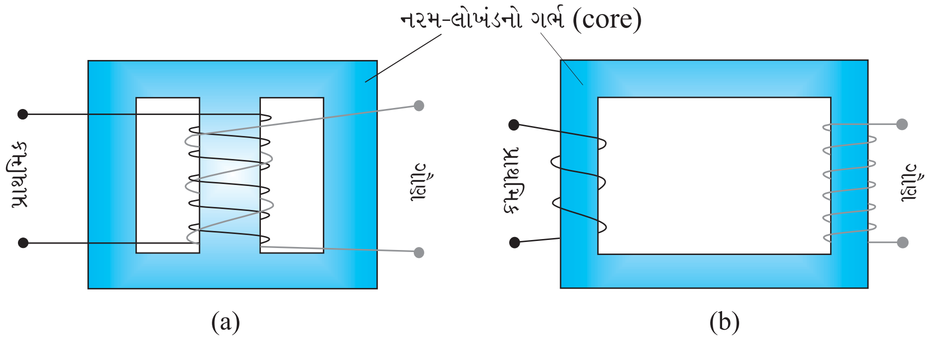
q_0 અને C, સમયથી સ્વતંત્ર છે તેથી સમય સાથે આ સરવાળો (કુલ ઊર્જા) અચળ છે. નોંધો કે તે કેપેસીટરની પ્રારંભિક ઊર્જા જેટલી છે. કેમ આવું ? વિચારો !

ઉદાહરણ 7.11

7.9 ટ્રાન્સફોર્મર્સ (TRANSFORMERS)

ઘણાં ઉદ્દેશો માટે, એસી વોલ્ટેજને એક મૂલ્યથી મોટા કે નાના વોલ્ટેજ મૂલ્યોમાં પરિવર્તન (અથવા રૂપાંતરિત) કરવું આવશ્યક બને છે. અન્યોન્ય પ્રેરણનાં સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ કરી આવી રચના બનાવી શકાય છે, જેને ટ્રાન્સફોર્મર કહે છે.

ટ્રાન્સફોર્મરમાં એકબીજાથી અલગ કરેલ બે કોઇલ (ગૂંચળા)નું જોડકું હોય છે. તેમને નરમ લોખંડનાં ગર્ભ (Core) પર આકૃતિ 7.20(a) મુજબ એકબીજાથી ઉપર અથવા આકૃતિ 7.20(b) મુજબ ગર્ભનાં બે અલગ-અલગ ભાગો પર વિંટાળેલા હોય છે. તે પૈકીની એક કોઇલને પ્રાથમિક ગૂંચળું (પ્રાયમરી કોઇલ) કહે છે, તેમાં આંટા N_p હોય છે. બીજી કોઇલને ગૌણ ગૂંચળું (સેકન્ડરી કોઇલ) કહે છે તેમાં આંટા N_s હોય છે. ઘણીવખત ટ્રાન્સફોર્મર માટે પ્રાથમિક ગૂંચળું ઇનપુટ કોઇલ અને ગૌણ ગૂંચળું આઉટપુટ કોઇલ હોય છે.



આકૃતિ 7.20 ટ્રાન્સફોર્મરમાં પ્રાથમિક અને ગૌણ ગૂંચળાની વીંટાળવાની બે ગોઠવણી (a) એકબીજાની ઉપર બે ગૂંચળા (b) ગર્ભના જુદા ભાગ પર બે ગૂંચળાં

જ્યારે પ્રાથમિક ગૂંચળાને પ્રત્યાવર્તી વોલ્ટેજ લાગુ પાડવામાં આવે છે ત્યારે પરિણામી પ્રવાહ પ્રત્યાવર્તી ચુંબકીય ફ્લક્સ ઉત્પન્ન કરે છે જે ગૌણ ગૂંચળા સાથે સંકળાય છે અને તેમાં *emf* પ્રેરિત કરે છે. આ *emf* નાં મૂલ્યનો આધાર ગૌણ ગૂંચળાના આંટાની સંખ્યા પર હોય છે. આપણે એક આદર્શ ટ્રાન્સફોર્મર વિચારીશું કે જેમાં પ્રાથમિક ગૂંચળાને અવગણી શકાય તેટલો અવરોધ છે અને ગર્ભમાં રહેલ બધું જ ચુંબકીય ફ્લક્સ પ્રાથમિક અને ગૌણ બંનેનાં આંટા (વાઇન્ડિંગ) સાથે સંકળાયેલ છે. જ્યારે પ્રાથમિક υ_p વોલ્ટેજ લાગુ પાડીએ છીએ ત્યારે પ્રવાહને કારણે t સમયે તેના પ્રત્યેક આંટા સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ ϕ હોય તેમ ધારો.

