1. **60 વિદ્યાર્થીઓના એક વર્ગમાં, 25 વિદ્યાર્થીઓ ક્રિકેટની રમત અને 20 વિદ્યાર્થીઓ ટેનિસની રમત રમે છે. જ્યારે 10 વિદ્યાર્થીઓ બંને રમત રમે છે, તો એકપણ રમત ન રમતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા મેળવો.**

➡ અહીં ગણ C = ક્રિકેટ રમતા વિદ્યાર્થીઓનો ગણ

T = ટેનિસ રમત રમતા વિદ્યાર્થીઓનો ગણ

હવે આપેલ માહિતી પરથી $n(\cup) = 60$, $n(C) = 25$,

$n(T) = 20$ તથા $n(C \cap T) = 10$

$\therefore n(C \cup T) = n(C) + n(T) - n(C \cap T)$

$= 25 + 20 - 10$

$= 35$

∴ એકપણ રમત ન રમતા હોય તેવા વિદ્યાર્થીઓનો ગણ

$= n(\cup) - n(C \cup T)$

$= 60 - 35$

$= 25$

2. **આપેલ ગણ A, B અને C માટે સાબિત કરો કે, $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.**

➡ ધારો કે $x \in A \cap (B \cup C)$

$\therefore x \in A$ અને $x \in (B \cup C)$

$\therefore x \in A$ અને ($x \in B$ અથવા $x \in C$)

$\therefore$ ($x \in A$ અને $x \in B$) અથવા ($x \in A$ અને $x \in C$) અને

$x \in A \cap B$ અથવા $x \in A \cap C$

$x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$\therefore A \cap (B \cup C) \subset (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ....(i)

હવે ધારો કે, $y \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$\therefore y \in (A \cap B)$ અથવા $y \in (A \cap C)$

$\therefore$ ($y \in A$ અને $y \in B$) અથવા ($y \in A$ અને $y \in C$) અને

$y \in A$ અને ($y \in B$ અથવા $y \in C$)

$\therefore y \in A$ અને $y \in B \cup C$

$\therefore y \in A \cap (B \cup C)$

$\therefore (A \cap B) \cup (A \cup C) \subset A \cap (B \cup C)$ ....(ii)

પરિણામ (i) અને (ii) પરથી,

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

3. **એક શાળાના 200 વિદ્યાર્થીઓની મોજણીમાં નીચેની માહિતી મળે છે. 120 વિદ્યાર્થીઓ ગણિત, 90 વિદ્યાર્થીઓ ભૌતિકવિજ્ઞાન, 70 વિદ્યાર્થીઓ રસાયણશાસ્ત્રનો અભ્યાસ કરે છે. તથા 40 વિદ્યાર્થીઓને ગણિત અને ભૌતિકવિજ્ઞાન, 30 વિદ્યાર્થીઓને ભૌતિકવિજ્ઞાન અને રસાયણવિજ્ઞાન, 50 વિદ્યાર્થીઓ રસાયણવિજ્ઞાન અને ગણિતનો અભ્યાસ કરે છે. તેમજ 20 વિદ્યાર્થીઓને એકપણ વિષયનો અભ્યાસ કરતાં આ માહિતી પરથી ત્રણેય વિષયનો અભ્યાસ કરતાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા મેળવો.**

➡ અહીં આપેલ માહિતી પરથી નીચે મુજબ ગણ બનાવતાં,

M = ગણિત વિષયનો અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓ

P = ભૌતિકવિજ્ઞાન વિષયનો અભ્યાસ કરતાં વિદ્યાર્થીઓ

C = રસાયણવિજ્ઞાન વિષયનો અભ્યાસ કરતાં વિદ્યાર્થીઓ

હવે $n(U) = 200$ છે તથા

$n(M) = 120,\ n(P) = 90,\ n(C) = 70$

$n(M \cap P) = 40 \quad n(P \cap C) = 30$

$n(C \cap M) = 50$ તથા $n(M' \cap P' \cap C') = 20$

હવે $n(M' \cap P' \cap C') = 20$

$\therefore\ n(M \cup P \cup C)' = 20$ (દ'મોર્ગનના નિયમ મુજબ)

