8

ગતિ

- ગતિનું વર્ણન
- ગતિના દરનું માપન
- વેગના ફેરફારનો દર
- ગતિનું આલેખીય નિરૂપણ
- આલેખીય રીત વડે ગતિનાં સમીકરણો
- નિયમિત વર્તુળમય ગતિ

પ્રસ્તાવના

1. ગતિ એટલે શું ? એક ઉદાહરણ દ્વારા સ્પષ્ટ કરો કે ગતિ એ સાપેક્ષ ખ્યાલ છે.

- જ્યારે કોઈ એક પદાર્થ બીજા કોઈ પદાર્થની સાપેક્ષે સમય સાથે પોતાનું સ્થાન બદલે છે, ત્યારે તે પદાર્થ બીજા પદાર્થની સાપેક્ષમાં ગતિ કરે છે તેમ કહેવાય.
- ગતિ કરતી બસમાં બેઠેલા મુસાફરોને રસ્તાના કિનારે આવેલાં ઝાડ પાછળ તરફ ગતિ કરતાં અનુભવાય છે.
- રસ્તાના કિનારે ઊભેલ એક વ્યક્તિ બસમાં બેઠેલા બધા જ મુસાફરોને બસ સાથે ગતિ કરતાં અનુભવે છે, જ્યારે બસમાં બેઠેલ એક મુસાફર પોતાના સાથી મુસાફરોને સ્થિર અવસ્થામાં જુએ છે.
- આમ, હવે સ્પષ્ટપણે કહી શકાય કે પદાર્થ સ્થિર છે કે ગતિમાં છે તેનો આધાર પદાર્થનું ક્યા સ્થળેથી અવલોકન કરવામાં આવે છે તેના પર પણ રહેલો છે, જે દર્શાવે છે કે ગતિ એ સાપેક્ષ ખ્યાલ છે.

ગતિનું વર્ણન

2. સંદર્ભબિંદુ એટલે શું ? પદાર્થનું સ્થાન દર્શાવવા માટે સંદર્ભબિંદુનો ઉલ્લેખ અનિવાર્ય છે. સમજાવો.

- પદાર્થનું સ્થાન દર્શાવવા માટે જે નિયતબિંદુનો સંદર્ભ તરીકે ઉપયોગ કરવામાં આવે છે, તેને સંદર્ભબિંદુ કહે છે.
- ઉદા. : એક ગામમાં એક શાળા રેલવે સ્ટેશનથી ઉત્તર દિશા તરફ 2 kmના અંતરે છે અને એસ.ટી. સ્ટૅન્ડથી પશ્ચિમ દિશા તરફ 3 kmના અંતરે છે.
- તો પહેલા કિસ્સામાં રેલવે સ્ટેશન સંદર્ભબિંદુ છે, જ્યારે બીજા કિસ્સામાં એસ. ટી. સ્ટૅન્ડ સંદર્ભબિંદુ છે.
- આમ, સંદર્ભબિંદુ બદલાતાં પદાર્થનું સ્થાન બદલાય છે.
- તેથી કહી શકાય કે પદાર્થનું સ્થાન દર્શાવવા માટે સંદર્ભબિંદુનો ઉલ્લેખ અનિવાર્ય છે.
- બીજા શબ્દોમાં એમ પણ કહી શકાય કે સ્થાન એ નિરપેક્ષ રાશિ નથી પણ સાપેક્ષ રાશિ છે. કારણ કે સંદર્ભબિંદુ બદલાતાં આપેલ પદાર્થનું સ્થાન બદલાય છે.
- સંદર્ભબિંદુને ઊગમબિંદુ (Origin) પણ કહેવામાં આવે છે.

3. અંતર અને સ્થાનાંતરની વ્યાખ્યા આપી, પ્રત્યેકનો SI એકમ જણાવો.

અંતર

- આપેલા સમયગાળામાં ગતિ કરતા પદાર્થે કાપેલ ગતિપથની કુલ લંબાઈને અંતર કહે છે.
- અંતરનો SI એકમ મીટર (m) છે.

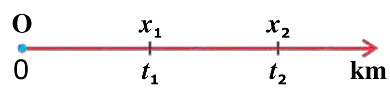
સ્થાનાંતર

- પદાર્થના ગતિપથના પ્રારંભિક સ્થાનથી અંતિમ સ્થાન સુધીના લઘુતમ અંતરને સ્થાનાંતર કહે છે.

અથવા

- આપેલા સમયગાળામાં ચોક્કસ દિશામાં પદાર્થના સ્થાનમાં થતા ફેરફારને સ્થાનાંતર કહે છે.
- સ્થાનાંતરનો SI એકમ મીટર (m) છે.

4. સ્થાનાંતરનું મૂલ્ય શોધવા માટેનું સૂત્ર મેળવો અને સ્થાનાંતરની દિશા કઈ લેવામાં આવે છે તે જણાવો.



- એક નિશ્ચિત સંદર્ભબિંદુ 'O' ની સાપેક્ષે ધારો કે t_1 સમયે પદાર્થ x_1 સ્થાન પર છે અને t_2 સમયે તે x_2 સ્થાન પર છે, તો $t_2 - t_1$ સમયગાળામાં પદાર્થનું સ્થાનાંતર (મૂલ્ય) s નીચે મુજબ શોધી શકાય :

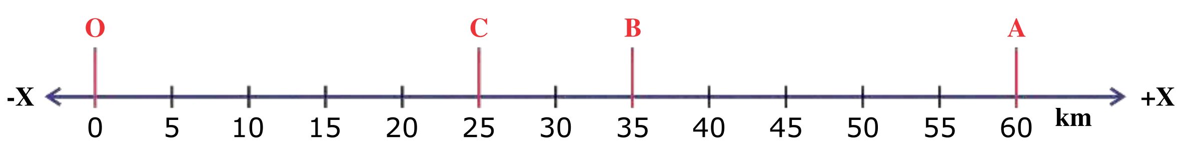
s = (અંતિમ સ્થાન) – (પ્રારંભિક સ્થાન)

$= x_2 - x_1$

- ઉપરના સમીકરણની મદદથી પદાર્થના સ્થાનાંતરનું મૂલ્ય શોધી શકાય છે.
- સ્થાનાંતરની દિશા પ્રારંભિક સ્થાનથી અંતિમ સ્થાન તરફ હોય છે.

5. એક ઉદાહરણ દ્વારા અંતર અને સ્થાનાંતર વચ્ચેનો ભેદ સ્પષ્ટ કરો.

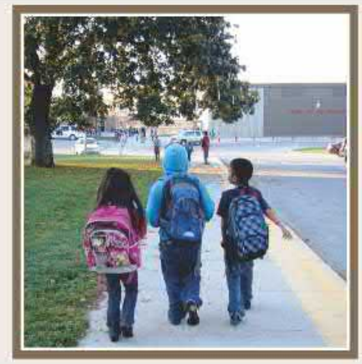
- ગતિનો સાદામાં સાદો પ્રકાર એટલે સુરેખ પથ પર થતી ગતિ.
- આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ એક પદાર્થની સુરેખ પથ પર થતી ગતિનો વિચાર કરો.



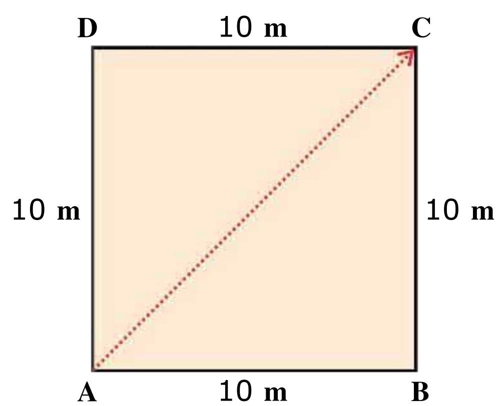
- પદાર્થ તેની ગતિની શરૂઆત 'O' બિંદુથી કરે છે, જે સંદર્ભબિંદુ છે.
- C, B અને A એ પદાર્થના જુદા જુદા સમયે સ્થાન દર્શાવે છે.
- સૌપ્રથમ પદાર્થ O થી A પર અને પછી A થી C પર સુરેખ પથ પર ગતિ કરીને પહોંચે છે. આ વખતે તે 60 km (0 થી 60 km) અને 35 km (60 km થી 25 km) એટલે કે કુલ OA + AC = 60 km + 35 km = 95 km જેટલું અંતર કાપે છે. જેને પથલંબાઇ પણ કહે છે.
- અંતરને દર્શાવવા માટે માત્ર સંખ્યાત્મક મૂલ્ય જ ધ્યાનમાં લેવાય છે, દિશા નહીં. ભૌતિક રાશિના સંખ્યાત્મક મૂલ્યને તેનું માન કહે છે.
- હવે, પદાર્થના પ્રારંભિક સ્થાન O અને અંતિમ સ્થાન C વચ્ચેના અંતરને પદાર્થના સ્થાનાંતરનું મૂલ્ય કહે છે, જે 25 km છે.
- આમ, આ ઉદાહરણમાં આપેલ સમયગાળામાં પદાર્થે કાપેલ અંતર 95 km અને સ્થાનાંતર (મૂલ્ય) 25 km છે, જે સમાન નથી.

6. કોઈ પદાર્થ દ્વારા કંઈક અંતર કપાયેલ છે. શું તેનું સ્થાનાંતર શૂન્ય હોઈ શકે ? જો હા, તો આપના ઉત્તરને ઉદાહરણ દ્વારા સમજાવો.