N_s આંટા ધરાવતા ગૌણ ગૂંચળામાં પ્રેરિત *emf* અથવા વોલ્ટેજ

$$\varepsilon_s = -N_s \frac{d\phi}{dt} \tag{7.45}$$

છે. પ્રત્યાવર્તી ફ્લક્સને કારણે પ્રાથમિક ગૂંચળામાં પણ પ્રેરિત *emf* ઉદ્ભવે છે જેને back *emf* કહે છે. તે નીચે મુજબ છે.

$$\varepsilon_p = -N_p \frac{d\phi}{dt} \tag{7.46}$$

પરંતુ $\varepsilon_p = \upsilon_p$. જો આવું ન હોય તો પ્રાયમરીનાં શૂન્ય અવરોધને કારણે (ધારણા મુજબ) તેમાં પ્રવાહ અનંત થઈ જાય. જો ગૌણ ગૂંચળું એક ખુલ્લો પરિપથ (Open Circuit) હોય અથવા તેમાંથી મેળવાતો પ્રવાહ ઓછો હોય તો પર્યાપ્ત સંનિકટતામાં $\varepsilon_s = \upsilon_s$ લઈ શકાય. જ્યાં, υ_s ગૌણ ગૂંચળાના બે છેડા વચ્ચેનો વોલ્ટેજ છે. આથી, સમીકરણ (7.45) અને (7.46) નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$\upsilon_s = -N_s \frac{d\phi}{dt} \qquad [7.45(a)]$$

$$\upsilon_p = -N_p \frac{d\phi}{dt} \qquad [7.46(a)]$$

સમીકરણ (7.45(a)] અને (7.46(a)] પરથી,

$$\frac{\upsilon_s}{\upsilon_p} = \frac{N_s}{N_p} \tag{7.47}$$

નોંધો કે ઉપરોક્ત સંબંધ ત્રણ ધારણાઓનો ઉપયોગ કરીને મેળવેલ છે. (i) પ્રાથમિક ગૂંચળામાં અને તેનો અવરોધ નાના છે. (ii) પ્રાથમિક અને ગૌણ બંને ગૂંચળામાં આંટા દીઠ સમાન ફ્લક્સ સંકળાય છે, કારણ કે ખૂબ જ ઓછું ફ્લક્સ ગર્ભમાંથી છટકી જાય છે અને (iii) સેકન્ડરી પ્રવાહનું મૂલ્ય ઓછું છે.

જો ટ્રાન્સફોર્મર 100% ક્ષમતાવાળું (ઊર્જાનો વ્યય થતો નથી) ધારેલ હોય તો ઇનપુટ પાવર અને આઉટપુટ પાવર સરખો હોય છે, અને $p = i\upsilon$ હોવાથી

$$i_p \upsilon_p = i_s \upsilon_s \tag{7.48}$$

થોડી ઊર્જાનો હંમેશા વ્યય થતો જ હોય છે, છતાંયે સારી રીતે ડિઝાઇન કરેલા ટ્રાન્સફોર્મરની ક્ષમતા 95% કરતાં વધુ હોય છે. તેથી આ એક સારી સન્નિકટતા છે. (7.47) અને (7.48) સમીકરણોને સંયોજિત કરતાં

$$\frac{i_p}{i_s} = \frac{\upsilon_s}{\upsilon_p} = \frac{N_s}{N_p} \tag{7.49}$$

ac સ્રોતની આવૃત્તિ જેટલી જ આવૃત્તિથી i અને υ બંને દોલનો કરે છે તેથી સમીકરણ (7.49) અનુરૂપ રાશિઓના કંપવિસ્તાર અથવા rms મૂલ્યોનો ગુણોત્તર પણ આપે છે.