$\therefore\ n(U) - n(M \cup P \cup C) = 20$

$\therefore\ 200 - 20 = n(M \cup P \cup C)$

અહીં $n(M \cup P \cup C) = n(M) + n(P) + n(C) - n(M \cap P) - n(P \cap C) - n(M \cap C) + n(M \cap P \cap C)$

$\therefore\ 180 = 120 + 90 + 70 - 40 - 30 - 50 + n(M \cap P \cap C)$

$\therefore\ 180 = 280 - 120 + n(M \cap P \cap C)$

$\therefore\ 180 - 280 + 120 = n(M \cap P \cap C)$

$\therefore\ n(M \cap P \cap C) = 20$

આમ, ત્રણેય વિષયનો અભ્યાસ કરતાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા = 20 હોય.

4. **એક શાળાના 100 વિદ્યાર્થીઓના પરિણામની મોજણી કરતાં નીચેની હકીકત જાણવા મળી. 15 વિદ્યાર્થીઓ અંગ્રેજી વિષયમાં, 12 વિદ્યાર્થીઓ ગણિત વિષયમાં તથા 8 વિદ્યાર્થીઓ વિજ્ઞાન વિષયમાં પાસ થાય છે. 6 વિદ્યાર્થીઓ અંગ્રેજી અને ગણિત વિષયમાં, 7 વિદ્યાર્થીઓ ગણિત અને વિજ્ઞાનમાં, 4 વિદ્યાર્થીઓ અંગ્રેજી અને વિજ્ઞાન વિષયોમાં પાસ થાય છે. તેમજ માત્ર 4 વિદ્યાર્થીઓ ત્રણેય વિષયમાં પાસ થાય છે. તો નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.**

(i) ગણિત અને અંગ્રેજીમાં પાસ થતા પણ વિજ્ઞાન વિષયમાં પાસ ન થતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા જણાવો.

(ii) ગણિત અને વિજ્ઞાન વિષયમાં પાસ થતા પણ અંગ્રેજીમાં પાસ ન થતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા જણાવો.

(iii) માત્ર ગણિતમાં પાસ થતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા જણાવો.

(iv) એક કરતાં વધુ વિષયમાં પાસ થતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા જણાવો.

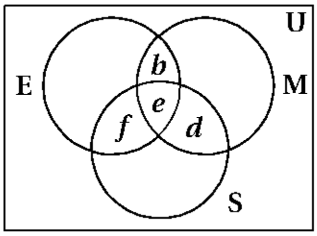
➡ ધારો કે, M = ગણિત વિષયમાં પાસ થતા વિદ્યાર્થીઓનો ગણ

E = અંગ્રેજી વિષયમાં પાસ થતા વિદ્યાર્થીઓનો ગણ

S = વિજ્ઞાન વિષયમાં પાસ થતા વિદ્યાર્થીઓનો ગણ

અહીં $n(U) = 100,\ n(E) = 15,\ n(M) = 12,\ n(S) = 8$

$n(E \cap M) = 6,\ n(M \cap S) = 7.$



આકૃતિ પરથી,

$n(E) = 15$

$\therefore\ a + b + e + f = 15$ ....(i)

$n(M) = 12$

$\therefore\ b + c + e + d = 12$ ....(ii)

તથા $n(S) = 8$

$\therefore\ d + e + f + g = 8$ ....(iii)

$n(E \cap M) = 6$

અહીં, $b + e = 6$ ....(iv)

$\therefore\ n(M \cap S) = 7$

અને $e + d = 7$ ....(v)

$\therefore\ n(E \cap S) = 4$

તથા $e + f = 4$ ....(vi)

$n(E \cap M \cap S) = 4$

$\therefore\ e = 4$ ....(vii)

અહીં પરિણામ (vi) અને (vii) ઉકેલતાં $f = 0$ મળે.

પરિણામ (v) અને (vii) પરથી $d = 3$ મળે.