- હા. પદાર્થનું સ્થાનાંતર શૂન્ય હોઇ શકે છે.
- ઉપરોક્ત હકીકત ત્યારે જ શક્ય બને છે કે જ્યારે પદાર્થના ગતિપથનું પ્રારંભિક સ્થાન અને અંતિમ સ્થાન એક જ હોય.
- ઉદા. : એક વિદ્યાર્થી પોતાના ઘરેથી ચાલીને સ્કૂલે જાય છે અને ત્યાંથી પાછો ફરીને પોતાના ઘરે આવે છે.
- તો વિદ્યાર્થીએ કેટલુંક અંતર કાપ્યું હશે પણ તેનું સ્થાનાંતર શૂન્ય હશે.



7. એક ખેડૂત 10m લંબાઈના એક ચોરસ ખેતરની ધારે ધારે 40sમાં એક ચક્કર પૂર્ણ કરે છે. 2 મિનિટ 20 સેકન્ડ બાદ આ ખેડૂતે પ્રારંભિક સ્થાનથી કેટલું સ્થાનાંતર કર્યું હશે ?



- અહીં, ચોરસ ખેતરની સરહદ પર ચાલીને 1 પરિક્રમણના અંતે ખેડૂતે કાપેલું અંતર = ચોરસની પરિમિતિ
  = 4 x 10 m
  = 40 m
- હવે, 1 પરિક્રમણ પૂર્ણ કરવા માટે એટલે કે 40m અંતર કાપવા માટે ખેડૂતને લાગતો સમય = 40s

  ∴ 2 મિનિટ અને 20 સેકન્ડમાં એટલ કે 140s માં ખેડૂત દ્વારા કપાતું અંતર = 140m

  હવે, 40m = 1 પરિક્રમણ

  ∴ 140m = $\frac{140}{40}$ પરિક્રમણ = 3.5 પરિક્રમણ

  0.5 પરિક્રમણ = 0.5 x 40m = 20m
- તેથી આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ખેડૂતનું પ્રારંભિક સ્થાન A છે. તેથી 2 મિનિટ અને 20 સેકન્ડના અંતે તેનું અંતિમ સ્તાન C હશે.

  ∴ ખેડૂતનું સ્થાનાંતર = AC
- સ્થાનાંતરનું મૂલ્ય શોધવા માટે કાટકોણ △ ABC માટે પાયથાગોરસનો પ્રમેય વાપરતાં,

  $AC^2 = AB^2 + BC^2$

  $= (10)^2 + (10)^2 = 100 + 100 = 200$ m

$\therefore$ AC = $\sqrt{200}$ m

= $\sqrt{100 \times 2}$ m

= $10\sqrt{2}$ m

$\therefore$ ખેડૂતનું સ્થાનાંતર = $10\sqrt{2}$ m

8. સ્થાનાંતર માટે નીચેના પૈકી ક્યું સાચું છે ? (a) તે શૂન્ય હોઈ શકે નહિ. (b) તેનું મૂલ્ય પદાર્થ દ્વારા કપાયેલ અંતર કરતાં વધુ હોય છે.

- (a) ખોટું, સ્થાનાંતર શૂન્ય હોઇ શકે છે.
- (b) ખોટું, સ્થાનાંતરનું મૂલ્ય કપાયેલ અંતર જેટલું અથવા તેનાથી ઓછું હોય છે.

9. નિયમિત ગતિ અને અનિયમિત ગતિ સમજાવો.

નિયમિત ગતિ

- જો કોઇ ગતિમાન પદાર્થ સુરેખ પથ પર સમયના એકસરખા ગાળામાં એકસરખું (એક દિશામાં) અંતર કાપતો હોય, તો તે પદાર્થ નિયમિત ગતિ કરે છે તેમ કહેવાય.

ઉદાહરણ

- ધારો કે એક પદાર્થ 10 m અંતર પ્રથમ સેકન્ડમાં, બીજું અંતર 10 m દ્વિતીય સેકન્ડમાં, 10 m અંતર તૃતીય સેકન્ડમાં અને 10 m અંતર ચોથી સેકન્ડમાં કાપે છે.
- અહીં, પદાર્થ સમયના એકસરખા ગાળામાં એકસરખું અંતર સુરેખ પથ પર કાપે છે. તેથી આ પદાર્થ નિયમિત ગતિ કરે છે તેમ કહેવાય.

અનિયમિત ગતિ

- જો કોઇ ગતિમાન પદાર્થ સુરેખ પથ પર સમયના એકસરખા ગાળામાં એકસરખું (એક દિશામાં) અંતર કાપતો ન હોય, તો તે પદાર્થ અનિયમિત ગતિ કરે છે તેમ કહેવાય.

ઉદાહરણ

- (1) ભરચક રસ્તા પર થતી કારની ગતિ.
- રસ્તા પર ટ્રાફિક હશે, તો કારની ઝડપ ધીમી પડશે. રસ્તો ખુલ્લો હશે, તો કાર ઝડપથી આગળ વધશે અને ટ્રાફિક સિગ્નલ લાલ થતાં તે ત્યાં થોભી જશે.
- આમ, કાર સમયના એકસરખા ગાળામાં એકસરખું અંતર કાપતી નથી. તેથી તે અનિયમિત ગતિ કરે છે તેમ કહેવાય.
- (2) એક બગીચામાં કોઇ માણસના દોડવાની ગતિ.

ગતિના દરનું માપન

10. ઝડપ નામની ભૌતિક રાશિ શા માટે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે ? ઝડપની વ્યાખ્યા લખો.

- ઘણી વાર જુદા જુદા પદાર્થો એકસરખું અંતર કાપવા માટે જુદો જુદો સમય લેતાં હોય છે.
- તેમાંના કેટલાંક ઝડપથી અને કેટલાંક ધીરેથી ગતિ કરતા હોય છે.

- ગતિનો દર એટલે કે ગતિની ત્વરા જુદા જુદા પદાર્થોની જુદી જુદી હોય છે અને કેટલીક વખત જુદા જુદા પદાર્થોની ગતિની ત્વરા સમાન હોય છે.
- ગતિનો દર માપવાની પદ્ધતિઓમાંથી એક પદ્ધતિ મુજબ પદાર્થનો ગતિનો દર, તે પદાર્થ 1 સેકન્ડમાં કેટલું અંતર કાપે છે તે શોધીને નક્કી કરવામાં આવે છે. આ ભૌતિક રાશિને ઝડપ કહેવામાં આવે છે.

વ્યાખ્યા

- ગતિમાન પદાર્થે એકમ સમયમાં કાપેલા અંતરને તે પદાર્થની ઝડપ કહે છે.

11. ઝડપનું માત્ર સૂત્ર લખો અને તેનો SI એકમ જણાવો. તે સદિશ રાશિ છે કે અદિશ ?

ઝડપ $v = \frac{\text{પદાર્થે કાપેલું અંતર}}{\text{તે અંતર કાપવા માટે લાગતો સમય}} = \frac{s}{t}$

- અંતરનો SI એકમ મીટર (m) અને સમયનો SI એકમ સેકન્ડ (s) છે.

$\therefore$ ઝડપ v નો SI એકમ = m/s કે m s^{-1}

ઝડપ માટે km/h કે km h^{-1}, cm/s કે cm s^{-1} જેવા એકમો પણ વપરાય છે.

- ઝડપ શોધવા માટે માત્ર તેનું મૂલ્ય શોધવામાં આવે છે. ઝડપ અદિશ રાશિ છે.

12. સરેરાશ ઝડપ નામની ભૌતિક રાશિ શા માટે વ્યાખ્યાયિક કરવામાં આવે છે ? એક ઉદાહરણ આપો.

- વ્યવહારમાં મોટા ભાગના ગતિમાન વાહનો અનિયમિત ગતિ કરતાં હોઇ જુદા જુદા સમયે વાહનોની ઝડપમાં વધ-ઘટ થતી હોય છે. આવા સંજોગોમાં વાહનની ગતિનો દર જાણવા માટે 'સરેરાશ ઝડપ' નામની ભૌતિક રાશિ વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ

- એક મોટરકાર વડોદરાથી સવારે 8 વાગે ઉપડીને તે જ દિવસે 10 વાગે અમદાવાદ પહોંચે છે. અમદાવાદ અને વડોદરા વચ્ચેનું અંતર 100 km છે.
- આમ, કહી શકાય કે આ મોટરકારે 100 km અંતર 2 કલાકમાં કાપ્યું છે. હવે, મોટરકારમાંના સ્પીડોમીટર વડે જુદા જુદા સમયે તેની ઝડપ જુદી જુદી માલૂમ પડે છે. આવી પરિસ્થિતિમાં મોટરકારની ઝડપ જાણવાનો કોઇ મતલબ રહેતો નથી. કારણ કે તે સમયે સમયે બદલાયા કરે છે. તેથી સરેરાશ ઝડપ નામની ભૌતિક રાશિ વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે.

13. સરેરાશ ઝડપ એટલે શું ? તેનું સૂત્ર લખો અને તેનો SI એકમ લખો.

સરેરાશ ઝડપ

- પદાર્થે કાપેલું કુલ અંતર અને તે અંતર કાપવા માટે લાગતા કુલ સમયના ગુણોત્તરને તે પદાર્થની સરેરાશ ઝડપ કહે છે.

$$\text{સરેરાશ ઝડપ} = \frac{\text{પદાર્થે કાપેલું કુલ અંતર}}{\text{તે અંતર કાપવા માટે લાગતો કુલ સમય}}$$

- સરેરાશ ઝડપને v_{av} વડે દર્શાવાય છે.
- સરેરાશ ઝડપનો SI એકમ metre/second (m/s કે $m\ s^{-1}$) છે.
- સરેરાશ ઝડપ અદિશ રાશિ છે.

14. નિયમિત ઝડપ એટલે શું ? ટૂંકમાં સમજાવો.