હવે આપણે જોઈ શકીશું કે, વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ પર ટ્રાન્સફોર્મર કેવી રીતે અસર કરે છે. આપણી પાસે

$$V_s = \left(\frac{N_s}{N_p}\right) V_p \qquad \text{અને} \qquad I_s = \left(\frac{N_p}{N_s}\right) I_p \tag{7.50}$$

છે. એટલે કે જો, પ્રાયમરી કરતાં સેકન્ડરી કોઇલમાં આંટાની સંખ્યા વધુ હોય ($N_s > N_p$) તો વોલ્ટેજ સ્ટેપઅપ થશે (વધશે) ($V_s > V_p$). આ પ્રકારની ગોઠવણીને સ્ટેપઅપ ટ્રાન્સફોર્મર કહે છે. જો કે, આવી ગોઠવણીમાં પ્રાયમરી કરતાં સેકન્ડરીમાં પ્રવાહ ઓછો હોય છે ($N_p / N_s < 1$ અને $I_s < I_p$). ઉદાહરણ તરીકે, પ્રાથમિક ગુંચળામાં 100 આંટા અને ગૌણ ગૂંચળામાં 200 આંટા છે. તો $N_s / N_p = 2$ અને $N_p / N_s = 1/2$. આમ, 10Aવાળા 220 Vનો ઇનપુટનું 5Aવાળા 440Vનાં આઉટપુટમાં સ્ટેપઅપ થશે.

જો પ્રાયમરી કરતાં સેકન્ડરીમાં આંટાની સંખ્યા ઓછી હોય ($N_s < N_p$) તે સ્ટેપડાઉન ટ્રાન્સફોર્મર થશે. આ કિસ્સામાં $V_s < V_p$ અને $I_s > I_p$ એટલે કે, વોલ્ટેજ સ્ટેપડાઉન થશે અથવા ઘટશે અને પ્રવાહ વધશે.

ઉપર મેળવેલા સમીકરણો આદર્શ ટ્રાન્સફોર્મર (કોઈ પણ ઊર્જાનો વ્યય ન થતો હોય)ને જ લાગુ પડે છે. પરંતુ વાસ્તવિક ટ્રાન્સફોર્મરમાં નીચે મુજબનાં કારણોસર અલ્પમાત્રામાં ઊર્જાનો વ્યય થાય છે.

(i) *ફ્લક્સ લીકેજ* : ગર્ભની નબળી ડિઝાઇન અથવા ગર્ભમાં હવાનું મધ્યાંતર (Air Gaps)ને કારણે પ્રાયમરીનું બધું જ ફ્લક્સ સેકન્ડરીમાંથી પસાર થતું નથી. પરિણામે થોડુંક ફ્લક્સ હંમેશાં લીકેજ થાય છે. પ્રાયમરી અને સેકન્ડરીને એકબીજા પર વીંટાળીને આ લીકેજ ઘટાડી શકાય છે.

(ii) *વાઇન્ડીંગનો અવરોધ* : વાઇન્ડીંગમાં વપરાતા તારને કેટલોક અવરોધ હોય છે. તેથી તારમાં ઉદ્ભવતી ઉષ્મા (I^2R) સ્વરૂપે ઊર્જાનો વ્યય થાય છે. વધારે પ્રવાહ અને ઓછા વોલ્ટેજવાળા વાઇન્ડીંગમાં જાડા તારનો ઉપયોગ કરીને આ વ્યય લઘુત્તમ કરી શકાય છે.

(iii) *એડી પ્રવાહ (ઘૂમરી પ્રવાહો)* : પ્રત્યાવર્તી ચુંબકીય ફ્લક્સ લોખંડના ગર્ભમાં એડી પ્રવાહ પ્રેરિત કરે અને પરિણામે ઉષ્મા ઉત્પન્ન થાય છે. સ્તરો અથવા પટ્ટીઓનાં બનેલા ગર્ભનો ઉપયોગ કરીને આ અસર ઘટાડી શકાય છે.

(iv) *હીસ્ટરીસીસ* : પ્રત્યાવર્તી ચુંબકીયક્ષેત્રને કારણે ગર્ભનું ચુંબકીકરણ (Magnetisation) વારંવાર ઉલટાઈ જાય છે. પરિણામે ગર્ભમાં ખર્ચાતી ઊર્જા ઉષ્મા સ્વરૂપે દેખાય છે. ઓછા હીસ્ટરીસીસ વ્યય ધરાવતાં ચુંબકીય દ્રવ્યનો ઉપયોગ કરીને આ વ્યય ઘટાડી શકાય છે.