અને (iv) તથા (vii) ઉકેલતાં $b = 2$ મળે.

➡ હવે d, e અને f ના મૂલ્યો (iii) માં મૂકતાં,

$3 + 4 + 0 + g = 8$

$\therefore\ g = 1$

તથા b, e અને d ના મૂલ્યો (ii) માં મૂકતાં,

$2 + c + 4 + 3 = 12$

$\therefore\ c = 12 - 9$

$\therefore\ c = 3$

અંતમાં b, e તથા f ના મૂલ્યો (i) માં મૂકો.

$\therefore\ a + 2 + 4 + 0 = 15$

$\therefore\ a = 15 - 6$

$\therefore\ a = 9$

અહીં

(i) માત્ર અંગ્રેજી અને ગણિત વિષયમાં પાસ થતા પણ વિજ્ઞાન વિષયમાં પાસ ન થતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા $b = 2$.

(ii) માત્ર ગણિત અને વિજ્ઞાન વિષયમાં પાસ થનાર પણ અંગ્રેજી વિષયમાં પાસ ન થતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા $d = 3$.

(iii) માત્ર ગણિત વિષયમાં પાસ થતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા

$c = 3$.

(iv) એક કરતાં વધુ વિષયમાં પાસ થતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા

$= b + e + d + f$

$= 2 + 4 + 3 + 0$

$= 9$

(i) ફક્ત અંગ્રેજી અને ગણિત વિષયમાં પાસ થનાર વિદ્યાર્થીઓ પણ વિજ્ઞાન વિષયમાં પાસ ન થતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા

$= n(E \cap M \cap S')$

$= n(E \cap M) - n(E \cap MS)$

$(\because A \cap B' = A - A \cap B)$

$= 6 - 4$

$= 2$

(ii) ફક્ત ગણિત અને વિજ્ઞાનમાં પાસ થનાર વિદ્યાર્થીઓ પણ અંગ્રેજીમાં પાસ ન થતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા

$= n(M \cap S \cap E')$

$= n(M \cap S) - n(M \cap S \cap E)$

$= 7 - 4$

$= 3$

➡ (iii) માત્ર ગણિત વિષયમાં પાસ થનાર વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા

$= n(M \cap S' \cap E')$

$= n(M) - n(M \cap S) - n(M \cap E) + n(M \cap S \cap E)$

$= 12 - 7 - 6 + 4$

$= 3$

(iv) એક કરતાં વધુ વિષયમાં પાસ થનાર વિદ્યાર્થીઓ

$= n(E \cap M) + n(M \cap S) + n(E \cap S) -$

$3n(E \cap M \cap S) + n(E \cap M \cap S)$

$= 6 + 7 + 4 - 4(3) + 4$

$= 21 - 12$

$= 9$

5. **એક શહેરના 10,000 કુટુંબોની પ્રત્યક્ષ તપાસમાં નીચેની માહિતી પ્રાપ્ત થયેલ છે. 40% કુટુંબો સમાચારપત્ર A ખરીદે છે. 20% કુટુંબો સમાચારપત્ર B ખરીદે છે. 10% કુટુંબો સમાચારપત્ર C ખરીદે છે. 5% કુટુંબો સમાચારપત્ર A અને B, 3% કુટુંબો સમાચાપપત્ર B અને C, 4% કુટુંબો સમાચારપત્ર C અને A ની ખરીદ કરે છે. જો 2% કુટુંબો ત્રણેય સમાચારપત્રો ખરીદ કરતાં હોય તો નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.**

(i) કેટલા કુટુંબો સમાચારપત્ર A ની ખરીદ કરે છે ? અને

(ii) કેટલા કુટુંબો સમાચારપત્ર A, B અને C પૈકી એકપણ ખરીદ કરતા નથી.