- જો કોઇ ગતિમાન પદાર્થ સમયના એકસરખા ગાળામાં એકસરખું અંતર કાપતો હોય તો તે પદાર્થ નિયમિત ઝડપે અથવા અચળ ઝડપે ગતિ કરે છે તેમ કહેવાય.
- નિયમિત ગતિ કરતા પદાર્થની ઝડપ અચળ હોય છે.

15. વેગ નામની ભૌતિક રાશિ શા માટે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે ? વેગની વ્યાખ્યા લખો.

- પદાર્થની ઝડપ શોધતી વખતે ગતિમાન પદાર્થની ગતિની દિશા ધ્યાનમાં લેવામાં આવતી નથી. કારણ કે ઝડપ અદિશ રાશિ છે.
- પરંતુ જો પદાર્થની ઝડપ સાથે તેની ગતિની દિશાને સાંકળવામાં આવે તો ગતિમાન પદાર્થ પ્રારંભિક સ્થાનથી કઇ દિશામાં અને કેટલા દરથી અંતિમ સ્થાને પહોંચે છે તે જાણી શકાય છે.
- જે રાશિ ગતિનો દર અને દિશા બંનેને એકસાથે વર્ણવે છે, તેને વેગ કહે છે.

વ્યાખ્યા

- ગતિમાન પદાર્થે એકમ સમયમાં કરેલા સ્થાનાંતરને પદાર્થનો વેગ કહે છે. **અથવા**
- ગતિમાન પદાર્થના સ્થાનાંતરના (અથવા સ્થાનમાં થતા ફેરફારને) સમયદરને પદાર્થનો વેગ કહે છે.

16. વેગનું માત્ર સૂત્ર લખો અને તેનો SI એકમ જણાવો. તે સદિશ રાશિ છે કે અદિશ ?

$$\text{વેગ } v = \frac{\text{સ્થાનાંતર}}{\text{સમય}} = \frac{s}{t}$$

- સ્થાનાંતરનો SI એકમ મીટર (m) અને સમયનો SI એકમ સેકન્ડ (s) છે.
- વેગનો SI એકમ metre / second (m/s કે $m\ s^{-1}$) છે.
- વેગ સદિશ રાશિ છે.
- વેગની દિશા સ્થાનાંતરની દિશા હોય છે.

17. પદાર્થની ગતિના દરનું મૂલ્ય કેવા સંજોગોમાં સરેરાશ વેગના મૂલ્યના પદમાં શોધવામાં આવે છે ? સરેરાશ વેગ ક્યારે પદાર્થના પ્રારંભિક અને અંતિમ વેગના અંકગણિતીય સરેરાશ જેટલો લેવામાં આવે છે ?

- પદાર્થનો વેગ અચળ અથવા ચલિત હોઇ શકે છે.
- વેગ ત્રણ રીતે બદલાઇ શકે છે : વેગનું મૂલ્ય (ઝડપ) બદલાવાથી, ગતિની દિશા બદલાવાથી, ગતિની દિશા અને ઝડપ બંને બદલાવાથી.
- જ્યારે પદાર્થ સુરેખ પથ પર બદલાતાં વેગથી ગતિ કરતો હોય ત્યારે તેની ગતિનાં દરનું મૂલ્ય, સરેરાશ વેગના મૂલ્યના પદમાં દર્શાવવામાં આવે છે.
- જ્યારે પદાર્થનો વેગ નિયમિત રીતે બદલાતો હોય (વધતો હોય અથવા ઘટતો હોય) ત્યારે તેના સરેરાશ વેગને તેના પ્રારંભિક વેગ અને અંતિમ વેગના અંકગણિતીય સરેરાશ જેટલો લેવામાં આવે છે.

$$\text{સરેરાશ વેગ} = \frac{\text{પ્રારંભિક વેગ + અંતિમ વેગ}}{2}$$

ગણિતીય રીતે, $v_{av} = \frac{u + v}{2}$

જ્યાં, v_{av} = સરેરાશ વેગ; u = પ્રારંભિક વેગ; v = અંતિમ વેગ

18. સરેરાશ વેગની વ્યાખ્યા, તેનું સૂત્ર તથા તેનો SI એકમ જણાવો.

- ગતિમાન પદાર્થે કરેલું કુલ સ્થાનાંતર અને તે માટે લાગતા કુલ સમયગાળાના ગુણોત્તરને પદાર્થનો સરેરાશ વેગ કહે છે.

$$\text{સરેરાશ વેગ} = \frac{\text{પદાર્થે કરેલું (કુલ) સ્થાનાંતર}}{\text{કુલ સમયગાળો}}$$

- સરેરાશ વેગનો SI એકમ m/s અથવા $m\ s^{-1}$ છે.

19. ઝડપ અને વેગ વચ્ચેનો ભેદ સ્પષ્ટ કરો.

ઝડપ	વેગ
પદાર્થે એકમ સમયમાં કાપેલા અંતરને પદાર્થની ઝડપ કહે છે.	પદાર્થે એકમ સમયમાં કરેલા સ્થાનાંતરને પદાર્થનો વેગ કહે છે.
ઝડપ = $\frac{\text{પદાર્થે કાપેલ અંતર}}{\text{તે અંતર કાપવા માટે લાગતો સમય}}$	વેગ = $\frac{\text{સ્થાનાંતર}}{\text{સમય}}$
ઝડપ ધન અથવા શૂન્ય હોઇ શકે, પરંતુ ઋણ હોઇ શકે નહિ.	વેગ ધન, ઋણ અથવા શૂન્ય હોઇ શકે છે.
તે અદિશ રાશિ છે.	તે સદિશ રાશિ છે.

20. કઈ પરિસ્થિતિમાં પદાર્થના સરેરાશ વેગ અને સરેરાશ ઝડપ મૂલ્યો સમાન થાય ?

- જ્યારે પદાર્થ સુરેખ પથ પર એક જ દિશામાં ગતિ કરે છે ત્યારે તેના સરેરાશ વેગ અને સરેરાશ ઝડપનાં મૂલ્યો સમાન થાય.

21. વાહનનું ઓડોમિટર શું માપે છે ?

- વાહનોમાં આવેલું ઓડોમિટર વાહને કાપેલું અંતર માપે છે.

22. જ્યારે કોઈ પદાર્થ નિયમિત ગતિ કરતો હોય ત્યારે તેનો ગતિપથ કેવો દેખાશે ?

- પદાર્થનો ગતિપથ સુરેખ હશે.

23. એક પ્રયોગ દરમિયાન અવકાશયાનમાંથી એક સિગ્નલને પૃથ્વી પરના સ્ટેશન સુધી પહોંચતા 5 min જેટલો સમય લાગે છે. પૃથ્વી પરના સ્ટેશનથી અવકાશયાનનું અંતર કેટલું હશે ? સિગ્નલનો વેગ પ્રકાશના વેગ જેટલો જ એટલે કે 3×10^8 m s^{-1} છે.

ઉકેલ : સમય t = 5 minute = 5 x 60s = 300s

સિગ્નલનો વેગ $v = 3 \times 10^8$ m s^{-1}

જમીન પરના સ્ટેશનેથી અવકાશયાનનું અંતર s = ?

વેગ $= \frac{\text{અંતર}}{\text{સમય}}$

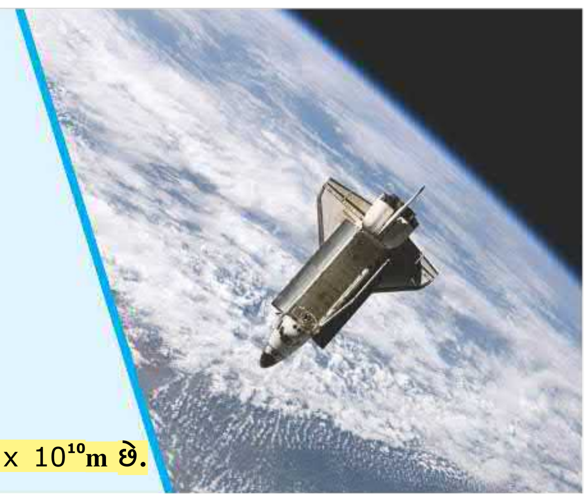
∴ અંતર = વેગ x સમય

$= 3 \times 10^8 \times 300$

$= 900 \times 10^8$ m

$= 9 \times 10^{10}$ m

આમ, અવકાશયાનનું જમીન પરના સ્ટેશનેથી અંતર 9×10^{10} m છે.



વેગના ફેરફારનો દર

24. પ્રવેગ નામની ભૌતિક રાશિ શા માટે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે ? પ્રવેગની વ્યાખ્યા લખો.

- સુરેખ પથ પર પદાર્થની નિયમિત ગતિ દરમિયાન પદાર્થનો વેગ સમય સાથે અચળ જળવાઈ રહે છે. આ પરિસ્થિતિમાં સમયના કોઈપણ ગાળા દરમિયાન પદાર્થના વેગમાં થતો ફેરફાર શૂન્ય હોય છે.

- પણ પદાર્થની અનિયમિત ગતિ દરમિયાન તેનો વેગ સમય સાથે બદલાય છે. જુદા જુદા ક્ષણે અને ગતિપથના જુદાં જુદાં બિંદુઓએ વેગનાં મૂલ્યો જુદાં જુદાં હોય છે. તેથી આવી પરિસ્થિતિમાં સમયના કોઈપણ ગાળા દરમિયાન પદાર્થના વેગમાં થતો ફેરફાર શૂન્ય હોતો નથી.
- ગતિમાન પદાર્થના વેગમાં સમય સાથે તેનાં વેગમાં થતા ફેરફારોનો અભ્યાસ કરવા માટે 'પ્રવેગ' નામની ભૌતિક રાશિ વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે.