ટ્રાન્સફોર્મરનો ઉપયોગ કરીને લાંબા અંતરો સુધી વિદ્યુતઊર્જાનું મોટા પાયે પ્રસારણ અને વિતરણ કરવામાં આવે છે. જનરેટરનો આઉટપુટ વોલ્ટેજ સ્ટેપઅપ કરવામાં આવે છે (જેથી પ્રવાહ ઘટે છે અને પરિણામે I^2R વ્યય ઘટાડી શકાય છે). ત્યારબાદ તેને લાંબા અંતરે ગ્રાહકોની નજીકના વિસ્તારના સબ-સ્ટેશન સુધી મોકલવામાં આવે છે. ત્યાં વોલ્ટેજ સ્ટેપડાઉન (ઘટાડવામાં) કરવામાં આવે છે. 240 Vનો પાવર પુરવઠો આપણા ઘર સુધી પહોંચે તે પહેલાં વિતરણ-સબસ્ટેશન અને યુટીલીટી પોલ્સ (Utility Poles) (થાંભલા) ખાતે ટ્રાન્સફોર્મર વડે તેને ફરીથી સ્ટેપડાઉન કરવામાં આવે છે.

સારાંશ

1. પ્રત્યાવર્તી એસી વોલ્ટેજ $\upsilon = \upsilon_m \sin\omega t$ અવરોધ Rને લાગુ પાડતાં તેમાં વહેતો પ્રવાહ $i = i_m \sin \omega t,\ i_m = \frac{\upsilon_m}{R}$ હોય છે. પ્રવાહ એ લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજ સાથે સમાન કળામાં હોય છે.
2. અવરોધ Rમાંથી પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ $i = i_m \sin\omega t$ પસાર થાય છે ત્યારે જુલ હીટીંગ (ઉષ્મા)ને કારણે સરેરાશ પાવર વ્યય P (એક ચક્ર પર સરેરાશ) $(1/2)\, i_m^2 R$ હોય છે. તેને ડીસી પાવર ($P = I^2R$)ના સ્વરૂપે રજૂ કરવા માટે પ્રવાહનાં વિશિષ્ટ મૂલ્યનો ઉપયોગ થાય છે. તેને પ્રવાહનાં વર્ગનાં સરેરાશનું વર્ગમૂળ (rms) કહે છે, જેને I વડે દર્શાવાય છે.
$$I = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = 0.707\, i_m$$
આ જ રીતે, rms વોલ્ટેજ
$$V = \frac{\upsilon_m}{\sqrt{2}} = 0.707\, \upsilon_m$$ વડે દર્શાવાય છે.
આમ, આપણને પાવર $P = IV = I^2R$ મળે છે.
3. એસી વૉલ્ટેજ $\upsilon = \upsilon_m \sin\omega t$ શુદ્ધ ઇન્ડક્ટર (પ્રેરક) Lને લાગુ પાડતાં ઇન્ડક્ટરમાં વહેતો પ્રવાહ $i = i_m \sin(\omega t - \pi/2)$ હોય છે. જ્યાં, $i_m = \upsilon_m/X_L$. $X_L = \omega L$ને ઇન્ડક્ટીવ રીએક્ટન્સ કહે છે. ઇન્ડક્ટરમાં પ્રવાહ, વોલ્ટેજ કરતાં કળામાં $\pi/2$ જેટલો પાછળ હોય છે. ઇન્ડક્ટરને પુરા પડાતા પાવરનું એક પૂર્ણ ચક્ર પરનું સરેરાશ શૂન્ય હોય છે.
4. કેપેસીટરને ac વોલ્ટેજ $\upsilon = \upsilon_m \sin\omega t$ લાગુ પાડતાં કેપેસીટરમાં પ્રવાહ $i = i_m \sin(\omega t + \pi/2)$ ઉદ્‌ભવે છે.
$i_m = \frac{\upsilon_m}{X_C},\ X_C = \frac{1}{\omega C}$ ને કેપેસીટીવ રીએક્ટન્સ કહે છે.
કેપેસીટરમાં પ્રવાહ લાગુ પાડેલ વૉલ્ટેજ કરતાં કળામાં $\pi/2$ જેટલો આગળ હોય છે. એક પૂર્ણ ચક્ર પર ઇન્ડક્ટરનાં કિસ્સાની માફક કેપેસીટરને પૂરા પાડતા પાવરનું એક પૂર્ણ ચક્ર પરનું સરેરાશ શૂન્ય હોય છે.
5. RLC શ્રેણી પરિપથને લાગુ પાડેલ વૉલ્ટેજ $\upsilon = \upsilon_m \sin\omega t$ હોય ત્યારે પરિપથનો પ્રવાહ નીચેનાં સૂત્રો વડે આપી શકાય છે. $i = i_m \sin(\omega t + \phi)$
જ્યાં $$i_m = \frac{\upsilon_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}}$$
અને $$\tan\phi = \frac{X_C - X_L}{R}$$
$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$ ને પરિપથનો ઇમ્પિડન્સ કહે છે.