➡ અહીં $n(\cup) = 10,000$ કુટુંબો

હવે આપેલ માહિતીને ગણ સ્વરૂપે લખતાં,

A = સમાચારપત્ર A ની ખરીદ કરતાં કુટુંબોની સંખ્યા

B = સમાચારપત્ર B ની ખરીદ કરતાં કુટુંબોની સંખ્યા

C = સમાચારપત્ર C ની ખરીદ કરતાં કુટુંબોની સંખ્યા

અહીં $n(A) = 40\%$

$\therefore n(A) = \frac{10,000 \times 40}{100} = 4000$ કુટુંબો થાય.

$n(B) = 20\%$

$\therefore n(B) = 2,000$ કુટુંબો

$n(C) = 10\%$

$\therefore n(B) = 1,000$ કુટુંબો

તથા $n(A \cap B) = 5\%$

$\therefore n(A \cap B) = 500$ કુટુંબો

$n(B \cap C) = 3\%$

$\therefore n(B \cap C) = 300$ કુટુંબો

$n(C \cap A) = 4\%$

$\therefore n(C \cap A) = 400$ કુટુંબો

અને $n(A \cap B \cap C) = 2\%$

$= 200$ કુટુંબો

(i) માત્ર સમાચારપત્ર A ની ખરીદ કરતાં કુટુંબો

$= n(A) - n(A \cap B) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

$= 4000 - 500 - 400 + 200$

$= 4200 - 900$

$= 3,300$

➡ (ii) A, B અને C એકપણ સમાચારપત્રની ખરીદ ન કરતા કુટુંબો

$= n(A' \cap B' \cap C')$

$= n(A \cup B \cup C)'$ (દ'મોર્ગનનો નિયમ)

$= n(\cup) - n(A \cup B \cup C)$ (પૂરકગણની વ્યાખ્યા)

$= n(\cup) - \{n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) -$
$n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)\}$

$= 10,000 - \{4,000 + 2,000 + 1,000 - 500 - 300 -$
$400 + 200\}$

$= 10,000 - \{7200 - 1,200\}$

$= 10{,}000 - 6{,}000$

$= 4{,}000$

6. **50 વિદ્યાર્થીઓના એક સમૂહમાં ફ્રેન્ચ, અંગ્રેજી અને સંસ્કૃત વિષયનો અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા અનુક્રમે 17, 13 અને 15 છે. ફ્રેન્ચ અને અંગ્રેજી વિષયનો અભ્યાસ કરતા 9 વિદ્યાર્થીઓ, અંગ્રેજી અને સંસ્કૃત વિષયનો અભ્યાસ કરતા 4 વિદ્યાર્થીઓ તથા ફ્રેન્ચ અને સંસ્કૃત વિષયનો અભ્યાસ કરતા 5 વિદ્યાર્થીઓ છે. તેમજ ત્રણેય ભાષાઓ (ફ્રેન્ચ, અંગ્રેજી અને સંસ્કૃત) નો અભ્યાસ કરતા 3 વિદ્યાર્થીઓ છે. તો નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.**

(i) માત્ર ફ્રેન્ચ ભાષાનો અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા કેટલી હોય ?

(ii) માત્ર અંગ્રેજી ભાષાનો અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા કેટલી હોય ?

(iii) માત્ર સંસ્કૃત ભાષાનો અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા કેટલી હોય ?

(iv) અંગ્રેજી અને સંસ્કૃત ભાષાનો અભ્યાસ કરતા પણ ફ્રેન્ચ ભાષાનો અભ્યાસ ન કરતા કેટલા વિદ્યાર્થીઓ છે ?

(v) ફ્રેન્ચ અને સંસ્કૃત ભાષાનો અભ્યાસ કરતા પણ અંગ્રેજી ભાષાનો અભ્યાસ ન કરતા કેટલા વિદ્યાર્થીઓ છે ?

(vi) ફ્રેન્ચ અને અંગ્રેજી ભાષાનો અભ્યાસ કરતા પણ સંસ્કૃત ભાષાનો અભ્યાસ ન કરતા કેટલા વિદ્યાર્થીઓ છે ?

(vii) ત્રણ ભાષાઓ પૈકી ઓછામાં ઓછી એક ભાષાનો અભ્યાસ કરતા કેટલા વિદ્યાર્થીઓ છે ?