વ્યાખ્યા

- એકમ સમયમાં ગતિમાન પદાર્થના વેગમાં થતા ફેરફારને પ્રવેગ કહે છે. **અથવા**
- ગતિમાન પદાર્થના વેગમાં થતા ફેરફારના સમયદરને પ્રવેગ કહે છે.

25. પ્રવેગનું માત્ર સૂત્ર લખો અને તે પરથી પ્રવેગી ગતિ અને પ્રતિપ્રવેગી ગતિ સમજાવો. પ્રવેગનો એકમ જણાવો. તે સદિશ રાશિ છે કે અદિશ તે જણાવો.

- પ્રવેગ એટલે એકમ સમયમાં વેગમાં થતા ફેરફારનું માપ.

$$\text{પ્રવેગ } a = \frac{\text{વેગમાં થતો ફેરફાર}}{\text{સમયગાળો}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- જો ગતિમાન પદાર્થનો t = 0 સમયે વેગ (એટલે કે પ્રારંભિક વેગ) u હોય અને t = t સમયે તેનો વેગ (એટલે અંતિમ વેગ) v હોય, તો પદાર્થનો પ્રવેગ 'u' નીચે મુજબ મળે :

$$\text{પ્રવેગ } a = \frac{(\text{અંતિમ વેગ}) - (\text{પ્રારંભિક વેગ})}{(\text{અંતિમ સમય}) - (\text{પ્રારંભિક સમય})}$$

$$= \frac{v - u}{t - o}$$

$$= \frac{v - u}{t}$$

➥ ઉપરના સૂત્ર પરથી નીચેના બે મહત્ત્વના મુદ્દાઓ ફલિત થાય છે :

(1) જો $v > u$ હોય એટલે કે સમયની સાથે પદાર્થના વેગમાં વધારો થતો હોય, તો પ્રવેગનું મૂલ્ય હંમેશાં ધન મળે છે.

- અહીં પદાર્થ પ્રવેગી ગતિ કરે છે. તેમ કહેવાય. અહીંયા પ્રવેગની દિશા વેગની દિશામાં જ હોય છે.

(2) જો $v > u$ એટલે કે સમયની સાથે પદાર્થના વેગમાં ઘટાડો થતો હોય, તો પ્રવેગનું મૂલ્ય હંમેશાં ઋણ મળે છે.

➥ પ્રવેગનો SI એકમ metre / second^2 (m/s^2 કે m s^{-2}) અને CGS એકમ centimetre / second^2 (cm/s^2 કે cm s^{-2}) છે.

- પ્રવેગ સદિશ રાશિ છે અને વ્યાપકરૂપે પ્રવેગની દિશા વેગના ફેરફારની દિશામાં હોય છે.

26. પ્રવેગ અને પ્રતિપ્રવેગનાં બે-બે ઉદાહરણો આપો.

પ્રવેગનાં ઉદાહરણો

- (1) કોઈ વાહનને પ્રવેગક (Accelerator=ઍક્સેલરેટર) આપવામાં આવે, તો તેના વેગમાં વધારો થાય છે અને તે પ્રવેગી ગતિ કરે છે.
- (2) અમુક ઊંચાઈએથી મુક્ત પતન કરતા દડાના વેગમાં સતત વધારો થાય છે, એટલે કે દડો પ્રવેગી ગતિ કરે છે.

પ્રતિપ્રવેગનાં ઉદાહરણો

- (1) ઊર્ધ્વદિશામાં ઉછાળવામાં આવેલા દડાનો વેગ સતત ઘટે છે, એટલે કે દડો પ્રતિપ્રવેગી ગતિ કરે છે.
- (2) ગતિ કરતા વાહનને બ્રેક લગાડવામાં આવે ત્યારે તે વાહન પ્રતિપ્રવેગી ગતિ કરે છે.

27. નિયમિત પ્રવેગી અને નિયમિત પ્રતિપ્રવેગી ગતિ એટલે શું ? તેના એક એક ઉદાહરણ આપો.

નિયમિત પ્રવેગી ગતિ

- પદાર્થ સુરેખ પથ પર ગતિ કરતો હોય અને તેના વેગમાં એકસરખો વધારો એકસરખા સમયગાળામાં થતો હોય, તો તે પદાર્થ નિયમિત પ્રવેગી કે અચળ પ્રવેગી ગતિ કરે છે તેમ કહેવાય.
- ઉદા. : મુક્ત પતન કરતા પદાર્થની ગતિ.

નિયમિત પ્રતિપ્રવેગી ગતિ

- પદાર્થ સુરેખ પથ પર ગતિ કરતો હોય અને તેના વેગમાં એકસરખો ઘટાડો એકસરખા સમયગાળામાં થતો હોય, તો તે પદાર્થ નિયમિત પ્રતિપ્રવેગી કે અચળ પ્રતિપ્રવેગી ગતિ કરે છે તેમ કહેવાય.
- **ઉદા. :** ઊર્ધ્વદિશામાં ફેંકવામાં આવેલા પદાર્થની ગતિ.

28. અનિયમિત પ્રવેગી ગતિ એટલે શું ? તેનું એક ઉદાહરણ આપો.

- કોઇ પદાર્થના વેગનો બદલાવવાનો (ફેરફારનો) દર અનિયમિત હોય, તો તે પદાર્થ અનિયમિત પ્રવેગી ગતિ કરે છે તેમ કહેવાય.

  ઉદા. : ટ્રાફિકવાળા રસ્તા પર વાહનની ગતિ.
- ટ્રાફિકવાળા રસ્તા પર કારનો પ્રવેગ વારંવાર બદલાતો હોય છે. આથી કારની ગતિ અનિયમિત પ્રવેગી ગતિ કહેવાય છે.

29. તમે કોઈ વસ્તુની બાબતમાં ક્યારે કહી શકો કે, (i) તે અચળ પ્રવેગથી ગતિ કરે છે ? (ii) તે અસમાન પ્રવેગથી ગતિ કરે છે ?

- (1) જ્યારે પદાર્થ સુરેખ પથ પર ગતિ કરતો હોય અને એકસરખા સમયગાળામાં તેનો વેગ એકસરખા પ્રમાણમાં વધતો હોય, તો પદાર્થ અચળ પ્રવેગી કે નિયમિત પ્રવેગી ગતિ કરે છે તેમ કહેવાય.
- (2) જ્યારે પદાર્થનો વેગ એકસરખા સમયગાળામાં જુદા જુદા પ્રમાણમાં બદલાતો હોય, તો પદાર્થનો પ્રવેગ અનિયમિત છે તેમ કહેવાય.

30. એક બસની ગતિ 5s માં 80km h^{-1} થી ઘટીને 60km h^{-1} થઈ જાય છે. બસનો પ્રવેગ શોધો.

ઉકેલ : બસની પ્રારંભિક ઝડપ $u = 80 \text{ km h}^{-1}$

$$= \frac{80 \times 1000\text{m}}{60 \times 60\text{s}}$$

$$= \frac{800}{36} \text{ m s}^{-1}$$

બસની અંતિમ ઝડપ $v = 60 \text{ km h}^{-1}$

$$= \frac{60 \times 1000\text{m}}{60 \times 60\text{s}} = \frac{600}{36} \text{ m s}^{-1}$$

સમય $t = 5\text{s}$

પ્રવેગ $a = \frac{v-u}{t} = \frac{\frac{600}{36} - \frac{800}{36}}{5} = \frac{-200}{36} \times \frac{1}{5} = -\frac{10}{9} \approx -1.11 \text{ m s}^{-2}$

31. એક ટ્રેન રેલવે-સ્ટેશનથી ગતિનો પ્રારંભ કરે છે અને અચળ પ્રવેગથી ગતિ કરી 10min માં 40km h^{-1}ની ઝડપ પ્રાપ્ત કરે છે, તો તેનો પ્રવેગ શોધો.

ઉકેલ : પ્રારંભિક ઝડપ $u = 0 \text{ m s}^{-1}$

અંતિમ ઝડપ $v = 40 \text{ km h}^{-1}$

$$= \frac{40 \times 1000}{3600}$$

$$= \frac{100}{9} \text{ m s}^{-1}$$

પ્રવેગ $a = \frac{v - u}{t}$

$$= \frac{\frac{100}{9} - 0}{600} = \frac{100}{9 \times 600} = \frac{1}{54} \text{ m s}^{-2} = 1.85 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-2}$$

ગતિનું આલેખીય નિરૂપણ

32. આલેખનું મહત્ત્વ સમજાવો.

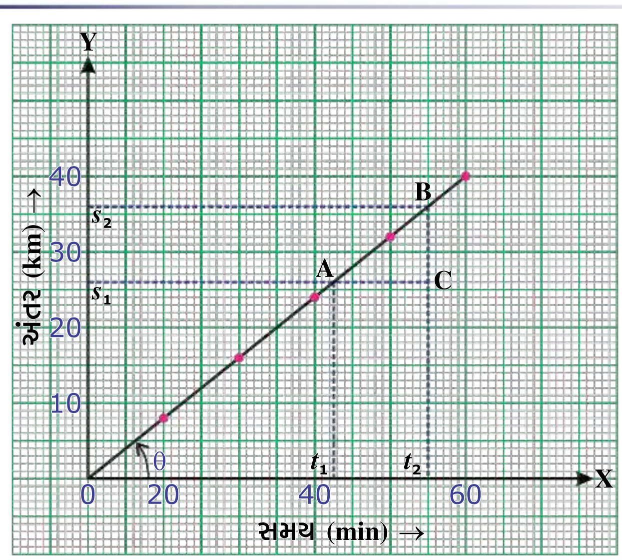
- ઘણી બધી જુદી જુદી ઘટનાઓ / બનાવોને લગતી મૂળભૂત માહિતી આલેખો વડે સરળતાથી મેળવી શકાય છે.