એક પૂર્ણ ચક્ર પર સરેરાશ પાવર વ્યય નીચે મુજબ આપવામાં આવે છે.

$$P = V I \cos\phi$$

$\cos\phi$ પદને પાવર ફેક્ટર કહે છે.

6. શુદ્ધ કેપેસીટીવ અથવા ઇન્ડક્ટીવ પરિપથમાં $\cos\phi = 0$ હોય છે અને પરિપથમાંથી પ્રવાહ પસાર થવા છતાંય પાવર વ્યય થતો નથી. આવા કિસ્સાઓમાં પ્રવાહ, વૉટલેસ પ્રવાહ તરીકે ઓળખાય છે.

7. ફેઝર્સ તરીકે ઓળખાતા ઘૂમતા સદિશો વડે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહની રજૂઆત દ્વારા એસી પરિપથમાં પ્રવાહ અને વોલ્ટેજ વચ્ચેનો કળા સંબંધ સરળતાથી દર્શાવી શકાય છે. ફેઝર એક સદિશ છે, જે ઉગમબિંદુની આસપાસ ω કોણીય ઝડપથી ભ્રમણ કરે છે. ફેઝરનું માન ફેઝર વડે દર્શાવેલ રાશિ (વોલ્ટેજ અથવા પ્રવાહ)નો કંપવિસ્તાર અથવા મહત્તમ મૂલ્ય દર્શાવે છે. ફેઝર ડાયાગ્રામ વડે ac પરિપથનું વિશ્લેષણ કરાય છે.

8. અનુનાદની ઘટના RLC શ્રેણી પરિપથની એક રસપ્રદ લાક્ષણિકતા છે. પરિપથ અનુનાદ દર્શાવે છે એટલે કે અનુનાદીય કોણીય આવૃત્તિ, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ માટે પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર મહત્તમ હોય છે,

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR}$$

વડે દર્શાવાતો ક્વૉલિટી ફેક્ટર Q, અનુનાદની તીક્ષ્ણતાનો સૂચક છે.

Qનું ઊંચું મૂલ્ય પ્રવાહમાં તીક્ષ્ણ મહત્તમ સૂચવે છે.

9. જે પરિપથમાં ac સ્રોત અને અવરોધ ન હોય પરંતુ ઇન્ડક્ટર L અને કેપેસીટર C (પ્રારંભમાં વિદ્યુતભારિત) હોય તેવો પરિપથ મુક્ત દોલનો દર્શાવે છે. કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર q સરળ આવર્તગતિ સમીકરણ

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$$ ને સંતોષે છે અને તેથી આ મુક્ત દોલનોની આવૃત્તિ

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$ છે. તંત્રમાં ઊર્જા કેપેસીટર અને ઇન્ડક્ટર વચ્ચે દોલનો કરે છે પરંતુ તેમનો સરવાળો એટલે કે કુલ ઊર્જા સમય સાથે અચળ રહે છે.

10. ટ્રાન્સફોર્મર લોખંડનાં ગર્ભ ધરાવે છે, જેના પર વિંટળાયેલ N_p, આંટા ધરાવતી પ્રાથમિક ગૂંચળામાં અને N_s આંટા ધરાવતું ગૌણ ગૂંચળું વિંટાળેલ હોય છે. જો પ્રાથમિક ગૂંચળા સાથે ac સ્રોત જોડેલ હોય તો પ્રાથમિક અને ગૌણ વૉલ્ટેજ વચ્ચેનો સંબંધ નીચે મુજબ છે.

$$V_s = \left(\frac{N_s}{N_p}\right) V_p$$ અને પ્રવાહનો સંબંધ

$$I_s = \left(\frac{N_p}{N_s}\right) I_p$$

જો પ્રાથમિક કરતાં ગૌણ ગૂંચળામાં આંટાની સંખ્યા વધુ હોય તો વોલ્ટેજ સ્ટેપઅપ ($V_s > V_p$) થાય છે. આ પ્રકારની ગોઠવણીને સ્ટેપઅપ ટ્રાન્સફોર્મર કહે છે. જો પ્રાથમિક કરતાં ગૌણ ગૂંચળામાં આંટાની સંખ્યા ઓછી હોય તો સ્ટેપડાઉન ટ્રાન્સફોર્મર મળે છે.