(viii) એકપણ ભાષાનો અભ્યાસ ન કરતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા કેટલી છે ?

➡ આપેલ માહિતીને નીચેના ગણ સ્વરૂપે રજૂ કરતાં,

F = ફ્રેન્ચ ભાષાનો અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓનો ગણ

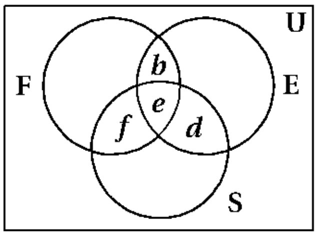
E = અંગ્રેજી ભાષાનો અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓનો ગણ

S = સંસ્કૃત ભાષાનો અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓનો ગણ

અહીં $n(\cup) = 50$, $n(F) = 17$, $n(E) = 13$ અને

$n(S) = 15$

તથા $n(E \cap F) = 9$, $n(E \cap S) = 4$, $n(F \cap S) = 5$ તેમજ $n(F \cap E \cap S) = 3$



અહીં, $n(F) = 17$

$\therefore a + b + e + f = 17$ ....(i)

$n(E) = 13$

$\therefore b + c + e + d = 13$ ....(ii)

$n(S) = 15$

$\therefore d + e + f + g = 15$ ....(iii)

$n(E \cap F) = 9$

$\therefore b + e = 9$ ....(iv)

$n(E \cap S) = 4$

$\therefore e + d = 4$ ....(v)

$n(F \cap S) = 5$

$\therefore f + e = 5$ ....(vi)

$n(F \cap E \cap S) = 3$

$\therefore e = 3$ ....(vii)

સમીકરણ (vi) અને (vii) ઉકેલતાં $f = 2$ મળે.

સમીકરણ (v) અને (vii) ઉકેલતાં $d = 1$ મળે.

સમીકરણ (iv) અને (vii) ઉકેલતાં $b = 6$ મળે.

સમીકરણ (iii) માં e, f અને d ના મૂલ્યો મૂકતાં,

$1 + 3 + 2 + g = 15$

$\therefore g = 9$

➥ સમીકરણ (ii) માં b, d અને e ની કિંમત મૂકો.

$6 + c + 1 + 3 = 13$

$\therefore c = 3$

સમીકરણ (i) માં b, e અને f ની કિંમતો મૂકતાં,

$a + 6 + 3 + 2 = 17$

$\therefore a = 6$

(i) માત્ર ફ્રેન્ચ ભાષાનો અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા $a = 6$.

(ii) માત્ર અંગ્રેજી ભાષાનો અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા $c = 3$.

(iii) માત્ર સંસ્કૃત ભાષાનો અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા $g = 3$.

(iv) અંગ્રેજી અને સંસ્કૃત ભાષાનો અભ્યાસ કરતા પણ ફ્રેન્ચ ભાષાનો અભ્યાસ ન કરતાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા $d = 1$.

(v) ફ્રેન્ચ અને સંસ્કૃત ભાષાનો અભ્યાસ કરતા પણ અંગ્રેજી ભાષાનો અભ્યાસ ન કરતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા $f = 2$.

(vi) ફ્રેન્ચ અને અંગ્રેજી ભાષાનો અભ્યાસ કરતા પણ સંસ્કૃત ભાષાનો અભ્યાસ ન કરતા વિદ્યાર્થીઓ $b = 6$.

(vii) ત્રણ ભાષાઓ પૈકી ઓછામાં ઓછી એક ભાષાનો અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા

$= a + b + c + d + e + f + g$

$= 6 + 6 + 3 + 1 + 3 + 2 + 9$

$= 30$

(viii) ત્રણ ભાષાઓ પૈકી એકપણ ભાષાનો અભ્યાસ ન કરતા વિદ્યાર્થીઓ = કુલ વિદ્યાર્થીઓ – આપેલ ત્રણ ભાષાઓ પૈકી ઓછામાં ઓછી એક ભાષા ભણતા વિદ્યાર્થીઓ

$= 50 - 30$

$= 20$