  દા.ત., (1) એકદિવસીય ક્રિકેટ-મૅચના પ્રસારણ દરમિયાન ઊભા સ્તંભઆલેખ (ઊર્ધ્વબાર ગ્રાફ) વડે ટીમનો રન-રેટ (રનનો દર) દરેક ઓવરમાં કેટલો છે તે જાણી શકાય છે.

  (2) બે ચલ (ધારો કે x અને y) ધરાવતા સુરેખીય સમીકરણનો ઉકેલ મેળવવા માટે સુરેખ આલેખ મદદરૂપ થાય છે.

- પદાર્થની ગતિનું વર્ણન કરવા માટે સુરેખ આલેખનો ઉપયોગ થાય છે. આ કિસ્સામાં સુરેખ આલેખ એક ભૌતિક રાશિ (જેમ કે અંતર અથવા વેગ), બીજી ભૌતિક રાશિ (જેમ કે સમય) પર આધારિત છે તેમ દર્શાવે છે.

33. અચળ ઝડપથી ગતિ કરતા પદાર્થ માટે અંતર-સમયનો આલેખ દોરો અને તેના પરથી પદાર્થની ઝડપ કેવી રીતે શોધી શકાય છે તે સમજાવો.



- જ્યારે પદાર્થ સુરેખ પથ પર એકસરખા સમયગાળામાં એકસરખું અંતર કાપે છે ત્યારે તે અચળ/નિયમિત ઝડપે ગતિ કરે છે તેમ કહેવાય છે.
- આ હકીકત દર્શાવે છે કે પદાર્થે કાપેલું અંતર, પદાર્થે તે અંતર કાપવા માટે લીધેલા સમયના સમપ્રમાણમાં હશે. તેથી અચળ ઝડપથી ગતિ કરતા પદાર્થનો અંતર વિરુદ્ધ સમયનો આલેખ સુરેખા હોય છે.
- આલેખનો OB ભાગ દર્શાવે છે કે અંતર, સમય સાથે એકસરખા દરે વધે છે.

➡ પદાર્થની ઝડપ, અંતર-સમયના આલેખ પરથી નીચે મુજબ શોધી શકાય છે :

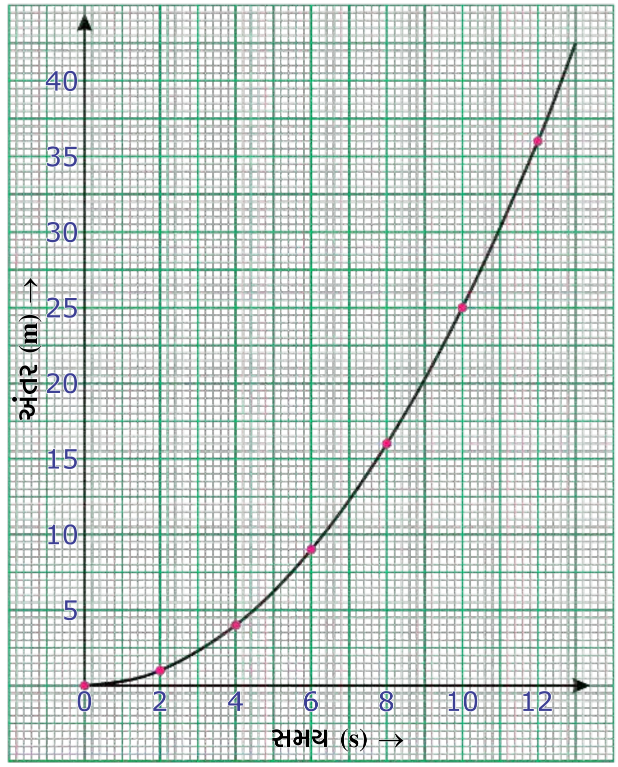
- આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ આલેખનો નાનો વિભાગ AB વિચારો.
- A બિંદુ આગળથી X-અક્ષને સમાંતર એક રેખા અને B બિંદુ આગળથી Y-અક્ષને સમાંતર એક રેખા દોરો.
- આ બંને રેખાઓ એકબીજીને C બિંદુ આગળ મળે છે અને કાટકોણ Δ ABC રચે છે.
- હવે, આલેખ ઉપર AC સમયનો તફાવત $(t_2 - t_1)$ અને BC એ અંતર $(s_2 - s_1)$ દર્શાવે છે.
- આલેખ ઉપરથી સ્પષ્ટ છે કે જ્યારે પદાર્થ A થી B પર પહોંચે છે ત્યારે તે $(s_2 - s_1)$ જેટલું અંતર $(t_2 - t_1)$ સમયગાળામાં કાપે છે.

  ∴ આલેખ પરથી પદાર્થની ઝડપ આ મુજબ શોધી શકાય : $v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$
- અહીં $\left(\frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}\right)$ ને રેખા OBનો ઢાળ (m) પણ કહે છે.
- રેખા OBનો ઢાળ $m = \tan\theta$ છે, જ્યાં, θ=રેખા OB એ ધન–X દિશા સાથે વિષમઘડી દિશામાં આંતરેલો ખૂણો.
- સુરેખ આલેખ માટે ઢાળનું મૂલ્ય હંમેશા અચળ હોય છે. તેથી અહીં પદાર્થની ઝડપ અચળ રહે છે તેમ કહેવાય.

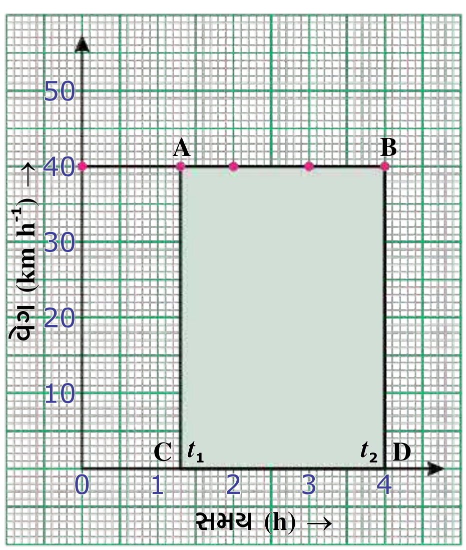
34. પ્રવેગી ગતિ માટે એક યોગ્ય ઉદાહરણ લઈને અંતર-સમયનો આલેખ દોરો અને ટૂંકમાં સમજાવો.

કાર વડે સમયના એકસરખા ગાળામાં કાપેલું અંતર	
સમય (સેકન્ડમાં)	અંતર (મીટરમાં)
0	0
2	1
4	4
6	9
8	16
10	25
12	36

- કોષ્ટકમાં આપેલ સમય અને તેને અનુરૂપ અંતરના મૂલ્યોને આધારે કારની ગતિ માટે અંતર-સમયનો આલેખ આકૃતિમાં દર્શાવ્યો છે.
- અહીં આલેખનો આકાર સુરેખા નથી, જે નિયમિત ગતિ માટે હોય છે.
- આલેખનો આકાર દર્શાવે છે કે કારે કાપેલ અંતર અને તેને અનુરૂપ સમય વચ્ચે અરેખીય સંબંધ છે.
- આમ, આપેલ આલેખ અનિયમિત ઝડપ માટેનો છે. સમય વધતાં ઝડપ પણ વધે છે. તેથી તે પ્રવેગી ગતિ માટેનો આલેખ પણ છે.



35. સુરેખ પથ પર એક દિશામાં નિયમિત વેગથી ગતિ કરતી કાર માટે વેગ-સમયનો આલેખ દોરો અને તેના પરથી કારે કાપેલું અંતર કેવી રીતે શોધી શકાય છે તે સમજાવો.



➥ આકૃતિમાં સુરેખ પથ પર એક દિશામાં અચળ વેગથી (40km h^{-1}થી) ગતિ કરતી એક કાર માટેનો $v - t$ નો આલેખ દર્શાવ્યો છે.

- અહીં વેગ-સમયના આલેખની ઊંચાઇ સમય સાથે બદલાતી નથી. તે X-અક્ષને સમાંતર સુરેખા છે.
- અચળ વેગથી ગતિ કરતા પદાર્થ માટે સમય અને વેગનો ગુણાકાર સ્થાનાંતર (સદિશ રાશિ) આપે છે.
- વેગ-સમયના આલેખ તથા સમય-અક્ષ વડે ઘેરાતા વિસ્તારનું (બંધગાળાનું) ક્ષેત્રફળ સ્થાનાંતરનું મૂલ્ય આપે છે.
- અહીં, કાર સુરેખ પથ પર એક દિશામાં અચળ વેગથી ગતિ કરે છે. તેથી t_1 અને t_2 સમયની વચ્ચે કારે કાપેલું અંતર, કારે કરેલા સ્થાનાંતરના મૂલ્ય જેટલું હશે.
- હવે, t_1 અને t_2 સમયની વચ્ચે કારે કાપેલું અંતર શોધવા માટે t_1 અને t_2 સમયનાં મૂલ્યો પરથી આલેખ પર લંબ દોરો.
- વેગ 40km h^{-1}ને ઊંચાઇ (AC) અથવા (BD) વડે અને સમય–તફાવત $(t_2 - t_1)$ ને લંબાઇ (CD) અથવા (AB) વડે દર્શાવેલ છે.