ભૌતિકરાશિ	સંજ્ઞા	પરિમાણ	એકમ	નોંધ
rms વોલ્ટેજ	V	$[M L^2 T^{-3} A^{-1}]$	V	$V = \frac{\upsilon_m}{\sqrt{2}}$, υ_m ac વોલ્ટેજનો કંપવિસ્તાર છે.
rms પ્રવાહ	I	[A]	A	$I = \frac{i_m}{\sqrt{2}}$, i_m ac પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર છે.
રીએક્ટન્સ :				
ઈન્ડક્ટીવ	X_L	$[M L^2 T^{-3} A^{-2}]$	Ω	$X_L = \omega L$
કેપેસીટીવ	X_C	$[M L^2 T^{-3} A^{-2}]$	Ω	$X_C = 1/\omega C$
ઈમ્પિડન્સ	Z	$[M L^2 T^{-3} A^{-2}]$	Ω	પરિપથમાં હાજર ઘટકો પર આધારિત છે.
અનુનાદ	ω_r અથવા ω_0	$[T^{-1}]$	Hz	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ RLC શ્રેણી પરિપથ માટે
ક્વૉલિટી ફેક્ટર	Q	પરિમાણરહિત		$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R}$, RLC શ્રેણી પરિપથ માટે
પાવર ફેક્ટર		પરિમાણરહિત		$= \cos\phi$, ϕ લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજ અને પરિપથના પ્રવાહ વચ્ચેનો કળા તફાવત છે.

ગહન વિચારણાના મુદ્દાઓ

1. ac વોલ્ટેજ અથવા પ્રવાહનાં આપેલાં મૂલ્યો સામાન્ય રીતે તેનાં rms મૂલ્યો છે. તમારા ઓરડામાં લગાવવામાં આવેલ સ્વીચબોર્ડમાં જોડાણ અગ્રો વચ્ચે વોલ્ટેજ સામાન્ય રીતે 240V હોય છે. જે વોલ્ટેજનું rms મૂલ્ય સૂચવે છે. આ વૉલ્ટેજનું મહત્તમ મૂલ્ય $\upsilon_m = \sqrt{2}V = 340V$ છે.
2. ac પરિપથમાં વપરાતાં ઘટકોની પાવર રેટિંગ (શક્તિક્ષમતા) તેનું સરેરાશ પાવર રેટિંગ સૂચવે છે.
3. ac પરિપથમાં વપરાતો (ખર્ચાતો) પાવર ક્યારેય ઋણ નથી હોતો.
4. ac પ્રવાહ અને dc પ્રવાહ બંનેનું માપન ઍમ્પિયરમાં થાય છે. પરંતુ ac પ્રવાહ માટે ઍમ્પિયર કેવી રીતે વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય ? dc ઍમ્પિયર જે રીતે સાધિત થાય છે તે રીતે ac પ્રવાહધારિત બે સમાંતર વાહકતારો વચ્ચે પ્રવર્તતા આકર્ષણબળ વડે તે સાધિત થઈ શકતો નથી. સ્રોતની આવૃત્તિ જેટલી જ આવૃત્તિથી ac પ્રવાહ તેની દિશા બદલે છે અને આકર્ષણબળનું સરેરાશ મૂલ્ય શૂન્ય બને છે. આમ, પ્રવાહની દિશાથી સ્વતંત્ર હોય

તેવા કોઈ ગુણધર્મના પદમાં ac ઍમ્પિયરને વ્યાખ્યાયિત કરવો જોઈએ. જુલ હીટીંગ (ઉષ્મા) આવો એક ગુણધર્મ છે, પરિપથમાં પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહનું એક ઍમ્પિયર rms મૂલ્ય એટલે આ પ્રવાહ વડે ઉદ્‌ભવતી સરેરાશ ઉષ્મીય અસર આવી જ સમાન પરિસ્થિતિમાં એક ઍમ્પિયર dc પ્રવાહ વડે ઉદ્‌ભવતી સરેરાશ ઉષ્મીય અસર જેટલી હોય.

5. એસી પરિપથમાં જો જુદા-જુદા ઘટકોના બે છેડા વચ્ચે વોલ્ટેજ ઉમેરવો હોય તો આપણે તેમની કળાઓનું યોગ્ય ધ્યાન રાખવું જોઈએ. ઉદાહરણ તરીકે, RC પરિપથમાં જો R અને Cનાં બે છેડાઓ વચ્ચેનો વોલ્ટેજ અનુક્રમે V_R અને V_C હોય તો RC સંયોજન વચ્ચેનો કુલ વોલ્ટેજ $V_{RC} = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$ છે, પરંતુ $V_R + V_C$ નથી કારણ કે V_R અને V_C વચ્ચે $\pi/2$ જેટલો કળા તફાવત છે.

6. ફેઝર ડાયાગ્રામમાં વોલ્ટેજ અને પ્રવાહને સદિશ સ્વરૂપે રજૂ કરાય છે. પરંતુ ખરેખર આ રાશિઓ પોતે સદિશ નથી, તે અદિશ રાશિઓ છે. આવર્ત રીતે (હાર્મોનિકલી) બદલાતી અદિશ રાશિઓમાં કંપવિસ્તાર અને કળાનું ગાણિતીક સંયોજન એવી રીતે જ થાય છે કે જેવી રીતે અનુરૂપ માન અને દિશા ધરાવતા ઘૂમતા સદિશના પ્રક્ષેપોનું સંયોજન થાય છે. આપણે અગાઉથી જાણીએ છીએ તે સદિશ સંયોજનનાં નિયમોનો ઉપયોગ કરીને રાશિઓનું સંયોજન કરવાની એક સરળ રીત મળે તે માટે આવર્ત રીતે (હાર્મોનિકલી) બદલાતી જતી રાશિઓને ઘૂમતા સદિશો દ્વારા રજૂ કર્યા છે.

7. ac પરિપથમાં શુદ્ધ ઈન્ડક્ટર અને શુદ્ધ કેપેસીટર સાથે સંકળાયેલ પાવર વ્યય શૂન્ય હોય છે. ac પરિપથમાં ફક્ત અવરોધ જ એવો ઘટક છે જેમાં ઊર્જાનો વ્યય થાય છે.

8. RLC પરિપથમાં જ્યારે $X_L = X_C$ અથવા $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ થાય ત્યારે અનુનાદની ઘટના ઉદ્‌ભવે છે. અનુનાદ ઉદ્‌ભવવા માટે પરિપથમાં L અને C બંને ઘટકોની હાજરી હોવી અનિવાર્ય છે. આ ઘટકો (L અથવા C) પૈકી કોઈ એક જ ઘટક હોય તો વોલ્ટેજ નાબુદ થવાની શક્યતા રહેતી નથી અને તેથી અનુનાદ શક્ય નથી.

9. RLC પરીપથમાં પાવર ફેક્ટર, પરિપથ તેના દ્વારા વપરાતા મહત્તમ પાવરની કેટલો નજીક છે તેનું માપ સૂચવે છે.

10. જનરેટર અને મોટરમાં ઈનપુટ અને આઉટપુટની ભૂમિકાઓ ઉલટાયેલી છે. મોટરમાં વિદ્યુતઊર્જા ઈનપુટમાં હોય છે અને યાંત્રિકઊર્જા આઉટપુટમાં હોય છે. જનરેટરમાં યાંત્રિકઊર્જા ઈનપુટમાં હોય છે અને વિદ્યુતઊર્જા આઉટપુટમાં હોય છે. બંને ઉપકરણો સહેલાઈથી ઊર્જાના એક સ્વરૂપનું બીજા સ્વરૂપમાં રૂપાંતર કરે છે.

11. ટ્રાન્સફોર્મર (સ્ટેપઅપ) નીચા વોલ્ટેજને ઊંચા વોલ્ટેજમાં પરિવર્તિત કરે છે. તેમાં ઊર્જા સંરક્ષણના નિયમનું ઉલ્લંઘન થતું નથી. પ્રવાહ તે જ પ્રમાણમાં ઘટે છે.

12. દોલિત ગતિનું વર્ણન કરવા માટે sine અથવા cosine અથવા તેમના રેખીય સંયોજનની પસંદગી અગત્યની નથી. કારણ કે, શૂન્ય-સમયનું સ્થાન બદલતાં તેઓ એકથી બીજામાં રૂપાંતર પામે છે.

સ્વાધ્યાય

7.1 200 V, 50 Hz ac સપ્લાય સાથે 100 Ω અવરોધ જોડેલ છે.

(a) પરિપથમાં પ્રવાહનું rms મૂલ્ય શું હશે ?

(b) એક પૂર્ણ ચક્ર દરમિયાન ખર્ચાતો કુલ (ચોખ્ખો, Net) પાવર કેટલો હશે ?

7.2 (a) ac સપ્લાયના વોલ્ટેજનું મહત્તમ મૂલ્ય 300 V છે. તેનો rms વોલ્ટેજ કેટલો હશે ?