$\therefore$ $(t_2 - t_1)$ સમયગાળામાં કારે કાપેલું અંતર,

$s = AC \times CD$

$= [(40 km\ h^{-1}) \times (t_2 - t_1) h]$

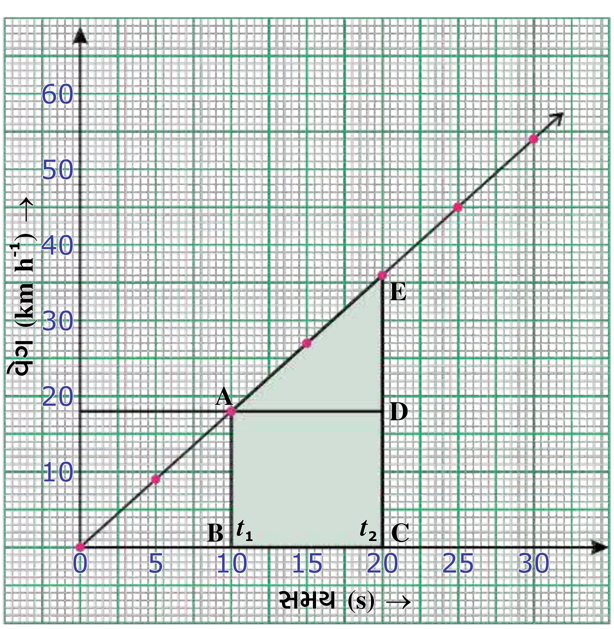
$= 40(t_2 - t_1) km$ = લંબચોરસ ABCDનું ક્ષેત્રફળ

36. સુરેખ પથ પર એક દિશામાં અચળ પ્રવેગી ગતિ કરતી કાર માટે વેગ-સમયનો આલેખ દોરો અને તેના પરથી કારે કાપેલું અંતર કેવી રીતે શોધી શકાય છે તે સમજાવો.

- એક કાર સુરેખ પથ પર એક દિશામાં ગતિ શરૂ કરે છે.
- કારનો ડ્રાઇવર, કારના ઍન્જિનની ગુણવત્તા અને શક્તિની કસોટી કરવા માંગે છે. ડ્રાઇવરની બાજુમાં બેઠેલો વ્યક્તિ દર 5 સેકન્ડે કારના સ્પીડોમિટરની મદદથી કારની ઝડપ (અહીં વેગ) નોંધે છે.
- કારનો વેગ $km\ h^{-1}$માં અને $m\ s^{-1}$માં કોષ્ટકમાં દર 5 સેકન્ડે દર્શાવ્યો છે.

સમયના નિશ્ચિત ગાળામાં કારના વેગ

સમય (સેકન્ડમાં)	કારનો વેગ	
	($m\ s^{-1}$માં)	($km\ h^{-1}$માં)
0	0	0
5	2.5	9
10	5.0	18
15	7.5	27
20	10.0	36
25	12.5	45
30	15.0	54



➥ કોષ્ટકમાં આપેલ સમય અને તેને અનુરૂપ વેગ ($km\ h^{-1}$માં)નાં મૂલ્યોને આધારે કારની ગતિ માટે વેગ-સમયનો આલેખ આકૃતિમાં દર્શાવ્યો છે.

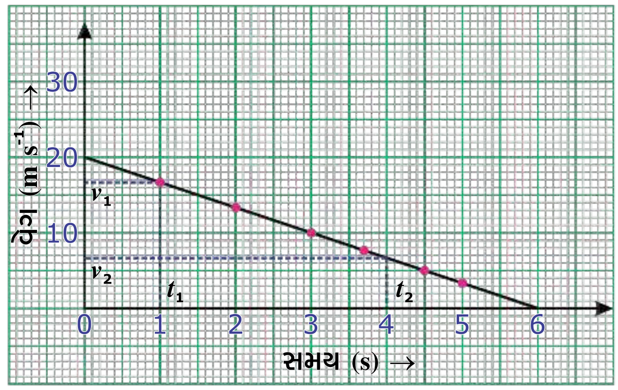
- આલેખનો આકાર દર્શાવે છે કે કારનો વેગ એકસરખા પ્રમાણમાં એકસરખાં સમયગાળા દરમિયાન વધે છે. જે કારની અચળ પ્રવેગી ગતિનું સૂચન કરે છે.
- આમ, દરેક અચળ પ્રવેગી ગતિ કરતાં પદાર્થ માટે વેગ-સમયનો આલેખ સુરેખા હોય છે.
- હવે, વેગ-સમયના આલેખ તથા સમય-અક્ષ વડે ઘેરાતા વિસ્તારનું (બંધગાળાનું) ક્ષેત્રફળ આપેલ સમયગાળા માટે સ્થાનાંતરનું મૂલ્ય આપે છે.
- પણ અહીં કાર સુરેખ પથ પર એક દિશામાં અચળ પ્રવેગી ગતિ કરે છે. તેથી આ સ્થાનાંતરનું મૂલ્ય કાર વડે આપેલ સમયગાળા દરમિયાન કાપેલું અંતરનુ મૂલ્ય દર્શાવે છે.
- $(t_2 - t_1)$ સમયગાળા દરમિયાન કારે કાપેલું અંતર શોધવા માટે t_1 અને t_2 સમયનાં મૂલ્યો પરથી આલેખ પર લંબ દોરો.
- અહીંયા કાર સુરેખ પથ પર અચળ પ્રવેગી ગતિ કરે છે. તેથી $(t_2 - t_1)$ સમયગાળા દરમિયાન કારે કાપેલું અંતર,

s = વેગ–સમયના આલેખમાં બંધગાળા ABCDEનું ક્ષેત્રફળ

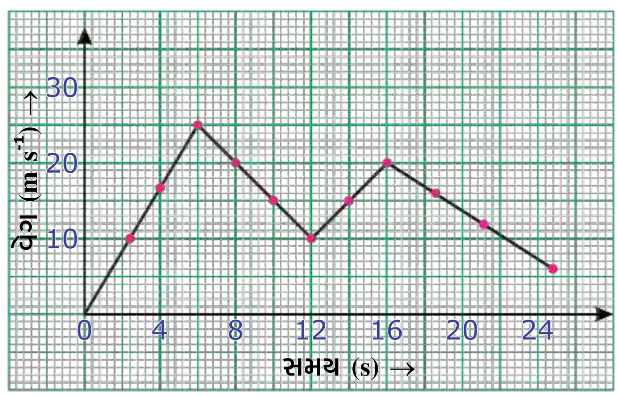
= (લંબચોરસ ABCDનું ક્ષેત્રફળ) + (ત્રિકોણ ADEનું ક્ષેત્રફળ)

$= (AB \times BC) + \frac{1}{2}(AD \times DE)$

37. નિયમિત પ્રતિપ્રવેગી ગતિ માટેનો વેગ-સમયનો આલેખ દોરો.



38. અનિયમિત પ્રવેગી ગતિ માટેનો વેગ-સમયનો આલેખ દોરો.



39. કોઈ પદાર્થની નિયમિત અને અનિયમિત ગતિ માટે અંતર-સમયના આલેખનો આકાર કેવો હોય છે ?

- નિયમિત ગતિ માટે અંતર-સમયનો આલેખ સુરેખા હોય છે.
- જે સમય-અક્ષ (X-અક્ષ) સાથે ઢળતો હોય છે અર્થાત્ આલેખના ઢાળનું કંઈક મૂલ્ય (શૂન્ય અને અનંત નહિ) હોય છે.
- અનિયમિત ગતિ માટે અંતર-સમયનો આલેખ સુરેખ હોતો નથી.

40. કોઈ પદાર્થની ગતિની બાબતમાં તમે શું કહી શકો જેનો અંતર-સમયનો આલેખ સમયની અક્ષને સમાંતર રેખા હોય ?

- તે પદાર્થ સ્થિર હશે, કારણ કે સમયની દરેક ક્ષણે પદાર્થનું અંતર બદલાતું નથી.

41. કોઈ પદાર્થની ગતિની બાબતમાં તમે શું કહી શકો જેનો ઝડપ-સમયનો આલેખ સમયની અક્ષને સમાંતર રેખા હોય ?

- પદાર્થ અચળ ઝડપે ગતિ કરતો હશે, કારણ કે સમયના દરેક ક્ષણે પદાર્થની ઝડપ બદલાતી નથી.

42. વેગ-સમયના આલેખની નીચે ઘેરાયેલા ક્ષેત્રફળનું માપ કઈ ભૌતિક રાશિ દર્શાવે છે ?

- આપેલ સમયગાળામાં પદાર્થના સ્થાનાંતરનું મૂલ્ય દર્શાવે છે.
- જો પદાર્થ સુરેખ પથ પર એક દિશામાં ગતિ કરતો હોય, તો તે પદાર્થ દ્વારા કપાયેલું અંતર સૂચવે છે.

આલેખીય રીતે વડે ગતિ(નિયમિત પ્રવેગી)નાં સમીકરણો

43. ગતિનાં સમીકરણો અથવા નિયમિત પ્રવેગી ગતિનાં સમીકરણો કોને કહે છે ? તે સમીકરણો જણાવો.