(b) ac પરિપથમાં પ્રવાહનું rms મૂલ્ય 10 A છે. તેનું મહત્તમ મૂલ્ય કેટલું હશે ?

7.3 220V, 50Hzના ac સ્રોત સાથે 44 mHનું ઇન્ડક્ટર જોડેલ છે. પરિપથમાં પ્રવાહનું rms મૂલ્ય શોધો.

7.4 110V, 60Hzના ac સ્રોત સાથે 60 μFનું કેપેસીટર જોડેલ છે. પરિપથમાં પ્રવાહનું rms મૂલ્ય શોધો.

7.5 સ્વાધ્યાય 7.3 અને 7.4માં એક પૂર્ણ ચક્ર દરમિયાન દરેક પરિપથમાં શોષાતો ચોખ્ખો પાવર કેટલો હશે ? તમારા જવાબની સમજૂતી આપો.

7.6 L = 2.0H, C = 32 μF અને 10 Ω વાળા LCR શ્રેણી પરિપથ માટે અનુનાદ આવૃત્તિ ω_r મેળવો. આ પરિપથનું Q મૂલ્ય કેટલું હશે ?

7.7 27 mH ઇન્ડક્ટર સાથે 30 μFનું સંપૂર્ણ વિદ્યુતભારિત કેપેસીટર જોડેલ છે. તો પરિપથમાં થતાં મુક્ત દોલનોની કોણીય આવૃત્તિ કેટલી હશે ?

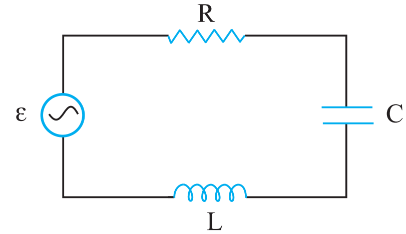
7.8 સ્વાધ્યાય 7.7માં કેપેસીટર પરના પ્રારંભિક વિદ્યુતભારનું મૂલ્ય ધારોકે 6 mC છે. તો પ્રારંભમાં પરિપથમાં સંગ્રહિત કુલ ઊર્જા કેટલી હશે ? પછીનાં કોઈ સમયે કુલ ઊર્જા કેટલી હશે ?

7.9 R = 20 Ω, L = 1.5 H અને C = 35 μF ધરાવતાં LCR શ્રેણી પરિપથ સાથે ચલિત (બદલી શકાય તેવી) આવૃત્તિવાળો 200 V ac સપ્લાય જોડેલ છે. જ્યારે સપ્લાયની આવૃત્તિ પરિપથની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ જેટલી થાય ત્યારે એક પૂર્ણ ચક્ર દરમિયાન પરિપથમાં રૂપાંતર પામતો સરેરાશ પાવર કેટલો હશે ?

7.10 એક રેડિયો MW બ્રોડકાસ્ટ બેન્ડ (800 kHz થી 1200 kHz) આવૃત્તિનાં ગાળામાં ટ્યુન કરી શકાય છે. જો તેના LC પરિપથમાં 200 μHનું અસરકારક ઇન્ડક્ટર હોય તો તેનાં ચલ કેપેસીટરની રેંજ કેટલી હોવી જોઈએ ?

(**HINT :** ટ્યુનિંગ કરવા માટે પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ એટલે કે LC પરિપથમાં મુક્ત દોલનોની આવૃત્તિ રેડિયો તરંગની આવૃત્તિ જેટલી થવી જોઈએ.)

7.11 આકૃતિ 7.21 મુજબ ચલિત (બદલી શકાય તેવી) આવૃત્તિવાળો 230 V ac સ્રોત LCR પરિપથ સાથે જોડેલ છે. L = 5.0 V, C = 80 μF, R = 40 Ω છે.



આકૃતિ 7.21

(a) પરિપથને અનુનાદની સ્થિતિમાં લાવવા માટે સ્રોતની આવૃત્તિ નક્કી કરો.

(b) અનુનાદ આવૃત્તિએ પરિપથનો ઇમ્પિડન્સ અને પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર શોધો.

(c) પરિપથનાં ત્રણેય ઘટકોનાં બે છેડા વચ્ચેનો rms વોલ્ટેજ (સ્થિતિમાન તફાવત) શોધો. દર્શાવો કે અનુનાદ આવૃત્તિઓ LC સંયોજનના બે છેડા વચ્ચેનો સ્થિતિમાન તફાવત (વોલ્ટેજ ડ્રોપ) શૂન્ય છે.