- જ્યારે પદાર્થ સુરેખ પથ પર અચળ પ્રવેગી ગતિ કરે છે ત્યારે તેના વેગ, પ્રવેગ અને આપેલ સમયગાળા દરમિયાન તેણે કાપેલા અંતરને એકબીજા સાથે સાંકળતાં સમીકરણોને ગતિનાં સમીકરણો કહે છે.
- ગતિનાં સમીકરણો નીચે મુજબ છે :

(1) વેગ અને સમય વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવતું સમીકરણ,

$v = u + at$

(2) અંતર અને સમય વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવતું સમીકરણ,

$s = ut + \frac{1}{2}at^2$

(3) અંતર અને વેગ વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવતું સમીકરણ,

$2as = v^2 - u^2$

ઉપરોક્ત સમીકરણોમાં,

u = અચળ પ્રવેગી ગતિ કરતાં પદાર્થનો પ્રારંભિક વેગ

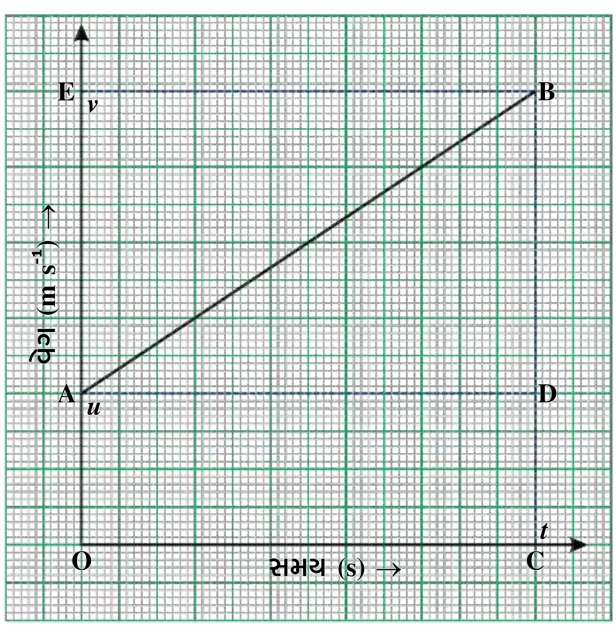
v = અંતિમ વેગ

a = પ્રવેગ (અચળ)

t = સમય

s = t સમયમાં પદાર્થે કાપેલું અંતર

44. આલેખની રીતે સુરેખ પથ પર થતી અચળ પ્રવેગી ગતિનું સમીકરણ $v = u + at$ મેળવો.



- અચળ પ્રવેગી ગતિ કરતા પદાર્થ માટે વેગ-સમયનો આલેખ આકૃતિમાં દર્શાવ્યો છે.
- આલેખ પરથી સ્પષ્ટ કરો કે પદાર્થનો પ્રારંભિક વેગ u (A બિંદુ પાસે) છે અને તે t સમયમાં વધીને v જેટલો (B બિંદુ પાસે) થાય છે.
- વેગ 'a' જેટલા અચળ દરે વધે છે.

- આલેખ પરના B બિંદુ આગળથી સમય-અક્ષ અને વેગ-અક્ષ પર અનુક્રમે BC અને BE લંબ દોરેલા છે. તેથી OA પ્રારંભિક વેગ (u) દર્શાવે છે, BC અંતિમ વેગ (v) દર્શાવે છે અને OC એ સમય t દર્શાવે છે.
- OC ને સમાંતર રેખાખંડ AD દોરો.
- આલેખ પરથી સ્પષ્ટ છે કે,

$BC = BD + DC = BD + OA$ ..... (1)

હવે, $BC = v$ અને $OA = u$ ઉપરના સમીકરણમાં મૂકતાં,

$v = BD + u$

$\therefore BD = v - u$ ..... (2)

- વેગ વિરુદ્ધ સમયના આલેખ પરથી પદાર્થનો પ્રવેગ નીચે મુજબ આપી શકાય :

$a = \frac{\text{વેગમાં ફેરફાર}}{\text{લીધેલો સમય}}$

$= \frac{BD}{AD} = \frac{BD}{OC}$

$OC = t$ મૂકતાં,

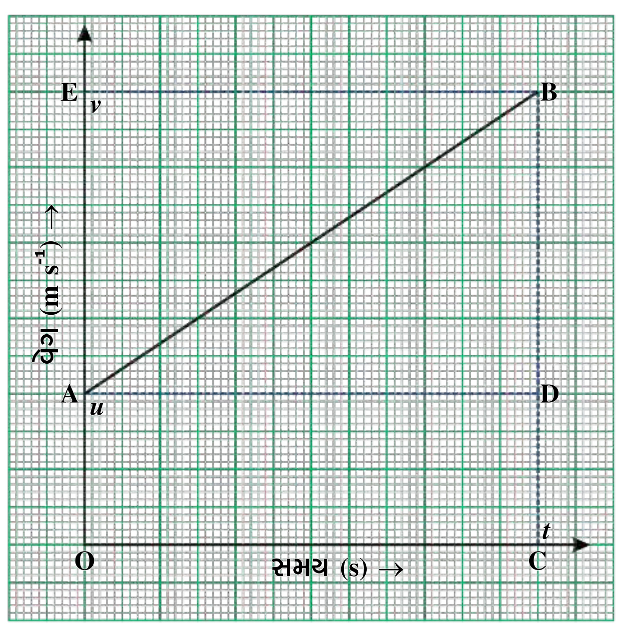
$a = \frac{BD}{t}$

$\therefore BD = at$ ..... (3)

- સમીકરણ (2) અને (3) પરથી, $v - u = at$

$\therefore v = u + at$ ..... (4)

45. આલેખની રીતે સુરેખ પથ પર થતી અચળ પ્રવેગી ગતિનું સમીકરણ $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ મેળવો.



- અચળ પ્રવેગી ગતિ કરતા પદાર્થ માટે વેગ-સમયનો આલેખ આકૃતિમાં દર્શાવ્યો છે.
- સુરેખ પથ પર એક દિશામાં 'a' જેટલા અચળ પ્રવેગથી ગતિ કરતો પદાર્થ t જેટલા સમયમાં s જેટલું અંતર કાપે છે.

- **પદાર્થે કાપેલું અંતર, વેગ-સમયના આલેખ AB અને સમય-અક્ષ વડે ઘેરાતા વિસ્તારના (બંધગાળાના) ક્ષેત્રફળ OABC જેટલું હોય છે.**

∴ પદાર્થે કાપેલું અંતર s નીચે મુજબ શોધી શકાય :

s = સમલંબ ચતુષ્કોણ OABCનું ક્ષેત્રફળ

= (લંબચોરસ OADCનું ક્ષેત્રફળ) + (કાટકોણ ત્રિકોણ ABDનું ક્ષેત્રફળ)

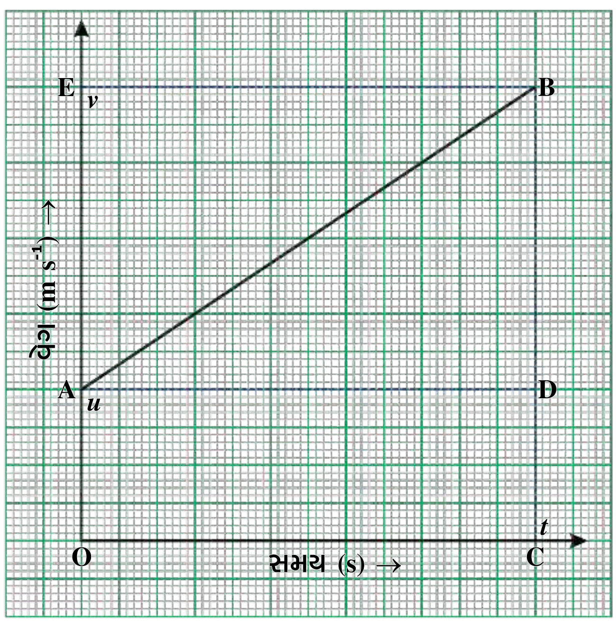
$= (OA \times OC) + \frac{1}{2}(AD \times BD)$ ..... (1)

અહીં, $OA = u$; $OC = AD = t$ અને $BD = at$

$\therefore s = (u \times t) + \frac{1}{2}(t \times at)$

$\therefore \boxed{s = ut + \frac{1}{2}at^2}$ ..... (2)

46. આલેખની રીતે સુરેખ પથ પર થતી અચળ પ્રવેગી ગતિનું સમીકરણ $2as = v^2 - u^2$ મેળવો.



- **અચળ પ્રવેગી ગતિ કરતા પદાર્થ માટે વેગ-સમયનો આલેખ આકૃતિમાં દર્શાવ્યો છે.**
- સુરેખ પથ પર એક દિશામાં 'a' જેટલા અચળ પ્રવેગથી ગતિ કરતો પદાર્થ t જેટલા સમયમાં s જેટલું અંતર કાપે છે.
- **પદાર્થે કાપેલું અંતર, વેગ-સમયના આલેખ AB અને સમય-અક્ષ વડે ઘેરાતા વિસ્તારના (બંધગાળાના) ક્ષેત્રફળ OABC જેટલું હોય છે.**

∴ પદાર્થે કાપેલું અંતર s નીચે મુજબ શોધી શકાય :

s = સમલંબ ચતુષ્કોણ OABCનું ક્ષેત્રફળ

$= \frac{(OA + BC) \times OC}{2}$

અહીં, $OA = u$; $BC = v$ અને $OC = t$

$\therefore s = \frac{(u + v)t}{2}$ ..... (1)

પણ, વેગ અને સમય વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવતા સમીકરણ

$v = u + at$ પરથી,

$t = \frac{(v - u)}{a}$ ..... (2)

સમીકરણ (2)ની કિંમત સમીકરણ (1)માં મુકતાં,

$s = \frac{(v + u)(v - u)}{2a}$

$\therefore \boxed{2as = v^2 - u^2}$ ..... (3)

47. એક બસ સ્થિર સ્થિતિમાંથી ગતિની શરૂઆત કરે છે તથા 2 min સુધી 0.1 m s^{-2}ના અચળ પ્રવેગથી ગતિ કરે છે, તો (a) પ્રાપ્ત કરેલ ઝડપ અને (b) તેણે કાપેલ અંતર શોધો.

ઉકેલ : અહીં, $u = 0$; $a = 0.1 \text{ m s}^{-2}$;

$t = 2 \text{ minute} = 120 \text{ s}, v = ?, s = ?$

(a) $v = u + at$

$= 0 + (0.1 \text{m s}^{-2}) \times (120 \text{s})$

$= 12 \text{ m s}^{-1}$

(b) $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$= (0) \times (120\text{s}) + \frac{1}{2} \times (0.1 \text{m s}^{-2}) \times (120\text{s})^2$

$= \frac{1}{2} \times 0.1 \times 120 \times 120$

$= 720\text{m}$

આમ, બસે પ્રાપ્ત કરેલ ઝડપ 12 m s^{-1} અને બસે કાપેલ અંતર 720m.

48. એક ટ્રેન 90 km h^{-1}ની ઝડપથી ગતિ કરી રહી છે. બ્રેક મારતાં તેમાં –0.5 m h^{-2}નો અચળ પ્રવેગ ઉત્પન્ન થાય છે. ટ્રેન સ્થિર સ્થિતિમાં આવે તે પહેલાં કેટલું અંતર કાપશે ?

ઉકેલ : અહીં, $u = 90 \text{ km h}^{-1}$

$= \frac{90 \times 1000\text{m}}{3600\text{s}} = 25\text{m s}^{-1}$

$u = -0.5 \text{ m s}^{-2}$

$v = 0$ ($\because$ ટ્રેન અંતે સ્થિર થાય છે.)

હવે, $v^2 - u^2 = 2as$

$\therefore 0 - (25\text{m s}^{-1})^2 = 2 \times (-0.5 \text{ m s}^{-2}) \times s$

$\therefore s = \frac{-(25 \times 25)}{-2 \times 0.5} = 625 \text{ m}$

આમ, ટ્રેન સ્થિર સ્થિતિમાં આવે તે પહેલાં 625 m અંતર કાપશે.

49. એક ટ્રોલી ઢોળાવ ધરાવતી સપાટી પર 2 m s^{-2}ના પ્રવેગથી નીચે તરફ ગતિ કરી રહી છે. ગતિની શરૂઆત બાદ 3s ના અંતે તેનો વેગ કેટલો હશે ?

ઉકેલ : અહીં, $u = 0$; $a = 2 \text{ cm s}^{-2}$; $t = 3\text{s}$; $v = ?$

$v = u + at$

$= 0 + (2 \text{ cm s}^{-2}) \times (3\text{s}) = 6 \text{ cm s}^{-1}$

આમ, ટ્રૉલી સ્થિર સ્થિતિમાંથી ઢોળાવ પરથી નીચે તરફ ગતિ કરે ત્યારે 3s ના અંતે તેનો વેગ 6 cm s^{-1} જેટલો હશે.

50. એક રેસિંગ કારનો અચળ પ્રવેગ 4 m s^{-2} છે. ગતિની શરૂઆત બાદ 10s ના અંતે તેણે કેટલું અંતર કાપેલ હશે ?

ઉકેલ : અહીં, $u = 0$; $a = 4 \text{ m s}^{-2}$; $t = 10\text{s}$

$s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$= (0) \times (10\text{s}) + \frac{1}{2}(4 \text{ m s}^{-2}) \times (10 \text{ s})^2$

$= 2 \times 100$

$= 200 \text{ m}$

આમ, સ્થિર સ્થિતિમાંથી ગતિની શરૂઆત કર્યા બાદ 10s ના અંતે રેસિંગ કારે 200 m અંતર કાપેલ હશે.

51. એક પથ્થરને ઊર્ધ્વદિશામાં 5 m s^{-1}ના વેગથી ફેંકવામાં આવે છે. જો ગતિ દરમિયાન પથ્થરનો અધોદિશામાં પ્રવેગ 10 m s^{-2} હોય, તો પથ્થર કેટલી ઊંચાઈ પ્રાપ્ત કરશે તથા તેને ત્યાં પહોંચતા કેટલો સમય લાગશે ?

ઉકેલ : અહીં, $u = 5 \text{ m s}^{-1}$; $a = -10 \text{ m s}^{-2}$; ($\because$ પથ્થર શિરોલંબ ઊર્ધ્વદિશામાં ગતિ કરે છે.)

મહત્તમ ઊંચાઇએ $v = 0$

હવે, $v = u + at$

$\therefore 0 = (5 \text{ m s}^{-1}) + (-10 \text{ m s}^{-2})t$

$\therefore 10t = 5$

$\therefore t = 0.5 \text{ s}$

હવે, $v^2 - u^2 = 2as$

$\therefore (0)^2 - (5 \text{ m s}^{-1})^2 = 2(-10 \text{ m s}^{-2}) \times s$

$\therefore -25 = -20s$

$\therefore s = \frac{25}{20} = 1.25 \text{ m}$

આમ, પથ્થર 1.25 m જેટલી મહત્તમ ઊંચાઇ પ્રાપ્ત કરશે અને ત્યાં પહોંચવા માટે 0.5s જેટલો સમય લેશે.

નિયમિત વર્તુળમય ગતિ

52. નિયમિત વર્તુળમય ગતિ એટલે શું ? તેનાં બે ઉદાહરણ આપો.

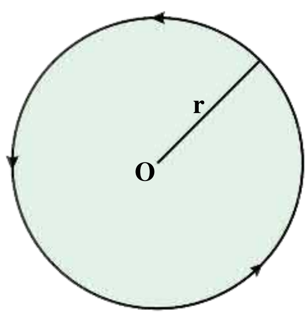
- જો કોઇ પદાર્થ અચળ ઝડપે વર્તુળાકાર પથ પર ગતિ કરતો હોય, તો તે નિયમિત વર્તુળમય ગતિ કરે છે તેમ કહેવાય.

ઉદાહરણ

- ઘડિયાળના સેકન્ડ કાંટાનો છેડો (tip), ઘડિયાળના ડાયલ પર નિશ્ચિત સમયમાં વર્તુળગતિ કરતો હોય છે. તેથી તેની ગતિ નિયમિત વર્તુળમય ગતિ છે.

- ચંદ્ર પૃથ્વીનો કુદરતી ઉપગ્રહ છે. ચંદ્ર પૃથ્વીની આસપાસ નિશ્ચિત સમયમાં વર્તુળગતિ કરે છે. તેથી તેની ગતિ નિયમિત વર્તુળમય ગતિ છે.

53. r ત્રિજ્યાના વર્તુળમાર્ગ પર નિયમિત વર્તુળમય ગતિ કરતા પદાર્થની રેખીય ઝડપનું સૂત્ર મેળવો. દર્શાવો કે તે પ્રવેગી ગતિ કરે છે.



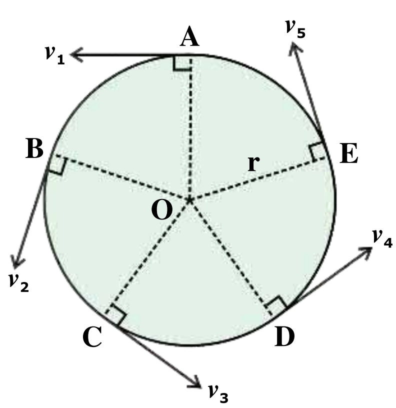
- જ્યારે નિયમિત વર્તુળમય ગતિ કરતો પદાર્થ t સમયમાં વર્તુળાકાર પથ (ત્રિજ્યા r) પર એક ચક્કર પૂર્ણ કરે છે ત્યારે t સમયમાં તે વર્તુળાકાર પથની લંબાઇ જેટલું, એટલે કે વર્તુળના પરિઘ જેટલું અંતર કાપે છે.

$$\therefore \text{ રેખિય ઝડપ } v = \frac{\text{કાપેલું અંતર}}{\text{સમય}}$$

$$= \frac{\text{વર્તુળાકાર પથની લંબાઇ}}{\text{સમય}}$$

$$= \frac{\text{વર્તુળનો પરિઘ}}{\text{સમય}} = \frac{2\pi r}{t} \qquad \text{..... (1)}$$

- ઉપરોક્ત સમીકરણ (1) નિયમિત વર્તુળમય ગતિ કરતા પદાર્થની રેખીય ઝડપ શોધવા માટેનું સૂત્ર છે.



- નિયમિત વર્તુળમય ગતિ કરતા પદાર્થના વેગનું મૂલ્ય તો અચળ જળવાઇ રહે છે; પરંતુ વેગની દિશા વર્તુળાકાર પથ પરના દરેક બિંદુએ જુદી જુદી હોય છે, કારણ કે વર્તુળાકાર પથ પરના કોઇ બિંદુએ પદાર્થના વેગની દિશા તે બિંદુએ દોરેલા સ્પર્શકની દિશામાં હોય છે.
- આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ r ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળાકાર પથ પર ઘડિયાળના કાંટાની વિરુદ્ધ દિશામાં નિયમિત વર્તુળમય ગતિ કરતા કોઇ એક પદાર્થને ધ્યાનમાં લો.
- આ પદાર્થ જ્યારે બિંદુઓ A, B, C, D અને E પરથી પસાર થતો હોય ત્યારે તેના વેગની દિશા દર્શાવેલ છે.
- અહીં પ્રત્યેક બિંદુ પર પદાર્થના વેગની દિશા અલગ અલગ છે; પરંતુ આ પદાર્થ નિયમિત ગતિ કરતો હોવાથી પ્રત્યેક બિંદુએ વેગનાં મૂલ્યો (ઝડપ) સમાન હોય છે. જેમ કે,

  $v_1 = v_2 = v_3 = v_4 = v_5 = v$
- અહીં પદાર્થના વેગનું મૂલ્ય ભલે અચળ જળવાતું રહેતું હોય, પણ વેગની દિશા સતત બદલાતી રહેતી હોવાથી, વેગ (સદિશ રાશિ) પણ સતત બદલાય છે તેમ કહેવાય.
- આમ, નિયમિત વર્તુળમય ગતિ કરતો પદાર્થ પ્રવેગી ગતિ કરે છે તેમ કહેવાય.